# 方法论全书

## （Ⅱ）

## 应用逻辑学方法

李志才　主编



南京大学出版社

# 方法论全书

（Ⅱ）

## 应用逻辑学方法

李志才　主编

南京大学出版社

**方法论全书（Ⅱ）**

应用逻辑学方法

李志才 主编

*

南京大学出版社出版
（南京大学校内 邮政编码:210093）
江苏省新华书店发行 武进第三印刷厂印刷

*

开本 850×1168 1/32 印张 31.25 字数 812 千
1998 年 3 月第 1 版 1998 年 3 月第 1 次印刷
印数 1-2000
ISBN 7-305-0302 -5/Z·65
定价:36.0[illegible]元
责任编辑 王兆先

# 《方法论全书》(Ⅱ)《应用逻辑学方法》卷

## 工作人员名单

**全书顾问** 莫绍揆 冯 契

**全书主编** 李志才

**本卷学科主编** 宋文坚 骆光武 朱 武

**本卷撰稿人** (以学科排列先后为序)

李志才 宋文坚 骆光武 朱 武
弓肇祥 郭世铭 冀建中 刘壮虎
陈祖军 宋文淦 陈 波 叶 峰
王元元 汪灵华 钟东屏 汪馥郁
崔文琴

# 本卷说明

《方法论全书》共10卷，其中第1卷为《哲学逻辑学方法》；第2卷为《应用逻辑学方法》；第3卷为《自然科学方法》；第4卷为《工程技术方法》；第5卷为《人工智能方法》；第6卷为《社会科学方法》；第7卷为《符号学文艺学方法》；第8卷为《管理方法》；第9卷为《方法论历史》；第10卷为《方法论现代信息》。

本书是第2卷《应用逻辑学方法》，其中包括“方法论原理”、“存在逻辑”、“时态逻辑”、“认知逻辑”、“断定逻辑”、“条件句逻辑”、“命令句逻辑”、“问题逻辑”、“道义逻辑”、“评价逻辑”、“优先逻辑”、“量子逻辑”、“计算机逻辑”、“数字逻辑”、“动态逻辑”、“子句逻辑”、“非单调逻辑”、“程序逻辑”、“侦查逻辑”、“法律逻辑”、“诊断逻辑”、“决策逻辑”、“谈判逻辑”等22个学科应用逻辑学方法。在各科正文之后，皆附有“参考文献”以供研究参考；在全卷最后分别附有各科的“术语、人名索引”，以供检索。

# 《方法论全书》总序

人类社会文明发展史表明，文明的发生、发展，主要是靠认识世界和改造世界的能力，而这种能力的主要标志是经验和科学技术以及运用经验和科学技术的方法系统。经验和科学技术，一旦转化为方法系统，就具有了控制和改造世界的创造性功能，就可以转化为直接生产力。因此，历代哲学家和科学家，都特别重视方法系统的研究。古希腊哲学和科学的代表人物亚里士多德，就特别重视方法论的研究，他最早创立了系统的方法论著作《工具论》。他为适应当时科学研究的需要，总结概括了当时在数学、几何学、语言学等科学材料中的思维实际经验，创立了古典的形式逻辑系统，并把它定义为关于科学研究的方法和原则的科学，关于证明的科学。近代实证科学的鼻祖培根，总结了文艺复兴以后的近代科学活动经验，著就了《新工具》，他提出了“知识就是力量”的名言；并提出了完整的归纳方法系统。笛卡儿根据自己对数学以及当时其他科学等研究经验，著就了有关如何运用理性的《方法谈》。黑格尔总结了历代哲学发展的历史以及当时出现的综合性科学材料，著就了《逻辑学》，创建了系统的辩证方法。马克思、恩格斯批判继承了黑格尔的辩证法，建成了唯物辩证方法，为人们认识世界和改造世界提供了科学的方法论基础。近现代科学大家们，也特别重视方法论的研究和运用，他们都在自己的研究科学的过程中，运用了适于自己需要的方法系统，并且都对方法论做出了这样那样的贡献。进化论的创建者达尔文在其物种进化的研究中，广泛地运用了选题法、观察法、比较法、分类法、实

验法、归纳法与演绎法，还特别着重强调和运用了历史方法。他说："如果一位自然学者，对生物的亲缘关系，胚胎关系，地理分布、地质演替，以及其他此类事实加以思考，那末，我们很可能推想得到，物种和变种一样，是从其他物种所传下来的，而不是分别地创造出来的。这样的结论，即使很有根据，但如不能说明地球上的无数生物，怎样经历变异而获得了这样完善的，不禁使人赞赏的构造和相互适应，仍是难以令人满意。"① 伟大的高级神经活动生理学家巴甫洛夫在其创造性的研究中，特别强调方法的意义，并且很重视逻辑方法与实验方法相结合，很注重预见性的方法。他说："自然科学是最好的应用逻辑学；在这里，精神过程的正确与否，要以获得的结果是否可以用来确实无讹地预见各种现象为准绳。此外，在自然科学中，创立方法，研究某种重要的实验条件，往往要比发现个别事实更有价值。"② 伟大的相对论创始人爱因斯坦，更特别重视方法问题，而且很强调逻辑简单性方法。他说："科学的目的，一方面是尽可能完备地理解全部感觉经验之间的关系，另一方面是通过最少个数的原始概念和原始关系的使用来达到这个目的（在世界图像中尽可能地寻求逻辑的统一，即逻辑原素最少）。"③ 当代著名的系统科学家贝塔朗菲很强调方法的革新和创造，并且创建了具有广泛效应的系统科学方法论。他说："古典科学的程序是把观察到的现象分解为孤立的诸因素，然后把这些因素（在实践上或理论上）综合起来，表现观察的现象。经验表明，这各个部分和因果链条的分离，以及对它们的总结和重叠情况在广泛地发生作用。但是，在所有的科学中都有一类更难的问题提出来。我们面对着整体、有组织化、多因素和多过程的相互作用，各种系统（随便你选用哪种辞句来表达）等情况，它

---

① 达尔文，物种起源，第 9 页，科学出版社，1972。
② 巴甫洛夫全集，第 1 卷，第 28 页，人民卫生出版社，1959。
③ 爱因斯坦文集，第 2 卷，第 508 页，商务印书馆，1976。

们在本质上非加法的，因而不能用分析方法予以适当处理。你不能把它们分离为孤立的因素和因果系列。与古典科学的探讨比较，无论是原子核问题，生命系统或商业机构问题，它们需要新的概念、模型和方法。"[①] 这些科学家们的科学实践，为我们做出了有力地运用科学方法的典范，并创造了许多有价值的方法。其他许多有重大成就的科学家们，也都如此。这一点是带有普遍性的，无须一一列举。

如今的时代，是个信息时代、智能时代，是个"知识爆炸"时代，是个人类理性高度发展的时代。在这个时代里，人的一切活动，都需要科学技术的武装，特别是需要方法论理念系统的武装。过去历史上的那种盲目性地摸索，仅靠经验来指导活动的办法，无论是对现代科学活动，对社会实践甚至日常生活实践，都已无济于事了，面对广袤无垠的宇宙和深邃的微观世界，面对社会性的经济的政治的军事的以及各种工程技术等等的庞大复杂的系统，人们想要认识它们，控制、改造它们，就必须运用符合其本质特征和发展规律的科学方法系统，这是时代的需要，是必须及时予以满足的迫切需要，可以说，这是时代的绝对律令。然而，从当今的科学技术、社会实践的实际情况来看，这种迫切要求，还远远没有得到满足。虽然历代哲学家和科学家们，已经创造了许多有价值的方法系统，但总的来看，还是相距甚远，这表现在如下两个大的方面：

第一，绝大多数的现代实证科学及其分支，尚不具备完整的方法论理论系统，已有的一些方法，包括科学大家们所创造的一些方法，仍属东麟西爪、杂陈无章的。这种状况，与飞速发展、处在急剧革新的现代科学技术和社会实践来说，很不相称。由于缺乏有效的方法系统，许多宝贵的时间和精力，白白地浪费掉了，而

① 冯·贝塔朗菲，开放系统的模型，自然科学哲学问题，1981 年第 3 期，第 10—11 页。

且往往要走许多弯路，甚至常常陷于莫须有的失败。这就很需要广大的科学技术工作者以及各种实践活动家，与方法论工作者共同合作，总结已有的方法材料，以及成功的和失败的各种现实经验材料，概括出适用于各种实证学科（包括自然科学的、社会科学的、文艺科学的）和工程技术及其他社会实践的具体实证性的方法理论系统。以满足现实的迫切需要。

第二，各种方法系统，同人的活动一样，是有机地联系着的，孤立的散乱的方法系统，“只见树木，不见森林”，既不能深刻地揭示自身的本质特征和规律，也不能与其他方法形成互补网络关系，因而不能充分发挥作用。因此，很需要在创建各种实证学科的工程技术的各个具体学科门类方法论的基础上，构建起方法论总体大系统。这种方法论总体大系统，一方面可以科学地揭示各种方法论分支系统的实质、功能、地位和作用，从而有利于具体应用，充分发挥其作用；另一方面，可以展现各个分支系统的层次性、有机关联性，从而为方法的移植和开拓，创造新的方法，提供科学的类比基础，可以加速方法系统的完善和发展；同时也为综合地选用方法网络，提供必要的条件。可是，就现在的方法理论实际来看，这样的方法论总体系统尚不存在，而客观上这种方法大系统却特别需要。

从上列实际需要情况来看，创建各种方法论的分支系统及其总体大系统，是完全必要的；并且从科学是否成熟的标准来看，只有建成这种方法论总体大系统，方法理论才真正具备了标准的科学形态。那么，有无可能呢？我们认为是可能的。根据有如下几点：

首先，历史上许多哲学家和科学家们已为我们提供了一定的方法论成果，这包括一些哲学方法和实证科学方法以及工程技术方法。我们可以立足于现代科学技术以及社会实践的水平和需要，加以提炼、改造，使之系统化、科学化，把它们纳入到现代科学的方法论系统中来。其次，现代科学技术、社会实践，已经提供

了大量的新鲜的丰富的现代方法材料。我们可以从现代方法论的高度上来搜集、整理、加工、概括，使之系统化、科学化、将之纳入方法论系统中来。再次，把历史的、现实的方法材料、方法理论综合起来，进行科学的分类处理，运用分析与综合的统一方法，按照逻辑的与历史的一致的原则，分别地建立起各个分支学科方法论，并且在此基础上，按照各种方法论的结构和功能层次，建构起整体方法论大系统。

当然，把上述理想变为现实，是需要条件的。这就需要广泛地组织起各种实证科学工作者和工程技术工作者以及哲学、方法论工作者，发挥他们的积极性和创造性，进行通力合作，潜心地扎实地进行研究。中国的科学技术工作者，社会科学、人文科学工作者，哲学、方法论工作者的队伍是广大的，他们既有这方面的积极性和创造性，又有公认的刻苦钻研精神，并且中国科学发展史以及现实的许多国际科学活动，都充分证明了，中国人的理论思维能力是比较强的。他们完全有条件胜任这项方法论体系的创建工程，为方法理论建设做出项献，为加速社会文明的发展做出贡献。

基于上述这些认识，我们已经在 1987 年就组织了起来，计划通过 10 年的艰苦工作，著就约 1000 余万字、10 卷本的《方法论全书》。其中第 1 卷是《哲学逻辑学方法》，第 2 卷是《应用逻辑学方法》，第 3 卷是《自然科学方法》，第 4 卷是《工程技术方法》，第 5 卷是《人工智能方法》，第 6 卷是《社会科学方法》，第 7 卷是《符号学文艺学方法》，第 8 卷是《管理方法》，第 9 卷是《方法论历史》，第 10 卷是《方法论现代信息》。这 10 卷书，有论有史，以论为主，史论结合，运用了大量的现实的以及历史的材料，著成包括各个方法论分支系统与整体大系统在内的方法论系列著作。这 10 卷本的编排，主要是以相近学科的联系性为出发点，同时也是为了便于应用。10 卷本的划分，并不直接等于方法论体系分类。按《方法论全书》的科学分类来看，它包括五个有机联

系的层次系统；第一层次为方法论原理。在此原理中，论述了方法的结构和本质特征、方法与方法论的发生和发展、方法与方法论类型、方法与方法论的评价和选用等一系列原理问题。这些原理贯穿于其下属各个层次的方法论之中。第二个层次为哲学方法论、逻辑学方法论、心理学方法论、智能科学方法论、数学方法论、系统科学方法论、符号学方法论。这个层次的方法论，都具有普遍的应用性。虽然它们所研究的方法内容以及所提供的方法系统不同，但它们都对各大学科领域方法以及各实证学科方法和工程技术方法，普遍具有应用价值。第三个层次为三大学科领域的方法论，即自然科学方法论、社会科学方法论和文艺学方法论。它们是从各自的学科领域内的各具体实证学科方法和工程技术方法中，概括出来的方法论系统，又分别适用于它们各自的各种学科和工程技术。它们也带有较广的应用性。第四个层次是各大学科领域的各种实证科学方法论，也包括各实证科学的分支学科方法论。它们的应用范围基本上在本学科之内，但亦可在相关情况下，互相引进和移植。第五个层次，是各种工程技术方法论，其中也包括一些各种应用技术科学方法，而其主要内容是工程技术方法。工程技术方法，是科学技术转化为直接生产力的方法系统。一切工程技术的发明创造、产品的生产和开发，包括一切精神产品（例如诗歌、音乐等）的生产和开发，都要直接运用这个层次的方法。因此，这个层次的方法，是最生动最活跃的方法层次，它比较集中地具体地体现着科学技术和方法论体系的经济价值和社会价值；并且不断地以其新的创造性的成果，丰富着方法论的内容，以至创造出新的方法系统，推动着多层次的方法论以及整体方法论体系的革新和发展。当然，作为方法论的层次，还可依据一定标准，再划分下去，例如工业工程技术方法论，还可以划分为重工业的和轻工业的方法论；重工业工程技术方法论还可划分为冶金业、制造业等方法论，一直划分到各种最具体的产品工程技术方法。但这些都只不过是工程技术方法范畴内的细节了。作

为方法论大系统的体系层次，就没有足够的充分依据和必要了。

在这五个层次的整体方法论大系统中，包括着各种各样的方法系统，从大的类型说，有认识方法系统和实践方法系统。这两大类型的方法系统，分别地不同程度地包括在各个层次的方法论之中。而有些层次的方法论则只包括认识方法，例如哲学方法论、逻辑学方法论等；有的层次的方法论则既包括认识方法又包括实践方法，例如自然科学方法论、工程技术方法论，等等。

建立上列五个层次的方法论整体大系统，在历史上是未曾有过的。历史上所形成的方法论，多数是逻辑方法系统或某些哲学方法系统，还有某些具体的实证科学方法系统。历史上形成的这些方法论系统，比较成熟的还是逻辑学方法系统。例如，形成于古希腊的亚里士多德的形式逻辑系统，近现代以来引进数学方法于形式逻辑之中而形成的数理逻辑方法系统，继而结合哲学问题研究、法律问题研究、概率问题研究、量子问题研究，等等，而形成了许多应用逻辑的公理系统。这些逻辑方法系统都是很严密的，具有很强的科学性和可操作性。它们在实践中得到了广泛的应用，甚至在工程技术中起到了很大的开发作用，例如电路开关上逻辑线路的应用，电脑、机器人的集成电路以及其他软硬件设计方面的应用。至于历史上提出的某些哲学方法论，则往往没有严格的科学性的理论系统，而且往往和哲学问题本身混合在一起。历史上的经验科学方法，即为培根等创立的方法。这类方法，有不少是实验、观察等方法，到现在也有一定的应用价值。但这类经验科学方法论都有很大的局限性，已远远不能符合现代大大发展了的现代科学和技术的需要。现代的科学技术实际已突破传统方法很远很远，并且还在科学技术、社会实践中，已出现了许多新颖的有效的方法，例如创建了系统科学方法论系统。这种方法论系统是建立在系统论、信息论、控制论、协同论、耗散结构论、突变论、超循环论、混沌学、分形理论等科学的理论基础之上的，是具有广泛的实际效用的。但是，这类方法论，仍不等于各种具

体实证学科方法论，而且它们也不可能互相取代，这一点包括哲学方法、逻辑学方法等等，都是如此。因为各种具体的实证学科的方法论，都有其特殊的构成和特殊的功能。再者，就是很有价值的系统科学方法之类的普遍性较大的方法，也需要把它们纳入方法论整体大系统之中，来加以分析研究，明确其与其他各种方法系统的关系。而使之更有效地发挥其特长。至于在实践中萌发的有价值的方法因素，也更需要加以精确化、科学化、系统化，而形成新方法理论系统。因此，建立各类学科的方法论及其整体大系统是势在必行的。当然，我们的工作，也仅仅是个初步的尝试，这样一项大的方法论理论系统工程，是很艰巨的，我们很明确，我们的工作不会尽善尽美，只是个开端。它同任何开创性的工作一样，不可避免地存在着这样那样的缺点和不足。我们宁愿抛砖引玉，引起广大的科学技术工作者、哲学方法论工作者以及广大的多方面的实际工作者，对此项工程的关注和参与，使之不断地发展下去，逐步臻于完善。

《方法论全书》，实际上其内容是我们所创建的“方法论体系”的系列论著。各卷既是总体的有机组成部分，又各自独立成书。它虽然包括百科方法论，也有检索术语、人名的索引，也具有辞书的功能；但它已不是传统意义上的纯属工具书的“百科全书”。

参加《方法论全书》研究、著述工作的，有全国文理各科教授、研究员130余名，副教授、副研究员20余名，讲师、助理研究员、博士10余名。他们都是在有关学科获有显著成就的学者，有很多是国内著名学者，有些是国际知名学者。他们分别属于全国各重点高等院校和重点科学研究单位。在共同合作研究、著述《方法论全书》过程中，他们付出了大量的辛勤劳动，发挥了极大的创造性，充分发扬了中国知识界的艰苦奋斗的优良传统，合力筑成了这座理论大厦。特别是二位顾问，莫绍揆先生、冯契先生，他们除了都亲自参加研究、著述之外，还对《方法论全书》的全

面工作，给予了可贵的指导。没有上列诸多学者和顾问们的通力协作，这项大型理论工程是不可能完成的。这里还必须特别提出的是，南京大学出版社的大力支持，他们高瞻远瞩、远见卓识，把《方法论全书》作为重点科研项目出版。出版社社长时惠荣编审除了亲自主持有关的重大决策外，也亲自参加了研究工作，并且承担了《方法论全书》的总责任编辑，为出好这套书，做了大量的工作。很显然，没有他们的这种全面投入、全力以赴的精神，《方法论全书》的问世，也是不可能的。因此，我们向他们表示衷心的谢忱。同时，我们也在这里，对曾经帮助和支持我们的南京大学的副校长张永桃教授、科学研究处以及一些学界专家们，表示真诚的感谢！

由于我们的主客观条件都很有限，我们的工作存在着许多不足之处，特别是在书的内容方面，会有欠妥之处，欢迎批评指正。

《方法论全书》主编　李志才

# 目　　录



## 第一部　方法论原理



## 第二部　应用逻辑学方法

# 第 一 部

# 方 法 论 原 理

一切差别都在中间阶段融合，一切对立的东西都经过中间环节而互相过渡；对自然科学发展的这种阶段来说，旧的形而上学的思维方法便不够用了。辩证法不知道什么绝对分明的界限，不知道什么无条件的普遍有效的“非此即彼”，它使固定的形而上学的差异互相过渡，除了“非此即彼”又在适当的地方承认“亦此亦彼”，并且把对立的东西调和起来，辩证法是唯一适合于自然科学现在这个发展阶段的更高级的思维方法。自然，对于日常应用，对于科学的小买卖，形而上学的范畴仍然有其效力。

——**恩格斯**

# 方法论原理

方法论，是关于认识世界和改造世界的方法的理论系统。它的原理应包括方法的内在结构、方法的本质特征、方法的来源和发展、方法的分类、方法的功能评价、方法的选择和运用等等一系列问题。就方法论的科学性质来说，它是一种软科学；就其与其他软科学（如决策理论、管理理论、智能控制理论、计算机软件等等）的关系来说，它是软科学的元理论；就其价值和意义来说，方法论则是一切科学技术（包括哲学、各种具体科学、工程技术等）的根本理论基础，是一切科学技术、一切实践活动的动力学，是一切发明创造的工具和“杠杆”，是理想通往现实的“桥梁”。在人类已经进入智能社会的时代，当科学技术已成为社会进步决定性力量，已成为物质文明和精神文明建设导向枢纽的历史时期，方法论就更显现出它的重要意义，它已成为一切理论和实践的开拓、改革、成功、发展的最基本的前提条件。因此，摆在我们方法论工作者和一切科学工作者面前的迫切任务，就是要总结一切科学技术、社会实践发展所提供的已经成熟了的科学技术资料和一切发明创造所取得的成功经验，继承前人关于方法论研究的成果，建立起各门具体科学和工程技术的方法论系统，并在此基础上构建起总体方法论体系，以适应时代的迫切需要，以推进科学技术、改革实践的加速进展。

创建方法论体系的需要是迫切的，条件已经成熟。但是，这是一项包括多方面多层次的大型理论系统工程，不是轻而易举的。需要做许许多多的潜心研究和创造性的工作，既要全面系统地掌握资料，又要善于有力地运用理论思维手段，一个学科一个学科

地去探索、总结概括，并且还须依据科学的分类，在各种学科方法论的基础上，构筑起整体的有机大系统。

在这方法论总体系统的建构中，研究清楚方法论原理的一系列问题，成为不可缺少的组成部分和重要的理论基础。由于历史的原因，直到目前，方法论原理尚无经典系统可循。本文的宗旨就在于简要论述这种贯穿于各个层次、各种具体学科、各种工程技术方法论系统中的一般方法论原理。

# 1 方法的内在结构及其本质特征

## 1.1 方法的内在结构

“方法”是个多义词，在中国古已有之。例如《墨子·天志》中所说：“中吾矩者，谓之方，不中吾矩者，谓之不方。是以方与不方，皆可得而知之。此其故何？则方法明也。”这里指的是度量方形之法；唐韩愈在《昌黎集》中说：“为之奔走经营，相原隰之宜，指授方法”。这里指的是处理事情的办法。此外，如“道”、“术”、“规”等词，亦有“方法”之义。此词在西方，英语为“Method”，法语为“Méthod”，德语为“Méthod”，均源于由希腊文 μετά（沿）和 όδός（途）组成的 μετάόδός，为“遵循某种道路”之义，与汉语“方法”之义很接近。总括起来说，“方法”一词可理解为表达“方向法则”的概念。而“方法论”则是研究“方法”的理论学说，亦称“方法学”。

无论人的认识世界的活动，还是改造世界的活动，都要遵循一定的方向法则，都要运用一定的符合其对象实际的方式、方法，否则就不可能有任何成功。正是由于人的活动具有着这种方法的指导，才不仅能够摆脱“自在存在”状态，而成为“自在自为的存在”，把“非我之物”转化为“为我之物”；才不仅能够认清广袤的宇宙空间和深邃的微观世界，而且还能够改造它们，使之成

为为人类服务的人工第二自然界，从而建立起高度的物质文明和精神文明。如果人类没有方法理念系统，那么这一切都是不堪设想的。

那么，方法到底是什么呢？作为理念系统的方法，它内涵着五个有机联系着的层次或要素，即：关于指明活动的目的方向的方法层次；关于达到目的方向所必须通过的途径的方法层次；关于达到目的方向所必须采取的策略手段的方法层次；关于达到目的方向所必须运用的工具的方法层次；关于有效地运用工具所必须遵照的操作程序的方法层次。人的活动是否能够取得成效的关键，就取决于这五个方法层次要素的有机系统的选择和运用。因此，应该给方法下一个较全面的概括的定义：方法是关于认识世界和改造世界的**目的方向**、**途径**、**策略手段**、**工具及其操作程序的选择系统**。

关于目的方向的方法问题，是方法的首要问题，它处于方法系统的最高层次。这是因为人的任何活动，只要是有意识的，无论是认识活动，还是实践活动，也无论是复杂的活动，还是简单的活动，总是为了实现认识对象或改造对象的某种目的。这也就是要明确“做什么”的问题，也就是通常人们针对对象所提出的要解决的问题。不明确目的方向，人的活动就成了盲目的活动，而盲目的活动是没有意义的活动。因此，关于目的方向的选择问题，就成了方法系统的首要内容和最高的层次。当然，这个首要问题的明确，完全是为了满足活动者的需要，没有需要，也就无须进行任何的活动。这里的关键是，需要的满足并不取决于需要的本身，在很大程度上，取决于选准能满足需要的对象。因为，对象的本质特征及其发展的规律是目的方向之从可能转化为现实的根据。因此，选定目的方向，必须注意主客观的是否符合。不能随心所欲。

选定了目的方向之后，紧接着就要选定通过什么途径来达到这个目的方向的问题。达到某种目的方向的途径，可以只有一条，

一般地是会有多条的。在只有一条途径的情况下，也有个认清认不清的问题。实质上也是选择性问题，即关于是不是认准了那条唯一途径的选择问题。而在多条途径的情况下，对途径的选择就更加明显而重要了。途径可能有多条，但相对地具体地说，有的途径是“捷径”，有的则是“曲径”。“捷径”可以迅速达到目的方向，“曲径”不仅要走“弯路”，而且可能导致失败。当然，一般地说，这里的根本问题是对对象的符合程度问题，选择的自由度只在符合对象的大小幅度之间，要尽量选取“捷径”，并要根本避免不符合目的方向要求的错误途径。

途径确定之后，进一步就是选取有效的策略手段。策略手段，有恰当与否的区分。恰当的策略手段，就可以在通往目的方向的途径上畅通无阻，不恰当的策略手段，则会受到阻碍，甚至可以导致适得其反的结果。“为了达到目的不择手段”的说法，实际上是要选把人引向歧途的策略手段，是在选择不恰当的策略手段，也往往是选择不合道义原则的手段，这种不恰当的不符道义原则的策略手段，可能侥幸于一时，但终归难免于失败。因此，为了迅速有效地达到目标，必须选取符合目的方向和途径的客观要求，即符合活动的客观规律性的恰当策略手段。恰当的策略手段是实现目标的重要枢纽。

有了恰当的策略手段，还须有有力的工具才能得以贯彻、实施。所谓“欲善其事，必利其器”，就是这个道理。人的最基本的活动，是生产活动，而生产活动的特点，就在于凭借生产工具来进行。从事物质生产活动，必须运用物质生产工具，从事精神生产活动，必须运用精神生产工具。随着科学技术的发展，为现代生产所需的工具是种类繁多的，这就在运用上有个合适不合适与有力没有力的区别和选取问题。合适的有力的工具，则便于展现所定的策略手段；没有合适的有力的工具，再理想的目的方向、途径和策略手段，也都将束之高阁，无济于事。所以选好工具，也是方法系统构成上的重要一环。

选好了合适的有力的工具，还要善于运用工具，否则再好的工具也不会起作用。因此，这里的方法关键环节是，令工具发挥作用的操作程序。如果没有操作程序或不按操作程序来使用工具，则不仅不会使工具发挥作用，甚至有时连工具本身也会被毁掉。操作程序首先有物质生产工具操作程序与精神生产工具操作程序之分，在这种区分基础上，还要制定或选用最简便易行的操作程序，并且还要熟练掌握这种操作程序。使工具充分有效地发挥作用。

上列这五个方法要素或环节，是层层相联的，一环紧扣一环的，从而构成了有机的方法系统。它们形成方法系统内相互制约相互作用的结构。在此方法系统的内在结构中，五个环节必须齐备，必须协调一致，哪怕是缺少一个环节，或有一个环节不协调，都不能成其为有效的方法系统。

从方法学的另一角度来说，可以明确：关于目的方向的方法问题，就是关于战略的方法问题；关于途径的方法问题，也就是关于路线的方法问题；关于策略手段的方法问题，也就是政策和策略的方法问题；关于工具及其操作程序的方法问题，也就是关于战术的方法问题。如果再进一步概括地说，如果目的方向的问题是关于“做什么”的方法问题，那么途径、策略手段、工具及其操作程序等问题，就是关于“怎么做”的方法问题。这两大概括的方法问题，普遍地存在于人的一切有意识的活动之中，不管人们是否能够自觉地运用它们，或自觉到什么程序来运用它们，它们都贯穿于人的认识活动与实践活动之中。

为了把包括五个环节的方法系统，理解得更具体更确切一些，这里举出相对论建立过程中如何运用方法系统的例子，作为实证。

相对论是研究物体运动与时间、空间关系的物理理论。它不仅是现代物理学的最大成就，给现代科学技术和社会生活带来了不可估量的变化，而且对整个哲学学说也产生了巨大的影响。有充分的理由说，相对论的创立，是人类活动的最典型的活动，它对方法系统的运用，也是现代方法系统的典型运用。相对论的创

立经历了预备阶段、积极研究阶段和完成阶段。而每个阶段，都是方法系统的完整运用过程。其预备阶段，是开始于对“以太风”的研究。即测量地球相对于充满宇宙空间的静止不动的“以太”的速度（物理学史上称之为寻找“以太风”）。从方法论角度来分析，测量地球速度，就是关于研究的目的方向的选定问题；为达此目的方向，当时的物理学家们遵循了法拉第——麦克斯韦所建立的电磁学的测定途径；并且采取实验的策略手段；进而装置了互相垂直的两个干涉臂为实验工具；操作的程序是把整个实验装置转过 90°。如果确实存在“以太风”，那么两束光的干涉条纹应有移动。但是，在各种不同季节的观察，都给出了否定的判决。

对为什么观测不到“以太风”，许多物理学家提出了种种解释。而大多数解释，都是以“以太风”具有绝对空间性质为出发点的。都囿于牛顿的绝对时空观。但是只有马赫指出了用绝对时空观来描述运动是不可能的，物体运动只是宇宙中物体之间的相对转动，而不是物体相对于“以太”转动，“以太”是不存在的。马赫对绝对时空观的批判，关于物体之间的相互联系相互作用，并把运动看作是相对的，这些观点，对爱因斯坦创立相对论是一种有力的启迪。从方法论角度说，马赫关于物体运动的相对性的论断的推出过程，也是个方法系统的运用过程。马赫在其《发展中的力学》一著中，批驳牛顿的绝对时间观说：“……如果有一事物 A 随时间而变化，那末这只是说事物 A 的状态同另一事物 B 的状态有关。如果摆的运行同地球的位置有关，那末它的振动就是在时间上进行的。由于我们在观察摆的时候用不着去考虑它同地球位置的相依关系，而可以把它同任何别的事物作比较（……），所以很容易产生这样一种看法，认为所有这些事物都是无关紧要的，……我们无法量度事物随时间所发生的变化。时间宁可说是我们从事物的变化中所得到的一种抽象，因为，正是由于一切都是互相联系着的，我们就没有必要依靠一种确定的量度。”对牛顿的绝对空间观，也是用类似的方法进行批判的。马赫说：“如果我们说，一

个物体 $K$ 只能由另一个物体 $K'$ 的作用而改变它的方向和速度，那末，当我们用以判断物体 $K$ 的运动的其他物体 $A$，$B$，$C$，……都不存在的时候，我们就根本得不到这样的认识。因此，我们实际上只认识到物体 $K$ 同 $A$，$B$，$C$，……的一种关系。如果我们现在突然想忽略 $A$、$B$、$C$，……，而要谈论物体 $K$ 在绝对空间中的行为，那末我们就要犯双重错误。首先，在 $A$、$B$，$C$，……不存在的情况下，我们就不能知道物体 $K$ 将怎样运动；其次，我们也就因此而没有任何方法，可用以判断物体 $K$ 的行为，并用以验证我们的论断。这样的论断因而也就没有任何自然科学的意义。”“一个物体 $K$ 的运动总是只有在相对于别的物体 $A$，$B$，$C$，……时，才能加以判断。”[①] 马赫这里对牛顿绝对时空观的批判，就是他所选定的目的方向；为达此目的方向，他选定了理论分析的途径；采取了逻辑反驳的策略手段；运用了演绎逻辑的工具；他的演绎推论操作，完全合乎演绎论证规则。因而其论断强而有力，发人深省。

伟大的天才的物理学家爱因斯坦，受到了启迪，首先创立了狭义相对论，在 1905 年发表的《论动体的电动力学》一文中，爱因斯坦说：“下面的考虑是以相对性原理和光速不变原理为依据的，这两条原理我们定义如下：

（1）物理体系的状态据以变化的定律，同描述这些状态变化时所参照的坐标系究竟是用两个在相互匀速移动着的坐标系中的哪一个并无关系。

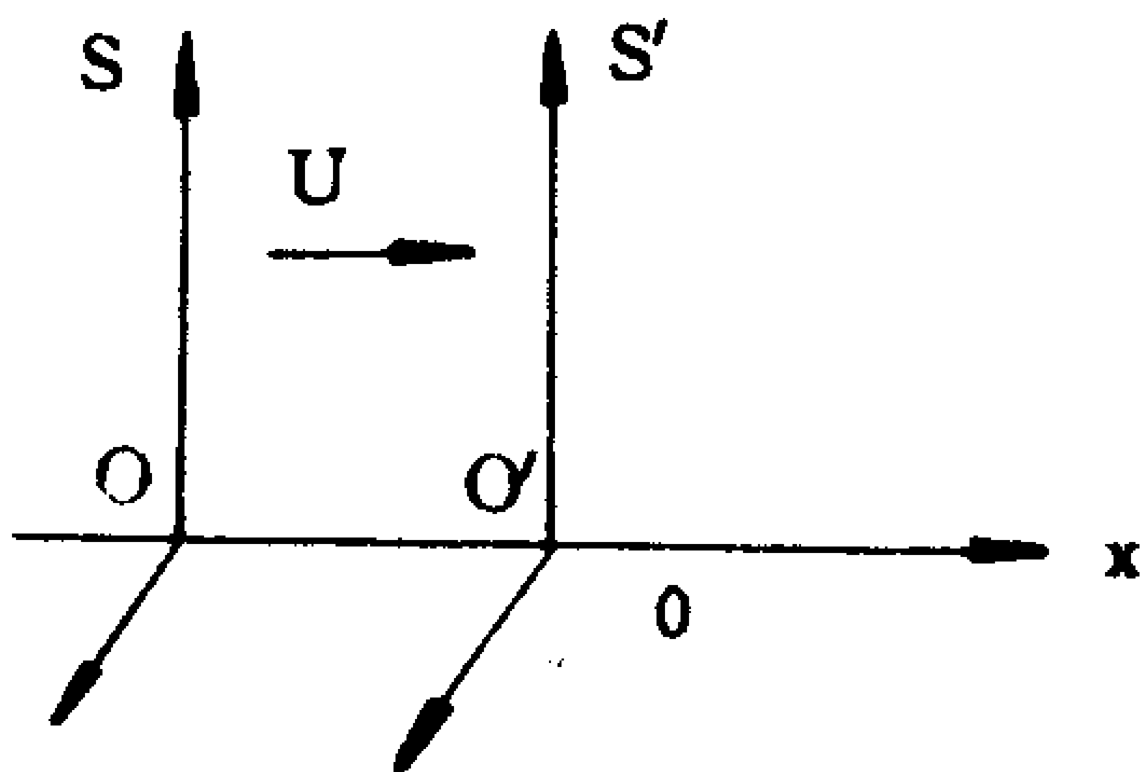
（2）任何光线在‘静止的’坐标系中都是以确定的速度 $v$ 运动着，不管这道光线是由静止的还是运动的物体发射出来。”[②] 这里的第 1 条是相对原理，第 2 条是光速不变原理。爱因斯坦认为，这两条原理，在牛顿绝对时空观上来看，二者是不相容的。按绝

① 爱因斯坦文集第 1 卷，第 86--89 页，商务印书馆，1977。

② 爱因斯坦文集第 2 卷，第 87 页，商务印书馆，1977。

对时空观，不同的惯性系 $S$ 和 $S'$ 所测得的光速 $C$ 和 $C'$ 是不同的，它们遵循通常的速度合成法则，即 $C'=C\pm n$（$n$ 为两坐标系的相对运动速度）。他经过长期的思考之后认为，这个矛盾，是出在绝对时空观，特别是出在同时性的绝对性这些先验观念上。如果把这两个原理结合起来，即可导出新的时空关系。于是他给出了不同惯性系 $S$ 和 $S'$ 之间的时间坐标的变换关系式：

$$x'=\frac{x-vt}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$
$$y'=y$$
$$z'=z$$




$$t'=\frac{t-\frac{vx}{c^2}}{1-\frac{v^2}{c^2}}$$（其中 $v$ 是 $S$ 和 $S'$ 坐标系沿 $x$ 轴相对运动的速度）

从这个变换关系式导出：

（1）“同时性”的相对性：即在一个参考系中是同时发生的事件，在对此参考系作匀速运动的另一个参考系中却不同时。

（2）长度缩短：即运动物体在其运动方向上的长度比静止时缩短。

（3）时钟变慢：即运动的时钟比静止的时钟进行得慢。

（4）质量增加：即物体的质量随运动速度的增加而增大。

（5）质能关系：即物体的质量与能量之间满足质能关系式：$E=mC^2$（$E$ 为能量，$m$ 为质量，$C$ 为光速）。

这五点表明，在狭义相对论中，空间、时间、质量的特性都是相对的，时空是相互联系的，质能是相关的。这种质能关系意味着从原子核内部获取大量能量的可能。狭义相对论创立后，不断得到 $\pi$ 介子衰变实验、飞行 $\mu$ 介子寿命增长实验、电子电磁偏转实验、核反应实验等实践的检验和证实，充分证明了它的科学性和正确性。在爱因斯坦创立相对论的过程中，也同样贯穿着方

法系统的运用。他在《相对论发展简述》中淡论到关键问题时，还反复强调"从方法观点看"。他选定的目的方向是物体运动的相对论；他沿着理论分析的途径；他所采取的策略手段也是逻辑论证；其工具主要是演绎推理；并且严格地按演绎推理规则进行了操作。爱因斯坦运用了对其研究颇为有效的方法系统，在前人成果的基础上导出自己的全新结论，获得了成功。在狭义相对论的基础上，建立广义相对论的过程，其所用的方法系统，基本上与建立狭义相对论的方法系统类型是相同的。广义相对论也得到水星近日点的进动观测结果、光线弯曲观测结果以及引力红移观测结果等的实践检证。

从以上相对论创建过程可以明确，科学活动是不能没有方法系统的运用的。实际上，人的任何活动，皆莫非如此，这是无须一一论列的。这里特别要指出的是，在以往关于方法的定义中，对方法的五个环节，往往缺乏全面的系统的概括，有的把方法仅仅定义为"手段"；有的把方法仅仅定义为"途径"，有的把方法仅仅定义为"工具"或"操作程序"。再概括的多些的，也不过把方法定义为"途径和手段"等等。这些定义，都是"挂一漏万"、"只见树木不见森林"的。尤其是，几乎所有的方法定义，都把目的方向这一重要方法环节排斥在方法定义之外，似乎在活动的目的方向上就不存在方法问题。事实上，在目的方向的问题上，不仅有方法问题，而且有最主要的方法问题。弗·培根早就强调"探讨目标"的重要性[1]。把目的方向的方法问题排除在方法定义之外，则不构成方法系统了，那只能是某些方法片断，根本不成其为系统。不成系统的方法，是不会有效的，作为指导人的活动的方法系统，实质上是人的认识活动过程和实践活动过程一般规律的概括。这种概括必须涵盖活动方法的所有内容和所有方面。

[1] 新工具，16至18世纪西欧各国哲学第30页，商务印书馆，1975。

## 1.2 方法的本质特征

由五个层次要素所构成的方法系统，具有着如下三个方面的本质特征。

1.2.1 主体能动性与客体必然性的高度统一

作为系统的方法，它是人所特有的，特别是就在科学意义上的方法系统来说，更是如此。虽然高等动物也有某些本能活动方式，很类似人的活动方法，甚至在悟性（知性）活动的一些形式上是雷同的。但是，在其性质上却有本质的区别，这一点虽然在某些动物心理学家那里还有不同见解的争论，但基本上是为人类学家们和哲学家们所明确。例如恩格斯就曾肯定过黑格尔关于此点的看法，恩格斯写道："整个悟性活动，即归纳、演绎以及抽象……，对未知对象的分析（一个果核的剖开已经是分析的开端），综合（动物的机灵的动作），以及作为二者的综合的实验（在有新的阻碍和不熟悉的情况下），是我们和动物所共有的。……——相反地，辩证的思维——正因为它是以概念本性的研究为前提一只对于人才是可能的。"[1] 这里首先一个本质区别就是，在高等动物那里，这些活动方式是与生俱来的，仅仅是本能的；而就人来说，则并不停留在这种本能上，而是在实践活动的基础上（在动物，谈不上什么实践），自觉地发展了这些悟性活动方式，将之加以科学化（例如制定出逻辑规则系统来），揭示出这些悟性活动方式的本质；明确出其必然性和必要性及其局限性，并把它们纳入辩证思维模式系统中，这就使得这些悟性方法，在整体科学思维方法大系统中，变成了一个必要的环节。因而在本质上已不同于本能意义上的活动方式了。这也就是自发与自觉的本质区别。再者，人类的活动方法是结合着知识（特别是理论知识）背景来运用这些方法的。而且在运用中能举一反三、触类旁通。在高等动物那里，

---

① 马克思恩格斯选集第3卷，第545页，人民出版社，1973。

这些活动方式，只局限在满足生理本能需要的有限物质对象上，根本就不是什么科学的认识活动和实践活动的方法，当然就更谈不上什么方法系统的选择了。

人所特有的方法系统，不仅是人的自觉能动性的标志，而且是人的主观能动性的最高标志。人之所以为人，不在于盲目地适应外在自然界，而在于凭借着自觉创造出来的方法系统，能动地改造世界，并且凭借着方法系统能充分地发挥人的主观能动性。同时也在改造世界的过程中不断地改造自身，完善自身，从而使自己成为主宰世界的精华。现代的高度物质文明和精神文明证明了，不仅由于人类运用了方法系统获得了这种现代的文明，而且是由于不断发展方法系统，使方法系统不断科学化，不断强化了它的改造能力，才创造了现代的高度文明的结果。方法系统的这种强大的创造力量，正是人的主观能动性的最集中的表现。

为什么方法系统具有如此强大的创造力？为什么方法系统对人类具有如此重大的意义？这不是因为方法系统是什么人的主观任意性的产物，也更不是什么神秘魔术般的高妙技巧，而在于方法系统的科学性，在于方法系统是主观世界与客观世界的联系的有力中介，在于通过科学的方法系统，实现了主体与客体的高度统一。这种高度统一的根本实质是，通过方法系统，得以实现正确地反映主客体以及主客体关系的本质特征及其发展规律性，从而驾驭了这种规律性。这正如黑格尔所指出的："在探索的认识中，方法也就是工具，是主观方面的某种手段，主观方面通过这个手段和客体发生关系……在真理的认识中，方法不仅是许多已知规定的集合，而且是概念的自在和自为的规定性，这种概念之所以是中名词（逻辑推理的格中的中项），只是因为它同样也有客观东西的意义。……绝对的方法（即认识客观真理的方法）不是起外在反思的作用，而是从它的对象自身中采取规定的东西，因为这

个方法本身就是对象的内在原则和灵魂。”[①] 这里所说的对象的内在原则和灵魂，就是客观世界的必然规律。人虽然不能从根本上改变这种客观必然性，但人却可以认识它以及它和人的关系，并根据它而创造条件，使它向有利于人的需要的方向发展变化。例如根据物体运动中的能量与质量和速度的必然联系（$E=mC^2$）而获得原子能；利用价值法则控制市场导向，等等。如此，则人的方法系统，不仅能使人的活动正确地符合客观必然规律，而且能使人的主观能动性得到最大限度地发挥。实现主客体的高度统一。

1.2.2 层次有机性与功能互补性的高度统一

方法系统的巨大作用，除了因为它是主客体的高度统一之外，还在于它是一个多层次的有机体，它的多层要素的功能是相互补充的、合力的。方法系统内函着：关于人的活动的目的方向的方法层次；关于达到目的方向所要通行的途径的方法层次；关于达到目的方向的策略手段的方法层次；关于实现目的方向的工具及其操作程序的方法层次。只有这些方法层次的有机结合，才能起到整体功能的作用，发挥创造性的力量。这五个层次的方法要素，既不能缺少任何一个，又不能相互取代，而且层次顺序也是不能改变的。它们之间的这种有机的层次关系，同各个层次要素功能的互补关系一样，都有其客观的规定性和特质性，它们相辅相成，相互制约，浑然一体。一定的目的方向，规定着一定的途径；一定的途径，规定着一定的策略手段；一定的策略手段，规定着一定的工具和一定的操作程序。反过来看也一样，一定的操作程序，只适用于一定的工具；一定的工具，只适用于一定的策略手段；一定的策略手段，只适用于一定的途径，一定的途径只适用于一定的目的方向。如果无视方法系统的这种层次有机性与功能互补性的统一特征，而任意取其某个或某几个层次，予以任意地运用，则

① 转引自列宁哲学笔记，第207—208页，人民出版社，1956。原文见黑格尔逻辑学中译本下卷，第532—537页，商务印书馆，1976。

将破坏其有机的整体性功能，而失掉方法系统的作用。例如为了增产粮食，不仅只选定这个目的方向不行，而且即使还选定了扩大耕地面积的途径以及科学种田的策略手段，但却没选定有力的工具，或者连有力的工具也都选定了，但却不懂操作程序，不能进行操作，那么，增产粮食也就会落空。其他活动也都是如此，道理是显然的。

1.2.3 系统的多样性与选择性的高度统一

人的活动是多种多样的，因而指导活动的方法系统也是多种多样的。多种多样的方法系统，对于某种特定的具体的活动来说，并不一定都是合适的有效的。有效的合适的方法系统，一般地说，总是从多样性的方法系统中选择出来的，总是体现着方法系统的多样性与选择性的高度统一的特征。

处于与自然界的复杂关系以及与社会的复杂关系下的人的活动，不仅受着环境条件的客观制约，同时也受人本身的生理的心理的以及知识的等等主观条件的制约，因而，人的活动及其所依据的方法系统，也就有多种可能性。究竟从事何种活动，运用什么方法系统指导活动，能够最佳地满足需要，这就存在着很大的选择性。例如，对人生有决定意义的社会职业的选择就是如此。摆在一个人面前的职业是多种多样的，但一个人不可能同时从事多种多样的职业，总须在多样性的职业中作出恰当的选择。职业的选择，就是方法系统的关于目的方向的方法层次的运用，并且还必须相应地作出从事选定职业的其他方法层次的选择。这种选择的正确与否，关系到成功或失败。同样的道理，可以推广到人的一切活动，包括一切个人的活动和群体的一切活动。

就方法系统总体来说，有个多样性与选择性的统一特征问题，就方法系统的各个层次环节来说，也存在着多样性与选择性的统一特征问题。关于目的方向的方法层次的选择，是第一层次的选择，具体情况有如上述，但这第一层次的选择，对其下属各层次影响甚大，有很强的制约作用。当然，这种制约不是绝对的，因

为其下属各层次也各有其相对独立性,而且也都各有其多样性。关于途径的方法层次的多样性表现为“捷径”与“曲径”,“畅通”与“不畅通”等等的区别上，甚至“捷径”、“畅通”的途径，还有个具体的程度的差别的多样性问题。因此存在着很大的选择性。关于策略手段的方法层次，有恰当与不恰当与恰当的程度等等的多样性问题；关于工具的方法层次有有力与无力以及有力的程度等等的多样性问题；关于操作程序有个能行不能行以及能行的程度的多样性问题，等等。总之，有效的方法系统，总是在多样性的方法系统中选择出来的，不论是方法系统整体还是系统的各个层次。

方法系统的多样性与选择性的高度统一，是任何具体的有效的方法系统的一种现实性和直接性的表现。它以方法系统的主客体高度统一、层次有机性与功能互补性的高度统一为基础和前提，并以其现实性与直接性集中地反映着主客体的高度统一和层次有机性与功能互补性的高度统一。所以，我们才在方法系统的定义中，把“选择系统”作为最高范畴来给“方法”下定义。

# 2 方法的来源与发展

## 2.1 方法系统的来源

具有上述内在结构和特征的方法系统，是从哪里来的？它不会是来源于人与一般高等动物的本能活动，也不会是来源于人的盲目性活动；而是来源于人的认识活动和实践活动，特别是直接来源于在实践基础上的认识活动获得的结果——知识。

人类发展史表明,从类人猿发展为人的根本转化环节是劳动。而劳动的典型标志是制造劳动工具，制造劳动工具就是一种方法系统的运用。没有方法系统的指导和运用，是不可能制造出确切意义上的劳动工具来的。制造劳动工具，首先就有个目的方向、途

径、手段、工具及其操作的程序的选择问题。这一点无论是人类祖先制造简单的石器工具也好，也无论现代人制造高、精、尖电子仪器也好，莫非如此。人的劳动实践是由多种的相关因素构成的，在从事劳动实践之前以及在劳动进行过程中，不断地、逐渐地认识了这些相关因素，其中最重要的是对劳动对象、对人自身以及人与劳动对象的关系、人与人之间的关系的认识。有了这些认识，才能据以明确如何处理这些问题，并进而在此基础上，实现进一步的认识上的升华，构造出能够控制、改造对象，控制改造人与对象的关系，控制改造人间的关系，以及控制、改造人类自身的有效的方法系统。如果没有对上列诸种事物及其关系的一定的认识成果，即没有有关的系统知识，那么就无从建立什么系统的方法。例如，如果没有对某些植物果实的性质、生长条件及其生长规律的知识；没有果实对人体的营养价值关系的知识，那么也就不可能明确获取果实和选择何种果实的目的方向；也就更无从明确遵循什么途径，采取什么手段，运用什么工具和操作程序，来进行培植、耕作等方法系统了。同样的，如果没有关于原子核裂变、聚变的规律的知识，没有这种裂变或聚变能释放巨大能量的作用和价值的知识，也就不可能制定出研制原子弹、核电的目的方向、途径、手段、工具及其操作程序的方法系统了。可以说，方法系统不仅不是与生俱来的，而且也不是直接产生于人的实践活动本身，而是直接来源于知识，是知识的升华，是对知识的创造性的运用的产物。

这里所说的知识，起码是在一定程度上反映了事物本质特征及其规律性的较系统的知识，而不是一知半解的知识，即使是经验知识，也须是较系统的，在一定程度上符合事物本质特征及其规律性的经验知识，在经验知识的基础上，可以总结、概括出经验的方法系统。例如中医药的许多方法系统，就是这类经验方法系统，而真正科学性的方法系统，则只能产生自对事物的科学理论的系统知识，即在理念水平上把握了事物的本质特征及其规律

的科学知识，例如建立在元素周期律理论系统之上的化学方法系统，建立在量子化学理论基础上的量子化学方法系统等等。

这里所说的，方法系统是知识系统的升华，首先是意味着知识系统本身还不就等于方法系统。方法系统是以知识系统为前提条件，并运用知识系统，来选定活动的目的方向、途径、手段、工具及其操作程序等方法系统。方法系统须依知识系统来选定，不仅就方法系统整体说是如此，而且方法系统诸层次要素的选定也是如此，例如关于途径的选定，由于事物的发展变化，在不同的条件下，有着多种可能性转化为现实性，这就须具有关于主客观条件的知识，有关于具体事物的可能性与现实性的联系的知识等等才能做到最佳的选定。其他如策略手段、工具及其操作程序的选定，皆须具备有关的特定知识。所以，在这种意义上说，方法系统就是知识系统的运用，是由知识系统转化而来的，当知识系统转化为方法系统的时候，就具有了控制改造主客观世界及其关系的创造性的功能，因此说，方法系统是知识系统的升华。知识系统之转化、升华为方法系统，在近现代以来的科学技术活动中，表现为越来越大量，越来越突出，可以说大多数新兴的边缘学科方法系统，都是由相关的学科知识系统的汇合而来的。并且这种方法系统一旦形成，就常常带来新学科的创立。这真可谓方法系统与知识系统相互联系相互转化，相互创造。如果从广义上说，方法系统本身也是一种知识系统，但方法系统是一种具有创造性、改造性的功能的知识系统，因而它不同于一般的知识系统，宁可说方法系统是能驾驭知识的系统，是知识系统中的选择系统，是知识系统的动力系统。运用这种动力系统，就能够创造出新的精神产品（包括知识在内）或物质产品。

### 2.2 方法系统的发展

作为产生于知识系统基础上的方法系统，是随着认识世界和改造世界的活动的发展而发展的，它受制于社会生产力与生产关

系；受制于社会文化、意识形态以及价值观念等等的条件；也还受制于人的生理的、心理的等等的条件。这些制约方法系统发生发展的条件的水平，决定着方法系统的水平。因此，为古代人所制定并运用的方法系统，只能是初级的简单的经验方法，例如古人的简单的狩猎方法、采集方法等等。进一步发展了的手工业方法，则为较复杂化了的方法，但却仍属经验方法范畴，直到文艺复兴的近代科学诞生之后，才有科学意义上的方法系统，即建立在科学理论知识系统基础上的方法系统。不过以近代科学为基础的近代方法系统，还仅仅是科学方法系统的初级形态。这种方法系统受着近代科学水平的制约，带有很大的局限性，其主要特点是静止、孤立、片面看事物的分析科学的性质。这类方法系统只能揭示对象的一般抽象性或对象的某些侧面的特征和规律性，而不能综合地把握对象的深层本质和广泛的多方位多层面的普遍必然联系规律。因而在哲学上把这种近代方法系统称之为形而上学方法。形而上学方法虽然已不属于经验方法范畴，而属于科学方法范畴，并且对分析型科学是必要的，但对更深刻的认识事物就不够用了。所以，恩格斯曾指出“一切差别都在中间阶段融合，一切对立的东西都经过中间环节而互相过渡；对自然科学发展的这种阶段来说，旧的形而上学的思维方法便不够用了。辩证法不知道什么绝对分明的界限，不知道什么无条件的普遍有效的‘非此即彼’，它使固定的形而上学的差异互相过渡，除了‘非此即彼’又在适当的地方承认‘亦此亦彼’，并且把对立的东西调和起来，辩证法是唯一适合于自然科学现在这个发展阶段的更高级的思维方法。自然，对于日常应用，对于科学的小买卖，形而上学的范畴仍然有其效力。”[1] 这就是说，形而上学方法对分析型科学还是有作用的，但是如果把形而上学当作世界观，把它绝对化，则成了反科学的哲学方法了。随着近代分析型科学向现代综合型科学

① 恩格斯，自然辩证法，第175页，人民出版社，1995

发展的同时，则出现了分析与综合相统一的并以综合型为主导的现代科学方法系统，这就是辩证方法系统。这种方法系统是建立在物种进化理论、能量转化理论、细胞理论等等自然科学基础之上，并且得到了微观物理学、量子力学、相对论以及天体演化学等现代前沿科学成果的证实。辩证方法是由黑格尔集前人成果之大成创立起完整的理论体系的，但这个体系是在他的客观唯心主义框架之内。后来经过马克思和恩格斯的创造性的改造，建立了唯物辩证方法，这种唯物辩证方法，是自古以来各派哲学家相继努力的结果，是人类认识世界和改造世界的最高结晶。它是具有最普遍意义的方法系统。当然这种唯物辩证方法系统，只能建成于近现代。就现代最新的方法系统成果来说，还有为贝塔朗菲等自然科学家所创立的系统方法论的方法系统。这种方法系统，在一些重要的方面上对唯物辩证法作出了更具体的发挥、补充和发展。对现代认识世界和改造世界起到了巨大的作用。

从方法系统的发展历史来看，方法系统的发展，呈现了从简单到复杂，从片面到全面，从感性到理性，从分析到综合等等的规律性。如果立足于现代科学技术活动和社会改革活动等现实实际来看，方法系统发展的趋势，有如下两大特点：第一，方法系统呈现出大一统的趋势。这很类似于爱因斯坦所预言的大一统物理学。方法系统的发展越来越突破它的局部性和孤立性。而呈现出各种方法系统的相互结合、相互渗透、相互转化；往往是在一个或几个领域内所创建的方法系统，却可以推广到其他领域，甚至推广到一切领域，这一点且不说哲学方法和逻辑方法是如此，就是植根于生物学、通讯学等等的系统方法，也越来越显示出它的普遍性效应。这就是说，创建于部门科学领域的方法系统往往具有较大的哲学方法性质。从而大大地充实丰富了哲学方法，使哲学方法越来越深入到一切具体的认识活动和实践活动中去。

与上一趋势相联系的另一个方法系统的发展趋势是，实证方法与理性方法的紧密结合，并且越来越侧重在实证方法基础上的

理性方法，这种发展趋势的特点，特别表现在现代的尖端科学上，例如微观粒子科学、宇观天文学，相对论，脑神经科学等等的研究，主要靠实证基础上的理性思辨，爱因斯坦的相对论，主要靠的不是一般的物理实验，而是靠的“思想实验”，靠的是逻辑推理方法，这种趋势，是根源于现代科学之从宏观向微观和宇观的发展。像微观粒子、宇观天体的研究，仅靠实证是无济于事的。尽管现代科学仪器和设备已空前的精良，也不能不如此。

## 3 方法和方法论的类型

### 3.1 方法系统的类型

经过漫长的发展历程，方法系统到现代已形成了种类繁多、丰富多彩的类型。它们各具特色、相互联系，共同构筑了现代方法系统的整体网络体系。这个网络体系具有着多种属性、多种特点、多种层面，包罗着既相联系又相区别的各种各样的子系统和分支系统，因而可以从不同的角度，依据不同的标准，进行多种不同的分类。

方法系统是人的活动的方法系统，因此一般地说，有多少种人的活动，就有多少种方法系统。从人的大的活动类型来看，首先划分为认识活动和实践活动，根据这种区分，就可有认识方法系统和实践方法系统。进而又可对这两大系统分别进行多层次的划分。

就认识方法系统来说，可以根据认识形式的不同，而分为感性认识方法系统和理性认识方法系统。感性认识方法系统又可根据其感性认识形式的不同，而分为感觉、知觉、表象、想象、联想等方法系统。同样地，理性认识方法系统，可以根据理性思维形式的不同，而分为逻辑思维方法系统，形象思维方法系统和直觉思维方法系统。而逻辑思维方法系统，又可根据逻辑思维形式

的不同，而分为形式逻辑的思维方法系统和辩证逻辑思维方法系统。进而还可根据这两种逻辑思维方法的基本组成要素的不同，而划分为两种逻辑思维方法的更具体的类型。例如形式逻辑思维方法可划分为概念的方法系统、判断的方法系统、推理的方法系统；概念的方法系统又可根据概念内涵与外延的方法区别分为定义的方法系统和划分的方法系统，等等。同样地，其他的认识方法，都可以依据不同的标准，而划分为许多层次。

就实践方法系统来说，也可以依据不同的标准而分为诸多类型。实践活动是一种变革主客体及其关系的物质性活动，它涉及到作为物质主体的人，涉及到作为客体的物质自然界，涉及到作为活动手段的物质工具，这些都是物质性的实体，这些物质性的实体的联结方式，就是方法系统，在方法系统的作用下，主客体及其相互关系则得到改造。因此，首先可以根据改造主客体和主客体关系的不同，而将实践方法系统划分为改造客体的实践方法，改造主体的实践方法，和改造主客体关系的实践方法，进而根据改造客体和改造主体和改造主客体关系的对象领域的不同，而将三者再划分为多个层次类型。例如改造客体的方法系统，可以根据其对象领域的不同，而划分为生产实践方法，科学实验方法；改造主体的方法系统，可以根据其对象领域的不同，而划分为教育方法、体育方法、医疗卫生方法等；改造主客体关系的方法系统，可以根据其对象领域的区别而划分为经济方法、政治方法、法律方法、军事方法、管理方法、人际交际方法等。这些实践方法，还可作进一步的划分，例如生产实践方法，就可以根据生产对象的不同，而划分为农业生产方法和工业生产方法；农业生产方法又可根据其生产种类的不同，而划分为粮、棉、林、牧、副、渔等方法；工业生产方法亦可根据其生产种类的不同，而划分为重工业生产方法和轻工业生产方法；重工业生产方法，又可分为冶金工业、制造工业等方法；冶金工业方法又可分为有色金属生产方法与黑色金属生产方法；有色金属生产方法又可分为金、银、铜、

铁、锡等的生产方法。如此，等等。

关于实践方法类型的划分中，须要说明的是，作为主体的人，在实践活动及其方法系统中，有时是处在主体的地位，有时也可以是处在客体的地位，例如在改造主客体关系的实践方法系统中，主客体都可以是人，像在经济、法律、军事、管理、社会交际等方法系统中，主客体都是人。当然，即使在这种情况下，主客体也都是作为物质实体而存在。因此，这类方法，仍属实践方法范畴。再者，关于改造客体的实践方法，也不是纯粹的只改造物质自然界，而是在一定程度上，也存在着改造主客体关系的作用。就改造主体的方法系统来说，也不是纯粹的单只改造主体，实际上，改造主体的同时和结果，也会在一定程度上起到改造主客体关系的作用。这就是说，即使根据事物本质的分类，也不是绝对的，而是相对的。事物的差别性是以同一性为存在的条件，反之亦然。因此，在对待分类的问题上，必须明确两点：其一，分类是有意义的，它可以使我们有条理地把握对象；其二，它的意义不是绝对的，必须从对象的联系上、相互渗透上、发展变化上来对待分类。方法分类可用树图（图 3.1）显示得更明确。

上面所论述的方法系统分类，都只是大概的情况，并非包罗无遗的。而就方法树图来说，甚至尚未列出论述中所提到的所有方法系列的所有层次，只是把认识方法中的逻辑思维方法的形式逻辑方法系列全部列出，把实践方法中的重工业生产方法的有色金属生产方法系列全部列出。如此以“窥一斑，而知全豹。”

## 3.2 方法论的类型

以上是就方法系统本身所具有的特征来进行的方法系统分类。这种分类对准确地有效地认识和运用方法系统都有重要的意义，如果就研究方法系统的理论学说来说，即就方法论来说，则也有多种多样的类型。随着人类社会实践以及科学理论（包括关于方法的科学理论）的发展，方法论到现在已形成了多层次的许

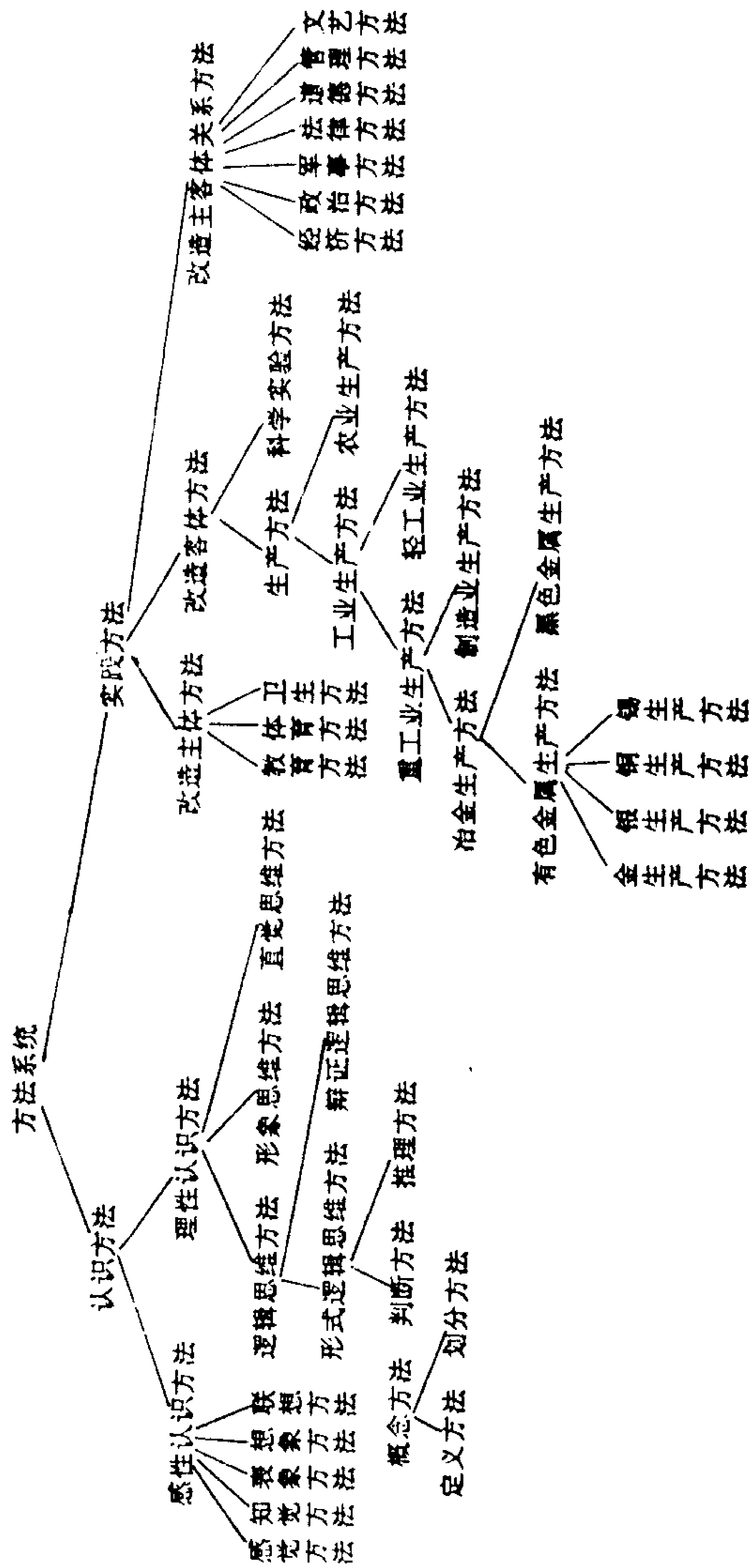

方法系统
认识方法
感性认识方法
感觉方法
知觉方法
表象方法
想象方法
联想方法
理性认识方法
逻辑思维方法
形式逻辑思维方法
概念方法
定义方法
划分方法
判断方法
推理方法
辩证逻辑思维方法
形象思维方法
直觉思维方法
实践方法
改造主体方法
教育方法
体育方法
卫生方法
改造客体方法
生产方法
工业生产方法
重工业生产方法
冶金生产方法
有色金属生产方法
金生产方法
银生产方法
铜生产方法
锡生产方法
黑色金属生产方法
制造业生产方法
轻工业生产方法
农业生产方法
科学实验方法
改造主客体关系方法
经济方法
政治方法
军事方法
法律方法
道德方法
管理方法
文艺方法

图 3.1

多学科和分支。如数、理、化、天、地、生等学科方法论及其分支学科方法论；经济、政治、法律、管理等学科的方法论及其分支学科方法论；逻辑思维、形象思维、直觉思维等学科方法论及其分支学科方法论；认知心理、情感心理、意志心理等学科方法论及其分支学科方法论；文学、艺术、戏剧、音乐等学科方法论及其分支学科方法论；计算机科学、人工智能、知识工程等学科方法论及其分支学科方法论；自然语言、人工语言、情报、传播等学科方法论及其分支学科方法论；还有系统论、信息论、控制论、协同论、耗散结构论、突变论等学科方法论。在这些学科方法论的基础上还形成了三大学科领域的方法论，如自然科学方法论、社会科学方法论、文艺学方法论以及哲学方法论。同时，也分别形成了以各种学科及其分支学科方法论为前提的生产物质产品和精神产品的各种工程技术方法，如电子、能源、超导、激光等工程技术方法；如小说、诗歌、音乐等创作工程技术方法，等等。并在所有这一切方法论基础上又形成了总括一切方法论的方法论原理系统。如此看来，方法论科学，已经形成了一个庞大的学科群体。这个学科群体，不是散在杂陈的，而一个包括多层次、多系列子系统的有机的整体大系统。它是人类智慧的最高结晶，它光芒四射，照耀着人类开拓、创造的宏伟途程。

这个方法论整体大系统，是把前面 3.1 节中所论列的各种方法系统作为研究对象的，认识方法系统和实践方法系统，包括二者的各层子系统，都分别在各种方法论中加以分析研究和综合研究，揭示出各种方法系统的本质特征及其规律性以及它们的价值性和应用性。当然，有的方法论系统既包括认识方法系统又包括实践方法系统。例如自然科学方法论系统中的工程技术层次方法论，就既包括认识方法又包括实践方法。还有的方法论系统只包括认识方法，而不包括实践方法，例如哲学方法论、思维科学方法论等等。方法论这五个层次的整体大系统，用方法论分类树图（图 3.2）可显示得更明确。

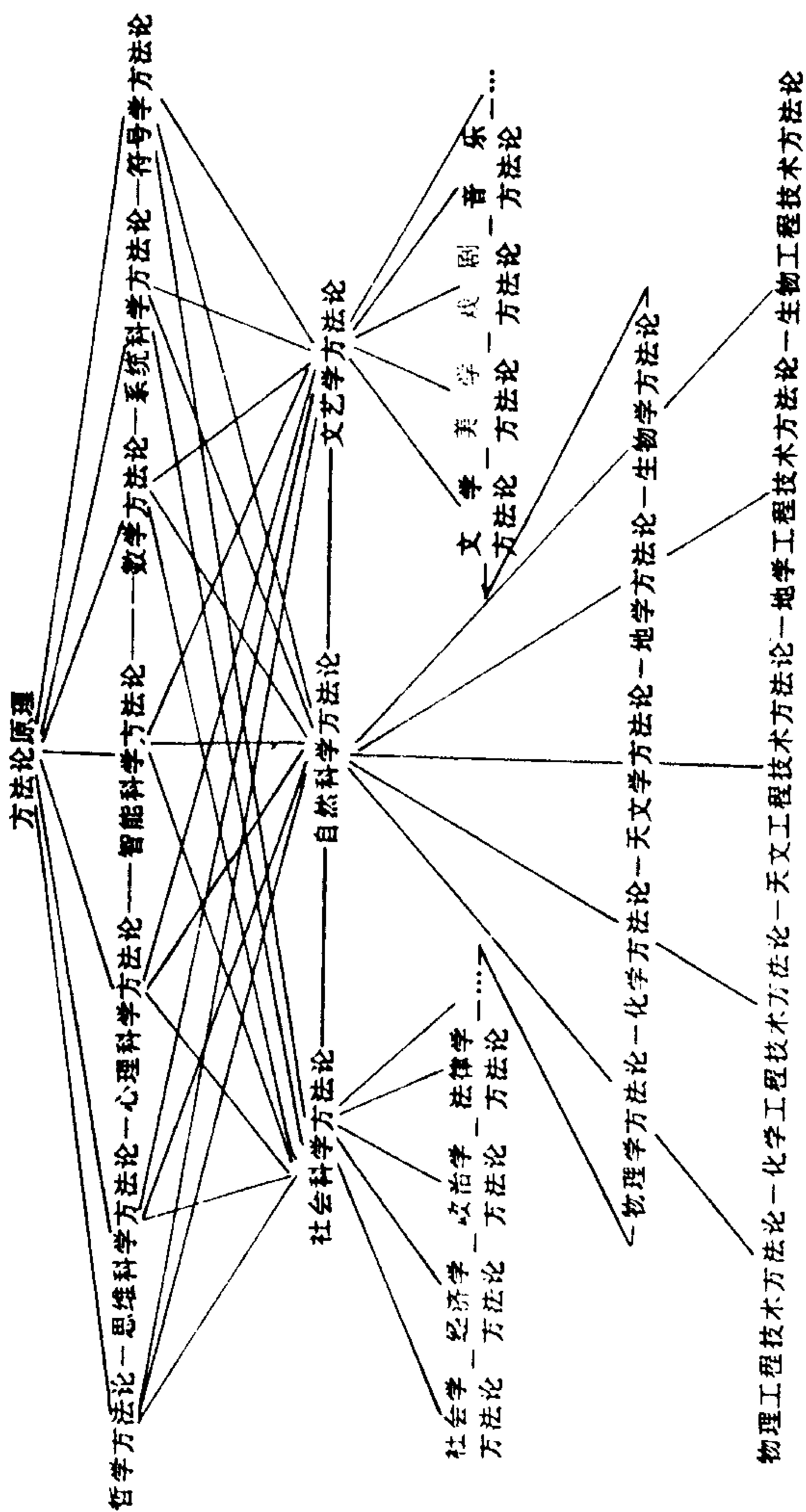

方法论原理
哲学方法论—思维科学方法论—心理科学方法论——智能科学方法论——数学方法论—系统科学方法论—符号学方法论
社会科学方法论——自然科学方法论——文艺学方法论
社会学方法论—经济学方法论—政治学方法论—法律学方法论—……
文学方法论—美学方法论—戏剧方法论—音乐方法论—……
物理学方法论—化学方法论—天文学方法论—地学方法论—生物学方法论
物理工程技术方法论—化学工程技术方法论—天文工程技术方法论—地学工程技术方法论—生物工程技术方法论

图 3.2

方法论体系中的各种方法论，还可以根据具体应用等情况，而作出其他类型的划分。例如把方法系统划分为研究方法和表述方法。还可以根据应用范围，划分为一般方法、特殊方法、个别方法，等等。在这里所作的层次划分，也是大致的、基本的划分。实际上，划分是无限的，随着认识和实践的发展以及具体实际的需要，还可以有更多层次的划分。

## 4 方法和方法论的评价

方法论中论述的各种方法系统，是对认识活动和实践活动中，自觉和不自觉运用的杂多的方法，进行总结、提炼、升华的结果，是条理化、规范化、系统化了的理论形态上的方法系统。这种方法系统，要比自发的、散在的方法强而有力得多。因为理论化、科学化了的方法系统，更加符合对象的本质特征及其规律，因而方法的功能也就得到了加强，方法的作用也就更能得到充分的发挥。

所谓方法论的评价，主要是指对系统化、科学化了的方法系统的功能的评价。方法系统的功能，也就是人运用方法系统于对象，而发生主客体相互作用的功能。人在活动中运用方法系统于对象，或则达到认识对象，使人们认识符合于对象的实际；或则引起对象的改变，造成人所需要的结果。总括地说，就是人对主客体对象及其关系进行加工、制作和改造的能力。在现代方法论的总体系统中，包括着许多层次、许多类型的方法系统，而各种方法系统，都有其独特的结构和特征，因此，它们的功能、价值也各不相同。正确评价各种方法系统，无论在认识上，或者在运用上，都是方法研究上的重要一环。

方法论总体中，最高层次是方法论原理，它是所有方法论的总体概括，它概括的是一切方法论、方法系统的共同本质特征及其发生发展的规律。它为正确地认识、把握和运用各种方法系统提供了根本的理论基础。

在各种类型的方法论总体系统中，处在第二层次的是哲学方法论、思维科学方法论、心理科学方法论、智能科学方法论、数学方法论、系统科学方法论、符号学方法论。这些方法论所提供的方法系统，都具有普遍的应用价值。它们都以各自特殊功能被应用于自然科学、社会科学、文艺美学的各种方法论之中。哲学方法论所提供的方法系统，是关于自然、社会、思维的最一般的运动规律的认识方法。例如唯物辩证方法，它根据唯物主义本体论原则，提出了“实事求是”的方法；根据矛盾运动法则，提出了“矛盾分析”方法、“全面看问题”方法、“具体问题具体对待”方法等等。唯物辩证方法，是人类认识世界和改造世界的总体概括，是哲学方法的最高成就。相比之下，它比任何哲学派别的方法论都优越的多，其他哲学方法，如影响较大的现象学方法、实用主义方法、实证主义方法、结构主义方法、科学哲学方法等虽然也各有其独到之处，也都在一定范围内有其功能、价值，但总的来说，都不如唯物辩证方法那样深刻、全面、客观。因而不管人们自觉不自觉、愿意不愿意，都不能不在实际活动中遵守它、运用它。当然，必须明确，包括唯物辩证法在内的一切哲学方法（如美学、道德学等），都是属认识方法范畴，虽然哲学方法和其他认识方法一样，都要在不同程度上渗透到、运用到实践过程中去，但它们本身仍然是不属于实践方法范畴。

思维科学方法论，是关于各种思维的活动形式及其规律性的方法系统的理论，其中包括逻辑思维方法、形象思维方法和直觉（或灵感，顿悟）思维方法。思维方法也具有普遍的应用性，特别是逻辑思维方法，更是如此，就是形象思维方法和直觉思维方法，也须以逻辑思维方法为基础。之所以如此，是因为人是理性动物，而理性的根本体现是逻辑思维，可以说没有逻辑思维人也就不成其为人了。所以自古以来，逻辑思维方法就被首先地进行了研究，并且较早地建成了科学方法系统，例如亚里士多德的《工具论》。在《工具论》中，亚氏就把逻辑定义为：关于科学研究的方法和

原则的科学，关于证明的科学。它提出了关于概念、判断、推理、论证等系统的理论和运用规则，创立了完整的形式逻辑方法系统。随着近现代数理科学的发展，在形式逻辑中引进了数学方法，并创造了符号化、形式化、系统化的数理逻辑以及时态逻辑、道义逻辑、量子逻辑等30来个应用逻辑分支系统，这充分反映了现代认识和实践对逻辑思维方法的广泛的迫切的需求，也反映着人类的活动越来越向高精度的理性水平发展。当然尽管有如此多种形式逻辑方法出现，仍然不能满足现代思维的需要，因而在形式逻辑方法的基础上，又创建了辩证逻辑方法。因为形式逻辑方法只能反映事物的抽象性和事物的外在简单关系，而只有辩证逻辑方法，才能全面反映事物的内在深层本质及其发生发展的规律性。从而在形式逻辑方法所获得的抽象真理的基础上，获得具体真理。形象思维方法和直觉思维方法，也是具有特殊功能的思维方法。形象思维方法以意象等形象形式反映事物。主要适应文学、艺术、戏剧、音乐、影视等文艺创作活动的特殊需要。直觉思维方法，主要是表现在科技发明创造的活动中，它是一种突发型、飞跃型的思维方法，往往能够解决百思不得其解的问题，具有“偶有感触，豁然开朗”之功效。

心理科学方法论，也是具有普遍应用价值的方法论，它提供关于认识和运用人的心理（知、情、意等方面）的方法系统，心理方法适用于人的一切活动，包括认识活动和实践活动。对认识活动之不能离开人的心理因素及其方法且不必详论，只就实践方法来说，也离不开心理因素，例如改造人主体的活动就离不开心理方法，特别是生理心理方法和心理医疗方法。至于关于自然、社会、文艺等等科学研究和创作就更须运用心理学方法了。

智能科学方法论，与心理学方法论有较密切的联系。但智能科学方法主要是研制和运用计算机、人工智能、知识工程等的方法。这种方法系统对于研究自然、社会、文艺都有用，特别对现代科学技术很有用。甚至这种方法系统本身就是一种最尖端的工

程技术，是一种智能开发和应用的重要手段和工具。所以它也是具有普遍应用价值。

数学方法是关于数量和空间关系的研究和运用的方法系统。这种方法系统，是一切认识活动、一切科学活动所不可缺少的方法。对事物的定量认识，是现代科学认识的重要标准之一。凡是科学的认识，都须是定量认识与定性认识的统一。没有定量的认识，不可能达到精确的科学的定性认识，因为事物的量与质是统一的。当然，只有定量分析而无定性认识，那也是片面的，只限于形式上的认识。在一定的意义上可以说，精确的定量是为了达到精确的定性。

为贝塔兰菲（Ludwig von Bertalanffy）等所创立的全面运用数学方法的系统科学方法，也是一种普遍性很大的现代科学方法系统。这种方法系统在工程技术上得到了广泛的卓有成效的应用，并逐渐被普遍地运用于一切领域。特别是对大型的技术工程和经济工程，以及社会工程、军事工程，都有很大的效果。正是由于系统科学方法具有如此普遍的高效的功能，因而有些人认为它也是一种哲学方法。但这是不确切的。哲学方法主要是关于研究世界本原的本体论方法，也还包括认识论、道德论、美学等方法。而系统科学方法却不包含这些方面的方法内容。就系统方法与唯物辩证方法的比较而言，系统方法在系统的结构、层次、要素、功能等等方面的研究，要具体得多。然而，系统方法却未及唯物辩证方法那样深刻地揭示了事物的矛盾运动法则；也未能确切地揭示出事物发展的内在辩证否定机制和辩证关系。

符号学方法论，是近年来发展很迅速的一种带有普遍应用性的方法系统理论。这种方法主要是为了精确地运用语言、信号而发展起来的。为了避免自然语言的模糊性和歧义性，而创制出人工符号语言，并从语法、语义、语用这三维上来分析研究人工符号语言；从语法的维面上构造出运用人工符号，按一定的能行规则进行操作运算的形式化系统。因此，可以把这种方法称之为形

式化的方法。这种形式化的符号操作，能使思维活动大为方便、简捷、精确。因此，这种形式化的符号方法，不仅在一切科学研究中得到广泛地应用，而且在许多技术实践中也得到了广泛地应用。它不仅具有认识方法功能，而且具有实践方法功能。与人工符号语言相类似的其他各种指号，是应用得最广泛的，例如在技术设备上的指导、符号、信号等的应用。

上述这些具有普遍应用价值的方法论，除了哲学方法是以普遍世界为对象外，其他方法论都是从研究某类事物或其某些侧面的科学理论中总结出来的，但它们一旦形成，其应用价值就具有普遍性，都是这样那样地贯穿于特殊的和个别的活动之中和有关的方法论之中；而这类具有普遍应用性的方法之间，也往往是互补的，都是处在相互作用的关系之中。

第三层次的方法论，即自然科学方法论、社会科学方法论、文艺学方法论。这三个大的学科领域方法论，是各自概括了其本领域所有实证的具体学科及其分支学科和技术学科的共同性的方法论问题而形成的，因而适用于本领域的各个学科。它们也带有较大的普遍性。例如自然科学方法论中的实验方法，社会科学方法论中的调查研究方法，文艺学方法论中的典型化方法等等。

第四层次的方法论，即各个大学科领域中的学科方法论及其分支学科的方法论。例如自然科学方法论领域中的物理、化学、生物、地理等等方法论；社会科学方法论领域中的经济、政治、法律、军事、教育等等方法论；文艺学方法论领域中的文学、戏剧、美术等等方法论。这类第四层次的方法论一般都包括一些分支学科、边缘学科方法论，例如物理学方法论中的核子物理方法论和物理化学方法论；经济学方法论中的工业经济方法论和经济管理方法论；文学方法论中的外国文学方法论和影视文学方法论等等。这第四层次方法论，特别是分支学科、边缘学科方法论，往往带有一定的应用技术科学或工程技术方法论的成分，即属于实践方法的成分。例如物理、化学的实验，分支的、边缘的物理、化学

的应用技术方法成分等等。

第五层次的方法论，是工程技术方法论，其主要内容是关于科技应用、产品开发等技术方法。这个层次的方法，实际上就是科学技术转化为直接的生产力的方法层次。这是这个层次方法系统的主要功能特点。这个特点表明着工程技术方法，主要的是属于实践方法，当然也包括着认识方法。例如，集成电路的设计、研制、生产程序等问题。都包括在集成电路的工程技术方法论之中。其中主要的是实践方法。因此，科学技术的经济效益和社会效益，都要在这第五层次方法论中具体表现出来。它是认识世界、改进世界活动最直接的方法层次。

总观方法论整体大系统的五个层次，可以明确，方法论大系统是一个上下左右贯通的有机大系统。高层次的方法原则，逐层地贯穿于低层次的方法论之中；反过来看，低层次的方法系统不断地以其所获取的生动的新鲜的内容，充实着、丰富着高层次的方法，不断地促进方法大系统的发展。

## 5 方法和方法论的运用

如前所述，方法系统本身就是一个关于目的方向、途径、策略手段、工具及其操作程序的选择系统。那是就方法系统内在结构的各个环节的有机构成上说的。如果就在具体活动中运用方法的角度说，究竟运用什么方法，也有个选择问题。因为，就某种具体活动来说，一般的可能存在着多种方法，究竟何种方法论所提供的方法系统对当前的具体活动能产生最佳效果，这就要作出恰当的选择和有效的运用。因此，就必须遵循如下的一些选用规则：

(1) 针对活动特点，准确选用恰当方法

方法之是否恰当，一般地说，是指方法是否适合特定活动的需要。从大的类别看，认识活动就必须选用认识方法；实践活动

就必须选用实践方法；从具体活动类型来说，例如理性认识活动，用感性经验方法不会有效；如果是工业生产活动，用农业生产方法也无济于事。再就某种具体活动具有多种方法存在的情况来看，那就更具有很大的选择性，那就更必须准确选用最恰当的方法。例如计算机或电视机的制造，可以是用电子管或晶体管来制造的方法，可以是用集成电路的方法，还可用大规模集成电路方法。甚至可用超大规模集成电路来制造的方法。在这种情况下，就要具体针对生产产品的诸多具体情况来准确选定有效的方法系统。

（2）注意方法系统的完整性，避免片面性

适用于特定活动的最佳方法系统，绝对不会是单一层次的简单方法。因此，在运用过程中，必须把方法系统构成的每一个层次都准确地有效地加以运用，因为各个层次的功能是互补地有机地联系着的。再一种情况是，一个方法系统，往往是个方法系统的网络，是大系统中包含着若干子系统，如果只选用了一个子系统，或者没有完全选用子系统，这都不会奏效。例如理性认识方法，仅用形式逻辑方法系统是不够用的，必须在哲学方法原则指导下，还运用辩证逻辑方法。只有完全用上理性认识的方法网络，才能获得具体真理。第三种情况是，大型的系统工程活动，所需要的是大型系统工程方法。这类大型系统工程，不仅其方法系统是个多维的方法网络，而且其工程又具有明显的先后衔接的阶段性。这就需要既注意方法系统的多维性，又要注意方法系统的阶段性，从而完全掌握这种多维方法和阶段方法。例如美国权威系统工程专家华勒（A. D. Hall）认为：系统工程是具有知识维、逻辑维和时间维的系统。知识维即指有关系统工程的一切知识，包括对工程本身认识和有关的专业知识；逻辑维是关于目标的选定、方案的优化、决策和实施等的系统分析和综合；时间维是把工程分为各个进展阶段，其中包括制订规划、初步设计、研制、生产、安装、运行、更新等七个阶段。对待类似这种大型系统工程，如果只注意到了一维或二维，而忽略了其他，那是不可能完成工程

的；即使注意到了三维但对其阶段性的方法不明确，不能做到准确选用，那也是不能获得成功的。

（3）重视方法系统的移植和开拓

在创造性的活动中，往往旧方法已不足用，或已完全不适用。在这种情况下，就必须引进移植其他相关方法系统。例如研究化学元素的深层结构，旧的化学方法已不足用，因而就必须引进量子力学方法，创建量子化学方法，并且因而创建了量子化学新学科。类似这样引进、移植相关方法，开创新方法新学科，是现代新兴科学的特点，很普遍。例如关于心理学的研究，由于引进、移植了社会学方法而创建了社会心理学；在语言学的研究中引进、移植了数理方法，而创建了数理语言学；在逻辑科学中引进了辩证方法而创建了辩证逻辑，如此等等，彼彼皆是。

根据各种方法系统之间的互补性、同一性，对某种旧方法的补充、完善，以及引进、移植相关方法而创建新方法新学科，这是方法系统发展的动力源泉，是新学科（包括新方法论）的创立的生长点。因此，重视方法系统的引进、移植和开拓不仅是为了解决某种具体活动的方法选用的问题，而且也是新方法论、新学科的生机所在。

（作者　李志才）

1988年初稿，1990第四稿

# 参考文献

〔1〕 亚里士多德，工具论，李匡武译，广东人民出版社，1984。
〔2〕 培根，新工具，许宝骙译，商务印书馆，1984。
〔3〕 笛卡儿，方法谈，载：16—18世纪西欧各国哲学，商务印书馆，1975。
〔4〕 康德，纯粹理性批判，兰公武译，三联书店，1957。
〔5〕 黑格尔，逻辑学，杨一之译，商务印书馆，1974。
〔6〕 恩格斯，自然辩证法，人民出版社，1971。
〔7〕 列宁，哲学笔记，人民出版社，1957。
〔8〕 爱因斯坦文集，许良英等译，商务印书馆，1977。
〔9〕 塔尔斯基，逻辑与演绎科学方法论导论，周礼全等译，商务印书馆，1963。
〔10〕 鲍亨斯基，当代思维方法，童世俊等译，上海人民出版社，1987。
〔11〕 Lakatos，I：'Falsification and the Methodology of scientific Research Programmes' Cambridge University Press，1970.
〔12〕 Popper，K. R：'Qbjective Knowledge' Oxford University Press，1972.
〔13〕 钱学森，论系统工程，湖南科技出版社，1983。
〔14〕 Simon，H. A：'Information-Processing Theory of Human Problem Solving' in W.K.Estes（ed）Handbook of Learning and Cognitive Processes（Vol. 5），1978.
〔15〕 美国科学、工程和公共政策委员会编：科学技术的前沿学科展望，佟不济等译，科学出版社，1986。
〔16〕 富塚清，生活の中の科学技术，株式会社山海堂，昭和57年1月第1版。
〔17〕 李约瑟，中国科学技术史，科学出版社、上海古籍出版社，1975。

# 第 二 部

# 应用逻辑学方法

# 〔一〕 应用逻辑学方法概论

本卷总名为《应用逻辑学方法》，分上下两部，大致按以下两种学科类型划分：

(1) 各种应用逻辑，包括对带时态的语句、各种非陈述语句及其推理，对存在、认知、道义、评价等领域的某些命题形式及其推理，以及对物理、计算机科学领域的某些形式原则和方法进行讨论的现代逻辑的各种扩充系统。

(2) 法律、刑侦、医疗诊断、谈判论辩、管理决策诸领域的逻辑应用的讨论。

为了区分这两种类型的逻辑研究，现在人们常常把前者称作"应用逻辑"，把后者称作"逻辑应用"。前者是逻辑的一种类型，后者是逻辑或某些逻辑类型在实际工作中的应用。

不过，这样称呼上面两种逻辑研究也有不尽如意之处。"应用逻辑"和"逻辑应用"中的"应用"一词含义不尽相同。应用逻辑中的"应用"一词不像后一种应用那样指在实际工作中的应用。应用逻辑是和纯逻辑或我们常说的古典逻辑、标准逻辑相比较来说的，它是纯逻辑在语法和语义方面的某种补充，这种补充是为了满足某种理论和技术上的需要，从这种意义上说，它是一种应用、实用的逻辑。但这类逻辑还有它应用和语用学方面的研究，即研究这类逻辑在实际中的运用。目前，这类逻辑的应用和语用问题并未因这些逻辑的建立而得到解决。后一种类型的逻辑研究，即所谓逻辑应用，则是讨论已有的逻辑主要是传统形式逻辑和古典归纳逻辑以及某些辩证逻辑方法原则在实际工作中的应用，也可

以说它们是传统形式逻辑和古典归纳逻辑以及辩证逻辑方法原则在语用方面的研究。因之，这类研究并未建立起一门特殊的逻辑。当然这不是说不能建立起有关这些领域的逻辑，而是说，这种仅仅作语用方面的研究是不可能建立一种真正公理化、形式化系统的应用逻辑的。

下面对本书中这两方面研究作稍微详细的介绍。

## 1 应用逻辑

应用逻辑有人也称"内涵逻辑"、"哲学逻辑"，这些称呼似乎是从不同角度来说的。前面说过，应用逻辑是古典逻辑的一种扩充，这是从理论上或技术上的扩充。从理论上说，应用逻辑是相应的具体科学领域的某方面的形式原则、形式推理和方法问题的讨论，因而扩大了这些科学领域的理论探讨的范围。应用逻辑在技术和工具方面则扩大了纯逻辑的运算和分析的能力。从一定意义上说，纯逻辑也是一种应用逻辑，一阶语言对我们日常和科学命题有相当的表达力，但它还远远不够，应用逻辑在这方面大大弥补了古典逻辑的不足，因之应用逻辑在这种意义上是应实际需要而产生，它是一种有实用意义的逻辑。

说这种逻辑是一种内涵逻辑是由于，这种逻辑的建立、种种系统之间的关系的讨论要依赖于这些逻辑的特殊算子的内涵。根据不同的具有特定内涵的算子，如必须、允许、善、恶，可以建立不同的逻辑，如规范逻辑、评价逻辑，根据对同一算子的不同定义可建立同种逻辑的不同系统，还可以根据相同算子的强的或弱的理解，如时态逻辑中对"过去"、"将来"的强的或弱的理解，提出不同的逻辑规则和规律。在这类逻辑的研究中，对所采取的基本概念的内涵的分析占了重要地位。这类逻辑中所建立的公理、定义、语义解释等等，都依赖对逻辑中基本概念的内涵的分析。有人也称这种逻辑是哲学逻辑，这类逻辑中很大一部分涉及到认识

论、本体论的一些问题，它们使用逻辑的方法讨论了与某些重要的哲学概念和范畴，如必然、可能等有关的问题。不过这两种称呼同“应用逻辑”一样，都有不令人满意之处，“内涵逻辑”这一称呼容易引起一些误解，即似乎这种逻辑不是形式的，而其他逻辑如古典逻辑，某些非古典逻辑如直觉主义逻辑、多值逻辑，以及归纳逻辑等则是无内涵的逻辑。“哲学逻辑”这一称呼则似乎稍窄，因为有些这类逻辑所讨论的问题和哲学并不密切，如某些有关非陈述句的逻辑，跟计算机有关的一些逻辑等。因此之故，本书取前一名称。

应用逻辑是使用现代逻辑、主要是逻辑演算的方法于特殊学科领域，如语言领域，计算机科学领域，讨论它们的某些关系和原则。应用逻辑都借助于一些特殊的称作算子或函子的概念，如关于时间的算子、关于评价的算子，关于认知断定的算子等等，用这类算子建立基本的定义、基本的命题，以讨论这些领域的种种形式方面的原则和关系。这些算子的选择常常是和语言有关的。实际上，大多数的应用逻辑都和某种特定类型的语句有关，研究由这些特定类型的语句表达的命题关系和推理。

应用逻辑的基本构建方法是建立特殊应用逻辑的语法和语义。每种应用逻辑是否成熟的标志是看它有无确立的语法体系和是否建立起它的语义模型以及在此基础上进行的元逻辑问题的讨论。

前面说过，应用逻辑是纯逻辑的一种扩充。这种扩充就是，在逻辑演算的基础上，增加各种应用逻辑算子符号，建立应用逻辑的特殊公理，这些公理是以形式公式的方式表达着某领域的基本关系和规律，公理是应用逻辑演算的出发点，借助演算，应用逻辑建立为由公理、定理构成的真公式系统，而这种系统则深入地揭示了某个特定领域的更多方面的形式原则和规律。

在构建应用逻辑的系统时，对算子的理解以及选择哪些个公理是重要的。应用逻辑的公理都是对某特定域对象间的基本关系

和对象的基本性质的一种刻划。刻划的是哪些对象性质和关系，涉及到建立什么样的逻辑系统。如在时态逻辑中，建立什么样的逻辑系统取决于选择哪些公理，而选择哪些公理则取决于我们要刻划的时间的哪些性质。逻辑学家所建的时态逻辑是将人们在各个领域中或对时间的不同认识中对时间性质所作的假设，例如，有端点的，无端点的，偏序的，线序的，离散的，稠密的等等，加以形式化的处理，概括出若干种有代表性的时态结构类，利用不同公理来刻划这些不同的时态结构类，从而建立起反映这些不同的时态结构类的各种各样的时态逻辑系统。这种情况完全类似于一般模态逻辑中的情况。模态逻辑中对可能世界之间的种种关系的刻划，构成不同的逻辑公理，并因而建立了不同的模态逻辑系统。也像在一般模态逻辑中那样，各种应用逻辑也讨论这种不同系统之间的关系，它们或者可以是等价的，或者具有他种相容关系，这种讨论也进一步揭示了应用逻辑的许多重要性质。因而有人也把应用逻辑称作广义的模态逻辑。

应用逻辑研究的一个重要方面是建立它们的语义学。应用逻辑所建立的是形式演算系统。前面说过，它是以逻辑演算为基础，借增加一些非逻辑的算子，从而建立特殊的命题公式和对它们的演算。应用逻辑的一切特殊性都来自这些特殊的算子，使用什么样的算子，就建立什么样的逻辑。尽管在建立某种应用逻辑时，它的算子已经选定，这些算子的含义已经约定，但在应用逻辑中仍需对这些特殊的算子给以严格的定义，并规定出借这类算子建立的公式的赋值的条件。这就是要对应用逻辑作语义解释，这种解释就是建立它们的语义模型，确定应用逻辑各种公式的赋值条件。在当前的研究中，各种应用逻辑建立语义模型的方法基本上都是借鉴模态逻辑关系语义学中的可能世界理论来建立它的模型结构，如时态逻辑就是这样。但还有一些应用逻辑的语义学方面的研究还没有确定成果，它们还没有最后确立自己合适的语义解释和形式模型图式。

应用逻辑语义学的研究和它们的元逻辑问题的讨论关联在一起。如果应用逻辑的合式公式的赋值条件得不到明确的规定，这些公式的真假便不好讨论，从而这种逻辑的有效性、一致性、完全性等等元逻辑问题也就无从解决。因而这时应用逻辑之作为逻辑还是成问题的。

应用逻辑的元逻辑问题的讨论，是继它的语义学的讨论之后的一个重要课题。像纯逻辑一样，应用逻辑包括以下一些元逻辑问题的讨论，系统的一致性问题，即应用逻辑所证明的定理是否都是真公式；系统的完全性问题，即某应用逻辑范围的一切真公式是否都是该系统的定理。应用逻辑的另一些元逻辑问题有，某应用逻辑系统的真公式是否是可判定的，系统的公理是否是独立的等等。在本书所介绍的应用逻辑中，有些较成熟的逻辑分支，如时态逻辑等，上述元逻辑问题如一致性，完全性等都得到较充分的讨论，有的则属待研究和解决的课题。

应用逻辑的第三个方面是它们的语用学问题的讨论。这是讨论这类逻辑和人们的关系问题。前面谈到，应用逻辑是纯逻辑的一种扩充，这种扩充是就实际中的某种需要而提出的。应用逻辑揭示了某些领域的形式关系和原则，因而也揭示了这些领域中的一些客观关系。这些都说明，应用逻辑的应用问题已经取得一些成果和进展，在某些领域已经得到有效的应用，如对语言学的研究，对人工智能的研究，对计算机科学中的应用等等。但整个来说，应用逻辑的语用学的研究还需作为一个重要课题来作大力的开发。这就是，各特殊领域的科学工作者如何利用应用逻辑已取得的成就，以及逻辑工作者如何专门地来探讨某种应用逻辑的实际效用问题。

下面概要介绍本书第二部所包括的几种应用逻辑以结束我们对应用逻辑的概述。在后面将是对逻辑应用内容的简介。

### 1.1 存在逻辑

存在逻辑是研究“存在”概念的本性及其有关的形式演算理论。本书首先从关于“存在”概念研究的历史的角度，追溯了古希腊亚里士多德，中世纪的托马斯·阿奎那，近代的康德等有代表性的哲学家，关于“存在”概念的研究成果。并在此基础上，着重介绍了现代的关于“存在”概念的研究成果，如弗雷格关于“存在”的理论，罗素等关于“摹状词”的理论，特别着重介绍了“自由逻辑”关于“存在”概念的研究，也还介绍了麦考尔、皮阿斯、帕森斯等人的有关“存在”的理论。

### 1.2 时态逻辑

时态逻辑研究带时态词命题的推理。本书中介绍的时态逻辑是对这种推理的具有普遍意义的一般研究，讨论的是点结构的时态逻辑。其中考虑的时间因素是一个个的“时刻”。分析的是带有过去时、现在时、将来时的时间命题，以及时间逻辑的形式语言、这种形式语言的语义。讨论了 $K_0$，$K_{反}$，$K_1$—$K_7$，$K_Q$，$K_R$ 等11个相关又相区别的时间结构的类（语义模型），相应于这11个结构类，建立了 $L_0$—$L_8$，$L_Q$，$L_R$ 等11个时态逻辑形式系统，讨论了它们的可靠性、完全性、一致性和判定问题。最后，讨论了时态逻辑和模态逻辑的关系，包括在时态逻辑中解释模态逻辑，时态逻辑和模态逻辑的结合。

### 1.3 认知逻辑

认知逻辑是用逻辑演算的方法研究含有知道、相信、断定、认为、怀疑等认识模态词的命题公式的一门学科。相应的，就有知道逻辑、相信逻辑、断定逻辑、怀疑逻辑等一些下属学科，认知逻辑是这些门分支的一个总称。本书这部分重点介绍了知道逻辑和相信逻辑。

从目前看，研究认知逻辑主要有三个方向。一是在标准模态逻辑的基础上建立认知模态逻辑系统。把一系列标准模态逻辑的推理原则转换为认知模态逻辑的推理原则，并在转换中保证语义的一致性。冯·莱特与辛提卡的工作都属于这一方向。这一方向非常自然地描述了人们解决认知逻辑问题的思考过程。尤其是辛提卡模型集合与模型系统的方法为这一转换提供了一个好的技术方法。研究认知逻辑的第二个方向是把各种认识模态命题系统都变成一阶理论，从而用简单的方法解决复杂的问题。这一方向是数理逻辑的方向。第三个方向是人工智能的方向，它不限于一阶谓词，而是用构造一些复杂的算法解决简单的问题，以便机器能够在一定的步骤内把各种牵涉到认识概念的问题解出来，或证明某些人在学习过程结束时的知识论断是真的。本书这部分重点介绍了第一个方向的成果和第三个方向的关于知道逻辑的可能组合算法。

在这三个方向中，研究比较成熟的是第一个方向，后两个方向都在探索中。认知逻辑研究有着非常重要的理论意义与现实意义。特别是它与人工智能的研究相结合将是一件十分有意义的工作，并且它对哲学、语言研究也密切相关。

### 1.4 断定逻辑

断定逻辑是认知逻辑的一个分支。它研究断定者与其所断定命题之间的逻辑关系，是关于这一逻辑关系理论的系统化。

断定逻辑的基本兴趣在于把断定者公开断定中暗含的命题推演出来。作为一种认知行为，断定的主要逻辑特征为，如果 $x$ 断定 $p$，并且 $p$ 蕴涵 $q$，则 $x$ 断定 $q$。这构成了断定逻辑的理性基础。

断定的逻辑特征是由公理来规定的。本书这部分给出了断定逻辑的五个系统。它们是一个断定的意义不断增强的序列。

断定逻辑系统的一个有意义的应用在于帮助人们分析和克服带有断定词的间接引语的语义悖论。这是断定逻辑的一个重要贡

献。

## 1. 5 条件句逻辑

条件句逻辑研究的是日常语言中的条件句的语义和逻辑。条件句 $\varphi > \psi$ 的逻辑意义是，$\varphi$ 在句子集 $\Phi$ 和规律集 $\Gamma$ 下推出 $\psi$，$\Phi$ 有比和 $\varphi$ 和谐更强的要求。条件句虽然和严格蕴涵句不一样，但非常类似。条件句可看作有不同必然性程度的严格蕴涵句。可能世界的概念对于处理条件句是有力的工具。为了刻划不同程度的必然性，需要在可能世界中引进相对相似关系。在带有相对相似关系的可能世界的基础上，形成了两种重要的语义学，类选择函数语义和球形邻域语义。由于对相对相似关系的不同理解和对条件句必然性程度的不同理解，产生了一些不同的条件句逻辑，其中最主要是 VC，SS，VW。本书讨论了这些系统的建立和它们之间的关系。

严格地说，条件句逻辑研究的是反事实条件句。也还有其他类型的条件句，它们中有一些能归纳为反事实条件句。

## 1. 6 问题逻辑

问题逻辑主要是研究问题之间的逻辑关系的理论，也研究各种类型的解答、解答之间、以及问题和解答之间的逻辑关系。本书介绍的是当前有关问题逻辑的几种主要的理论及作者本人对问题逻辑作的一种形式处理。它们包括：语言学家和逻辑学家对问题分类的看法，本文作者自己对问题的分类。作者把问题分为初等问题和复合问题两大类。初等问题包括抑或问题和哪个问题。讨论了这些问题怎样决定着它们的直接解答，提出了这类问题的形式表达方法，在此基础上，给出表述这些问题及其解答的形式语言和一个问题逻辑系统 $Z$。$Z$ 系统的定理经过解释正好是必然有真直接解答的问题和逻辑真命题。在 $Z$ 中，由有真直接解答的问题或真命题推演出的都是有真直接解答的问题或真命题。$Z$ 是初

步的理论，其中逻辑后承概念失之过宽。文章讨论了如何修正 Z 以得到更为适用的问题理论。这主要是采用更通行的逻辑后承概念。缺点是目前还不能为这一改进提出令人满意的形式系统。本文还讨论了逻辑学家提出的问题的各种性质和解答的各种类型，及它们之间的相互关系。

### 1. 7 命令句逻辑

命令句逻辑是将古典逻辑扩大到运用于命令句的一种非古典逻辑。本书只讨论在命题逻辑基础上建立的命令句逻辑。这种命令句逻辑系统扩展了命题逻辑的公理、定理和推理规则，并在一定范围内弥补了二值逻辑应用上的不足，从而拓展了现代逻辑的应用范围。这对人工智能的研究很有意义。本书中讨论了命令句逻辑的语义分析，提出一个目前可被接受的形式系统 $I_{mp}$，它的语义解释。

### 1. 8 道义逻辑

道义逻辑是研究规范人们行为的，包含“必须”、“允许”、“禁止”等词项的命题形式及其公理化形式化系统的逻辑科学。本书着重介绍了一元道义逻辑、二元道义逻辑以及道义逻辑的语义学，还介绍了各种“道义悖论”和一些悖论的若干解。道义逻辑与研究人类行为的其他有关科学相互渗透，相辅相成，对文明社会的建设有重要意义。

### 1. 9 评价逻辑

评价逻辑讨论评价命题和它的推理，是关于评价的形式理论，它和经济学、美学、伦理学等领域的评价实践有关。本文讨论的是绝对评价逻辑，它的基本概念是“善”、“恶”、“不善不恶”这些算子。在命题逻辑的基础上建立了 GH，GHI，GH/等系统，讨论了这些系统的关系。目前在评价逻辑的研究中，建立评价逻辑

的语义学，讨论它们的元逻辑问题，仍是待开展研究的课题。

### 1.10 优先逻辑

又名择优逻辑，是一种研究价值判断优先关系的形式理论，在美学、伦理学、经济学等学科中有应用价值。对优先逻辑有两种不同的研究方法：公理化方法和语义方法。公理化方法是借助于直观思考提出一些基本的形式原则，通过逻辑演算方法建立优先逻辑的系统。语义方法是首先为优先逻辑的原则确立一个可接受性标准，然后据此标准去判定任一优先原则是否可接受，并把所有依据这个标准的可接受原则都包括在系统内。本书这部分讨论了这两种方法所取得的结果。讨论了冯莱特 1963 年构造的优先逻辑系统，这一系统包括五个基本原则，它们的解释，三种运算关系，以及它所建立的重言式。此外，还讨论了冯莱特 1973 年对上述逻辑系统所作的改进。最后具体讨论了另一种方法所建立的逻辑即尼雷谢尔的优先逻辑系统。同时简单比较了两类不同研究方法的优劣。

### 1.11 量子逻辑

量子逻辑的提出目的，在于解决有关量子力学基础的一些问题。当人们找出描述一个微观物理系统在某一时刻的可观察属性的命题的一般形式，然后对这样命题进行析取、合取、否定等逻辑运算时，却发现一些古典逻辑的定律失效了，如分配律对这里定义的析取、合取运算不再成立。因而人们认为，在量子力学中描述微观物理系统时，应该用一种不同于古典逻辑的新逻辑，它应该是一种非分配的逻辑，这就是后来人们所说的量子逻辑。

有关量子逻辑的研究大致包括两个方面，一个是与量子力学的基础问题相关的方面，即量子力学的公理化。另一方面是指一些纯逻辑研究，即讨论从前一方面得出的逻辑，它们的语义模型，与其他逻辑的关系。本文重点讨论了量子命题系统，对量子命题

所建立的各种运算关系，以及一些基本的定义。讨论了量子逻辑 $QL$ 的语法和语义。最后作者讨论了量子逻辑是否是逻辑。作者认为，量子逻辑是一种真正的逻辑，它至少与其他一些被人们广为接受的弱于古典逻辑的逻辑有同样的逻辑地位。

## 1.12 计算机逻辑

计算机逻辑讨论计算机硬件设计和推理的一种逻辑，它是数理逻辑、特别是布尔代数、命题演算和时序机逻辑的一种在计算机工程设计和推理的推广和应用。

计算机逻辑能对计算机各部件的输入、输出之间的关系根据设计目标而提出的理想描述，用公理化和公理语义学来刻划和探讨这些变元的逻辑表达式的特性和实现，并用时域来刻划它的状态的先后顺序，以及各部件间互连完成特定功能的化简、推理的理论和方法。如果可建立一整套这类公式的推理规则，就能得到一个描述计算机工程设计行为和操作的逻辑系统，并可在此逻辑系统中研究计算机工程设计的理论的性质。

现代计算机工程设计的一个重要方法是在计算机工程设计之前，必须对计算机工程设计目标和功能描述刻划清楚，可得一个逻辑语言的全部公式，于是计算机工程设计就可用计算机工程设计自动化在计算机中加以实现。亦可用逻辑模拟的方法来验证计算机工程设计的正确性。

## 1.13 数字逻辑

数字逻辑主要研究两个离散状态的器件所构成的数字电路(对多个离散状态的器件的数字电路可用 $K$ 值逻辑来描述，此地主要叙述二值逻辑描述的电路)，能对电路的输入、输出之间的关系提供理想的描述，研究这种描述的特性和电路实现，并探讨数字电路或数字模块之间互连起来完成特殊功能的理论和方法。

数字逻辑是数理逻辑，特别是命题演算、布尔代数和时序机

逻辑一种推广和应用。它是建立在公理化和公理语义学上的一种推理逻辑，在日常生活中，使用广泛。

数字逻辑可分为两大部分：第一部分为组合逻辑，其输出值为它的输入值所决定，而不依赖以前时刻的输入值。第二部分是时序逻辑，其输出值不但依赖当前输入值，而且也依赖于前一时刻的输入值所决定的状态。所以时序电路中至少有一个存储器件。

数字逻辑有一个重要课题是最小化的问题，即对公式来进行化简推理方法，并存在状态的冒险与竞争的课题。目前数字逻辑用途广泛，是自动控制工程领域中一个重要工具。

## 1.14 程序逻辑

程序逻辑是描述和论证程序行为的逻辑。程序与逻辑有着本质的联系。如把程序看成一个执行过程，那么它必须接收一些信息，又要输出一些信息，用逻辑公式来描述这些输入、输出之间的要求，就可以建立逻辑公式和程序之间的联系，如用 $\{p\}$ 表示程序变元的表达式的集合，$\{Q\}$ 表示执行程序 $S$ 后程序变元的表达式集合，那么就可以用 $\{P\}\ S\ \{Q\}$ 来刻划逻辑公式与程序之间的关系。如果进一步建立一套这类公式的推理规则，就可得到一个描述程序行为的逻辑系统,并在此系统中可研究程序的性质。

程序在计算机中执行，程序中每个语句的执行，可用计算机状态变化的序列来表达，数理逻辑中模态逻辑，非单调逻辑和子句逻辑等正是描述动态变元的一些逻辑，可以指出逻辑与程序间的深刻关系。

由于程序逻辑使用逻辑系统来描述程序的行为，因此，它与具体执行的机器无关，对程序逻辑的研究为公理语义学提供了理论基础。可用逻辑系统来分析和论证程序的性质（即程序验证）。

现代软件工程的一个重要方法是在程序设计之前，也须把程序要达到的目标（功能）描述一清二楚，就可以得到逻辑语言的全部公式。在程序逻辑中，逻辑和程序都可作为逻辑公式，不同

的是后者仅出现在一部分特定公式中，为了使其满足描述过程，必需把满足功能描述的逻辑公式转化成表示程序的逻辑公式问题。

程序逻辑为计算机软件制作提供了有力的工具。

在现代计算机中，使用许多种程序设计语言，但与机器语言在语义上有所差异。

Horn 子句逻辑被直接开发为人工智能程序设计语言 PROLOG，而非单调逻辑则运用于程序设计语言 LISP 中。此外还有动态逻辑，它是模态逻辑的一种扩充，它们都是进行计算机程序逻辑性质研究，进行计算机程序分析及正确性证明的有力的数学工具，大都是建立在命题演算、一阶谓词的基础上的逻辑推理，这里不作一一介绍，具体细节请看有关逻辑篇。

## 2 逻辑应用

本书这部分的主要内容是介绍逻辑在各特殊领域的实际应用，即指逻辑学所研究的思维形式、规律和逻辑方法在各个具体工作部门中是如何应用的。我们知道“应用”一词是多义的，这里的“应用”显然不同于上面说的“应用”。这里的“应用”也可以理解为“服务”，如果说它们也属于逻辑学的范畴，能划入到应用逻辑行列的话，那么可以认为是为司法、侦查、医疗、诊断、决策和谈判等具体工作服务的逻辑。

近几年，人们愈来愈重视将逻辑学原理应用到具体工作中去，有一大批有关逻辑应用的论著问世，这是理论与实践相结合、理论服务于实践的成果。对此虽然有些不同的看法，例如，有人说，所谓法律逻辑就是形式逻辑加案例，它犹如其他“戴帽逻辑”（诸如“商业逻辑”、“医疗逻辑”、“教育逻辑”等等）一样，仅仅在“形式逻辑”的头上加上一顶自己专业的“帽子”而已。它们并无自身的逻辑特色，如果说它们之间有区别的话，那么只是表现在举例上的不同。例如，“商业逻辑”在讲到“反对关系”时，举例

说：由“所有的商品都是明码标价的”之真，推出“所有的商品者不是明码标价的”必假。而“法律逻辑”在讲到“反对关系”时，举例说：由“所有的犯罪行为都是违法的”之真，推出“所有的犯罪行为都不是违法的”必假。但是，这样地理解“逻辑应用”，就未免过于简单了。

我们认为，目前这些“逻辑应用”虽然尚未发展成独立的分支学科（即形成自己的学科体系），它们大多还处在初始阶段，而且发展也很不平衡。但不难看出，它们所应用的思维形式、规律和方法，不仅仅指一般传统形式逻辑和古典归纳逻辑，而且已大量涉及到辩证逻辑思维，现代形式逻辑和形象思维（或称描述逻辑）等内容。诸如，量与质、偶然与必然、事物的运动和转化、矛盾的对立和统一的辩证思维规律，描述、概率、统计、信息、系统、控制等逻辑方法以及命题推理、谓词逻辑、类逻辑、模态逻辑、时态逻辑、规范逻辑、问题逻辑、评价逻辑的演算方法等等，其内容十分丰富，可以说是综合逻辑（或称广义逻辑）的应用。

同时，它们所采用的思维形式、规律和逻辑方法是有其显著特点的（既有一般逻辑学的共性，又有其自己特有的个性）。例如，三段论的大前提必须是真的，而法律逻辑的定罪和量刑三段论的大前提一般是《刑法》条文，《刑法》条文的真实性就不像自然科学那样绝对了。因为不同的国家，不同的时期，《刑法》条文的内容都不会是一样的，譬如，有的国家对有的赌博行为或卖淫是允许的，而有的国家对所有的赌博行为或卖淫却是不允许的；在我国有个时期是不允许私人开业（经营）的，而现在对有的私人开业（经营）却是允许的。定罪三段论之所以不同于一般三段论，这主要是指不管它在第一格或是第二格，都有肯定式和否定式，即小前提既可以是肯定的，也可以是否定的，而且都是正确的推理。其原因是大前提是一个定义，而定义的主、谓项都周延，因而无论是肯定式还是否定式都没有违反三段论的规则。又如在侦查破案上，常采用的“信息法”、“回溯法”、“必要条件法”、“侦查假

说”、“类似演绎推理”等都有别于一般的逻辑。

有的逻辑应用的课题在探索建立自己的学科体系上，已取得了可喜的成绩。例如，侦查逻辑研究的进展就比较大，它把侦查逻辑的“应用”理解为“服务”，即为侦查专业服务的逻辑。既然侦查逻辑服务的对象明确了，那么就要根据此专业的特点和要求，找到紧密联系“侦查”与“逻辑”之间的纽带，用这条纽带，把作为人类思维工具的逻辑原理贯穿到整个侦查工作中去。人们认为此纽带就是“侦查假说”，侦查假说是整个侦查逻辑的经脉和网络。从某种角度上说，侦查破案的过程，就是一个不断提出假说、验证假说的过程。侦查工作的各个环节，如立案侦察、现场勘查、排查线索、搜查证据、寻获作案人、预审案犯和侦查终结等，都可以运用侦查假说这个系列的逻辑思维工具，来认识并掌握案情。

逻辑应用于特殊领域（即专业）不同于专业本身。逻辑应用研究的课题应该是前者，这是因为前者不但是属于逻辑范畴，而且是建立这些分支学科的目的和意义所在。就以目前的成果来看，它们对实际工作的作用是显而易见的，例如法规逻辑运用逻辑符号表现法律条文，不但可以弥补用自然语言（如汉语）表达所带来的不够严密准确等缺陷，而且为符号逻辑在“立法”、“执法”中的应用打下基础，为法规更加规范化、系统化、科学化创造了有利条件，可以运用符号——人工语言给立法和执法部门建立一个逐步完善起来的系统，存放起用这个语言按照一定规格记录下来的所有法规条文。这样一个系统可以称为“法规数据库”，有了带有大容量、高密度的高速计算机，就可以按我们的要求建立对这种数据库进行信息存储和检索，以便各种需要的查阅、推演和论证。

逻辑应用研究正处方兴未艾之中，现将本书编著的几种分别简介于后。

## 2. 1 侦查逻辑

侦查逻辑，也可称之为刑侦逻辑。其实，刑侦——刑事侦查仅是侦查中的一个主要项目。侦查还应该包括政治侦查、军事侦查、经济侦查、科技侦查、文化侦查和民事侦查等项目。侦查中的每一个项目都应有自己的逻辑，我们就把它们统称为侦查逻辑。尽管各种侦查的内容不同，然而它们在运用逻辑思维形式、规律和逻辑方法上是大同小异的。因此，在本书里，主要还是从刑事侦查这一有代表性的侧面，来介绍侦查逻辑的内容。

本书的侦查逻辑分为两个部分：第一部分是侦查的思维形式和侦查的逻辑方法，这里面除介绍传统的逻辑思维形式和逻辑方法在侦查工作中的应用外，更主要的是介绍侦查逻辑所特有的一些思维形式和方法，如“或然性推理”的多种形式、侦查描述、回溯法、必要条件法等等；第二部分是预审的逻辑和侦查假说，这里有预审的逻辑控制和问题逻辑及形式逻辑思维规律在预审中的应用，主要突出侦查假说在侦查逻辑中的特殊地位和贯穿侦查工作始终的主导作用。

## 2. 2 法律逻辑

目前，对有关法律逻辑的称呼是不一样的，大致有“法学逻辑”、“法逻辑”、“司法逻辑”、“司法应用逻辑”、“法律专业形式逻辑”、“法律逻辑基础”、“诉讼逻辑”和“办案逻辑”等叫法。对“法律逻辑”的不同称呼不仅是同一概念的不同的语词表现形式，而且反映着其内容上的不同层次。

本书以“审判”和“法规”为线索，扼要阐述逻辑原理在司法实践中的应用。“审判”这条线索突出“罪名概念”、“定罪推论”、“量刑推论”和“辩护证明”四个要点，表明法律逻辑在应用上既遵循一般普通形式逻辑的原则，又有其自己的鲜明特色。“法规”是从立法的逻辑要求和法律条文的规范判断、简单判断、

复合判断、多重复合判断、除外判断、等值判断、类推，以及法规的逻辑式上系统地介绍该学科的应用，更加体现法规逻辑演算、推论的严密性。

广义的法律逻辑应包括侦查逻辑，因后者已单独划出，有关它的内容在此就从略了。

## 2.3 诊断逻辑

诊断逻辑是一门研究医生临床诊断思维活动及其规律的学科。诊断是思维的产物，思维诊断必须缜密，因而加强对诊断思维活动的研究，历来就成了医学理论界与临床界的要求。就诊断思维的过程看，有着医生的思维输入、思维输出与思维反馈，表现为主体对客体表象在选择、在组织、在模拟；诊断结论的作出，经历了感性具体、思维抽象、思维具体三阶段，是一个展现在医生大脑中诸多概念的系统推移、相关判断的有序推进，以及不同逻辑思维推理的有机演进。

作者认为，诊断思维以抽象思维为其立体思维，所显示的是一个逻辑运动，它有着自己的思维属性、思维特点、思维原则与推导方式，且须受制于普通思维规律与辩证思维规律。这不论是中医师的诊断思维，还是西医师们的思维活动，尽管它们多少还存在些差别，但都无不如此；两者在大的环节上，在本质的方面是相同的。

## 2.4 决策逻辑

决策逻辑属于逻辑理论的应用这一范畴。这是按照制定决策活动的内在规律，在探讨制定决策过程中所运用或涉及到的逻辑问题基础上形成的一种理论系统。

决策是以思维为中介而和逻辑发生了不可分割的联系，任何一项决策都是从若干种可供解决问题的方案中所作出的一种选择，都意味着对某种情况作出了最终的决定，都是和未来事件有

关的、是针对未来事件而作出的一种决定。无疑，判定决策的过程是思维活动的过程，是人们在大脑中设想解决问题的办法的过程。逻辑是指导人们进行合理思维的有效工具，制定决策过程的科学化就不能不依赖于逻辑。决策的基本逻辑模式就是指决策中的基本构成因素及其联结方式，它是任何人在进行各种不同内容的决策时，都要普遍适用的一种思维形式。本书重点介绍了制定决策的逻辑程序和制定决策的具体逻辑方法，例如穆迪的几种主要图表法，是现代管理决策中不可缺少的科学的方法。

## 2．5 谈判逻辑

谈判是人们交往中的重要形式，是涉及学科多、波及知识面广的一门科学。逻辑学是谈判思维的科学基础，在一切谈判中，自始至终是人的思维在起作用。由于谈判不仅是对谈判者技能的考验，而且它是一场双方智力的拼搏和较量。所以在整个谈判过程中，逻辑始终是谈判者的得力助手。

本书阐述逻辑思维形式和规律在谈判中的运用和作用，提出恰当的判断是打破谈判僵局的关键，逻辑推理是了解谈判对象的有力工具。逻辑修养对谈判人员来说是不可缺少的素质；而研究掌握谈判中的逻辑问题不仅是交流思想的有力工具，而且是获得信息的一种手段，它在谈判中有时能决定谈判的方向。本书还强调了辩证逻辑在谈判中的重要作用，根据辩证思维的要求，人们在谈判中必须树立全面的观点和发展变化的观点等。

（作者：宋文坚　骆光武　朱　武）

# 〔二〕 存在逻辑

## 引言

存在逻辑（*logic of Being* 或 *logic of Exisence*）是研究存在概念本性及其有关的形式演算理论。

“是”或“存在”是最普遍而又最重要的概念，它们早就出现于古希腊的哲学文献中。亚里士多德在〈解释篇〉（11）、〈范畴篇〉（10）和〈形而上学〉（△7）中讨论过是（τό öυ）。他写道：“事物被称为是〈实是〉分为（一）属性之‘是’，（二）与本性〈绝对〉之‘是’”。[①]

中世纪哲学家托马斯·阿奎那（st. Thomas Aquinas，1224/25—1274）对“存在”进行了深入分析。他把存在（*ens*）和事物（*res*）区分开来，认为存在是现实存在着的活动，而事物是存在的本质（*esse*）。他还区别了“存在”的两种用法：我们使用动词“是”表达属于10范畴之一的某事物存在（某物存在，或者是实体，例如人，或者是偶性，例如，人的白色）；另一方面我们使用动词“是”表达真命题的真。

阿奎那告诉我们，第一种用法就在于：使用动词“是”指涉在其实际存在范围内的某物。例如，指活的东西的行为，它是否是活的存在。在这个意义上词“存在物”应用于“某物自然地存

① 亚里士多德，形而上学，吴寿彭译，第93页，商务印书馆，1959。

在，它是实体，像人，或偶性，像白色”。而在第二种方式上的使用中，动词“是”是用来回答“如此这般事物是否存在”问题的，即回答命题是否真的问题。

在现代逻辑诞生前在关于“存在”概念的研究中最重要的观点是德国哲学家康德在驳斥“关于上帝存在的本体论证明”的论证中对“存在”的见解。

大家都知道经院哲学家安瑟伦（Anselm of Conterbury，1033/34—1109）在一篇《关于上帝存在的谈话》里创立了关于上帝存在的本体论证明。我们可以把它表述如下：

上帝是全能的，因而上帝具有一切性质。 (1)

存在也是一种性质。 (2)

因此，上帝具有“存在”这种性质。 (3)

所以，上帝存在。 (4)

显然，在这个论证中前提（2）是关键性的，如果否认存在是一种真正的性质，即真正的谓词，那么这个论证就不能成立。

康德正是持这种观点。他说：“‘存在’显然不是真实的谓词；即它不是可以附加于事物概念的某物的概念。它仅仅是事物或某些规定的设定（*setzen*）”。[1] 在这里康德之所以引入术语“设定”，可能是需要这样一个词来表述下述情况：在其中“是”明显地表现为纯谓词函项。按康德的意见，“上帝是全能的”可以是真的，即使上帝不存在。它只表达主词与谓词的联系。康德认为，“上帝是全能的”并不逻辑地蕴涵“上帝存在”。“上帝是全能的”（“*God is omnipotent*”）和“上帝存在”（“*God is*”）中都有“是”（*is*）字，而且在两个场合我们都设定某物，不同点只在于在前一场合设定是相对的，而在后一场合设定是绝对的。他认为在前一场合词“是”在命题中不增加新的性质（谓词），而只设定谓词与主词的关系。在这里，“设定”显然是断定。在后一场合，康德认为“如

① 康德，纯粹理性批判，蓝公武译，第430页，三联书店，1957。

果我们采取主词和它的所有谓词（谓词“全能的”包括在其中——引者）……并且说“上帝存在”或“有上帝”（*'There is a God'*），我们并没有把新的谓词加给上帝概念，而只设定主词本身和它的所有谓词。”[①] 在这儿，“设定”显然意味着存在。他甚至更明确地说过，在存在被断定中，“没有东西加给概念，它只表达什么是可能被我们看作绝对地给予的（通过“*It is*”来表达的）它的对象。”[②]

于是，我们看到，康德已清楚地意识到断定（系动词）的“是”和存在的“是”作为同一语词的两种不同的用法，有时他甚至于似乎考察了联结词的“是”（至少在必然判断中）作为“同一”的“是”的变形。他把像“上帝是全能的”这样的必然判断看作表达“上帝”和“全能的上帝”的同一性。

康德的这些思想对弗雷格（G. Frege）产生重要影响。可以说，康德是现代存在逻辑的先驱。

## 1 弗雷格的存在理论

德国逻辑学家弗雷格关于存在的理论在存在逻辑的发展中起过重要的作用，它直接地影响了罗素关于存在的研究。

弗雷格对“是”字进行逻辑分析，他区分了“是”的如下涵义：

（1）“是”表示同一（例如，太白星是金星；$a=b$）；

（2）“是”是（谓词）断定（*Predication*），即是系动词，（如，柏拉图是哲学家；$Pa$）；

（3）“是”是存在（*existence*）；

① S. Knuuttila and J. Hintikka (ed), The logic of Being, P. 258 D. Reidel Publishing Company, 1986.

② 同上书，P. 258.

（Ⅰ）用存在量词和等号表达（“上帝存在”（*God is*）；$\exists x$ $(g=x)$），

（Ⅱ）用存在量词和谓词符号表达（如，有人；$(\exists x)\ H(x)$）；

（4）“是”是类的包含，即属蕴涵（*generic implication*）（例如，马是四足动物；$\forall x\ (Px\rightarrow Qx)$）。

像在上面括弧内所表示的那样，所设定的意义在一阶逻辑中都有自己的形式表达。

在进一步讨论存在概念之前，我们要简单地讨论一下弗雷格的**涵义**（*Sinn*）和**指称**（*Bedeutung*）概念。

弗雷格把语言表达式划分为两个群：完全的表达式或专名和不完全表达式或名称函项。名称函项是 *unedsättigt*，即是，它有用其他表达式填充的空位。例如“（ ）是首都”和“（ ）是（ ）的儿子”就是名称函项。专名是 *gesättigt*，即是它没有空位。例如，“沃尔特·司名特”、“当今法国国王”和“赫尔辛基”都是专名。名称函项包括概念词和关系词，前者有一个主目位置，后者有两个或多个主目位置。前者如“（ ）是首都”，后者如“（ ）是（ ）的儿子”。用完全表达式填充空位，就形成语句，它本身也是完全表达式。

除了概念词和关系词以外，还有如形式“（ ）的首都”这样的名称函项，用完全表达式填充其空位由它推导不出语句。

专名指称对象，如特定事物、数、类等等；而包含专名的语句指称真值，即真或假。名称函项指称函项：概念词指称概念，关系词指称关系；而其他名称函项指称其他函项。被概念词和关系词所命名的函项的值总是真值。当用对象填充时，概念将成为对象，即产生真值，而且同样的情况也适用于关系。而用对象填充即不是概念也不是关系的函项，也将产生对象，但没有真值。

名称代表它们的指称和表达它们的涵义。弗雷格明确地告诉我们语句的涵义是思想。然而很难看清楚不是语句的专名的涵义

实际上意味着什么。在“论涵义和指称”一文中他说明：专名的涵义是这个表达式所指称的对象出现的方式，或观察这个对象的方式。然而，他所陈述的被专名所表达的涵义是属于指称的。换句话说，对于弗雷格说来，涵义不是名称的初始涵义，而是指称的涵义。

现在我们讨论弗雷格的存在理论。弗雷格不像康德那样说，“存在”不是真实的谓词，而只是说，它不是对象的谓词。说“这张桌子存在”是不合理的。弗雷格认为，存在是二阶概念。

那么什么是二阶概念呢？弗雷格的一阶概念与二阶概念的区分是由数学中一阶函数和二阶函数之间的区别推广得来的。在数学中有些函数的自变元是数，而另一些函数的自变元则是其他函数。我们把那些取单个的数为自变元的函数称做一阶函数，而取一阶函数为自变元的函数为二阶函数。例如，表达式“当 $n$ 无限增加时，$\varphi(n)$ 的极限值”中“$\varphi(n)$ 的极限值”是二阶函数，因为它是以一阶函数 $\varphi(n)$ 为自变元的函数。同样，概念也有不同等阶。把单个客体（对象）作为主目的概念是一阶概念，其形式如，“……是牢固的”，其中空位填入表示单独对象的名称。而以一阶概念作主目的概念是二阶概念。例如，语句“事实上有些人是智慧的”所断定的是：“是智慧的”这个概念是一个有几个实例的概念。在这种情况下，“有几个实例”是二阶概念，它把一阶概念“是智慧的”作为其主目。[①]

弗雷格认为存在不是事物的性质，而是概念的性质。他说：“存在的断定事实上没有断定任何东西，而只是数零的否定。因为存在是概念的性质，所以关于上帝本体论的证明被驳倒了”。“我称存在为概念的性质。这是什么意思呢？可以用例子来说清这一点。在语句‘4 至少有一个平方根’中，我们有这样的断定，不是

① M.K. 穆尼茨，当代分析哲学，吴牟人等译，第 111—112 页，复旦大学出版社，1986。

关于（说到）确定的数2，也不是关于－2的断定，而是关于概念‘4的平方根’的断定，即它不是空的。”①

在弗雷格看来，如果我们讨论对象然后陈述它存在，那么这个陈述对于我们所说的东西迄今未增加任何东西。我们只是预设对象存在，我们并不说它存在着。存在概念所表达的是这样一种思想，即一个一阶概念确实有几个实例，说“母牛”存在而“飞马”不存在，就是说可以找到一阶概念“母牛”的实例，而找不到“飞马”的实例。因此，在弗雷格那里，“存在”就意味着“是有实例”或“有实例”。他认为，每个断定都传达关于存在的主张。但也允许我们谈论这样的对象，它们是虚构的，例如“飞马”、“当今的法国国王”等。一个名称可以有涵义而没有所指。包含这样名称的语句，即包含没有负荷者的名称的语句丧失真值。

“存在”既然是二阶概念，那么它就不适宜作单独对象的谓词。因此，说一个单个对象存在是没有意思的。

弗雷格有时把“存在”解释作对象跟它自身的特殊关系，即自身同一关系。他选择“存在跟自身同一”概念作为概念等阶中最一般的概念，它是高于所有概念的概念，并且没有内容，因为它的外延是无限的，在自然语言中它是系动词，它的目的在于表达没有内容的最一般的概念。他写道：“这样说是可能的：人们＝具有存在的人们”；“有一些人”等于“某些人存在着”或“有存在的某物是人”。于是，它们所断定的内容不在于“有存在”，而在于特殊的判断形式”。②

弗雷格的存在观点蕴涵着这样一种思想：我们不能直接地，即独立于对象的性质，来谈论对象和它们的存在。这是他的基本语义原则之一。名称和所指之间总是存在着涵义。对于他说来，对

① S. Knuuttila and J. Hintikka (eds), The Logic of Being, P. 271, D. Reidel Publishing company, 1986.

② The Logic of being, P. 277.

象总是属于概念的对象。

由于上面论述可以看出，弗雷格是现代存在逻辑的奠基者。罗素正是沿着他所开辟的航线前进的。

## 2 摹状词理论

摹状词理论是第一个比较系统的存在逻辑理论，它为处理无指谓的单称词项提供了重要的逻辑工具。

### 2. 1 罗素的摹状词理论

罗素区别了专名和摹状词。一个逻辑专名（即用个体常项表达）是一个简单符号，它直接指称一个个体，即这个个体是它的所指。作为专名的符号的意义就是它的所指，即它所指称的对象。专名的意义是独立的，不依赖于其他词的意义，所以它是一个完全的符号。

罗素在讨论专名时，并没有接受弗雷格的进一步的区别：名称的意义是由所指和涵义构成的。在罗素看来，名称的“意义”与这个名称的所指（即这个名称所适用的对象）是一回事。罗素写道：“一个名字乃是一个简单的符号，直接指一个个体，这个体就是它的意义．并且凭它自身而有这意义，与所有其他的字的意义无关”。[①]

专名可在主谓形式的命题中作主词，这时专名所指称的事物必存在，否则命题就无意义。而在语句“珀伽索斯是不存在”中“珀伽索斯”（即飞马）是个专名。此语句可表述为：存在一个个体，它没有某种性质。由于珀伽索斯没有所指，因而它就没有意义。然而，正是由于珀伽索斯不存在，所以这个命题又是真的。怎样解决这个问题呢？出路是：不把“珀伽索斯”看作真正的专名，

---

① 罗素，数理哲学导论，晏成书译，P. 163－164，商务印书馆，1982。

而是看作缩写的摹状词，于是上述语句就不表达一个主谓命题，而是一个更复杂的命题。罗素说“凡一命题的语法主语可被当作不存在的。而且不把该命题变成无意义的，那么，这个语法主语毫无疑义不是一个逻辑专有名词，也就是，它不是一个直接表示某个对象的逻辑个体常项。在所有这些情况之下，有关命题必须能被这样分析，以至于作为语法主语的符号消失了。”① 于是，就把这样的专名排除。

摹状词可能有两种：限定的和非限定的。一个非限定摹状词是一个形如“一个某某”的词组；一个限定摹状词是一个形如“那个某某”的词组。罗素认为：“一个摹状词由几个字组成，这些字的意义已经确定，摹状词所有的意义都是从这些意义而来。”②

与作为专名的完全符号不同，摹状词被称做不完全的符号。不完全符号的意义不是它的所指，就它本身而言，它没有任何意义，它的意义应在上下文关系中确定。

我们主要讨论限定摹状词（即确定摹状词）。罗素认为，包含限定摹状词的语句有两类：一类断言摹状词不是空的，如“当今法国国王存在”；另一类陈述摹状词所指称的个体具有某种性质，如，“当今法国国王是秃头。”它们分别相应于两类语句。罗素的摹状词理论的主要方法是改写含限定摹状词的语句，使原来语句中的限定摹状词在改写后的语句中不出现，从而揭示出语句的真实逻辑形式。

在《数学原理》中，用符号 $\eta xQx$ 表示限定摹状词，它可读做“具有性质 $Q$ 的唯一 $x$”。

第一类含限定摹状词的语句可以表示为

---

① A. Whitehead and B. Russell, Prineipia Mathematica, P. 66, Cambridge, 1925.

② 罗素，数理哲学导论，第 164 页。

$$E!\eta xQx$$

这里，$E!$ 表示“是存在的”，于是上述公式可读做：“那个唯一具有性质 $Q$ 的个体存在”。它应满足下述条件：

（1）至少有一个个体具有性质 $Q$，即 $\exists xQx$。

（2）至多有一个个体具有性质 $Q$，即

$$\forall x\forall y(Fx \land Fy \rightarrow x = y)$$

于是

$$E!\eta xQx =_{Df} \exists xQx \land \forall x\forall y(Qy \rightarrow x = y) \qquad (2.1)$$

或

$$E!\eta xQx =_{Df} \exists x\forall y(Qy \leftrightarrow x = y) \qquad (2.2)$$

例如，我们来改写“这位〈威弗莱〉的作者存在”这个语句。这个语句需要两个条件：首先要问什么是“这位〈威弗莱〉的作者”？那是写过〈威弗莱〉的人，即有一个关于这个人的命题函项，即“$x$ 写过〈威弗莱〉”，其次要问这位〈威弗莱〉的作者写过〈威弗莱〉吗？如果未曾有人写过〈威弗莱〉，这位作者就不存在。于是，上述语句可以理解为，有这样一个事物 $c$，当 $x$ 是 $c$ 时，“$x$ 写过〈威弗莱〉”是假的。“这位〈威弗莱〉的作者”作为一个组成部分就消失了。上述语句变成了命题函项：存在着 $x$，使得“$x$ 写过〈威弗莱〉，并且对于所有 $x$ 和所有 $y$ 说来，如果“$y$ 写过〈威弗莱〉”，那么 $x$ 等于 $y$。”

再如，语句“这座金山不存在”通过改写后，摹状词就消失了，成为：“对 $x$ 的一切值说来，‘$x$ 是金的而且是一座山’”这个命题函项总是假的。摹状词理论在这里告诉我们，虽然“这座金山”在语言上可以是一个有意义的语句的主词，但经过适当分析，这个命题就没有这个主词了。而原来语句的谓语“不存在”被存在量词所代替。

第二类含限定摹状词语句可以表示为

$$\bigcup \eta xQx$$

它的意是“那个唯一具有性质 $Q$ 的个体具有性质 $\bigcup$”。它应满足下

述条件：

（1）至少有一个个体有性质 $Q$，即 $\exists xQx$。

（2）至多有一个个体有性质 $Q$，即

$$\forall x \forall y(Qx \wedge Qy \leftrightarrow x = y)。$$

（3）一切有性质 $Q$ 的个体也有性质 $\bigcup$，即

$$\forall y(Qy \rightarrow \bigcup y)$$

所以

$$\bigcup \eta x Qx =_{Df} \exists xQy \wedge \forall x \forall y(Qx \wedge Qy \rightarrow x = y) \wedge \forall y(Qy \rightarrow \bigcup y) \quad (2.3)$$

其等值形式为

$$\bigcup \eta x Qx =_{Df} \exists y(\forall x(Qx \leftrightarrow x = y) \wedge \bigcup y) \quad (2.4)$$

例如，“这个当今法国国王是秃头”经过改写表达式“这个当今法国国王”不再处于一个主谓形式命题中的逻辑主词地位了。根据罗素的意见，这个语句应当读做：

有一个人，对于他，下述几点是适当的：①他是当今的法国国王；②除了他以外，没有任何别人是当今的法国国王；③他是秃头。

或者可以读作：有这样的一个个体，如 $c$，使得①有一个个体是当今的法国国王；②有而且仅有一个个体与 $c$ 等同并且③$c$ 是秃头。

改写后的陈述中，原有的限定摹状词不再出现了，用存在量词、新的谓词表达式“当今的法国国王”和原有的谓词“是秃头”以及指称特殊个体的常项（“$c$”）和表示等同关系的词代替它。而“是当今的法国国王”和“是秃头”是命题函项，即带有主目空位的表达式，它们即不真也不假。而为这类空位提供一个主目时，这个命题函项就变成命题了，因而就有真假了。如果事实上不存在一个具有谓词“是当今的法国国王”所表达的那种属性的个体，那么上述的语句就是假的。

罗素提出摹状词理论的目的是解决单称词项所指的存在问

题，即把一切空单称词项排除于主词位置。

由于 $\eta xQx$ 不代表个体，也不能代入自由变元，所以摹状词理论就不需要假设“当今的法国国王”、“飞马”之类虚拟或想象的个体的存在。

罗素认为，任何普通专名都可以由一个或更多的限定摹状词来代替，这不仅对于那些没有所指的普通专名或那些是否有所指尚属可疑、有争议的普通专名，而且对那些确有所指的普通专名也适用。但是，逻辑专名与普通专名不同，它指称单称的不能用限定摹状词来表达的东西。逻辑专名只具有指称功能，没有内涵，因而它不表达或传达任何属性。“这个”(*this*) 和“那个”(*that*) 就是逻辑专名。

## 2. 2 摹状词理论的进一步发展

从 1905 年罗素发表论文〈论指称〉起，许多学者就对摹状词理论提出一些改进意见，建立种种不同的摹状词理论。我们在这里只简要地提到其中的若干个。

美国逻辑学家蒯因 (W. V. O. Quine) 在论文“数理逻辑的新基础”(1953) 和著作〈数理逻辑〉(1955) 中对摹状词的表述作了某些改进。

他用“…∈…”形式的原子命题代替上一节定义 (2. 3) 和 (2. 4) 中的字母∪。用摹状词 $\eta xQx$ 填入第一个空位或第二个空位。在前一场合，我们就得到新定义

$$(\eta xQx \in z) =_{Df} \exists y(\forall x(Qx \leftrightarrow x = y) \wedge (y \in z)) \quad (2.5)$$

它类似于蒯因在〈数理逻辑的新基础〉中的定义 9

$$((\eta\alpha)\varphi \in \beta) =_{Df} ((\exists \gamma)((\gamma \in \beta) \cdot (\alpha)((\alpha = \gamma) \equiv \varphi)) \quad (2.6)$$

只是记法不同而已。

在后一场合，我们有新定义

$$(z \in \eta xQx) =_{Df} \exists y(\forall x(Qx \leftrightarrow x = y) \wedge (z \in y)) \quad (2.7)$$

它类似于蒯因的定义10

$$(\beta \in (\eta\alpha)\varphi) =_{Df} (\exists\, \gamma)(\beta \in \gamma) \cdot (\alpha)((\alpha = \gamma) \equiv \varphi)) \quad (2.8)$$

蒯因对符号"$\in$"做如下解释："$x \in y$"说的是：$x$是$y$的一个分子。乍一看来，这只有在$y$是类的情况下才有意义。然而，对于$y$是**个体**或不是类这种情况，我们可以约定赋以一种任意的补充的意义：我们可以把这种场合下的"$(x \in y)$"解释为陈述$x$是个体$y$。[①]

蒯因对他的上述两个定义做如下解释："---"是对$x$所要求的条件。于是"$(x)((x=z) \equiv ---)$"，意指：任一对象$x$等同于$z$，当且仅当该条件成立；换句话说，$z$是使得---的那个唯一对象$x$。这样，"$((\eta x)\ --- \in y)$"就意指$y$有一个分子是使得---的那个唯一对象$x$；因此意指$y$有**那个**使得---的$x$作为一个分子。这样定义9就给出了预想的意义。相应地，可以看出，定义10是要说明"$(y \in (\eta x)\ ---)$的含意是：$y$是使得———的**那个**$x$的一个分子。如果该条件"————"并不为一个而且仅只一个对象$x$所满足，那么词组"$((\eta x)\ --- \in y)$"和"$(y \in (\eta x)\ ---)$"不用说就都成为假的。[②]

蒯因在《数理逻辑》一书中，对涉及**么类**概念的摹状词作了新的修改。么类包含一个个体作为其唯一元素。么类跟那个元素没有不同。因此，可以把被摹状词所指谓的任一个体看作一个么类并定义如下：

$$\eta x Q x =_{Df} \forall\, z \exists\, y((z \in y) \wedge \forall\, x(x = y \leftrightarrow Qx)) \quad (2.9)$$

在这里$z$和$y$彼此不同并且跟在$Q$中出现$x$及其他变项不同。

美国逻辑学家克里普克（S. Kripke）在《命名与必然》一书中指出，弗雷格、罗素的指称理论有一个不可克服的困难，这就是人们对同一个专名可以有不同的解释。例如，对专名"亚里士

① 威拉德·蒯因，从逻辑观点看，汪天骥等译，第75页，上海译文出版社，1987。

② 同上书，第79页。

多德”，人们可以把它的意义做不同理解，如理解为“柏拉图的学生”、“亚历山大的老师”、“《形而上学》的作者”等等。于是很难找出一个限定摹状词来代替“亚里士多德”这个专名。甚至用维持根斯坦提出的“簇摹状词理论”也不能克服这一困难。因此，他们的摹状词理论是错误的。

克里普克认为：名称特别是专名只是“指示词”(*designator*)，它没有涵义，只有所指。指示词分两种：严格的（*rigid*）和非严格的（*nonrigid*）。“如果一个指示词在每一个可能的世界中都指示同一个对象，我们就称之为**严格的指示词**。否则就称之为**非严格的或偶然的指示词**。”[①] “专名是严格的指示词，因为虽然这个人（指尼克松）可能没有成为总统，但他不能不成其为尼克松（虽然他有可能不叫“尼克松”）。”[②]

而摹状词是非严格的指示词。例如，摹状词“1970年美国总统”指示了某个特定的人，即尼克松；但是另一个人（例汉弗莱）有可能成为1970年的美国总统，而尼克松则可能不成为1970年的美国总统。

既然专名和通名都不具有自己的内涵或含义，那个究竟如何决定专名的指称呢？克里普克提出“历史的因果命名理论”来解决这个问题。在克里普克看来，一个专名指称某个对象这既不取决于这个对象具有某种特殊的识别标记，也不取决于对象的特征，又不取决于专名的说出者知道或者相信这个对象具有这些特征。而是借助于某些与这个名称有关的历史事实，专指称某个特定的对象。“有一个人，例如，一个婴儿诞生了；他的父母给他取了一个名字。他们对朋友们谈论这个孩子。另一些人看见过这个孩子。通过各种各样的谈话，这个名字就似乎通过一根链条一环一环地

① 索尔·克里普克，命名与必然性，梅文译，第49页，上海译文出版社1988。
② 同上书，第50页。

传播开来了。"[1] 专名的指称就是这样通过社会群体中的因果的历史链条来确定。"在一般情况下，我们的指称不光依赖于我们自己所想的东西，而是依赖于社会中的其他成员，依赖于该名称如何传到一个人的耳朵里的历史以及诸如此类的事情。正是遵循这样一个历史，人们才了解指称的。"[2]

自由逻辑学家们通常把限定摹状词看作真正的单称词项，因此，他们对消去摹状词的程序不感兴趣。他们的兴趣在于：跟（2. 2）和（2. 4）相对应的双条件句的可接受性问题。它们分别是

$$E!\eta xQx \leftrightarrow \exists y(\forall x(Qx \leftrightarrow x = y)) \quad (2.10)$$

$$\bigcup [\eta xQx] \leftrightarrow \exists y(\forall x(Qx \leftrightarrow x = y) \wedge \bigcup y) \quad (2.11)$$

他们一般把（2. 10）的右边部分看作 $\eta xQx$ 的所指存在的充分必要条件。同样，（2. 11）的一半，即

$$\exists y(\forall x(Qx \leftrightarrow x = y) \wedge \bigcup y) \rightarrow \bigcup [\eta xQx] \quad (2.12)$$

在自由逻辑中一般被接受，指谓的限定摹状词似乎跟逻辑的分析相一致。然而，问题是它的另一半，即

$$\bigcup [\eta xQx] \rightarrow \exists y(\forall x(Qx \leftrightarrow x = y) \wedge \bigcup y) \quad (2.13)$$

因为它蕴涵着

$$\phi[\eta xQx] \rightarrow E!\eta xQx$$

这是难于接受的。

伦纳特（H. S. Leonard）于1956年提出第一个自由的摹状词理论，但是它是用二阶模态语言构建的。因此影响不大。更可接受的建议是由辛提卡（K. J. J. Hintikka）提出的。他的理论是基于下述一条原则：

$$\tau = \eta x\varphi \leftrightarrow (\varphi[\tau/x] \wedge \forall x(\varphi \rightarrow x = \tau)) \quad (2.14)$$

（2. 14）蕴涵着（2. 10）和（2. 12），但它也有若干不受欢迎的

---

① 索尔·克里普克. 命名与必然性. 梅文译，第49页，上海译文出版社，1988。

② 同上书，第96页。

后承。特别是，兰伯特（K. lambert）证明：从（2. 14）和

$$\eta x\varphi = \eta x\varphi \tag{2.15}$$

能得到

$$\varphi[\eta x\varphi/x] \tag{2.16}$$

而且（2. 16）的某些示例，如

$P\ (\eta x\ (Px \wedge \neg Px))\ \wedge \neg P\ (\eta x\ (Px \wedge \neg Px))$，

这是矛盾的语句。

兰伯特提出用

$$\forall\ y(y = \eta x\varphi \leftrightarrow (\varphi[y/x] \wedge \forall\ x(\varphi \rightarrow x = y))) \tag{2.17}$$

代替（2. 14）。在自由逻辑中假定（2. 17）作为公理模式，这等值于假定

$$E!\eta x\varphi \rightarrow (\tau = (\varphi[\tau/x] \wedge \forall\ x(\varphi \rightarrow x = \tau))) \tag{2.18}$$

这就形成被称做 $FD$ 的兰伯特理论。这是极小的自由摹状词理论，它仅能推广于指谓的摹状词。而要处理无指谓的摹状词需要对 $FD$ 增加进一步的模式。

对 $FD$ 增加模式

$$\tau = \eta x(x = \tau) \tag{2.19}$$

就获得被称做 $FD_1$ 的理论。而用

$$\eta x\varphi = \tau \leftrightarrow \forall\ y(\tau = y \leftrightarrow (\varphi[y/x] \wedge \forall\ x(\varphi \rightarrow x = y))) \tag{2.20}$$

代替（2. 17）就获得被称做 $FD'_2$ 的理论，它等值于 $FD_2$，后者是对自由逻辑系统 $FQCE! =$ 增加（2. 17）和

$$(\ E!\tau \wedge\ \ E!\tau')\rightarrow \tau = \tau' \tag{2.21}$$

获得的。它是一个比较强的理论。

70 年代本西文加（E. Bencivenga）提出真的反事实理论：一个包含无指称的单称词项的语句是真的（假的）当且仅当在这些词项在指称的时候它是真的（假的）。但是，把这一理论应用于摹状词就会产生复杂情况。因为摹状词指称着或摹状词的集合在指称着不总是可能的。于是

$$\eta x(Px \wedge \neg Px) \tag{2.22}$$

从来也没有所指，并且

$$\eta x Px \tag{2.23}$$

$$\eta x \neg Px \tag{2.24}$$

$$\eta x(x = x) \tag{2.25}$$

虽然都是“一致的”摹状词（并且在某处有所指），但从来也不能一起有所指。

面对这种情况，本西文加或者使上述语句成为空洞真的，或者修改他的方法。他选择了后者，但使问题进一步复杂化了。

# 3 自由逻辑

## 3.1 导论

自由逻辑（*Free logic*）是带或不带等词的这样的量词理论形式系统，它考虑到某些单称词项在某种场合被看作是不指谓存在的对象，并且在它那里量词一定被看作有存在的含义。

带等词的谓词演算的某些定理，如具有形式

$$\exists x(x = \tau) \tag{3.1.①}$$

和

$$\varphi[\tau/x] \rightarrow \exists x\varphi \tag{3.1.②}$$

的定理，由于把它们引入这样的理论而常常受到责难。这种理论不需要有“存在的承诺”。

古典一阶逻辑的语义学含有这样两条假设：

（1）个体域为非空集合；

（2）每个自由个体变元都指谓个体域中个体，个体常项指谓特指的个体。

于是，在这种语义学中怎样解释像“飞马”这类无指谓的词项就遇到困难。而且根据这种语义学，每个单称词项都要根据

(3. 1. ①) 和 (3. 1. ②) 的要求而有所指谓。

蒯因用“存在的承诺”来解决这一困难，他认为“存在就是约束变元的值”，即把“存在的含义”指派给量词。于是量词的域就成为所有的而且仅仅这些在给定的（可能的）情况中存在的对象的集合。要求每个单称词项指谓一个存在的对象。

而自由逻辑就是要摆脱关于单称词项存在假设的逻辑。当然，这种说法有些含混，不过为了直观上易于接受，我们暂时还保留这一说法。

3.1.1 古典逻辑和无指谓的单称词项

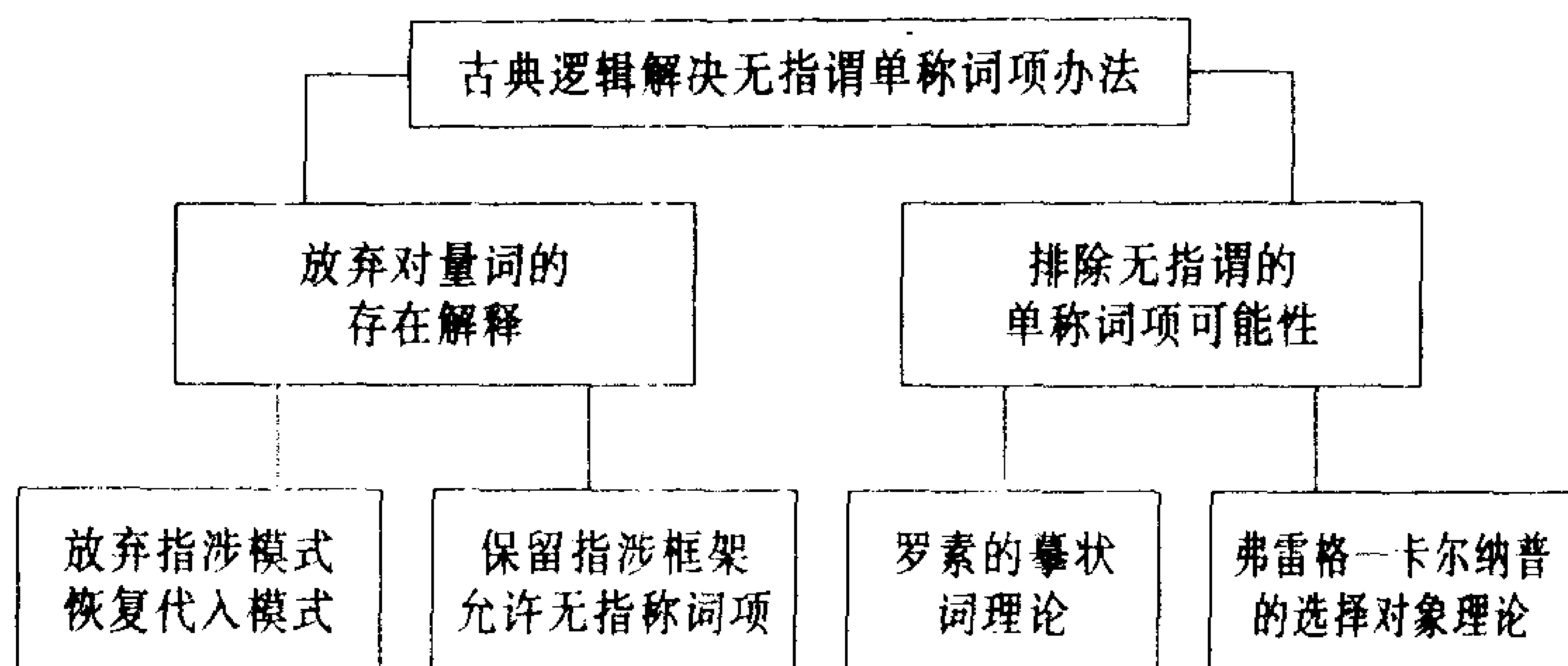
像多次提到过的那样，古典逻辑学家根据所面临的自然语言中像“珀伽索斯”或“圆的方”这类表达式而不得不改变自己的形式工具。

在前面我们已指出，自由逻辑学家在古典逻辑中所看到的是：古典逻辑使得把无指谓的单称词项跟量词的存在理解相结合成为不可能。古典逻辑学家希望避免这个问题，于是就提出了两种可接受的方案：他们可以否定对量词存在的解释或者排除无指谓的单称词项。

如果走第一条路，那么他们将在文献中找出这样两种启示：一是全然放弃解释的**指涉模式**并且返回到旧的**代入模式**。在形式语义学塔尔斯基的系统化之前的日子里，这是很普遍的。另一种是仍留在指涉框架内，但允许非存在对象处于量词的值域中。

如果你想走第二条道路，那么你将再一次在两种选择中进行决择：罗素的摹状词理论和弗雷格-卡尔纳普的选择对象理论。

我们可以把古典逻辑解决无指谓的单称词项的方案列成下表：




3.1.2 可兼逻辑

从时间上看，修正古典逻辑的“存在承诺”的第一批实例可以在蒯因称做“可兼逻辑”(Inclvsive Logic)中找到，在这种逻辑中允许量词域是空的。为了消除误解，需要指出：可兼逻辑和自由逻辑是两个不同的科目。逻辑可以是自由的，但不是可兼的；逻辑可以是可兼的，但可以不是自由的。但是把两个科目一起来处理是方便的。因为一方面它们所面临的问题紧密相联；另一方面要求自由逻辑具有可兼性是很自然的。

第一个可兼逻辑系统是雅斯科夫斯基(S. Jaskowski,1934)构造的，它比第一个自由逻辑早25年。他的逻辑是自然演绎系统，跟许多其他的这类系统相反，在其中考虑两类不同假设。一类是可以假定公式(用前置元语言符号$S$来表示)，另一类可以假定单称词项(用前置元语言符号$T$来表示)。通过该系统的量化规则就可弄清楚如何实现词项假设的方法，其规则如下：

($a$) **词项的假定**：在演绎过程的任一步中都可引入形式$T\tau$的假设，这里$\tau$是新词项。

($b$) **全称示例**：由$\forall x\varphi$和$T\tau$得出$\varphi[\tau/x]$。

($c$) **全称概括**：如果由$T\tau$得出$\varphi$，那么可以演绎出$\forall \tau\varphi$，并且这个结论不依赖于假设$T\tau$（于是它可被解除）。

为了说明这些规则怎样允许定义域是空的，我们采取反证法，

即证明不允许排除这种可能性的公式成立。我们考察公式

$$\forall x\varphi \to \exists x\varphi \quad (3.1.1)$$

它是被“排除的”公式的典型示例，而且是古典逻辑的定理。我们试图在雅斯科夫斯基系统中证明它。我们采取反证法，假定这个公式假，即肯定其前件否定其后件，于是我们有

$$S\forall x\varphi \quad (3.1.2)$$

$$S\forall x\neg\varphi \quad (\text{即 } S\neg\exists x\varphi) \quad (3.1.3)$$

根据（$a$），我们有

$$T\tau \quad (3.1.4)$$

根据（$b$），由（3.1.2）和（3.1.4）得出

$$\varphi[\tau/x] \quad (3.1.5)$$

同样，由（3.1.3）和（3.1.4）得出

$$\neg\varphi[\tau/x] \quad (3.1.6)$$

（3.1.5）和（3.1.6）相矛盾。所以跟反证法假定不是一致的. 但是，在这个证明中不是两个假设，而是三个。如果不接受（3.1.4）（即在空域场合），那么（3.1.2）和（3.1.3）可以仍是完全一致的，即（3.1.1）不是永真的。这样证明（3.1.1）的尝试是不成功的。

雅斯科夫斯基对这个量化系统的考察极简短，几乎像研究命题逻辑文章的附录。这可能是因为该系统有若干个不必要的限制，而对排除它们所引起的后果尚待研究。如果它们被研究清楚了，该系统可能被证明是第一个自由逻辑。为了说明这点，我们考察在该系统中：（$i$）开公式不是可证的；（$ii$）不存在个体常项和（$iii$）元语言符号 $T$ 没有对象语言的副本（对应物）。如果（$iii$）和（$i$）或（$ii$）被放弃（例如说 $T^{*}$ 是 $T$ 的对象语言副本），那么由规则（$a$）—（$c$）（跟命题逻辑规则一起）得出下述定理：

$$(\forall x\varphi \wedge T^{*}\tau) \to \varphi[\tau/x] \quad (3.1.7)$$

$$\forall xT^{*}x \quad (3.1.8)$$

同时也能阻止如下述那样的公式的证明：

$$\forall x\varphi' \to \varphi[\tau/x] \qquad (3.1.9)$$

这正是许多自由逻辑的关键性特征。

自由逻辑是考虑到无指谓的单称词项，而且如果域是空的，那么所有单称词项都是无指谓的；因此，如果可兼逻辑全然考虑任何单称词项，那么它一定考虑无指谓的单称词项，于是也就成了自由逻辑。然而，雅斯科夫斯基没有达到构造真正的自由逻辑目标，因为他没有深入地研究这样的基本语义问题：把合适的真的条件赋予包含无指谓的单称词项。当一些可兼逻辑学者考虑放弃雅斯科夫斯基的某些限制时，他们就接近解决这个问题。于是，当莫斯托夫斯基（A. Mostowski，1951）构造违背（*i*）的可兼逻辑时，他就决定在空域中处理开公式。在不含个体常项的语言中（像他所给出的那样），自由变元只是单称词项的可能位置架（*Possible place-holders*）。因此莫斯托夫斯基的问题至少部分地是自由逻辑的基本问题的特殊场合。但是，在那时他并没有了解到这点，他只是用跟处理约束变元相类似的办法处理自由变元，并且使所有开公式在空域中是真的。

从这种选择中获得的系统有惊人的反常的性质：分离规则在它那里不保存真或有效性。

尽管如此，可兼逻辑毕竟是起着由古典逻辑向自由逻辑发展中的中介作用。

## 3.2 自由逻辑的证明理论

在上一节我们已看到可兼逻辑学家们回避了，自由逻辑的关键问题是语义问题。然而更令人吃惊的是，甚至许多自由逻辑学家也回避这个问题达10年之久，而把他们的研究局限于逻辑的纯证明论构造方面。因而自由逻辑的历史可以划分为两个时期：第一个时期构造证明理论，而第二个时期构造语义学。

第一个自由逻辑系统是莱布兰斯（H. Leblanc）和黑尔佩林（T. Hailperin）于1959年构造的。在这近40年中，自由逻辑有很

大发展，建立了若干公理系统和自然演绎系统。

3.2.1 公理系统

带等词的一阶量词演算(CQC=)的每种公理系统都包含被称做**全称示例规则**的公式

$$\forall x\varphi \rightarrow \varphi[\tau/x] \quad (3.2.1)$$

或演绎地等值于它的其他公式作为初始的假设。此外，自由逻辑学家发现所有可疑的CQC=的定理（包括（3.1.1）和（3.1.2））都是（3.2.1）的实质的使用来证明。自然就得出结论，在构造自由逻辑公理系统时，首先要放弃（3.2.1）。

当做到这一步时，其余的公理就允许证明（3.2.1）的弱式

$$(\forall x\varphi \wedge \exists x(x=\tau)) \rightarrow \varphi[\tau/x] \quad (3.2.2)$$

可以把它称做限制的全称示例规则。虽然这并没有描述自由逻辑学家们的问题，但是这个结果却受到他们的欢迎。因为限制的示例规则（跟原来的规则不同）是这样的规则，它在无指谓的词项（和承担存在的量词）出现的场合也能得到完满的解释。

为了说明为什么如此，我们考察一下在（3.2.2）中所要求的补充条件，即对全标量词的单称词项$\tau$的说明，在这里认为$\tau$指谓约束变元的值，或更简单地说$\tau$指谓着。于是，（3.2.2）关于无指谓的单称词项没说任何东西，另一方面虽然不能用它来判明下述的可疑的推理形式，即由

没有东西（存在）是飞马 (3.2.3)

推出

珀伽索斯不是飞马 (3.2.4)

但可以用它判定下述推理是正当的：由（3.2.3）和

苏格拉底存在 (3.2.5)

推出

苏格拉底不是飞马 (3.2.6)

从伦纳德的有影响的文章"存在逻辑"(1956)[1] 开始，自由逻辑学家就坚持，他们肩负着这样两项重要任务：(*i*) 要使在古典逻辑中暗含的存在假设变成明显的；(*ii*) 要区分开这样两种情况：一些假设与存在有关，一些是无关的。(3.2.2) 就是成功地完成这两项任务的实例：一方面可用公式

$$\exists x(x = \tau) \quad (3.2.7)$$

表达(单称词项) $\tau$ 指谓着；另一方面用它的真实的存在预示着这个假设的相关性，于是就把 (3.2.2) 的情况跟

$$\varphi(\tau) \rightarrow \neg\neg\varphi(\tau) \quad (3.2.8)$$

的情况区别开来，后者是古典逻辑和自由逻辑共同的定理，在该公式中没有所给定的补充的存在条件。

等号在 (3.2.7) 中起着生死攸关的作用。如果我们的起点不是带等词的逻辑 $CQC=$，而是不带等词的逻辑 $CQC$，那么 (3.2.7) 的情况如何呢？对于不带等词的逻辑来说，它又意谓着什么呢？

我们逐步地说明这个问题。首先，我们注意到：如果 (3.2.7) 实际上表达对 $\tau$ 的指谓性质的存在承诺，那么似乎把它作为关于新的存在符号的定义项来使用是合法的，定义的形式如下：

$E!\ \tau =_{Df} \exists x\ (x=\tau)$，这儿 $x$ 是跟 $\tau$ 不同的按字母表顺序的第一个变元。

通过使用这一缩写（定义），(3.2.2) 可以表达为

$$(\forall x\varphi \wedge E!\ \tau) \rightarrow \varphi[\tau/x] \quad (3.2.9)$$

于是，这个附加的假设的意义更明确了。

在通过去掉 (3.2.1) 而从 $CQC$ 所获得的系统中，无论 (3.2.2)，无论它的定义缩写形式 (3.2.9) 都是不可证的；然而，类似于 (3.2.2) 或 (3.2.9) 的公式还一定是必需的。因为，像我们已经说过的那样，古典逻辑程序（特别是全称示例）是以隐

---

[1] "The logic of existence', Philosophical Studies 1956, 7, 49—64.

含着的存在假设为基础，当这些假设真时，它们才是无可怀疑的。

另一种选择是：从 $CQC$ 去掉（3.2.1），然后把 $E!$ 加到其符号集合中，并对公理模式集合增加公式（3.2.9）。这是兰伯特于1963年提出的办法。

为了解释这种选择，就需要考察（3.2.2）。这条“规律”说的是：如果某物是约束变元的值，它就具有所有这样的值所负荷的（在该语言中可表达的）性质。而且这个条件陈述可以用全称词项来重新表述：约束变元的每个值都具有（在该语言中可表达的并且）为所有这样值所负荷的性质。这一重新表述向我们提示

$$\forall y(\forall x\varphi \rightarrow \varphi[y/x]) \quad (3.2.10)$$

作为对（3.2.2）或（3.2.9）的可能代替者。

现在，我们揭示“纯”自由逻辑 $FQC$、带存在的自由逻辑 $FQCE!$、带等词的自由逻辑 $FQC=$ 与带存在和带等词的自由逻辑 $FQCE!=$ 的核心。

首先，考察通过用（3.2.10）替换（3.2.1）由 $CQC=$ 获得的系统。在这个系统中

$$\forall x\exists y(y=x) \quad (3.2.11)$$

是可证的，这似乎是完全合理的。因为约束变元的每个值一定也是任何其他约束变元的值。

然而班西文加证明这个很自然的结果在这样系统中不可证。这个系统是通过去掉（3.2.5）由 $CQC=$ 获得的。而它的借助存在符号的副本

$$\forall xE!x \quad (3.2.12)$$

在下述系统中不可证。该系统是通过用（3.2.9）替换（3.2.1）从 $CQC=$ 获得的。

第二，在纯自由逻辑中长期未解决的问题是

$$\forall x\forall y\varphi \rightarrow \forall y\forall x\varphi \quad (3.2.13)$$

在通过用（3.2.10）替换（3.2.1）从 $CQC$ 获得的系统中是否可证的问题。1981年法因（K. Fine）以否定方式解决了这个问题。这

表明（3.2.13）对上面所提到的系统的独立性。

现将四个重要的自由逻辑系统陈述如下：

**纯自由逻辑系统** $FQC$，它是用公式（3.2.10）和（3.2.13）替换（3.2.1）从一阶谓词逻辑 $CQC$ 获得的。它公理模式是

$A1.\ \varphi V\varphi \rightarrow \varphi$

$A2.\ \varphi \rightarrow \varphi V\psi$

$A3.\ \varphi V\psi \rightarrow \psi V\varphi$

$A4.\ (\varphi \rightarrow x) \rightarrow (\varphi V\psi \rightarrow \varphi V x)$

$A5.\ \varphi[\tau/x] \rightarrow \exists x\varphi$

$A6.\ \forall y(\forall x\varphi \rightarrow \varphi[y/x])$

$A7.\ \forall x\forall y\varphi \rightarrow \forall y\forall x\varphi$。

**带等词的自由逻辑** $FQC=$，它是用（3.2.10）替换（3.2.1）由 $CQC=$ 获得的。它的公理模式是

$A1$—$A6$

$A8.\ x=x$

$A9.\ x=y \rightarrow (\varphi \rightarrow \varphi[y/x])$。

**带存在的自由逻辑** $FQCE!$，它是用（3.2.9）替换（3.2.1）由 $CQC$ 获得的，它的公理模式是

$A1$—$A5$

$A10\ (\forall x\varphi \wedge E!\ \tau) \rightarrow \varphi[\tau/x]$。

**带存在和等词的自由逻辑** $FQCE!=$，它是用（3.2.12）替换（3.2.1）由 $CQC=$ 获得的，它的公理模式是

$A1$—$A6$、$A8$、$A9$

$A11.\ \forall xE!\ x$。

在某种意义上说，上述这四个系统都是弱自由逻辑系统。

3.2.2 非公理系统

现在讨论自由逻辑的自然演绎系统和甘岑（G. Gentzen）的形式表达式。

自由逻辑的头两自然演绎系统是莱布兰斯与黑尔佩林

(1959）和辛提卡（1959）构造的。但这两个系统在逻辑文献中不太通用，我们不在这里陈述。[1]

在我们表述自然演绎系统时，关于联结词和等词的标准规则仍有效，并且我们将采取量词规则中存在符号的实质用法。通过使用同样的规则可以获得纯自由逻辑（或带等词但不带存在词的自由逻辑）系统。但是“$E!$”属于元语言符号，而且只接受不含它的公式作为定理。

上面那些限制对自由逻辑自然演绎系统成立。

**自由逻辑的自然演绎系统**可以用下述四条规则来描述：

（1）∀ 导入规则：$\{E!\ a\}$

$$\begin{array}{c}\{E!\ a\}\\ \vdots\\ \dfrac{\varphi[a/x]}{\forall x\varphi}\end{array}$$

这儿 $a$ 是在 $\varphi$ 中不出现的新的个体常项。

（2）∀ 消去规则：$\dfrac{\forall x\varphi \quad E!\ a}{\varphi[a/x]}$

（3）∃ 导入规则：$\dfrac{\varphi[a/x] \quad E!\ a}{\exists x\varphi}$

（4）∃ 消去规则：$\{\varphi[a/x]\}$

$$\begin{array}{c}\{\varphi[a/x]\}\\ \{E!\ a\}\\ \vdots\\ \dfrac{\exists x\varphi \quad \psi}{\psi}\end{array}$$

这儿 $a$ 是在 $\varphi$ 或 $\psi$ 中不出现的新的个体常项。

**自由逻辑的甘岑系统**可用下述四条规则来描述。

（1′）在前件中导入∀：

$$\frac{\Gamma,\varphi[a/x]\vdash\triangle \quad \Gamma'\vdash\triangle',E!a}{\Gamma,\Gamma',\forall x\varphi\vdash\triangle,\triangle'}$$

---

① 对它们有兴趣的读者可参看王雨田主编，现代逻辑科学导引，下册，第198—205页，中国人民大学出版社，1988。

(2′) 在后件中导入∀：

$$\frac{\Gamma, E!a \vdash \triangle, \varphi[a/x]}{\Gamma \vdash \triangle, \forall x\varphi}$$

这里 $a$ 不在 $\Gamma$，△或 $\varphi$ 中出现。

(3′) 在前件中导入∃：

$$\frac{\Gamma, E!a, \varphi[a/x] \vdash \triangle}{\Gamma, \exists x\varphi \vdash \triangle}$$

这里 $a$ 在 $\Gamma$，△或 $\varphi$ 中不出现。

(4′) 在后件中导入∃：

$$\frac{\Gamma \vdash \triangle, \varphi[a/x] \quad \Gamma' \vdash \triangle', E!a}{\Gamma, \Gamma' \vdash \triangle, \triangle', \exists x\varphi}$$

## 3.3 自由逻辑语义学

### 3.3.1 自由逻辑的语义问题

我们考察简单的单称的主谓语句，如

苏格拉底是人。 (3.3.1)

如何根据古典逻辑通常的指涉语义学对（3.3.1）指派真值呢？

最简单的回答如下：首先，我们建立量词的域。然后我们在那个域中寻找单称词项“苏格拉底”的所指和寻找普通词项（或谓词）“是人”的外延。最后，我们断言，（3.3.1）是真的，如果那个所指是那个外延的元素的话；否则它是假的。实际上，如果没有某种真底理论，就不可能合理地建立起给定语句真的条件。上面提到的程序正是以这种理论为基础，一般把它称做真的对应理论。根据这种理论，如果（3.3.1）跟现实对应，那么它就是真的；如它不跟现实对应，那么它就是假的。如果我们讨论的是命题逻辑，那么原子语句跟现实的这种对应将是最低线。然而在量词理论分析的水平上，即当语句分析为（单称的或普遍的）词项时，所提到的对应就归结为更基本的对应的：单称词项和构成它们的所指的对象间的对应，和普遍词项跟构成它们的外延的集合间的对应。如果在一般的对应理论中，要根据语句所说的东西与世界存

在方式之间相适应来确认语句真，那么这样的基本对应在分析的这种水平上描写这样的点，在其上一定能找到这种适应。就我们的例子而言，当对应于“苏格拉底”的对象是对应于“是人”的集合的元素时，命题（3.3.1）就是真的。

我们看到，基本对应是整个事情的关键。一旦我们有了相对于某一语句的基本对应，我们就能够确定这个语句是否对应于现实。但是在此之前是做不到的。在我们所居住的世界中，我们知道命题（3.3.1）是真的，而

柏拉图是桌子　　（3.3.2）

是假的。而这是因为我们知道苏格拉底和柏拉图是谁，哪种东西是人，哪种东西是桌子。如果我们不知道这些，那么我们就不能知道上述两个命题的真假；如果不存在苏格拉底和柏拉图，那么我们就会遇到更大的困难。

当我们的把无指谓的单称词项引入我们的逻辑时，我们面临的正是这类困难。无指谓的单称词项指谓不存在。这就表明古典逻辑语义学所要求的基本对应不存在。

这不止是认识论问题，我们考察下述例子：

猎狗星是白色的　　（3.3.3）

和

珀伽索斯是白色的　　（3.3.4）

并且假定猎狗星是一颗遥远的行星，它的颜色尚未确定。为了简化起见，我们假定没有一部关于珀伽索斯的作品说到它的颜色。但是（3.3.3）跟（3.3.4）仍存在着差别。因为猎狗星的颜色**事实上**不能确定，这属于人类实践方面的限制，但**原则上**可以确定它的颜色，因为总是有人会克服这些实践上的限制。而在珀伽索斯在什么地方也看不到，无论我们的能力如何改进都不能影响我们检验它的颜色的能力。

这里说的不是我们是否知道它，而是我们想确定它的真假。如果（3.3.4）是假的，那么这与（3.3.2）假的情况又有何不同呢？

我们所需要的语义学能够准确地告诉我们这二者的相似和区别。对应的理论不能告诉我们这些，因为它对真假的裁决依据基本对应，这不总是能做到的。也就是说，我们需要这样一种判定方法；它能够判定包含无指谓的单称词项的语句何时是真的，并且能说明其为什么。这是构造自由逻辑语义学过程中所面临的主要问题。它是一个重要问题，因为对它的任何一种回答都不可避免地对真的对应理论提供一种可能的选择。它也是一个敏感的问题，因为对应理论是一个历史悠久的理论，对它提出挑战需要勇气。

3.3.2 外域理论

在寻求解决自由逻辑的语义问题中，即寻找弥补在基本对应理论中出现的空隙的办法中，解决这个问题最早的方法是回避任何这样的空隙。这实质上是许多古典逻辑学者们所运用的方法。这就是：或者把任意的所指指派给（以前）无指谓的单称词项（如弗雷格-卡尔纳普的办法），或者从直接的语义副本所需要的事物类中排除这样的词项（如罗素所做的那样）。这种方法是要我们承认“珀伽索斯”或“当今法国的国王”像“罗纳德·里根”或“当今法国总统”一样有语义副本，只是这样的副本（或所指）不是量化域的元素，或者直截了当地说，它们不存在。下面简要介绍外域的理论。所谓外域是指在语义框架（或结构）中除了原有的量化域外，又增加一个被称做外域的集合。

阿朗索·丘吉（A. Church）于1965提出的观点对外域理论的发展产生重要影响。他的基本观点如下：

令 $S$ 是任一集合，并且令在 $S$ 上定义个体常项和谓词常项的古典解释。令 $P$ 是任一一无谓词，并定义两个新的量词，它们分别读做：“对于每个 $x$，如果 $x$ 是 $P$ 那么…”和“存在着 $x$，使得 $x$ 是 $P$ 并且…”。丘吉认为，兰伯特的公理系统可以跟只包含新量词逻辑的公式的集合相一致。

科基西亚雷拉（N. B. Cocchiarella）于1966年提出建立“可

能的和实际的对象的逻辑”。[1] 从语义上看，这个逻辑的**基本单元**（科基西亚雷拉结构）可以设想为有序三元组〈$A$，$A'$，$I$〉，这里 $A$ 是通常的非空集合，$I$ 是在 $A$ 上解释个体常项和谓词常项的函项。在这个描述中新的特征是 $A'$，它刚好是 $A$ 的任何（可能空的）子集合。$A$ 是量词的值域，但不是具有存在意义的量词的值域。更精确点说，它的元素可以解释为“可能的对象”。$A'$是具有存在解释的量词偶的值域。如果我们采取通常的符号$\forall$ 和$\exists$ 表示具有“存在承诺”的量词，用$\wedge$和$\vee$表示更一般的量词，那么就容易看到，$\forall x\varphi$ 在科西基亚雷拉结构中可以是真的，而 $\varphi[\tau/x]$ 则不是真的（实际上，如果 $A'$是空的，那么甚至$\exists x\varphi$ 也不是真的）。因此全称示例规则对于限制的量词失效。在另一方面，这个规则对于未限制的量词有效。这就启示我们，关于上面提到的逻辑的形式系统可以这样获得：把关于$\wedge$和$\vee$的古典逻辑跟关于$\forall$ 和$\exists$ 的自由逻辑配成偶，并且增加模式

$$\wedge x\varphi \rightarrow \forall x\varphi \tag{3.3.5}$$

它提供了量词的两个集合间的联系。

由于量词的两个集合和类似（3.3.5）的原则的存在，科西基亚雷拉的可能的和实际的对象的逻辑事实上比第 3.2.1 节中所说的极小自由逻辑要广一些。但是，如果从语言中去掉未限制的量词和从形式系统中去掉所有包含这样量词的定理，那么我们就正好得到极小的自由逻辑。在另一方面，如果我们做到这点，那么较大的集合 $A$ 不是任何量词的值域，而仅仅为在 $A'$中无解释的个体常项提供所指。于是，我们可以用稍微有点不同的方式描述这种情况，并且不坚持存在的集合是可能对象的较大的集合的子集合，把注意力集中于存在和非存在之间的区别（即是 $A'$和 $A$-$A'$之间的差别）。这就把我们带到一个新的领域。这就是莱布兰斯和托

---

[1] N. B. Cocchiarella：1966，“A logic of possible and actual objects”，The Journal of Symbolic Logic. 3. 688.

马森（R·H·Thomason）于1968年提出语义学。

莱布兰斯托马森结构（简称 $LT$）也是有序三元组〈$A$，$A'$，$I$〉，而 $A$ 和 $A'$ 在这里是两个不相交的集合（分别称做**内域和外域**），于是它们的并集是空的（当然这个并集对应于科基西亚雷拉结构的可能对象集合，而且它在当前的场合仍起重要作用，虽然背景变了）。$I$ 是在 $A \cup A'$ 上解释个体常项和谓词常项的函项。如果它的内域是空的，那么 $LT$ 结构是零，否则它是非零。在非零的 $LT$ 结构中，指派是从变元到内域的函项。像通常那样定义可满足性，而变元只能在内域中取值这个事实就使得由量词的值域构成这个域。

莱布兰斯和托马森的语义学既是可兼的又是自由的，零 $LT$ 结构的存在就证明了这一点。于是又产生了这样的问题：在这些结构中怎样处置开公式。但是，这不是我们需要考察的问题。我们可以采取这样的建议，只接受闭公式，把开公式作为在零 $LT$ 结构中未解释的而放置起来。这并未限制我们的表达能力，因为我们已经有了个体常项作为单称词项的位置架，并且个体常项出现在零 $LT$ 结构中就像它们（当它们是无指谓时）出现在非零 $LT$ 结构中一样。况且，我们不需要把开公式作为在零 $LT$ 结构中对带量词语句赋值的预备步骤来处理，因为我们能够由所有这样的结构 $\mathscr{U}$ 和所有语句 $\forall x\varphi$ 得到

$$\mathscr{U} \models \forall x\varphi \tag{3.3.6}$$

我们已经考察了两个被称做自由逻辑外域方法的不同形式。它们各自强调这个方法的不同方面。科基西亚雷拉更注意限制量词，而莱布兰斯和托马森则强调存在两类所指。现在我们讨论这个方法第三个侧面。这就是跟弗雷格-卡尔纳普的古典设计相类似的方法，即是，使每个无指谓的单称词项都指谓着。

斯科特（D. Scott）使上述设想具体化。简单地说，他的方法是：把一个不属于量化域的实体，例如 $*$，联合于每个量化域。因为 $*$ 处于量词之外，所以根据蒯因的主张，它不存在，但它仍可

作为语义值指派给单称词项；因此 $\{*\}$ 事实上作为外域来处理。同时因为这个外域是独一无二的，所以“*”也可看作卡尔纳普的选择的对象。所有（原来）无指谓的单称词项都有它作为它们的共同的语义副本（所指）。

由于斯科特语义学最后的这个特征，公式

$$(\neg E!\tau \wedge \neg E!\tau') \rightarrow \tau = \tau' \qquad (3.3.7)$$

是在这个语义学中真的。当然，由于（3.3.7）在极小的自由逻辑中不可证。要产生适合于这种语义学的形式系统，自由逻辑就要增强一些，做到这点最简单的办法是把（3.3.7）作为增加的公理模式加到公理模式集合中去。更为精确的选择是：对语言增加新符号（例如“*”），对语义学增加固定于“非存在对象”的解释，对演绎工具增加模式

$$\neg E!\tau \rightarrow \tau = * \qquad (3.3.8)$$

我们可以用摹状词来定义“*”如下

$$* =_{Df} \cdot \eta x(x \neq x) \qquad (3.3.9)$$

外域语义学的可取之处是它简单，而且很方便，同时与标准的赋值方式相一致。

但是它也有一些不足。首先，对外域的元素是什么这个问题的回答就遇到麻烦。非存在对象在哲学上是值得商量的，它在今天的哲学里是很贫乏的。罗素在反驳迈农（A. Meinogn）时已指出这种关于非存在东西必定有某种逻辑上存在的“这种理论的谬误在于对实在的感知不足，即使在最抽象的研究中这种感知也应当保持。作者主张，动物学既不能承认独角兽，逻辑也应该同样地不能承认，因为逻辑的特点虽然是更抽象、更普遍，然而逻辑关心实在世界也和动物学一样的真诚。”①

其次，对于许多这一理论的支持者说来，有一些对象是不“完全的”，即对于某性质 $p$，这些对象既没有 $p$，又没有非 $p$，例

① 罗素，数理哲学导论，第159页。

如不能说珀伽索斯有多长或没有多长。

珀伽索斯是六呎长 (3.3.10)

是既不真也不假，只是不确定。可以把这种情况称做“真值空隙”（“*truth-value gaps*”）。我们不能轻率地把它引入我们的二值语义学。因为如果我们把外域的某些元素作为相对某谓词常项是未确定的而留下来，那么这就可能直接违反逻辑规律

$$\varphi \vee \neg\varphi \qquad (3.3.11)$$

第三，外域语义学似乎承认存在对象和非存在对象之间有“真正的”关系。如果我们允许非存在对象存在，那么就不可避免地导致它们跟存在的对象之间某种关系存在。

我们可以把关系分为两类：真正的（或纯粹描述的）和内涵的（或在某种意义上“模态的”）关系。例如

库图佐夫比拿破伦高 (3.3.12)

和

我正在思索着珀伽索斯 (3.3.13)

就是表达不同关系的语句，前者表达真正的（或纯描述的）关系，后者表达一种内涵关系。

当代一些逻辑哲学家认为，量化理论的谓词常项 $P, Q, R, \cdots$ 代表真正的（非内函的）关系。如果我们认为，在存在和非存在之间存在着的不是这样的关系，那么就会遇到由下述事实所引起的困难：在外域语义学的通常表述中，甚至当 $O_1$ 是内域的元素并且 $O_2$ 是外域的元素时，有序偶 $\langle O_1, O_2\rangle$ 也可能落入谓词常项（如 $P$）的外延。这就是说，非存在的对象跟存在的对象间存在着某种真正的关系。像

孙悟空比爱因斯坦聪明 (3.3.14)

这样的语句是无法确定其真值的语句，因而是无意义的。

3.3.3 约定语义学

本节所讨论的语义观点有一个共同点，这就是：它们几乎是根据**认可**（*fiat*）来确定含无指谓的单称词项的语句的真值。故把

这种理论称做**约定的**。

最典型的约定观点可以描述如下：它们的**基本语义单元**是“部分”结构〈$A$，$I$〉，这儿 $A$ 是通常的量化域，$I$（在 $A$ 上）解释所有谓词常项和某些（可能是全部，可能一个也没有）个体常项。像通常那样来确定不包含无解释的常项的原子公式有相同的值，而包含无解释的常项的所有原子公式有相同的值，依情况它们是真的或假的。于是，可以把这类语义学区分为肯定的约定语义学和否定的约定语义学。

也像通常那样来确定复合公式的真值。其中，指派作为由变元的集合到域的函项。而量词公式可满足的条件是

$\mathscr{U}\models\forall x\varphi\ [f]$ 当且仅当对于 $\mathscr{U}$ 域的每个元素 $\alpha$

$$\mathscr{U}\models\varphi[f,\alpha/x] \tag{3.3.15}$$

该理论的完备性和一些其他元定理是不难证明的。但是，在已有的文献中，肯定的约定语义学还只是一种理论的可能性，关于它的技术细节讨论不多。当然，许多学者在这个领域已意识到这种可能性，尽管它尚未成为发育成熟的语义方法的核心。

现在，我们根据肯定的约定语义学来检验模式

$$\tau=\tau \tag{3.3.16}$$

通常它被看作表达逻辑规律。然而，这并不意谓着，这样的逻辑同意关于相等性的标准处理方法，因为这会产生等同可代换性问题。我们考察这样的结构〈$A$，$I$〉，使得 $I$（$a$）不是被定义的，$I$（$b$）是被定义的并且 $I$（$b$）$\notin I$（$P$）。这个结构中，

$$a=b \tag{3.3.17}$$

和

$$Pa \tag{3.3.18}$$

都是真的，但

$$Pb \tag{3.3.19}$$

是假的。在另一方面，情况似乎不那么严重。许多自由语义学不得不采取某种特殊的方法来处理相等性，其中有的明确要求：当

$a$ 和 $b$ 中正好有一个有指谓时，像（3.3.17）那样的语句是假的。而这里也需要类似的规定。

否定的约定语义学比肯定的更为成功。否定的约定语义学的基本观点是：只有词项的所指处于被谓词所指谓的关系中时，把谓词应用于该词项才有效；如果词项无指谓，那么它们的所指就不能处于这种关系中，并且这样的应用无效。换句话说，因为不存在孙悟空的所指，所以孙悟空的所指就不能处于唐僧的所指所具有的任何关系中，；因此

唐僧喜欢孙悟空 (3.3.20)

是假的。

于是，否定的约定语义学不需要新技术工具就可保留古典框架中许多东西。它这种“保守的”特征从语用观点看是重要的。

3.3.4 超赋值语义学

范·弗拉斯森（B.C. Van Fraassen），于1966年提出新的语义理论，从它的最有特征的技术工具来看，我们可以把它称做**超赋值语义学**（*Supervaluational semantics*）。

按照范·弗拉斯森的意见，像

珀伽索斯有白色的后腿 (3.3.21)

这样的语句的真值，乃至这种语句有真值的事实最终是基于某种约定。而这种约定属于语言哲学。逻辑与任何这样约定无关，因为逻辑真理的集合绝对独立于我们决定采取的语言哲学。其中有把真指派给（3.3.21）的约定和把假指派给它的约定，但逻辑不承诺它们中任何一个。至多我们能把逻辑看作对所有可能约定的**逻辑积**做出承诺，即承诺所有这些约定所共有的东西，承诺什么是真（或假）与我们所采取的约定关系不大。

所有可能的约定的逻辑积这个概念以下述方式很自然地导致超赋值的思想。设我们给定部分结构 $\mathscr{U}=\langle A, I\rangle$，并假定 $I(a)$ 是未定义的，$I(b)$ 是定义的，并且 $I(b)\in I(P)$。用这种标准的赋值程序来确定下述语句的真值：

$$Pb \quad (3.3.22)$$

$$Pb \vee \neg Pb \quad (3.3.23)$$

$$\exists xPx \quad (3.3.24)$$

是真的，而

$$\neg Pb \quad (3.3.25)$$

$$Pb \wedge \neg Pb \quad (3.3.26)$$

$$\forall x \neg Px \quad (3.3.27)$$

是假的。

$$Pa \quad (3.3.28)$$

$$\neg Pa \quad (3.3.29)$$

$$Pa \vee Pb \quad (3.3.30)$$

$$Pa \wedge \neg Pb \quad (3.3.31)$$

$$Pa \vee \neg Pa \quad (3.3.32)$$

$$Pa \wedge \neg Pa \quad (3.3.33)$$

的真值不能确定。

当然（3.3.28）—（3.3.33）可以接受基于某一约定或其他约定的真值的任何组合，但我们更有理由接受那些在下述意义的古典的约定：它们以某种方式把真值指派给包含无指谓的单称词项的原子公式，但是它们以标准的方式对复合公式赋值。

任何这样古典约定的组合和部分结构所提供的信息将决定着该语言所有语句的赋值。我们把这样的赋值称做（在 $\mathscr{U}$ 上）**古典赋值**。古典赋值适用于不包含无指谓的单称词项。但是需要解释的是：它们也适用于许多包含无指谓的单称词项。例如，（3.3.28）在某古典赋值中采取值真，而在另一赋值中为值假。但是**每个**古典赋值都将验证（3.3.30）和（3.3.32）为真，而（3.3.31）和（3.3.33）为假。换句话说，存在着这样场合，在其中所有古典赋值的逻辑积是非空的。而这样提供的东西已超出被部分结构所决定的东西。（3.3.32）和（3.3.33）的结局提示我们，这种补充的信息可以推广于命题逻辑的所有含无指谓单称词项的

语句。

范·弗拉斯森方法的实质只在于使用这种补充信息。更准确地说，部分结构 $\mathscr{U}$ 的**超赋值** $W_{\mathscr{U}}$ 被他描述为这样的（部分）赋值：把真指派给在 $\mathscr{U}$ 上所有古典赋值中是真的语句；把假指派给在 $\mathscr{U}$ 上所有古典赋值中是假的语句；而在所有其余的语句场合无真值（或真值空隙）。例如，假定我们在 $\mathscr{U}$ 上只有两种古典赋值 $V_1$ 和 $V_2$，我们计算下述公式的超赋值 $W_{\mathscr{U}}$：

| 公　式 | $V_1$ | $V_2$ | $W_{\mathscr{U}}$ |
|---|---|---|---|
| $Pb$ | $T$ | $T$ | $T$ |
| $\neg Pb$ | $F$ | $F$ | $F$ |
| $Pa$ | $T$ | $F$ | — |
| $\neg Pa$ | $F$ | $T$ | — |
| $Pa \vee \neg Pa$ | $T$ | $T$ | $T$ |
| $Pa \wedge \neg Pa$ | $F$ | $F$ | $F$ |

上表中“—”表示无真值或真值空隙。

超赋值构成自由语义学基本的（或可接受的）赋值，而所有其他语义概念都要用其术语来定义。

超赋值保持了所有那些没坚持任何特殊约定或允许非存在对象的命题逻辑这一事实是值得注意的，但是也应指出，当我们超出命题逻辑范围应用超赋值就会产生严重问题。

首先，我们讨论与等值有关的问题。当 $a$ 是无指谓的时，迄今为止我们尚无办法阻止使

$$a = a \qquad (3.3.34)$$

假的古典赋值，并且当 $a$ 和 $b$ 二者都是无指谓的时，就无法阻止这样的古典赋值：(3.3.17) 和 (3.3.18) 真，而 (3.3.19) 假，于是使等同可代换性无效。

其次是涉及量化的问题。为理解它们，首先，我们一定要问：

现在的方法能怎样推广于处理变元和开公式，自然的办法似乎是：把关于部分结构 $\mathscr{U}$ 的约定定义为从原子公式集合和对 $\mathscr{U}$ 指派集合到 $\{T, F\}$ 的函项（即是定义为把（任意的）真值指派给与指派有关的原子公式）。其次，通过对不包含无指谓的单称词项的原子公式和复合公式使用标准的赋值技术并且依赖于关于包含无指谓的单称词项的原子公式的约定，由 $\mathscr{U}$、任何约定和任何指派来决定辅助的古典赋值。应当指出，在语句的场合，使指派成为无差别的，并且在这个基础上把在 $\mathscr{U}$ 上的古典赋值概念定义为仅由 $\mathscr{U}$ 和约定决定的赋值。最后，把关于 $\mathscr{U}$ 的超赋值定义作为 $\mathscr{U}$ 上的所有古典赋值的逻辑积。所有这些似乎很好，可惜这行不通：因为在语句场合可以使指派成为不同的。实际上，迄今为止无法阻止这样的约定：对于某个（包含无指谓的单称词项）的原子语句相对于某种指派而指派真，对于同一个语句相对于不同的指派而指派假。因此，上述提出的古典赋值的“定义”不是正当的。

为解决此问题，范·弗拉斯森对约定的定义又增加一些特定的条目，以期排除上面遇到的可能性。精确地说，约定 $K$ 用下述方式定义：

(a) $K(\tau=\tau, f)=T$；

(b) $K(\varphi[\tau/x], f)=K(\varphi[\tau'/x], f)$，如果或者 $\tau[f]=\tau'[f]$ 或者 $K(\tau=\tau', f)=T$；

(c) 如果对于每个在 $\varphi$ 中（自由）出现的变元 $x$，$f(x)=f'(x)$，那么 $K(\varphi, f)=K(\varphi, f')$；

由于类似的理由，也需要

(d) 如果 $\tau[f]$ 和 $\tau'[f]$ 中正好有一个是定义过的，那么 $K(\tau=\tau', f)=F$。

在范·弗拉斯森的语言中不包含 $E!$。如果要它的话，需增加条目

(e) $K(E!\tau, f)=T$ 当且仅当 $\tau[f]$ 是定义了的。

这些增加条目简化了技术性程序，并且使某些所需要的元定理的结果易于得到。但是，在对已获得的语义学提供满意的哲学上促进的方向上未做什么。

3.3.5 真的反事实理论和量化的超赋值理论

我们可以提出以下问题：为什么像（3.3.30）那样的语句在超赋值的语义学中总是真的呢？甚至当它的唯一的原子成分（3.3.28）是无真值时也是这样呢？对此问题的一种回答是：虽然（3.3.28）没有真值，但是如果它有了真值，这真值是任何值时，（3.3.30）都将是真的，但是，要求（3.3.28）有真值是什么意思呢？超赋值语义学本身给予的回答是：（3.3.28）有真值当且仅当 $a$ 指谓着。因此对我们原来的回答可以改写如下：甚至当 $a$ 是无指谓的（并且（3.3.28）无真值）时，（3.3.32）也是真的，因为如果 $a$ 曾指谓着，那么它应是真的。

这种回答就构成了新的真的理论的核心，我们把这种理论称做真的反事实理论（*counterfactural theory of truth*）。这个理论对不包含无指谓的单称词项的所有语句的见解实质上跟对应理论一致，但它进一步发展原来的观点。它的最基本原则可以表述如下：一个包含无指谓的单称词项是真的（假的），当且仅当这些词项曾指谓着的场合它是真的（假的）与它们的所指是什么无关。根据这个原则，不仅（3.3.32）总是（因而是逻辑地）真的，并且（3.3.33）是逻辑地假的。而且（3.3.34）也是逻辑地真的，并且等同可代换性是保存真的。所有这些都用不着采取范・弗拉斯森的特殊条目，只使用形式赋值程序即可。接受上述原则并不以任何方式承诺外域或非存在对象。因为在外域语义学中，无指谓的单称词项只“指谓”非存在，而在现在的语义学中这些词项什么东西也不指谓，并且我们只考察它们指谓的选择情况（或“可能世界”）并且使它们的性能在这里与在它们不指谓的情况（世界）中包含它们的语句相关。于是，我们看到真的反事实理论和外域语义学之间的折衷的可能性，但是这种折衷却不是不可避免的。

超赋值语义学启发了反事实理论，但没有明确地采取它。更准确地说，前者没有达到这样的观点：通过考虑到无指谓的词项指谓的情况，把真值（或无真值）指派给包含上述词项的语句。

现在，我们考察超赋值语义学在量词层次上的发展。给定部分结构 $\mathscr{U}$ 和包含在 $\mathscr{U}$ 中无指谓的单称词项的语句 $\varphi$，我们考察使这些词项指谓着的 $\mathscr{U}$ 的所有扩充，并且断言：如果 $\varphi$ 在所有这样的扩充中是真的，那么它（在 $\mathscr{U}$ 中）是真的，如果它在所有这样的扩充中假，那么它（在 $\mathscr{U}$ 中）是假的，否则无真值。我们考察语句

$$\forall xPx \to Pa \qquad (3.3.35)$$

并且假定 $a$（在某结构 $\mathscr{U}$ 中）是无指谓的。(3.3.35) 是全称示例的一个实例，并且我们知道，拒绝这个示例是把自由逻辑跟证明论观点区别开的关键性特征。特别是，(3.3.35) 在任何自由逻辑中不可证，除非对它增加特别条目，以确保 $a$ 指谓着；因此我们期待着，当 $a$ 是无指谓时，自由逻辑有能使 (3.3.35) 假的手段。但在上面描述的语义学中做不到。因 (3.3.35) 在 $a$ 指谓着的 $\mathscr{U}$ 的所有扩充中都是真的，所以它在 $\mathscr{U}$ 中是真的。这一论断可以推广于示例的任何其他实例。于是，我们得出这样的结论：超赋值语义学的“量化的”发展不是通向自由逻辑，而是通向古典逻辑。

在文献中至少有四种不同的解决此问题的方法。

最简单的办法是伍德拉夫（P. W. Woodruff）于 1971 年提出来的。这种办法实质上是主张把超赋值的方法跟外域的方法混合起来。为了获得所提到的折衷，我们需要对真的反事实理论做如下限制：包含无指谓的单称词项的语句是真的（假的），当且仅当它在这些词项曾指谓的场合是真的（假的），它们的所指是什么无关紧要，但以它们曾是非存在对象为条件。于是部分结构 $\mathscr{U}$ 的所有扩充都可被设想为对它增加外域的所有可能的方式，并且 (3.3.35) 是无效的。所获得的语义学比纯粹的外域方法有少许的优越性，特别是由于它不把真值指派给每一个包含无指谓的单称

词项的语句，因而在某种意义上能够适应“不完全的”对象，但是它仍摆脱不掉外域方法所遇到的问题：对非存在的形而上学的承诺。

同一类型的更精致的理论是迈耶（R.K.Meyer）和兰伯特于1968年提出的，这种理论实质上仍坚持考虑外域，但把这些域看作由词而不是由对象构成的。更准确地说，无指谓的单称词项被看作包含在**名义的解释**的语义域（而不是外域）中的它们自己，然后谓词以所有可能的方式分配这些新的“实体”以形成名义解释上面的**逻辑点**。一个语句在名义的解释中是真的（或假的）当且仅当它在该解释上的所有逻辑点上是真的（或假的）；而一个语句在基础的**真实的解释**（它对应于部分结构）上是真的（或假的），当且仅当它在“实现”它的所有的名义的解释中是真的（或假的）。

这种理论的主要问题是：为什么像语句

珀伽索斯是马 (3.3.36)

有不论怎样的它所有的真值？他们对此问题的回答是难以捉摸的。他们说，（93.3.36）在逻辑点上是真的并不是因为在这里对象珀伽索斯是马，而是因为在这儿词“珀伽索斯”是马一词（*horse-word*）。但是存在的马一词意谓着什么？如果不借助是有形如

$\tau$是马？ (3.3.37)

的语句真，又怎能辨识马一词呢。他们没有做出正确的回答。

第三种方法是斯基尔姆斯（B.Skyrms）于1968年在论“超赋值：等词、存在和个体概念”一文中提出来的①。这种方法的要点是：把纯粹的超赋值技术（即对包含无指谓的单称词项的原子语句指派任意真值和所有已获得的赋值的逻辑积的构造）应用于真值函项的复合语句，而对于包含无指谓的单称词项的原子语句

① 见 B. Skyrms："Supervaluations: identity, existence, and individual concepts" Journal of Philosophy 69. 477—482.

（其中包括等同），他则采取关于真的反事实理论，其办法是构造原来结构所有扩充的逻辑集，把所指指派给（原来的）无指谓的单称词项。带量词的语句按标准方法处理：只有当$\varphi$在$\mathscr{U}$中对每种指派都成立，$\forall x\varphi$才是在结构$\mathscr{U}$中是真的。在这种语义学中，当$a$和$b$是无指谓的时，不仅（3.3.35）是无真值的，而且

$$\forall xRxa \rightarrow \forall yRya \qquad (3.3.38)$$

$$\forall x\ (Qxa \rightarrow Rxa) \rightarrow (\forall xQxa \rightarrow \forall xRxa) \qquad (3.3.39)$$

$$Pa \rightarrow \forall xPa \qquad (3.3.40)$$

$$a=b \rightarrow (\forall xRxa \rightarrow \forall xRxb) \qquad (3.3.41)$$

$$(\forall xPx \wedge \exists x\ (x=a) \rightarrow Pa \qquad (3.3.42)$$

也是无真值的。

斯基尔姆斯对他的语义学没有提出适合的形式系统，而任何别人也未能提出。事实上，卡普兰（D. Kaplan）已证明了，该语义学不是递归可公理化的。

第四种方法是本西文加语义学。为了说明这种语义学的核心思想，我们先考虑涉及（3.3.35）的问题。再一次考查结构$\mathscr{U}$，在其中$a$是无指谓的。假定（3.3.35）的前件在$\mathscr{U}$中是真的。再看$\mathscr{U}$的扩充$\mathscr{U}'$，它把所指指派给$a$。当然，（3.3.35）在$\mathscr{U}'$中是真的，因为如果我们假定它的后件是假的，那么它的前件也将是假的。这种情况可描述如下：

| | $\forall xPx$ | $Pa$ |
|---|---|---|
| $\mathscr{U}$ | $T$ | — |
| $\mathscr{U}$ | $F$ | $F$ |

本西文加指出，这个语句在其他结构（如$\mathscr{U}'$）中采取的值实际上没有独立意义。我们之所以引入$\mathscr{U}'$和其他扩充是因为$\mathscr{U}$没

有给出（3.3.35）的后件的信息，我们希望通过扩充 $\mathscr{U}$ 可以补救信息的这种短缺。于是在（3.3.34）的场合也是如此，$\mathscr{U}$ 没有直接提供信息，通过扩充它，我们就能够确定值真（并且保全了自身同一的“逻辑规律”）。然而，我们一定不要忘记所提到的扩充的纯工具性质，特别是我们一定不让它们超出 $\mathscr{U}$ 已提供的信息。这就意谓着考虑到上表所描述的 $\mathscr{U}'$ 指派给 $Pa$ 的真值完全合法，因为 $\mathscr{U}$ 对它没有指派真值。但是为了推广与 $\mathscr{U}$ 有关的我们的赋值程序，这个真值应跟 $\mathscr{U}$（而不是 $\mathscr{U}'$）指派给 $\forall xPx$ 的值结合，因为在该场合 $\mathscr{U}$ 已给出确定的答复，并且 $\mathscr{U}'$ 的答复是不完全的。于是出现矛盾。当然，如果用这样的方式结合真值，那么（3.3.35）就是假的。一般说来，用所有可能的方式扩充 $\mathscr{U}$ 并且构造所有（赋值与其有关的）这样扩充的逻辑集，但在确定所提到的赋值中 $\mathscr{U}$ 所提供的无论怎样的信息一定总是比被其他辅助的来源所提供的信息更有份量。

这种讨论很自然地引出新的工具的定义：赋值 $V^{**}_{\mathscr{U}'(\mathscr{U})}$ 是从 $\mathscr{U}$ 的观点看 $\mathscr{U}$ 的扩充 $\mathscr{U}'$（或更精确地说，$\mathscr{U}$ 的“完备化”（*completion*）），在这里 $\mathscr{U}$ 的完备化是 $\mathscr{U}$ 的这样的扩充，它把所指指派给所有单称词项。在未讨论这个定义的细节时，我们可以说，每个 $\mathscr{U}$ 指派确定的真值时，$V^{**}_{\mathscr{U}'(\mathscr{U})}$ 就被 $\mathscr{U}$ 决定，否则，它被 $\mathscr{U}'$ 决定。于是，超赋值工具被应用于所有这些 $V^{**}_{\mathscr{U}'(\mathscr{U})}$（这儿 $\mathscr{U}'$ 是 $\mathscr{U}$ 的完备化），并且给出最终的与 $\mathscr{U}$ 相关的值。

在这个语义学中，语句在给定的结构中的真值常常依赖于该语句的某部分在其他结构中所采取的真值（在后一结构中在该语句中出现的无指谓的词项指谓着），而这并没有对任何结构增加任何新的对象范畴，更没有不存在的对象。

## 4 关于“存在”的定义

“存在”是存在逻辑的核心概念，由于对它的不同理解，可以

建立不同的存在逻辑系统，得出不同的哲学结论。因此，对“存在”下一个精确的定义就显得重要了。雷谢尔在文献15中对若干关于“存在”的定义进行了考察。本节对其进行简要地评述。

在考察“存在”定义之前，应确立一标准，作为评价定义的依据。雷谢尔提出如下标准：拒绝“$\forall xE!$”或“一切都存在”。也就是说，一个可接受的“存在”定义，至少不应导出“$\forall xE!$”或“一切都存在”这样的结论。这一标准的哲学背景是承认虚拟个体或可能个体存在。雷谢尔把它们称做非存在的可能者（*nonexistent possibles*），而对它们的考虑是基于模态概念的。如果说这种可能的世界与那种实在的情况不同，那么说“英国伊丽莎白一世并非终生无孩子”是可能的。然而用命题模态来描述可能的（非实际的）事态就会直接带来可能事物的概念，例如，（可能的）伊丽莎白一世头生子。某些事物虽然不是实际上存在，但它们是可能的，例如，飞马或独角兽虽然不是实际的存在，却是可能的存在。

我们可以把像“伊丽莎白一世的头生子”这样的反事实的可能事态表述为下述模态公式：

$$\exists x(\Diamond E!x \wedge \neg E!x) \qquad (4.1)$$

而据一阶逻辑可得

$$\exists x \neg E!x \qquad (4.2)$$

而（4.2）跟

$$\forall xE!x \qquad (4.3)$$

相矛盾。由此可见，如果我们承认反事实的可能事态，即承认（4.1），那么我们就一定要拒绝（4.3），即拒绝论题“一切都存在”。于是，雷谢尔要求把（4.3）从下述的形式系统的被断定的命题中排除，这种形式系统是被看作能为分析存在概念提供合适的形式框架的。[1]

---

① N. Rescher, Topics in Philosophical Logic, P. 142, D. Reidel Publishing Company, 1968.

拒绝“$\forall xE!$的第二个理由是基于对反事实条件语句的考虑。例如“如果伊拉克不入侵科威特，那么就不会发生海湾战争”。如果具有形式“如果 $P$ 实现，那么 $Q$ 一定也实现”是真的，那么这就是要求包含在条件从句或前件中的语句必须是假的，如果用 $S$ 表示整个条件句，和“$E!\ x_1$”表示它的前件，那么上述的论述可以写成下述公式

$$S \rightarrow \neg E!x_1 \tag{4.4}$$

通过假言易位和双重否定消去规则，由（4.4）得

$$E!x_1 \rightarrow \neg S \tag{4.5}$$

我们有一阶逻辑有效式的代入示例

$$\forall xE!x \rightarrow E!x_1 \tag{4.6}$$

根据三段论规则由（4.5）和（4.6）得出

$$\forall xE!x \rightarrow \neg S \tag{4.7}$$

于是，如果我们承认“$\forall xE!\ x$”，就得否认所有反事实条件语句真。于是，我们必须拒绝“$\forall xE!\ x$”。

雷谢尔首先考察定义

（$E1$） $E!$ 定义为“$\lambda x\ (x=x)$”。

即把“存在”定义为“自身等同”。而$\forall x\ (x=x)$ 是一阶逻辑定理。所以可以得出$\forall xE!\ x$。这违反我们的定义标准，故不可取。

（$E2$） $E!$ 定义为“$\lambda x\exists y\ (y=x)$”。

即把“存在”定义为“是个体域中的个体”。因为（非空域的）带等词的量词逻辑有定理

$$\forall x\exists y(y=x) \tag{4.8}$$

由（4.8）又可推出$\forall xE!\ x$ 这个被拒绝的公式。故（$E2$）也不可取。

当然，拒绝（$E2$）不等于拒绝蒯因的著名论题“存在是约束变项的值”。如果这一论题解释为

（$Q$） $E!\ x \rightarrow \exists y\ (y=x)$，

那么就推不出$\forall xE!\ x$，但是 $Q$ 的逆，即

$(Q')$ $\exists y(y=x)\rightarrow E!x$，

可推导出$\forall xE!x$，因此必须加以拒绝。

于1957年雷谢尔本人提出下述定义：

$(E3)$ $E!$定义为"$\lambda x(\exists\varphi(\neg\varphi x\wedge\Diamond\exists y\varphi y))$。

根据这个定义，如果存在着不为$x$所具有，但可能为某物所具有的某性质，那么个体$x$是存在的。$(E3)$也可以表述为

$(E3')$ $E!$定义为"$\lambda x(\varphi x\wedge\Diamond\exists y\neg\varphi y)$"，

即是如果$x$具有不无价值的性质，那么它存在。由$(E3)$或$(E3')$自然会引出这样结论：并非一切都不存在，即"$\neg\forall xE!$"，我们在$(E3)$的意义上来理解"$E!$"。于是$\neg\forall xE!$就等值于

$$\exists x\forall\varphi(\Diamond\exists y\varphi y\rightarrow\varphi x) \tag{4.9}$$

而在任何适当的模态理论中，我们不能避免断定下述语句

$$\exists\varphi(\Diamond\exists y\varphi y\wedge\Diamond\exists y\neg\varphi y) \tag{4.10}$$

由(4.9)和(4.10)可导出

$$\exists x\exists\varphi(\varphi x\wedge\neg\varphi x) \tag{4.11}$$

这是一个矛盾式。因此$\neg\forall xEx!$不成立，于是得到$\forall xE!x$，这个结果违反我们的定义标准，故$E3$（和$E3'$）是不能接受的。

1957年伦纳德提出"存在"的下述定义：

$(E4)$ $E!$定义为$\lambda x(\exists\varphi(\varphi x\wedge\Diamond\neg\varphi x))$。

按照这个定义，只是当$x$具有偶然性质时，它才"存在"，即是，只是它具有但不必然具有某性质时，它才"存在"。现在我们考察$\exists x\neg E!x$，即有$x$是不存在的。在$E4$的意义上取"$E!$"。于是有

$$\exists x\neg\exists\varphi(\varphi x\wedge\Diamond\neg\varphi x) \tag{4.12}$$

它等值于

$$\exists x\forall\varphi(\varphi x\rightarrow\Box\varphi x) \tag{4.13}$$

(4.13)相当于断定这样的对象存在，它们必然具有它的实际上有的每种性质。这是可以接受的并且实际上对于抽象的数学对象也是真的。于是，从避免得出$\forall xE!x$角度看，$(E4)$是符合要求的。

但是（$E4$）也有缺陷。因为这至少引起关于像数和集合这样的抽象的数学对象存在这样论题的疑惑。而这类对象必然具有它们所具有的那些性质。像数 3 具有 6 的一半这样的性质是必然的。当然，作为编码符号来使用的数字，如“3”，有各种偶然性质，如在这页上出现（或不出现）这样的偶然性质。作为编码符号使用的数字的这类偶然性质不能归结为作数来使用的抽象对象的偶然性质，即不是数 3 的偶然性质。于是，我们可以把“抽象对象 $X$ 必然具有它所具有的性质 $\varphi$”表述为

$$\forall \varphi(\varphi X \rightarrow \Box \varphi X) \quad (4.14)$$

它等值于

$$\neg\exists \varphi(\varphi X \wedge \Diamond\neg\varphi X) \quad (4.15)$$

如果在（$E4$）的意义上使用“$E!$”，那么（4.15）等值于

$$\neg E!X \quad (4.16)$$

（4.16）说的是：“抽象对象 $X$ 不存在”。这样一来，（$E4$）实际上是否定说过的事并且在这以后就毫不费力地否定抽象数学对象存在。所以（$E4$）也是难于接受的。

雷谢尔在评述了上述四个定义之后，他自己又引入一个新定义。为了提出一个合适的定义，他首先提出这样的论题：如果一事物不存在，那么它的唯一的**质性质**（*qualitative properties*）是那些描述所有对象的性质。在这里，所谓质性质（用变元“$P$”，“$Q$”等表示）是被满足下述条件的谓词所指谓的性质：这样的谓词或者（1）是该语言的初始谓词，或者（2）可通过使用析取和合取借助于初始谓词来定义的，并且只根据这些因素来定义，而不包含否定也不涉及特定的个体。上述论题可用符号表示为

（$T$）　$\forall x\neg E!\,x\rightarrow\forall P\,(Px\rightarrow\forall\,yPy)$。

如果我们去掉上述的限制，就会导出不能接受的后承 $\forall xE!\,x$。

现在，假定我们免除这样的限制，把（$T$）中表示质性质的谓词 $P$ 代以指谓一般性质的谓词 $\varphi$，那么上述论题就会变换为

(T.1)　$\forall x \neg E!\, x \rightarrow \forall \varphi\, (\varphi x \rightarrow \forall y \varphi y)$，

或等值的

(T.2)　$\forall x \neg E!\, x \rightarrow \forall \varphi\, (\exists y \neg \varphi y \rightarrow \neg \varphi x)$。

这就引起困难。因为如果性质$\varphi_1$处于我们的谓词变元“$\varphi$”，“$\psi$”等的值域中，那么$\neg\varphi_1$也一定处于该域中。于是如果我们承认存在着使得$\exists y \neg \varphi_1 y$和$\forall y \varphi_1 y$二者都成立的性质$\varphi_1$，那么只根据逻辑的理由就能判明（T.2）右面部分（即后件）是假的。于是由（T.2）导致不可接受的$\forall x E!\, x$。

因此，为了避免导出后承$\forall x E!\, x$，我们的定义中的性质必须加限制，即定义中谓词变元$P$只指谓质性质。

根据假言易位，由（T）可得

$$\neg \forall P(Px \rightarrow \forall y Py) \rightarrow \neg \forall x \neg E!x \qquad (4.17)$$

否定号后移，由（4.17）得

$$\exists P \neg (Px \rightarrow \forall y Py) \rightarrow \exists x E!x \qquad (4.18)$$

根据等值置换，由（4.18）得

$$\exists P(Px \wedge \neg \forall y Py) \rightarrow \exists x E!x \qquad (4.19)$$

否定号后移，由（4.19）得

$$\exists P(Px \wedge \exists y \neg Py) \rightarrow \exists x E!x \qquad (4.20)$$

把后件量词移出，由（4.20）得

$$\exists x\, (\exists P\, (Px \wedge \exists y \neg Py) \rightarrow E!\, x)^{①} \qquad (4.21)$$

（4.21）启发我们，提出“$E!$”的下述定义是可能的：

(E)　$E!$ 定义为“$\lambda x \exists P\, (Px \wedge \exists y \neg Py)$”。

这就是雷谢尔所提的新定义，它说的是：如果一个对象具有某个对象所不具有的性质，那么该对象存在。这个定义把“存在”规定为具有非普通的质性质的对象，它与定义（E3）不同就在于指涉不同性质并且删去那个定义中的“◇”。

---

① 雷谢尔原来的公式是$\forall x\, (\exists P\, (Px \wedge \exists y \neg Py) \rightarrow E!\, x)$，似有误，因为由（T）推导不出这公式。

雷谢尔对他的新定义的适当性加以说明。首先，人们会问：它是否能衍推出$\forall xE!x$？为了检验这点，让我考察命题$\exists x\neg E!x$，并且在（$E$）的意义上使用“$E!x$”，即

$$\exists x\neg\exists P(Px \wedge \exists y\neg Py) \quad (4.22)$$

这等值于

$$\exists x\forall P(Px \supset \forall yPy) \quad (4.23)$$

只有当（4.23）的否定

$$\forall x\exists P(Px \wedge \exists y\neg Py) \quad (4.24)$$

是逻辑真时，（4.23）才是自相矛盾的。（4.24）说的是：每个个体根据逻辑理由都具有不被所有其他个体所具有质性质，就如同它逻辑上一定唯一具有（非质）性质$\lambda x(x=x_1)$那样，这里$x_1$是所提到的个体。但这不能被看作逻辑真的，故（$E$）不衍推$\forall xE!x$。

其次，我们考察（$E$）是否否定存在为（像数那样）具有它们所必然具有的性质的抽象对象。个体对象$x_1$满足

$$\forall \varphi(\varphi x_1 \rightarrow \Box\varphi x_1) \quad (4.25)$$

然后也满足

$$\exists P(Px_1 \wedge \exists y\neg Py) \quad (4.26)$$

是可能的吗？只有当（4.25）和（4.26）彼此不相容时，即只有当它们的合取是自相矛盾时，这才是不可能的。然而上述情况并非如此。因为如果（4.25）衍推并非（4.26），那么我们将有蕴涵。

如果$\forall\varphi(\varphi x_1\rightarrow\Box\varphi x_1)$，那么$\forall P(Px_1\rightarrow\forall yPy)$。

而上述蕴涵只有在下述场合成立，即只有当由“$\Box Px$”衍推出“$\forall yPy$”时，即当只有个体对象可具有的必然的质性质是那些普遍的性质时，才成立。于是为坚持（4.25）和（4.26）就要否定不同于必然的质性质，这些性质对某些对象是不可少，对另一些对象则不是。这是没有逻辑根据的。所以，这个定义并没有否定抽象对象的存在。

于是，$(E)$ 即导不出$\forall xE!x$，也没有否定抽象对象的存在，所以它作为“$E!$”的定义是可接受的。

## 5 存在理论种种

在结束本文之前简要地考察几种关于存在的理论。

### 5.1 麦考尔的理论

麦考尔（H. Maccoll）认为，我们的“符号域”或“论域”是由所有实在的或不实在的事物构成的。就是说，我们的符号域（或论域）是由实体 $r_1$，$r_2$，$r_3$，…我们的全域跟非实体 $u_1$，$u_2$，$u_3$，…我们的全域组成的。当他们（多数符号逻辑学者）把$\wedge$（或任何其他符号）确定为表示非存在，然后断定等式$\wedge = \wedge \cap A$ 总是真的时，不管 $A$ 的情况如何，似乎他们的断定跟他们的论域或定义相一致。现在假定$\wedge$包含三个非实体 $u_1$，$u_2$，$u_3$，而 $A$ 是由 $u_1$，$r_1$，$r_2$，$r_3$ 组成的（其中一个非实体，三个实体），类$\wedge \cap A$ 只包含一个个体，即非实体 $u_3$。因此，我们不能说包含三个个体的$\wedge$跟只包含一个个体的类$\wedge \cap A$ 相同。我们能像断定公式$\wedge \subset A$ 那样来断定，非实在的（因而是非存在的）个体 $u_1$，$u_2$ 等等是包含在实在的个体 $r_1$，$r_2$ 等等组成的类中吗？当然不能。很难说符号$\wedge$不指谓由非实在元素组成的类，而零类或空类不包含元素，所以不包含元素的零类不等值于由非实在元素所构造的非实在类。

他认为，必须从**每个实在类中排除**由非实体所构成的类。

这种观点，实质上跟奥地利哲学家迈农的观点是一致的。我们能够谈论“金的山”“园的方”等等，我们能够作出以它们为主词的真命题；所以它们必是某种逻辑上的实在，否则它们出现于其中的命题是没有意义的。[1]

---

[1] 罗素，数理哲学导论，第159页。

罗素在批评麦考尔时指出：麦考尔“把个体分为两类：一类是实在的，另一类是非实在的；因此，他把零类定义为由所有非实在的个体所组成的类。这就假定了，像“当今的法国国王”这样的词组虽然并不指谓实在个体，却依然确实是指谓着个体，不过是一个非实在的个体。这基本上是迈农的理论，我们已看到了反驳它的理由，因为它不符合矛盾律。”[1]

## 5.2 皮阿斯的理论

“存在不是真正的谓词”理论的中心点是：说“$x$ 存在”并没有对 $x$ 的概念增加什么，而不论我们怎样解释谓词时，没在谓词中关于对象 $x$ 要说些什么，因此“存在”不是真正的谓词。但是，当我们说到“虎存在”时，总是说了点什么，说了虎的概念在现实中有实例，即在世界上可以遇到虎。

皮阿斯（D. F. Pears）指出，说“虎存在”是对虎没有说什么是不对的，因为如果有人问“你说了什么？”那么充当回答的是“虎”。如果某人说“虎不存在”或“飞马不存在”，那么他谈的是虎和飞马。因此，“存在”不是谓词是因为（*a*）它对所涉及的概念没增加什么和（*b*）它关于那个概念没说什么，这种观点需要精确表达。

皮阿斯认为，断定“虎存在”的特殊性是由表达式**指称重言的**（*referentially tautologous*）这一事实引起的。说“这个房间存在着”时，语词“这个房间”就隐含着有一个房间，它存在。增加“存在着”再一次断定这个房间存在，它仿佛是说“这个（存在着的）房间存在”，因此它是重言式。如果说“这个房间不存在”，那么该房间的存在已被其指称所隐含，而动词“不存在”却否认它存在，因此产生矛盾，即“这个存在着的房间不存在”，皮阿斯把它称做**指称矛盾式**（*referential contradiction*）。

---

① Topics in Philosophical Logic, P. 159.

凭借“指称重言式”和“指称矛盾式”这两个概念皮阿斯精确地表述康德的论题：断定“存在不是真正的谓词”，因为（$a'$）它对所提到的概念没有增加什么**新东西**，和（$b'$）对它未隐含的东西未说什么。

皮阿斯把（$a'$）称做“极小论题”。对它需要做好如下三方面的限制：第一，单称存在语句的主语可以指称虚构世界中某事或某人，如大卫·科柏菲尔。于是它隐含着那个世界中的存在，而不是实在世界的存在。如果有人说，大卫·科柏菲尔在真实生活中存在，那么语句主词“大卫·科柏菲尔”所隐含的存在只是狄更斯所创造的虚构世界中的存在，而说“大卫·科柏菲尔在实际世界存在”那实际上是增加了新东西，因此它就不是指称重言式。显然，这是一个语句应用于两个世界：虚构的世界和实在的世界。这就隐含着在虚构世界中存在而在实在世界中被断定，根据同样的理由，如果否定大卫·科柏菲尔在实际生活中存在，那么就不产生指称矛盾。

第二，我们可以说“拿破伦已不存在”，这似乎会造成指称矛盾，因为存在真实世界中既被否定又被隐含。但是，因为拿破伦的存在在一段时间内被隐含，在后一段时间内被否定，所以就避免了指称矛盾。因而我们对该类语句的主词指称的个体已做了新的说明。

第三，假定某人发生幻觉，像麦克佩斯那样，剑在前面，他对自己说“那剑并不存在”。可以在两种意义上认为剑是存在的，即在视觉经验的层次上和在空间的层次上认为剑是存在或不存在。麦克佩斯是在视觉经验的层次上否认剑存在，而在实际空间上它是存在的。于是说“那剑不存在”并不包含指称矛盾。因为它在一个层次上隐含着存在，在另一个层次上否定它。

于是，除了隐含和断定是关于不同世界，或不同时间，或不同层次的情况外，皮阿斯的论题可以表述如下：当单称存在语句的主词隐含着存在时，如果其动词断定存在，那么该语句就是指

称重言式；如果该词句否定存在，那么它就是指称矛盾的。

皮阿斯在建立他的理论时，考虑到了斯特劳森(P. F. Strawson)的"预设蕴涵"(*presuppositional implication*)观点。按照后者的意见，预设是两个陈述 $A$ 和 $B$ 之间这样关系：说 $A$ 预设 $B$，当且仅当若 $B$ 不是真的时，$A$ 既不真也不假。陈述"花园中那个人在吹口哨"只有在预设的陈述"花园中有一个人"是真的时，它才具有真值。必须把预设关系跟衍推关系区别开来。在衍推的场合，$A$ 和 $B$ 的否定的合取是矛盾式，而在预设的场合，$B$ 真是 $A$ 真或假的必要条件，即是，$B$ 真是 $A$ 具有真值的必要条件。皮阿斯所说的主词隐含存在就是主词预设存在。

## 5.3 帕森斯的超核性质理论

被罗素批判的迈农关于存在的理论有恢活的趋势。1980 年先后出版的〈不存在的对象〉和〈研究迈农的疑丛与超越〉[①] 两部著作就是证明。其中，后一部是厚达千页的巨著。前一部著作的作者帕森斯（T. Parsons）早在 60 年代就提出了处理不存在对象的新理论。

帕森斯不同意废除像哈姆莱特这样的虚构对象，他认为既然我们断言"哈姆莱特是虚构的丹麦王子"和"许多人思考过哈姆莱特"是真的，那么就应承认非实在对象，就应当承认迈农理论中各式各样的虚拟个体。他认为对象类包含像哈姆莱特、孙悟空和拿破伦这样的对象。不过实在事物的类只包含拿破伦这样的实体。

为了说明非实在对象，他把性质区分为核性质（*nucler properties*）和超核性质（*extranucler properties*），[②] 前者是个体所具有

---

① T. Parsons：《Nonexistent Object》. Yale University Press, 1980.

② R. Routley：《Exploring Meinong's Jungle and Beyond》. Australian National University, 1980.

的普通性质，如“是金的”、“是山”等，后者是如“是存在”、“是自身等同”、“是虚构的”等特殊性质。实际存在的对象对应于它们所具有的核性质的（非空）集合；而非存在对象是这样的对象，它们对应它们对应于那些不对应存在对象的核性质的（非空）集合；并且非存在对象也像存在对象一样，有在它们所对应的核性质集合中出现的核性质。于是，居里夫人是存在的对象，她对应于非空的核性质集合｛是女人，是科学家，…｝。而金山是非存在对象，它对应于非空的核性质集合｛是金的，是山｝。但是，因为存在不是核性质，上面的问题就消失了，没有对象对应于集合｛是金的，是山，是存在的｝。

区分 *be* 和 *exist* 是帕森斯理论的核心。这种区别是激烈争论的问题，有人否定这样区别，另一些赞同这种区别。例如“*There are Pegasus*”中的“*there are*”是中性的或“存在中性的”(*existence-neutral*)，它表示虚似个体存在。。而“*Madame Curic existed*”中的“*exist*”则表示实在个体存在。

当然，帕森斯的理论不是无懈可击的。例如，当我们不知道某个体是否真实存在时，我们用 *be* 还是用 *exists* 来陈述它呢？显然，也无从确定用哪一个词来陈述这类个体。

帕森斯对性质所做的区分是有意义的，由于核性质可以用于构造个体，而超核性质则不能，后者只能用于描述个体的状态，因而不构成辨认个体的本质属性。

从上面的论述中可以看出，存在逻辑所研究的问题也是哲学家们所关心的问题。按冯·赖特（G. H. von Wright）的意见，“哲学逻辑有时可定义为逻辑对分析传统上哲学家们感兴趣的概念和概念结构的应用”①。所以，存在逻辑属于哲学逻辑这一学科群体。

存在逻辑所取得的某些成果对当代语言哲学产生深刻的影

---

① G. FlØistad (ed)《Contemporary Philosophy》Vol 1，第 227 页，Martnus Nijhoff Publishers 1981.

响，同时它又从语言哲学的研究成果中吸取营养丰富发展自己。而且有些问题，例如，单称词项的所指问题，是这两个亚学科所共同研究的问题。这种研究对象彼此交叉的现象也是哲学逻辑各分支所共有的现象。它标志着逻辑科学应用的广泛性。

（作者：弓肇祥）

## 参考文献

[1] 王雨田，现代逻辑科学导引下册，中国人民大学出版社，1988。

[2] 康德，纯粹理性批判，蓝公武译，三联书店，1957。

[3] 亚里士多德，形而上学，吴寿彭译，商务印书馆，1959。

[4] 汉斯·D·斯鲁格，弗雷格，江怡译，中国社会科学出版社，1989年版。

[5] 罗素，数理哲学导论，晏成书译，商务印书馆，1982。

[6] 涂纪亮，语言哲学名著选辑，三联书店，1988。

[7] 威拉德·蒯因，从逻辑观点看，江天骥等译，上海译文出版社，1987。

[8] S. Knuuttila and J. Hintikka (ed), The Logic of Being , D. Reidel Publishing Company, 1986.

[9] A. Whitehead and B. Russell, Prineipia Mathematica, Cambridge , 1925.

[10] C. J. F. Williams, What is Existence?, Clarendon Press · Oxford, 1981.

[11] 索尔·克里普克，命名与必然性，梅文译，上海译文出版社，1988。

[12] 威谦·涅尔、玛莎·涅尔，逻辑学的发展，张家龙等译，商务印书馆，1985。

[13] M. K·穆尼茨，当代分析哲学，吴牟人译，复旦大学出版社，1986。

[14] D. Gabbay and F. Guenthner (des), Handbook of Philosophical logic, Vol III、D. Reidel Publishing Company, 1986.

[15] N. Rescher, Topics in Philosophical Logic, D. Reidel Publishing com-

pany 1968.

[16] A.C.Grayling, An Introduction to Philosophical Logic, The Harvester Press · Sussex. 1982.

[17] A.P.Martingich (ed), The Philosohy of language, oxford University Press, 1985.

[18] E.Bencivenga, Compactness of supervalvational language, Journal of Symbolic logic, 1983, 48 384—386.

# [三] 时态逻辑

古典的数理逻辑(命题逻辑和一阶谓词逻辑)刻划了数学中的推理和证明的规律。这些规律在数学以外的各个领域当然也适用，但却不够用。

数学对象是一些理想化的客观对象。它们不受研究者的影响，也不随时间的流逝而变化。但其他领域中的问题却几乎都与时间有关。比如"火车在晚点运行"这个命题，其真值不仅依赖于我们所说的究竟是哪一列火车，而且依赖于这列火车的具体运行情况以及我们说这句话的时间。"火车曾经晚点运行"，"火车正在晚点运行"，"火车将要晚点运行"，这三个命题既不相同，又有关联。

比如有这么一列火车(记为 $a$)，从某个时刻 $t_0$ 开始晚点，而在 $t_0$ 以前的各个区段都是正点的。那末，"火车 $a$ 在晚点运行"这个命题在 $t_0$ 这个时刻是真的，而在 $t_0$ 以前的时刻是假的。假如在 $t_0$ 以前的某一时刻 $t^*$，曾有人预言"火车 $a$ 将要晚点运行"，我们自然也会认为这位预言家在 $t^*$ 这一时刻做了一项正确的预言；在 $t_0$ 以后的任何时刻 $t'$，无论那时火车是依然晚点还是已经恢复正点，"火车 $a$ 曾经晚点运行"这个命题却总是真的。

熟悉古典谓词逻辑的读者自然容易想到引入一个时间变元来表达这些命题的方法。说具体点，我们在原有的 $n$ 目谓词上再增加一个时间目，变成 $n+1$ 目谓词。例如"火车 $a$ 在晚点运行"这个命题在古典谓词逻辑中可以表示为 $P(a)$，增加一个时间目就变成了 $P(a,t)$，意思是"火车 $a$ 在时刻 $t$ 晚点运行"。再引入一个时间常项 $c$ 来表示"现在"，并以 $<$ 表示时刻间的先后次序，就可以用一阶公

式表示上面这类与时间相关的命题了，例如：

$$\exists t(t < c \land P(a,t)) \quad (1)$$

表示“火车 $a$ 在过去的某一时刻曾经晚点运行”；而

$$\forall t(c < t \to P(a,t)) \quad (2)$$

则表示“火车 $a$ 在今后将一直晚点运行”。

这种处理方法，实际上是建立在古典谓词逻辑之上一阶或二阶理论，这并不是本文的目的，有兴趣的读者可以参看[11]。本文所要介绍的是另一种处理时间因素的办法——时态逻辑（也称时间逻辑或时序逻辑）。本文假定读者熟悉古典的命题逻辑和谓词逻辑，并使用诸如（1）、（2）之类的谓词公式作为辅助手段以加强直观。

## 1 时态逻辑的语言

时态逻辑的历史并不长，从普里奥（A. N. Prior）的《*Time and Modality*》（《时间与模态》）算起只不过 40 年。但发展迅速，已经成为应用逻辑诸分支中比较完善的一支。

“时态”（“*Tense*”）一词原指谓语动词的过去时、现在时和将来时。在印欧语系的大多数语言中，以助动词及谓语动词词形（词尾）的变化来显示这种区别，如英语中的 *was*（过去时），*is*（现在时），*will be*（将来时）。在汉语中则是靠时间状语显示这一区别，比如“曾经是”、“是”、“将是”等等。

时态逻辑的方法是将这些成分从命题中分离出来，放在前面，作为施加在命题上的一种算子。仍以前面“火车 $a$ 晚点运行”为例，相应的过去时，现在时，将来时分别写成：

“曾经”“火车 $a$ 晚点运行”（过去时）

“将要”“火车 $a$ 晚点运行”（将来时）

“正在”“火车 $a$ 晚点运行”（现在时）

“过去一直”“火车 $a$ 晚点运行”（强过去时）

"将来永远""火车 $a$ 晚点运行"(强将来时)

在时态逻辑中,分别以 $P$、$F$ 表示过去时态和将来时态,以 $H$、$G$ 表示强过去时态和强将来时态,而以不加时态词表示现在时态。因而,若以 $p$ 表示命"火车 $a$ 晚点运行",则上面五个命题可依次写作 $Pp$,$Fp$,$p$,$Hp$ 和 $Gp$。

直观上容易看出,在二值逻辑的前提下,$F$ 相当于 $\neg G \neg$,即:说"火车将会晚点运行"相当于说"并非火车将来永不晚点";而 $G$ 也相当于 $\neg F \neg$,即:说"火车将来永远晚点运行"相当于说"并非火车在将来的某个时刻会不晚点运行",因此,在 $G$ 和 $F$ 之中只需取一个作为初始符号,而将另一个作定义符号就可以了。对 $H$ 和 $P$,情况也类似。于是,我们的时态语言就是古典命题逻辑的语言加上两个时态词 $H$ 和 $G$(或 $P$ 和 $F$)。说详细一点,时态逻辑的形式语言 $\mathscr{L}$ 由如下成分组成:

(1)初始符号

①可数无穷多个命变元符号:

$p_0, p_1, p_2, \cdots$;

(今后,以黑体小写拉丁字母 **p**,**q**,**r**,**s**,…作为表示命题变元的语法符号。)

②逻辑联结词:$\neg$(非)、$\wedge$(并且);

③时态词:$G$,$H$;

④辅助记号:括号。

(2)形成规则,即公式的定义(今后,以小写希腊字母 $\alpha$、$\beta$、$\gamma$、…作为表示公式的语法符号):

①单个命题变元 **p** 是公式;

②如果 $\alpha$ 是公式,$\neg\alpha$、$G\alpha$、$H\alpha$ 也都是公式;

③如果 $\alpha$、$\beta$ 都是公式,则$(\alpha \wedge \beta)$也是公式。

(3)基本定义

①$(\alpha \vee \beta) =_{df} \neg(\neg\alpha \wedge \neg\beta)$

②$(\alpha \rightarrow \beta) =_{df} \neg(\alpha \wedge \neg\beta)$

③$(\alpha\leftrightarrow\beta)=_{df}((\alpha\rightarrow\beta)\wedge(\alpha\rightarrow\beta))$

④$P\alpha=_{df}\neg H\neg\alpha$

⑤$F\alpha=_{df}\neg G\neg\alpha$

此外，我们还将使用两个语法常项符号：T（表示重言式），⊥（表示矛盾式，即重言式的否定式）。

我们也将依照大多数文献的惯例，采用如下的括号省略规则：

①写在整个公式外边的括号可以省去，例如$(\alpha\wedge\beta)$，$(\alpha\vee\beta)$，$(\alpha\rightarrow\beta)$可以分别简记作$\alpha\wedge\beta$，$\alpha\vee\beta$，$\alpha\rightarrow\beta$；

③各逻辑联结词的结合力依下述次序递减：

$\neg,\wedge,\vee,\rightarrow,\leftrightarrow$

③连续的→，从后向前结合。例如

$$\alpha\rightarrow\beta\rightarrow\gamma$$

是公式

$$(\alpha\rightarrow(\beta\rightarrow\gamma))$$

的简写。

下面是一些公式及其直观解释的例子：

(1)$p_0\vee Pp_1$（现在有$p_0$或过去曾有$p_1$）；

(2)$Hp_1\rightarrow Gp_1$（如果过去一直有$p_1$，则将来永远有$p_1$）；

(3)$P(p_1\wedge Gp_2)$（在过去的某一时刻曾有$p_1$并且此后永远有$p_2$）；

(4)$FHp_2\rightarrow p_2$（如果在将来的某一个时刻之前的所有时刻都有$p_2$，则现在有$p_2$）；

(5)$\neg p_1\rightarrow H\neg Gp_1$（如果现在没有$p_1$，那么从过去的任何时刻看都不是将来永远有$p$）。

在$H$和$G$（类似地，在$P$和$F$）之间有一种对称性，我们称之为镜像。说具体点，设$\alpha$是一公式，将$\alpha$中出现的$G$都换成$H$，将$\alpha$中出现的$H$都换成$G$，所得到的公式称为公式$\alpha$的镜像式，记作$MI(\alpha)$，容易看出：

(1)若$\alpha$中无$H$、$G$，当然也没有$P$和$F$，则$MI(\alpha)=\alpha$

(2)$MI(MI(\alpha))=\alpha$

(3)$MI(\alpha\wedge\beta)=MI(\alpha)\wedge MI(\beta)$

## 2 语　　义

时刻型时态结构(在不致引起混淆时简称为时态结构或结构)是由非空集合 $X$ 及 $X$ 上的二元关系 $R$ 构成的有序对$(X,R)$。从直观上讲,$X$ 就是所考虑的全体时刻的集合,$R$ 就是这些时刻间的先后关系,$xRy$ 意味着时刻 $x$ 在时刻 $y$ 之先(或时刻 $y$ 在时刻 $x$ 之后)。

结构$(X,R)$上的指派是给每个命题变元指定 $X$ 的一个子集。结构$(X,R)$上的赋值是由一个真值指派按下述规则导出的一个从全体公式的集合 $\Sigma$ 到 $X$ 的幂集 $\mathscr{P}(X)$的函数 $V:\Sigma\rightarrow\mathscr{P}(X)$:

(1)对命题变元 $\mathbf{p}$,$V(\mathbf{p})$由指派确定。

(2)$V(\neg\alpha)=X-V(\alpha)=\overline{V(\alpha)}$

(3)$V(\alpha\wedge\beta)=V(\alpha)\cap V(\beta)$

(4)$V(G\alpha)=\{x\in X\mid\forall y\in X(xRy\rightarrow y\in V(\alpha))\}$

(5)$V(H\alpha)=\{x\in X\mid\forall y\in X(yRx\rightarrow y\in V(\alpha))\}$

按照这个定义,赋值 $V$ 完全取决于结构和指派。因此,给出一个赋值只需给出它的结构及每个命题变元的值就可以了。

从直观上看,$x\in V(\alpha)$就是说 $\alpha$ 在 $x$ 这一时刻为真,$V(\alpha)$就是使 $\alpha$ 为真的全体时刻的集合。由于 $\alpha$ 为真时$\neg\alpha$ 恰好为假,故 $V(\alpha)$和 $V(\neg\alpha)$互为余集;使 $\alpha\wedge\beta$ 为真的时刻就是既使 $\alpha$ 为真也使 $\beta$ 为真的那些时刻,故 $V(\alpha\wedge\beta)=V(\alpha)\cap V(\beta)$。如果在 $x$ 以后的所有时刻(即满足 $xRy$ 的全体 $y$)$\alpha$ 都真,则 $G\alpha$ 就在 $x$ 这一时刻为真;类似地,如果在 $x$ 以前的所有时刻(即满足 $yRx$ 的所有 $y$)$\alpha$ 都真,则 $H\alpha$ 就在 $x$ 这一时刻为真;这就是(4)和(5)的意思。

从赋值的定义容易得出

**定理** 2.1　设 $V$ 是结构$(X,R)$上的赋值,对任何公式 $\alpha$、$\beta$

$V(\alpha \vee \beta) = V(\alpha) \cup V(\beta)$

$V(\alpha \to \beta) = \overline{V(\alpha)} \cup V(\beta)$

$V(P\alpha) = \{x \in X \mid \exists y \in X(yRx \wedge y \in V(\alpha))\}$

$V(F\alpha) = \{x \in X \mid \exists y \in X(xRy \wedge y \in V(\alpha))\}$

应当注意，$V(F\alpha)$对应着一个特称命题

$$\exists\, y \in X(xRy \wedge y \in V(\alpha))$$

这意味着若 $x \in V(F\alpha)$，则在 $x$ 之后确实有一时刻 $y$ 使 $\alpha$ 在时刻 $y$ 为真；而 $V(G\alpha)$对应一个全称命题

$$\forall\, y \in X(xRy \to y \in V(\alpha))$$

这意味着在 $x \in V(G\alpha)$时，$x$ 后面如果还有时刻 $y$，则 $y \in V(\alpha)$，但并未肯定 $x$ 之后确实有这样的 $y$。这一点至关重要。$P\alpha$ 与 $H\alpha$ 的情形类似。

**例 2.1** 设 $X = \{o, a, b, c\}$、$R = \{\langle o, a\rangle, \langle a, b\rangle, \langle a, c\rangle\}$、$V$ 是$(X, R)$上的赋值：$V(p_0) = \{o, a, b\}$，$V(p_1) = \{a, c\}$，计算以下公式在赋值 $V$ 下的值：

(1) $\neg p_0, p_0 \wedge p_1, p_0 \to p_1$

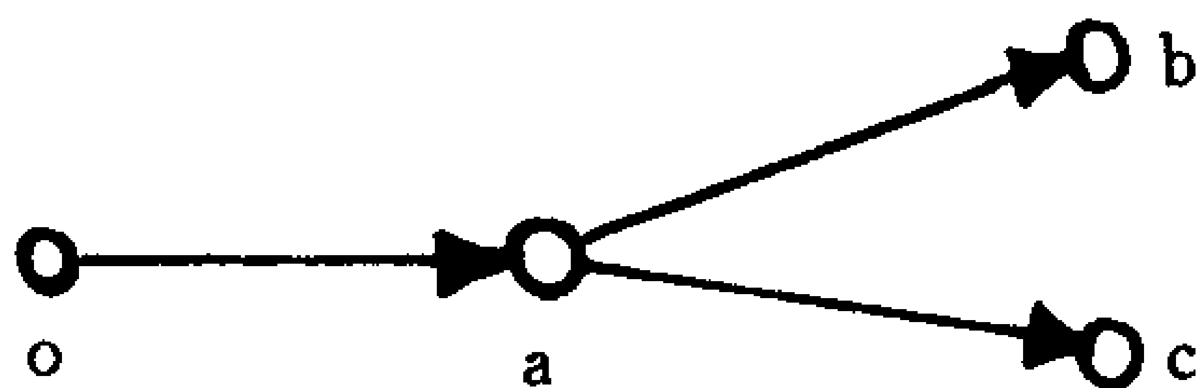
(2) $Gp_0, Hp_0, Fp_0, Pp_0, Gp_1$

(3) $GHp_0, PGp_0, FPp_0$

(4) $PGp_0 \to p_0, G(p_0 \to p_1) \to Gp_0 \to Gp_1$

**解：**

结构$(X,R)$可以用下述图形表示：




其中时刻 $o$ 有一个“将来”$a$，没有“过去”；时刻 $a$ 有一个“过去”$o$，有两个“将来”$b$ 和 $c$；$b$ 和 $c$ 都只有一个“过去”$a$ 而没有“将来”。（$R$ 不是传递关系。）因而

(1) $V(\neg p_0)=\overline{V(p_0)}=\overline{\{o,a,b\}}=\{c\}$

$V(p_0\wedge p_1)=V(p_0)\cap V(p_1)=\{o,a,b\}\cap\{a,c\}=\{a\}$

$V(p_0\rightarrow p_1)=\overline{V(p_0)}\cup V(p_1)=\{c\}\cup\{a,c\}=\{a,c\}$

(2)对 $G(p_0)$,由定义

$$V(Gp_0) = \{x\in X\,|\,\forall\, y\in X(xRy \rightarrow y\in V(p_0))\}$$

依次来检查一下 $X$ 中的元素 $o,a,b,c$,看哪个属于 $V(Gp_0)$:

$o$ 后面只有一个 $a(oRa)$ 而 $a\in V(p_0)$ 故 $o\in V(Gp_0)$;

$a$ 后面有 $b$ 和 $c(aRb,aRc)$,$b\in V(p_0)$ 但 $c\notin V(p_0)$,于是 $a\notin V(Gp_0)$;

$b$ 和 $c$ 后面不再有别的时刻,$bRy$ 和 $cRy$ 对 $X$ 中的 $y$ 都是假的,从而

$\forall y\in X(bRy\rightarrow y\in V(p_0))$ 和 $\forall y\in X(cRy\rightarrow y\in V(p_0))$ 都是真的,故 $b,c\in V(Gp_0)$,于是

$$V(Gp_0)=\{o,b,c\}$$

类似地,可以求得

$$V(Hp_0)=\{o,a,b,c\}=X$$

$$V(Gp_1)=\{o,b,c\}$$

对于 $Fp_0$,由定理 2.1

$$V(Fp_0)=\{x\in X\,|\,\exists y\in X(xRy\wedge y\in V(p_0))\}$$

依次检查 $o,a,b,c$;$o$ 后面确实有 $a\in V(p_0)$,故 $o\in V(Fp_0)$;$a$ 后面确实有 $b\in V(p_0)$,故 $a\in V(Fp_0)$,$b$、$c$ 之后不再存在任何时刻,故 $b$、$c\notin V(Fp_0)$ 从而

$$V(Fp_0)=\{0,a\}$$

类似地

$$V(Pp_0)=\{a,b,c\}$$

(3) $V(GHp_0)=\{o,a,b,c\}=X$

$V(PGp_0)=\{a\}$

$V(FPp_0)=\{o,a\}$

(4) $V(PGp_0\rightarrow p_0)=\overline{V(PGp_0)}\cup V(p_0)$

$$=\{o,b,c\}\cup\{o,a,b\}=\{o,a,b,c\}=X$$

$$V(G(p_0\to p_1)\to Gp_0\to Gp_1)$$

$$=\overline{V(G(p_0\to p_1))}\cup\overline{V(Gp_0)}\cup V(Gp_1)$$

$$=\overline{\{o,b,c\}}\cup\overline{\{o,b,c\}}\cup\{o,b,c\}$$

$$=\{o,a,b,c\}=X$$

最后，我们再给出几个概念及有关的简单结果。

设$(X,R)$是时态结构，如果对$(X,R)$上的每个赋值$V$都有$V(\alpha)=X$(即在任何时刻$\alpha$总为真)，则称$\alpha$在结构$(X,R)$中有效；如果对$(X,R)$上的某个赋值$V$有$V(\alpha)\neq\varnothing$，则称$\alpha$为在$(X,R)$中可满足，否则(即对$(X,R)$上的任何赋值$V$都有$V(\alpha)=\varnothing$)称$\alpha$为在$(X,R)$中不可满足。

显然，$\alpha$在$(X,R)$中有效当且仅当$\neg\alpha$在$(X,R)$中不可满足；$\alpha$在$(X,R)$中可满足当且仅当$\neg\alpha$不在$(X,R)$中有效。

令$\mathscr{K}$为时态结构所形成的一个类，如果对于每个$(X,R)\in\mathscr{K}$，$\alpha$都在$(X,R)$中有效，则称$\alpha$是$\mathscr{K}$有效的；如果对某个$(X,R)\in\mathscr{K}$，$\alpha$在$(X,R)$中可满足，则称$\alpha$为$\mathscr{K}$可满足的，否则称为$\mathscr{K}$不可满足的。

显然，$\alpha$为$\mathscr{K}$有效当且仅当$\neg\alpha$为$\mathscr{K}$不可满足；$\alpha$为$\mathscr{K}$可满足当且仅当$\neg\alpha$不是$\mathscr{K}$有效的。

设$\Phi$为一时态公式集，如果存在$(X,R)\in\mathscr{K}$及$x\in X$和$(X,R)$上的赋值$V$，使对每个$\varphi\in\Phi$有

$$x\in V(\varphi)$$

则称$\Phi$为$\mathscr{K}$可满足的。

显然，当$\Phi$为有穷集$\{\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_n\}$时，$\Phi$为$\mathscr{K}$可满足当且仅当公式$\varphi_1\wedge\varphi_2\wedge\cdots\wedge\varphi_n$为$\mathscr{K}$可满足。

在上面的例2.1中，不难验证公式$PGp_0\to p_0$和$G(p_0\to p_1)\to Gp_0\to Gp_1$都是在结构$(X,R)$中有效的。事实上对任给的时态结构类$\mathscr{K}$这两个公式都是有效的。

# 3 形式系统

像其他各种逻辑一样，时态逻辑也是要用形式系统来刻划有关的算子——在这里就是时态算子 $G$、$H$、$F$、$P$。在制订形式系统时，选择哪些公理取决于我们要刻划时间的一些什么性质。

时间究竟有什么性质？这个本体论的问题恐怕要与人类共存。不同的哲学流派对它有不同的回答，不同的科学领域对它也有不同的假设。回答这些问题并不是逻辑学家的任务。逻辑学家应作而又能作的事情，就是将人们在各个领域中对时间性质所作的假设加以形式化处理——概括出若干种有代表性的时态结构类，制订出刻划这些时态结构类的形式系统（或证明这样的系统不存在）。

## 3.1 极小时态逻辑系统 $\mathbf{L}_0$

极小时态逻辑系统 $\mathbf{L}_0$ 的语言是时态语言 $\mathscr{L}$（见§1），其公理（模式）是如下七条：

$A_0$：全体重言式；

$A_1$：如果 $\alpha$ 是公理，$G\alpha$ 也是公理；

$A_2$：如果 $\alpha$ 是公理，$H\alpha$ 也是公理；

$A_3$：$G(\alpha\rightarrow\beta)\rightarrow G\alpha\rightarrow G\beta$；

$A_4$：$H(\alpha\rightarrow\beta)\rightarrow H\alpha\rightarrow H\beta$；

$A_5$：$\alpha\rightarrow GP\alpha$；

$A_6$：$\alpha\rightarrow HF\alpha$。

$\mathbf{L}_0$ 的变形规则只有一条分离规则（$m.p$）：从 $\alpha$ 和 $\alpha\rightarrow\beta$ 得到 $\beta$。

所谓 $\mathbf{L}_0$ 证明，是一个有穷的公式序列 $\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_n$，其中每个 $\varphi_k(k=1,\cdots,n)$ 或是一公理，或是由次序在先的两个公式经分离规则而得。如果存在一个 $\mathbf{L}_0$ 证明，其最后一个公式是 $\alpha$，则称 $\alpha$ 为 $\mathbf{L}_0$

定理，记作

$$\vdash_{L_0}\alpha。$$

在不致引起混淆时，断定符 $\vdash$ 的下标 $\mathbf{L}_0$ 可以省去。

由定义易见，古典命题逻辑系统 *PC* 是 $\mathbf{L}_0$ 的真子系统。下面我们不加证明地列出一些 $\mathbf{L}_0$ 定理，熟悉谓词演算的读者不难根据所列的次序及定理后面括号中的提示作出证明。

① $G(\alpha\rightarrow\beta)\rightarrow G(\neg\beta\rightarrow\neg\alpha)$（利用 $A_0,A_1,A_3,m.p$）

② $G(\alpha\rightarrow\beta)\rightarrow G\neg\beta\rightarrow G\neg\alpha$

③ $G(\alpha\rightarrow\beta)\rightarrow F\alpha\rightarrow F\beta$

④ $H(\alpha\rightarrow\beta)\rightarrow P\alpha\rightarrow P\beta$（类似由①到③）

⑤ $G\alpha\rightarrow G(\beta\rightarrow\alpha\wedge\beta)$（利用 $A_0,A_1,A_3,m.p$）

⑥ $G(\beta\rightarrow\alpha\wedge\beta)\rightarrow F\beta\rightarrow F(\alpha\wedge\beta)$（同③）

⑦ $G\alpha\wedge F\beta\rightarrow F(\alpha\wedge\beta)$（⑤，⑥，$\rightarrow$的传递性）

⑧ $GP\alpha\wedge F\beta\rightarrow F(P\alpha\wedge\beta)$（上式，以 $P\alpha$ 代替 $\alpha$）

⑨ $\alpha\wedge F\beta\rightarrow F(P\alpha\wedge\beta)$（利用 $A_5$，⑧）

⑩ $G(\alpha\wedge\beta)\rightarrow G\alpha$

$G(\alpha\wedge\beta)\rightarrow G\beta$

⑪ $G(\alpha\wedge\beta)\leftrightarrow G\alpha\wedge G\beta$

⑫ $F(\alpha\vee\beta)\leftrightarrow F\alpha\vee F\beta$（利用⑪）

⑬ $G\alpha\rightarrow G(\alpha\vee\beta)$

$G\beta\rightarrow G(\alpha\vee\beta)$

⑭ $G\alpha\vee G\beta\rightarrow G(\alpha\vee\beta)$

⑮ $F(\alpha\wedge\beta)\rightarrow F\alpha\wedge F\beta$（⑭假言易位）

⑯ $PG\alpha\rightarrow\alpha$（$A_6$，假言易位）

为了便于推演定理，我们再来导出几条推演规则：

**定理** 3.1

(1)若 $\vdash\alpha$，则 $\vdash MI(\alpha)$（镜像规则）

(2)若 $\vdash\alpha$，则 $\vdash G\alpha$（$G$ 概括规则）

(3)若 $\vdash\alpha$，则 $\vdash H\alpha$（$H$ 概括规则）

(4)若 $\vdash\alpha\to\beta$,则 $\vdash G\alpha\to G\beta$($G\to$规则)

(5)若 $\vdash\alpha\to\beta$,则 $\vdash H\alpha\to H\beta$($H\to$规则)

(6)若 $\vdash\alpha\to\beta$,则 $\vdash F\alpha\to F\beta$($F\to$规则)

(7)若 $\vdash\alpha\to\beta$,则 $\vdash P\alpha\to P\beta$($P\to$规则)

**证**　(1)设 $\vdash\alpha$,则存在 $\mathbf{L}_0$ 证明 $\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_n(=\alpha)$。对 $k=1,2,\cdots,n$ 作归纳,证明对每个 $k$ 有 $\vdash MI(\varphi_k)$,从而 $\vdash MI(\varphi_n)$即

$$\vdash MI(\alpha)$$

($a$)若 $\varphi_k$ 是一公理,则显然 $MI(\varphi_k)$也是公理,于是

$$\vdash MI(\varphi_k),$$

(注意,如果 $n\geqslant2$,$\varphi_1$,$\varphi_2$ 必定是公理。)

($b$)若 $\varphi_k$ 是由 $\varphi_i$ 和 $\varphi_j(=\varphi_i\to\varphi_k)$经 $m.p$ 而得(此时 $k\geqslant3$),由归纳假设已有 $\vdash MI(\varphi_i)$及 $\vdash MI(\varphi_i\to\varphi_k)$。而 $MI(\varphi_i\to\varphi_k)=MI(\varphi_i)\to MI(\varphi_k)$,由 $m.p$ 即得 $\vdash MI(\varphi_k)$。

至此(1)得证。(2)、(3)的证法与(1)相似,留给读者。(4)可由(2)及公理 $A_3$ 得到;(5)可由(3)及公理 $A_4$ 得到;(6)可由(2)及 $\mathbf{L}_0$ 定理③得到;(7)则可由(3)及 $\mathbf{L}_0$ 定理④得到。

利用定理 3.1 所提供的规则,我们又可得到一批 $\mathbf{L}_0$ 定理,例如 $\mathbf{L}_0$ 定理(1)—(16)的镜像式。

此外,我们还有基本置换规则:若 $\beta$ 是 $\alpha$ 的子公式,$\alpha'$是将 $\alpha$ 中 $\beta$ 的若干出现换成 $\beta'$而得的公式,若 $\vdash\beta\leftrightarrow\beta'$,则 $\vdash\alpha\leftrightarrow\alpha'$。其证明与古典命题逻辑中相应规则的证明类似,此处从略。(参看[1])

令 $\mathscr{K}_0$ 是全体时态结构所组成的类:

$$\mathscr{K}_0=\{(X,R)\mid X\neq\varnothing,R\subseteq X\times X\}$$

我们有

**定理** 3.2($\mathbf{L}_0$ 的可靠性):$\mathbf{L}_0$ 定理都是 $\mathscr{K}_0$ 有效的。

**证** 为证明定理只须证明

(1)公理都是 $\mathscr{K}_0$ 有效的;

(2)分离规则保持有效性,即:若 $\alpha$ 和 $\alpha\to\beta$ 都是 $\mathscr{K}_0$ 有效的,

则β也是 $\mathscr{K}_0$ 有效的。

以下分别证明这两条。

(1)我们只证 $A_3$ 和 $A_5$ 的有效性,其余的留给读者。

对 $A_3: G(\alpha\to\beta)\to G\alpha\to G\beta$

任给结构 $(X,R)$ 及其上的赋值 $V$,我们来证明任意的 $x\in X$, $x\in V(A_3)$

若 $x\notin V(G(\alpha\to\beta))$,则

$x\in\overline{V(G(\alpha\to\beta))}\subseteq\overline{V(G(\alpha\to\beta))}\cup V(G\alpha\to G\beta)=V(A_3)$

若 $x\in V(G(\alpha\to\beta))$ 但 $x\notin V(G\alpha)$,则

$x\in\overline{V(G\alpha)}\subseteq\overline{V(G(\alpha\to\beta))}\cup\overline{V(G\alpha)}\cup V(G\beta)=V(A_3)$

若 $x\in V(G(\alpha\to\beta))$ 且 $x\in V(G\alpha)$,则由赋值定义,任给 $y\in X$,若 $xRy$ 即有

$y\in V(\alpha\to\beta)$ 及 $y\in V(\alpha)$

于是

$$y\in V(\alpha\to\beta)\cap V(\alpha)=(\overline{V(\alpha)}\cup V(\beta))\cap V(\alpha)=V(\alpha)\cap V(\beta)$$

故

$$y\in V(\beta)$$

再根据赋值定义有

$$x\in V(G\beta)$$

而

$$V(G\beta)\subseteq\overline{V(G(\alpha\to\beta))}\cup\overline{V(G\beta)}\cup V(G\beta)=V(A_3)$$

故

$$x\in V(A_3)$$

由 $x$ 的任意性知 $A_3$ 是在 $(X,R)$ 中有效的,而 $(X,R)$ 也是任意的,故 $A_3$ 是 $\mathscr{K}_0$ 有效的。

对于 $A_5: \alpha\to GP\alpha$

由于 $V(A_5)=\overline{V(\alpha)}\cup V(GP\alpha)$

若 $x\notin V(\alpha)$，则 $x\in\overline{V(\alpha)}$，从而 $x\in V(A_5)$；

若 $x\in V(\alpha)$，则任给满足 $xRy$ 的 $y\in X$，由赋值定义有

$$y \in V(P\alpha)$$

从而

$$x \in V(GP\alpha)$$

于是仍有

$$x \in V(A_5)$$

即 $A_5$ 是 $\mathscr{K}_0$ 有效的。

(2)任给结构$(X,R)$及$(X,R)$上的赋值 $V$，若

$$V(\alpha\to\beta)=V(\alpha)=X$$

则

$$V(\beta)=V(\beta)\cap X=V(\beta)\cap V(\alpha)=(\overline{V(\alpha)}\cup V(\beta))\cap V(\alpha)$$
$$=V(\alpha\to\beta)\cap V(\alpha)=X$$

故 $m.p$ 规则保持有效性。

上面证明了 $\mathbf{L}_0$ 定理都是 $\mathscr{K}_0$ 有效的，下一节我们还将证明 $\mathbf{L}_0$ 是 $\mathscr{K}_0$ 完全的。由于 $\mathscr{K}_0$ 包括了全部的时态结构，在 $\mathscr{K}_0$ 中并未对 $R$ 作任何限制，因而 $\mathbf{L}_0$ 是一种最弱的时态逻辑系统，极小系统即因此而得名。对结构$(X,R)$中的 $R$ 加以种种限制，即可得到 $\mathscr{K}_0$ 的各种子类，刻划这些子类的形式系统都是 $\mathbf{L}_0$ 的扩充，其语言和变形规则都与 $\mathbf{L}_0$ 相同，只是增加了一些公理。在以下几个小节中，我们择其要者作个简单介绍。

### 3.2 时间的序结构和系统 $\mathbf{L}_1$，$\mathbf{L}_2$

时态结构$(X,R)$称为偏序结构，如果 $R$ 满足

(1)反对称性：$\forall x\in X\ \forall y\in X\neg(xRy\wedge yRx)$

(2)传递性：$\forall x\in X\ \forall y\in X\ \forall z\in X(xRy\wedge yRz\to xRz)$。

如果$(X,R)$是个偏序结构并且还满足

(3)可比较性：$\forall x\in X\ \forall y\in X(xRy\vee x=y\vee yRx)$，则称$(X,R)$为线序结构。

全体偏序结构所组成的类记作 $\mathscr{K}_1$，全体线序结构所组成的类记作 $\mathscr{K}_2$。

显然

$$\mathscr{K}_2 \subseteq \mathscr{K}_1 \subseteq \mathscr{K}_0$$

与传递性相对应的时态公式是：

$A_7: FF\alpha \to F\alpha$

$A_8: PP\alpha \to P\alpha$

$A_7$ 是说将来的将来仍是将来，$A_8$ 则是说过去的过去仍是过去。

将 $A_7$ 和 $A_8$ 作为公理加入 $\mathbf{L}_0$ 得到一个扩充系统，记作 $\mathbf{L}_1$。

容易验证，在例 2.1 的那个结构中，$A_7$，$A_8$ 都不是有效的，所以 $\mathbf{L}_1$ 是 $\mathbf{L}_0$ 的真扩充。

事实上，$A_7$ 和 $A_8$ 在 $\mathbf{L}_0$ 中是等值的(有兴趣的读者可以自己证明一下)，因而只要取其一作为新公理就可以了。

仿照定理 3.2 的证明，不难验证 $\mathbf{L}_1$ 定理都是 $\mathscr{K}_1$ 有效的(只消证明 $A_7$，$A_8$ 是 $\mathscr{K}_1$ 有效的)。

与可比较性相应的时态公式是

$A_9: F\alpha \wedge F\beta \to F(\alpha \wedge F\beta) \vee F(\alpha \wedge \beta) \vee F(F\alpha \wedge \beta)$

$A_{10}: P\alpha \wedge P\beta \to P(\alpha \wedge P\beta) \vee P(\alpha \wedge \beta) \vee P(P\alpha \wedge \beta)$

$A_9$ 是说，如果 $\alpha$、$\beta$ 都是将来会发生的事，那末或者将来 $\alpha$ 发生在 $\beta$ 之先($F(\alpha \wedge F\beta)$)，或者将来 $\alpha$ 和 $\beta$ 同时发生($F(\alpha \wedge \beta)$)，或者将来 $\alpha$ 发生在 $\beta$ 之后($F(F\alpha \wedge \beta)$)。$A_{10}$与之相似，只不过是讲过去，是 $A_9$ 的镜像式。这样，$A_9$ 意味着任何两个将来时刻是可比较的，而 $A_{10}$则意味着任何两个过去的时刻都是可比较的。

将 $A_9$ 和 $A_{10}$作为公理加进 $\mathbf{L}_1$，所得的扩充系统记为 $\mathbf{L}_2$。

$\mathbf{L}_2$ 是 $\mathscr{K}_2$ 有效的。

细心的读者可能注意到我们要求了反对称性，但却没有关于反对称性的公理。这是个颇有意思的问题，我们将在下一节略加讨

论。

### 3.3 时间的起点和终点

对于序结构$(X,R)$容易想到的一个问题是$X$中有没有$R$极小元和$R$极大元。也就是我们所考虑的时刻之中有没有起点和终点。

所谓$a$是$X$中的$R$极小元，是说$a$满足

$$\forall y \in X(\neg yRa)$$

而$b$是$X$的$R$极大元则是说$b$满足

$$\forall y \in X(\neg bRy)$$

时态公式（模式）

$A_{11}: G\bot \vee FG\bot$

$A_{12}: H\bot \vee PH\bot$

$A_{13}: G\alpha \rightarrow F\beta$

$A_{14}: H\alpha \rightarrow P\alpha$

分别刻划了有关端点的性质。

由于矛盾式⊥蕴涵着任何命题，$A_{11}$的意思就是说从现在或将来的某个时刻以后，所有的公式都真。这只能意味着“现在或将来的某个时刻”之后不再有任何其他时刻了，也就是说这个“现在或将来的某个时刻”就是一个最终时刻。因而$A_{11}$意味着所考虑的时刻中有终点。类似地，$A_{12}$是说有起点。

$A_{13}$的意思是，如果从某一时刻之后$\alpha$都为真，那就真有这样的时刻存在。因而要$A_{13}$有效，这个结构就一定不能有终点。类似地，$A_{14}$有效就意味着该结构没有起点。

在$\mathbf{L}_2$中加进新公理$A_{11}$、$A_{12}$，得到$\mathbf{L}_3$系统；在$\mathbf{L}_2$中加进新公理$A_{13}$、$A_{14}$，得到$\mathbf{L}_4$系统。

$\mathbf{L}_3$对应于有两端的线序结构类：

$\mathscr{K}_3 = \{(X,R) \mid X \neq \varnothing$且$R$是$X$上的线序且$X$中既有$R$极小元也有$R$极大元$\}$

$\mathbf{L}_4$ 对应于无端的线序结构类：

$\mathscr{K}_4=\{(X,R)\mid X\neq\varnothing$ 且 $R$ 是 $X$ 上的无端线序$\}$

不难证明 $\mathbf{L}_3$ 是 $\mathscr{K}_3$ 有效的，$\mathbf{L}_4$ 是 $\mathscr{K}_4$ 有效的。

当然，我们也可以在 $\mathbf{L}_1$ 中增加 $A_{11}$、$A_{12}$或 $A_{13}$、$A_{14}$分别得到刻划有端偏序和无端偏序的时态结构。

我们也可以只选 $A_{11}$，$A_{12}$中的一条（或只选 $A_{13}$、$A_{14}$中的一条）来扩充 $\mathbf{L}_2$（或 $\mathbf{L}_1$），来刻划有一个端点（或有一个方向无端点）的线序（或偏序）结构。（不过这种系统中不再有镜像规则。）

### 3.4 稠密的时间和离散的时间

稠密性是说在任何两个不同的时刻之间总还有第三个时刻，也就是说$(X,R)$满足

$\forall x\in X\ \forall y\in X(xRy\rightarrow\exists z\in X(xRz\wedge zRy))$

与此相应的时态公式是

$A_{15}: F\alpha\rightarrow FF\alpha$

$A_{16}: P\alpha\rightarrow PP\alpha$

$A_{15}$的意思是说“将来”也都是“将来”的“将来”；$A_{16}$则说“过去”也都是“过去”的“过去”。

在 $\mathbf{L}_2$ 中增加公理 $A_{15}$、$A_{16}$（实际上只加其中之一即可），所得的扩充系统记之为 $\mathbf{L}_5$。

由于 $\mathbf{L}_5$ 中有（事实上 $\mathbf{L}_1$ 中就已有）

$A_7: FF\alpha\rightarrow F\alpha$

$A_8: PP\alpha\rightarrow P\alpha$，

于是在 $\mathbf{L}_5$ 中有定理

$\vdash_{L5} FF\alpha\leftrightarrow F\alpha$

$\vdash_{L5} PP\alpha\leftrightarrow P\alpha$

及

$\vdash_{L5} GG\alpha\leftrightarrow G\alpha$

$\vdash_{L_5} HH\alpha \leftrightarrow H\alpha$

从而在 $\mathbf{L}_5$，重叠的同一时态词可以消减。

与稠密性相对的是离散性，即每个时刻都有 $R$ 前驱和 $R$ 后继。一个时刻与其前驱、后继之间不再有别的时刻。

设 $X$ 是非空集，$R$ 是 $X$ 上的序关系，如果对 $x \in X$ 和 $y \in X$ 有

$$xRy \wedge \neg \exists z(xRz \wedge zRy)$$

则称 $x$ 是 $y$ 的 $R$ 前驱，$y$ 是 $x$ 的 $R$ 后继，若每个 $x \in X$ 都既有前驱又有 $R$ 后继，则称结构 $(X,R)$ 是离散的，按这个定义，离散的结构一定没有端点。整数集 $I$ 及其自然序 $<$ 是离散线序的一个典型。

刻划离散的时态公式是：

$A_{17}: \alpha \wedge H\alpha \rightarrow FH\alpha$

$A_{18}: \alpha \wedge G\alpha \rightarrow PG\alpha$

我们可以通过两个反面的例子来认识 $A_{17}$ 和 $A_{18}$ 的作用，即若 $(X,R)$ 中有一个 $x$ 无后继，则 $A_{17}$ 在 $(X,R)$ 中不有效，若有一个 $x$ 无前驱，则 $A_{18}$ 在 $(X,R)$ 中不有效。

**例** 3.4.1 令 $X=\{1,2,3\}$，$R$ 就是自然数上的小于关系在 $X$ 上的限制。在这个结构中 1 无前驱，3 无后继，令 $V(p_0)=X$，容易算出

$V(p_0 \wedge Hp_0 \rightarrow FHp_0)=\{1,2\} \neq X$

$V(p_0 \wedge Gp_0 \rightarrow PGp_0)=\{2,3\} \neq X$

即 $A_{17}$，$A_{18}$ 在 $(X,R)$ 上不有效。

**例** 3.4.2 令 $X=\{\cdots -3,-2,-1,-1/2,-1/3,\cdots,0,\cdots 1/3,1/2,1,2,\cdots\}$ $R$ 就是有理数上的小于关系在 $X$ 上的限制（即 $X$ 中列出的线序关系。这里 0 既无前驱也无后继。

令 $V_1(p_0)=\{x \in X \mid x \leqslant 0\}$，容易验证

$$0 \notin V_1(p_0 \wedge Hp_0 \rightarrow FHp_0)$$

令 $V_2(p_0)=\{x \in X \mid x \geqslant 0\}$，容易验证

$$0 \notin V_2(p_0 \wedge Gp_0 \rightarrow PGp_0)$$

$A_{17}$,$A_{18}$在$(X,R)$中不有效。

将 $A_{17}$和 $A_{18}$作为公理加入 $\mathbf{L}_2$,所得到的扩充系统记为 $\mathbf{L}_6$,以 $\mathscr{K}_6$ 表示全体离散线序的结构所组成的类,即

$\mathscr{K}_6=\{(X,R)\mid X\neq\varnothing,R$ 是 $X$ 上的离散线序$\}$,容易证明 $\mathbf{L}_6$ 是 $\mathscr{K}_6$ 可靠的。

### 3.5 有理数

我们常习惯于用数的序结构来描述时间,以整数结构(离散线序)描述时间,就是上一小节所谈的 $\mathbf{L}_6$,与有理数结构$(\mathbf{Q},<)$相应的时态系统是 $\mathbf{L}_\mathbf{Q}$,即在 $\mathbf{L}_2$ 增加刻划无端性的公理

$A_{13}:G\alpha\to F\alpha$

$A_{14}:H\alpha\to P\alpha$

及刻划稠密性的公理

$A_{15}:F\alpha\to FF\alpha$

$A_{16}:P\alpha\to PP\alpha$

而得到的扩充系统。

在 $\mathbf{L}_\mathbf{Q}$ 中,时态前缀可以大大简化,只剩下 15 种彼此独立的前缀,如图 3.5.1 所示。图中的箭头表示蕴涵关系,有些箭杆画成虚线,仅仅是为了使图上不致太乱,并无其他区别。

这里,我们花一些篇幅来证明一下这个关系图。由于我们有镜像规则,所以只消证其一半,比如我们来证明左边一半。

(1) $\vdash GH\alpha\to FH\alpha$

这是公理 $A_{13}$、 $(\mathbf{L}_4)$

(括号中的 $\mathbf{L}_4$ 表示我们只用对了 $\mathbf{L}_4$ 公理,下同)。

(2) $\vdash FH\alpha\to H\alpha$

由公理 $A_8$ 可得 $\vdash H\alpha\to HH\alpha(\mathbf{L}_1)$,经 $F\to$规则有

$$\vdash FH\alpha\to FHH\alpha \qquad (\mathbf{L}_1)$$

再引用 $L_0$ 定理⑯的镜像式

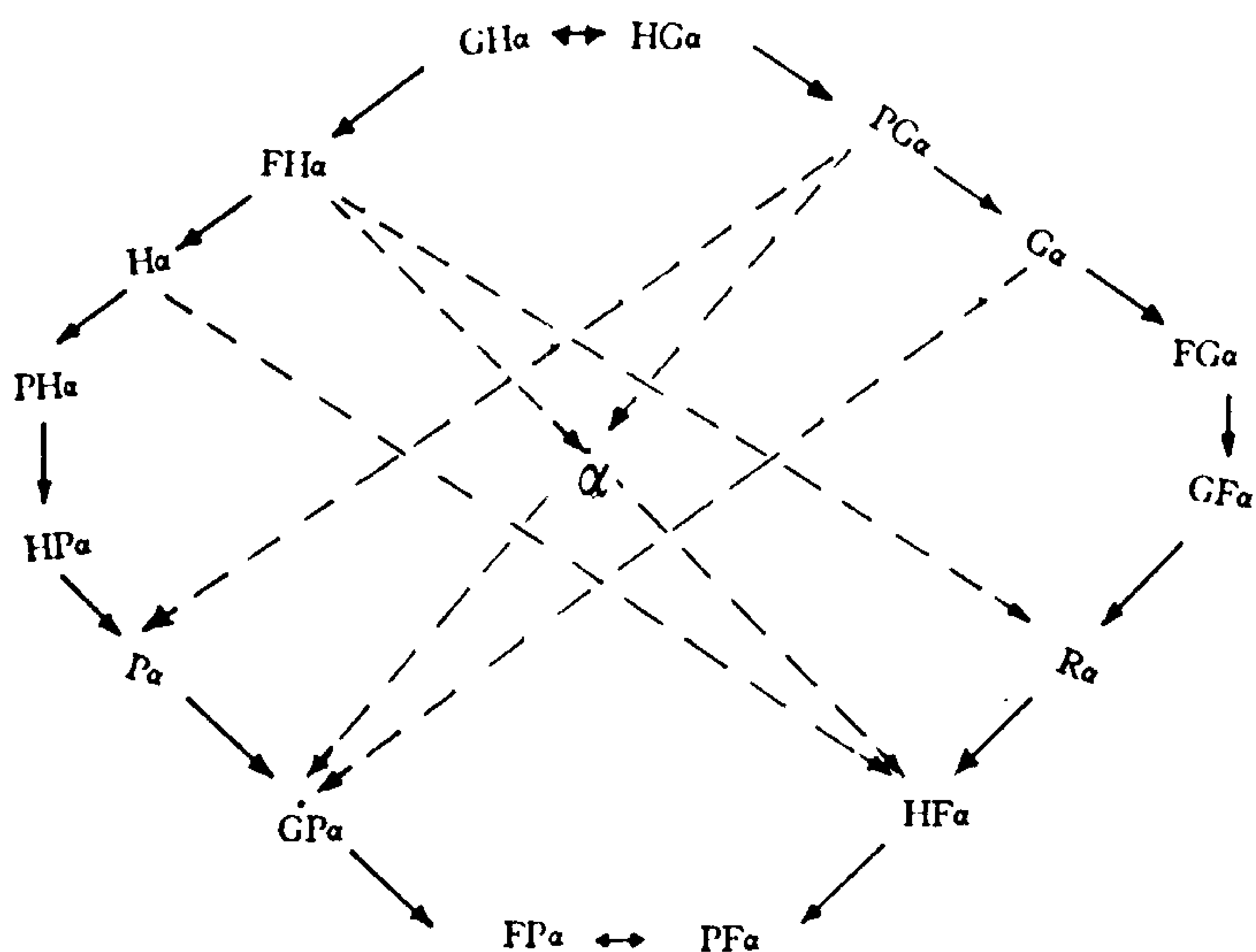



图 3.5.1

$$\vdash FHH\alpha \rightarrow H\alpha \qquad (\mathbf{L}_0)$$

即可得

$$\vdash FH\alpha \rightarrow H\alpha \qquad (\mathbf{L}_1)$$

(3) $\vdash H\alpha \rightarrow PH\alpha$

由公理 $A_{14}$

$$\vdash HH\alpha \rightarrow PH\alpha \qquad (\mathbf{L}_4)$$

再由公理 $A_8$ 可得到

$$\vdash H\alpha \rightarrow HH\alpha \qquad (\mathbf{L}_1)$$

从而

$$\vdash H\alpha \rightarrow PH\alpha \qquad (\mathbf{L}_4)$$

(4) $\vdash PH\alpha \rightarrow PH\alpha$

由公理 $A_0$ 及 $H$ 概括规则可得

$$\vdash H(\alpha \rightarrow \alpha) \qquad (\mathbf{L}_0)$$

再由公理 $A_{14}$

$$\vdash H(\alpha \to \alpha) \to P(\alpha \to \alpha)$$

可得

$$\vdash P(\alpha \to \alpha) \qquad (\mathbf{L}_4)$$

经 $H$ 概括，得

$$\vdash HP(\alpha \to \alpha)$$

即

$$\vdash \neg PH(\alpha \wedge \neg\alpha) \qquad (\mathbf{L}_4)$$

引用 $\mathbf{L}_0$ 定理⑪的镜像式

$$\vdash H(\alpha \wedge \neg\alpha) \leftrightarrow H\alpha \wedge H\neg\alpha$$

经基本置换有

$$\vdash \neg P(H\alpha \wedge H\neg\alpha) \qquad (\mathbf{L}_4) \qquad (*)$$

由公理 $A_{14}$

$$\vdash H\neg\alpha \to P\neg\alpha$$

经 $H\to$ 规则可得

$$\vdash HH\neg\alpha \to HP\neg\alpha \qquad (\mathbf{L}_4)$$

再利用公理 $A_8$ 可得

$$\vdash H\neg\alpha \to HH\neg\alpha$$

于是有

$$\vdash H\neg\alpha \to HP\neg\alpha$$

即

$$\vdash \neg(PH\alpha \wedge H\neg\alpha)$$

经 $H$ 概括得

$$\vdash H\neg(PH\alpha \wedge H\neg\alpha)$$

即

$$\vdash \neg P(PH\alpha \wedge H\neg\alpha) \qquad (\mathbf{L}_4) \qquad (**)$$

类似可证

$$\vdash \neg P(H\alpha \wedge PH\neg\alpha) \qquad (\mathbf{L}_4) \qquad (***)$$

由(*)，(**)及(***)可得

$\vdash \neg(P(PH\alpha \wedge H\neg\alpha) \vee P(H\alpha \wedge H\neg\alpha) \vee P(H\alpha \wedge PH\neg\alpha))$(☆)

由公理 $A_{10}$

$\vdash PH\alpha \wedge PH\neg\alpha \rightarrow (P(PH\alpha \wedge H\neg\alpha) \vee P(H\alpha \wedge H\neg\alpha)$
$\vee P(H\alpha \wedge PH\neg\alpha))$可得

$\vdash \neg(P(PH\alpha \wedge H\neg\alpha) \vee P(H\alpha \wedge H\neg\alpha) \vee P(H\alpha$
$\wedge PH\neg\alpha)) \rightarrow \neg(PH\alpha \wedge PH\neg\alpha)$

与(☆)分离，

$\vdash \neg(PH\alpha \wedge PH\neg\alpha)$ **(L₄)**

即

$\vdash PH\alpha \rightarrow HP\alpha$ **($L_4$)**

(5) $\vdash HP\alpha \rightarrow P\alpha$

由公理 $A_{14}$

$\vdash HP\alpha \rightarrow PP\alpha$

及公理 $A_8$

$\vdash PP\alpha \rightarrow P\alpha$

可得

$\vdash HP\alpha \rightarrow P\alpha$ **($L_4$)**

(6) $\vdash P\alpha \rightarrow GP\alpha$

由公理 $A_5$

$\vdash P\alpha \rightarrow GPP\alpha$

再由公理$A_8$

$\vdash PP\alpha \rightarrow P\alpha$

经 $G\rightarrow$规则得

$\vdash GPP\alpha \rightarrow GP\alpha$

从而

$\vdash P\alpha \rightarrow GP\alpha$ **($L_1$)**

(7) $\vdash GP\alpha \rightarrow FP\alpha$

这就是公理 $A_{13}$ **($L_4$)**

(8) $\vdash GH\alpha \leftrightarrow HG\alpha$

根据镜像规则，只须证 $\vdash HG\alpha \to GH\alpha$

由公理 $A_5$

$\vdash HG\alpha \to GPHG\alpha$

(4)式已证

$\vdash PHG\alpha \to HPG\alpha$ ($\mathbf{L}_4$)

经 $G\to$ 规则得

$\vdash GPHG\alpha \to GHPG\alpha$ ($\mathbf{L}_4$)

从而

$\vdash HG\alpha \to GHPG\alpha$ ($\mathbf{L}_4$) (＊)

由 $\mathbf{L}_0$ 定理⑯

$\vdash PG\alpha \to \alpha$

经 $H\to$ 规则和 $G\to$ 规则可得

$\vdash GHPG\alpha \to GH\alpha$ ($\mathbf{L}_0$) (＊＊)

从而由(＊)及(＊＊)有

$\vdash HG\alpha \to GH\alpha$ ($\mathbf{L}_4$)

(9) $\vdash FP\alpha \leftrightarrow PF\alpha$

由(8)立得。

(10) $\vdash FH\alpha \to F\alpha$

由公理 $A_5$

$\vdash \neg\alpha \to GP\neg\alpha$

经 $G\to$ 规则，得

$\vdash G\neg\alpha \to GGP\neg\alpha$

而由公理 $A_{15}$ 可得

$\vdash GGP\neg\alpha \to GP\neg\alpha$ ($\mathbf{L}_5$)

从而

$\vdash G\neg\alpha \to GP\neg\alpha$

即

$\vdash \neg F\alpha \to \neg FH\alpha$

于是

$\vdash FH\alpha \to F\alpha$ (**L**$_5$)

(11) $\vdash H\alpha \to HF\alpha$

由公理 $A_6$

$\vdash \alpha \to HF\alpha$

经 $H\to$规则得

$\vdash H\alpha \to HHF\alpha$ (**L**$_0$)

而由公理 $A_{16}$ 可得

$\vdash HHF\alpha \to HF\alpha$ (**L**$_5$)

从而

$\vdash H\alpha \to HF\alpha$ (**L**$_5$)

(12) $\vdash FH\alpha \to \alpha$

这是 **L**$_0$ 公理⑯的镜像式 (**L**$_0$)

(13) $\vdash \alpha \to GP\alpha$

这是公理 $A_5$ (**L**$_0$)

利用图 3.5.1 及

$\vdash PP\alpha \leftrightarrow P\alpha$

$\vdash FF\alpha \leftrightarrow F\alpha$

$\vdash GG\alpha \leftrightarrow G\alpha$

$\vdash HH\alpha \leftrightarrow H\alpha$

不难证明其他的时态前缀都可以化归这 15 种公式之一。表 3.5.1 列出了三个时态词前缀公式的结果。表中 $\alpha \equiv \beta$ 是 $\vdash_{LQ}\alpha \leftrightarrow \beta$ 的缩写。同样，由于镜像规则，我们也只须列出有关 $G$、$F$ 打头的一半结果。

表 3.5.1

| | |
|---|---|
| $GFH\alpha \equiv GH\alpha$ | $FGH\alpha \equiv GH\alpha$ |
| $GPG\alpha \equiv G\alpha$ | $FPG\alpha \equiv FG\alpha$ |
| $GPH\alpha \equiv PH\alpha$ | $FPH\alpha \equiv PH\alpha$ |
| $GFG\alpha \equiv FG\alpha$ | $FHP\alpha \equiv HP\alpha$ |
| $GHP\alpha \equiv HP\alpha$ | $FGF\alpha \equiv GF\alpha$ |
| $GHF\alpha \equiv GF\alpha$ | $FGP\alpha \equiv FP\alpha$ |
| $GFP\alpha \equiv FP\alpha$ | $FHF\alpha \equiv F\alpha$ |

众所周知$(\mathbf{Q},<)$是(在同构的意义下)唯一的一个可数的无端稠密线序结构,此外的无端线序结构都是超穷的,而基数不是一阶公式可定义的,我们只能指望$\mathbf{L}_\mathbf{Q}$是$\mathscr{K}_\mathbf{Q}$完全的。这里

$\mathscr{K}_\mathbf{Q}=\{(X,R)\mid X\neq\varnothing,R$ 是 $X$ 上的无端稠密线序$\}$

容易证明$\mathbf{L}_\mathbf{Q}$是$\mathscr{K}_\mathbf{Q}$可靠的。

## 3.6 完备性和实数

设$(X,R)$是一线序结构,$Y$、$Z$是$X$的两个非空子集,如果满足

(a) $Y\cup Z=X, Y\cap Z=\varnothing$;

(b) $\forall y\in Y\ \forall z\in Z(yRz)$

则称$(Y,Z)$为结构$(X,R)$的一个分割。

所谓一个线序结构$(X,R)$的完备性,是说对$(X,R)$的每个分割$(Y,Z)$,或者$Y$中有$R$最大元,或者$Z$中有$R$最小元。

按这个定义,有穷的线序都是完备的。但完备性的意义并不在此,它所针对的是稠密线序。$(\mathbf{Q},<)$不是完备的,但实数结构$(\mathbf{R},<)$是完备的。

时态公式

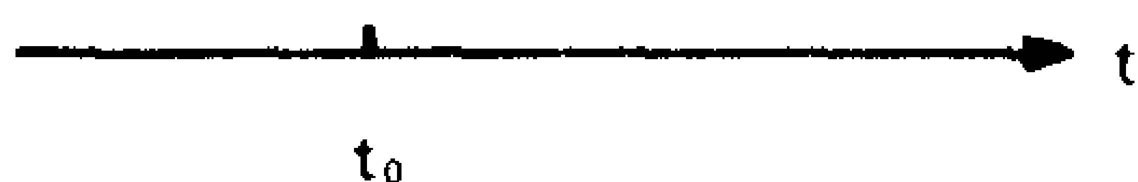
$A_{19}$: $F\alpha\wedge FG\neg\alpha\rightarrow F(HF\alpha\wedge G\neg\alpha)$

$A_{20}$: $P\alpha\wedge PH\neg\alpha\rightarrow P(GP\alpha\wedge H\neg\alpha)$

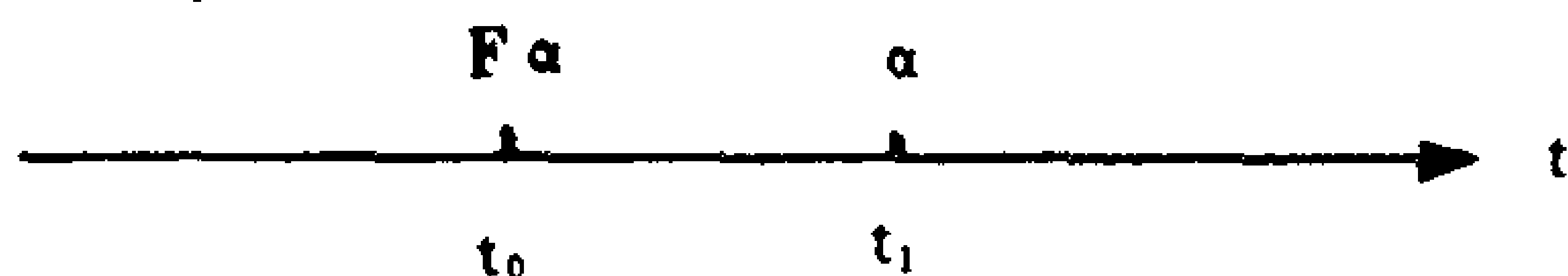
刻划了完备性。

这两个公式的直观意义不那么明显，我们需要稍作一点解释。

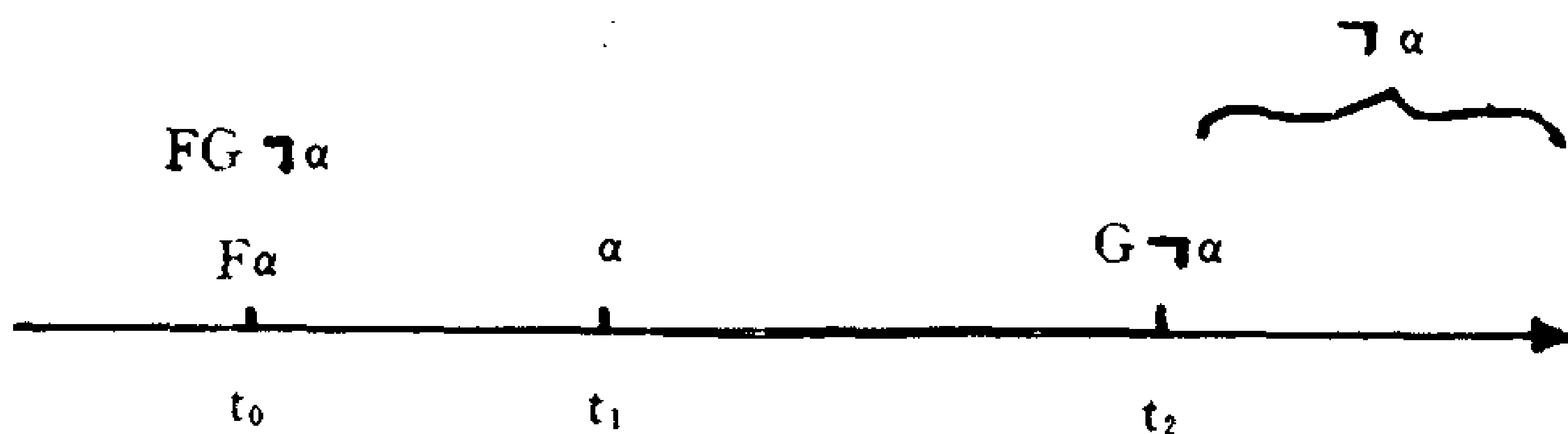
我们用一根直线作时间轴，以 $t_0$ 表示“现在”：




$A_{19}$的前件 $F\alpha \wedge FG\neg\alpha$ 是说在（$t_0$ 的）将来的某一时刻（不妨记为 $t_1$）。$\alpha$ 为真（即在时刻 $t_0$，$F\alpha$ 为真），即




并且从将来的某一时刻（不妨记为 $t_2$）向“将来”方向看（即从图上向右看）只能有$\neg\alpha$，不再会有 $\alpha$。于是 $t_2$ 不可能在 $t_1$ 的左方，或者 $t_2=t_1$，或者 $t_2$ 在 $t_1$ 右方，不妨设为后者，即




这样，$t_2$ 以右的时刻（如果有的话）都是$\neg\alpha$ 为真，而在 $t_2$ 的左方，至少有一个时刻（$t_1$）是 $\alpha$ 为真。（$A_{19}$的前件并未断言在 $t_1$ 和 $t_2$ 之间的时刻 $\alpha$ 为真还是为假。）

$A_{19}$的后件 $F(HF\alpha \wedge G\neg\alpha)$则是说在将来（$t_0$ 的将来）的某一时刻（不妨记为 $t'$）$HF\alpha$ 和 $G\neg\alpha$ 都为真。如果 $A_{19}$的前件成立，$t'$不可能在 $t_1$ 左方，因为在 $t'$这一时刻 $G\neg\alpha$ 为真；$t'$也不可能在 $t_2$ 右方，因为 $HF\alpha$ 在 $t'$为真。于是 $t' \in [t_1, t_2]$。

事实上，$A_{19}$的前件定义了一个分割：

$Z=\{t\in X \mid t\in V(G\neg\alpha)\}, Y=X-Z$

而$(X,R)$上的每个分割也都可以用一个赋值$V$和一个形如$A_{19}$和$A_{20}$前件的公式定义。因此，$A_{19}$的意义就是给定这样一个分割之后，就有上述的$t'$；

如果在$t'$时$\alpha$为真。若$t'\in Z$，$t'$当然是$Z$中的最小元，若$t'\in Y$，$t'$自然是$Y$中的最大元；

如果在$t'$时$\alpha$为假。则只能有$t'\in Z$，$t'$是$Z$中最小元。

$A_{20}$的情形类似。

将$A_{19}$和$A_{20}$作为公理来扩充$\mathbf{L}_2$所得的系统记作$\mathbf{L}_7$。

令$\mathscr{K}_7$是全体完备线序结构组成的类，则$\mathbf{L}_7$是$\mathscr{K}_7$可靠的。

以公理$A_{19}$和$A_{20}$来扩充$\mathbf{L_Q}$，得到系统$\mathbf{L_R}$。令$\mathscr{K}_\mathbf{R}$是全体完备的无端稠密线序结构所组成的类，则$\mathbf{L_R}$是$\mathscr{K}_\mathbf{R}$可靠的。

众所周知，完备性是一阶公式不可定义的。因此，如果采用本文开头时所提到的用谓词逻辑刻划时态的方法，与$\mathbf{L_R}$相应的将是一个二阶的谓词系统。

## 4　时态逻辑的完全性

上一节我们介绍了$\mathbf{L}_0$—$\mathbf{L}_7$以及$\mathbf{L_Q}$和$\mathbf{L_R}$共10个形式系统，并建立了相应的语义可靠性：

对每个$i(i=0,1,\cdots,7,\mathbf{Q},\mathbf{R})$，$\mathbf{L}_i$定理是$\mathscr{K}_i$有效的。

这一节我们来建立语义完全性：

对每个$i(i=0,1,\cdots,7,\mathbf{Q},\mathbf{R})$，$\mathbf{L}_i$是$\mathscr{K}_i$完全的，即：凡$\mathscr{K}_i$有效的公式都是$\mathbf{L}_i$定理。

为此，我们先来建立一些对各系统$\mathbf{L}_i$都适用的概念和定理。在行文中，我们以$\mathbf{L}$表示上面提到过的随便哪一个系统，而以$\mathscr{K}$

表示与之相应的结构类。

**定义** 4.1 设 $S$ 是一时态公式集，**L** 是一时态系统。所谓由 $S$ 作出的 **L** 演绎是指一个有穷的公式序列 $\varphi_1,\varphi_2,\cdots,\varphi_n$，其中每个 $\varphi_k(1\leqslant k\leqslant n)$ 或是 $S$ 中的元素，或是 **L** 公理，或是由本序列中次序在先的两个公式 $\varphi_i$ 和 $\varphi_j(i,j<k)$ 经分离规则而得到。

如果存在一个由 $S$ 作出的 **L** 演绎的最后一个公式是 $\alpha$，则称 $S$ 可 **L** 演绎出 $\alpha$，记作

$$S\vdash_{\mathbf{L}}\alpha$$

容易看出，前面所讲的 **L** 证明实际上就是由空集作出的演绎。

**定义** 4.2 设 $S$ 为一时态公式集，如果存在时态公式 $\beta$ 使

$S\vdash_{\mathbf{L}}\beta$ 且 $S\vdash_{\mathbf{L}}\neg\beta$

则称 $S$ 为 **L** 不一致的；否则称为 **L** 一致的。

若 $S$ 是 **L** 一致的，但对任何 $\alpha\notin S$，$S\cup\{\alpha\}$ 都是 **L** 不一致的，则称 $S$ 是 **L** 极大一致的。

**L** 一致和 **L** 极大一致都是与 **L** 有关的概念，如果 **L**′是 **L** 的扩充，则 **L**′一致的集合都是 **L** 一致的，但反之不然。

下面的定理给出了 **L** 一致集和 **L** 极大一致集的一些基本性质，其证明与古典命题逻辑中相应定理的证明几乎完全一样。

**定理** 4.1

(1)若 $S\vdash_{\mathbf{L}}\alpha$ 且 $S\subseteq S'$，则 $S'\vdash_{\mathbf{L}}\alpha$；

(2)$S\vdash_{\mathbf{L}}\alpha$ 当且仅当 $S\cup\{\neg\alpha\}$ 是 **L** 不一致的；

$S\vdash_{\mathbf{L}}\neg\alpha$ 当且仅当 $S\cup\{\alpha\}$ **L** 不一致；

(3)$S$ 是 **L** 不一致的当且仅当对每个公式 $\alpha$ 都有 $S\vdash_{\mathbf{L}}\alpha$；

(4)$S$ 是 **L** 一致的当且仅当 $S$ 的每个有穷子集都是 $L$ 一致的；

(5)$\alpha$ 是 **L** 定理当且仅当 $\{\neg\alpha\}$ 是 **L** 不一致的；

(6)若 $S$ 为 $\mathscr{K}$ 可满足，则 $S$ 是 **L** 一致的；

(7)设 $S$ 为 **L** 极大一致集，则

(a)若 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n\in S$ 且 $\vdash_L\alpha_1\wedge\cdots\wedge\alpha_n\rightarrow\beta$ 则 $\beta\in S$；

(b)任给公式 $\alpha$，$\alpha\in S$ 或 $\neg\alpha\in S$；

(c) $\alpha\wedge\beta\in S$ 当且仅当 $\alpha\in S$ 且 $\beta\in S$；

(d) $\alpha\vee\beta\in S$ 当且仅当 $\alpha\in S$ 或 $\beta\in S$；

(8)每个 **L** 一致集都可以扩充成 **L** 极大一致集。

完全性定理是说若 $\beta$ 是 $\mathscr{K}$ 有效的则 $\beta$ 是 **L** 定理。这相当于说若 $\beta$ 不是 **L** 定理，则 $\beta$ 不是 $\mathscr{K}$ 有效的。这又相当于说若 $\beta$ 不是 **L** 定理则 $\neg\beta$ 是 $\mathscr{K}$ 可满足的。这又相当于说(由定理 4.1 之(5))如果 $\{\neg\beta\}$ 是 **L** 一致则 $\{\neg\beta\}$ 是 $\mathscr{K}$ 可满足的。我们将按这最后一种说法来证明完全性。

限于篇幅，我们只给出 $\mathbf{L}_0$ 完全性的完整证明，对其他系统只略作提示，有兴趣的读者可自行补出各系统的完全性证明。

为了说清证明的基本思想，我们先来看一个 $\mathbf{L}_0$ 极大一致集的例子。

**例** 4.1 设 $(X,R)$ 是一结构，$V$ 是 $(X,R)$ 上的一个赋值，$x\in X$，则

$$S=\{\gamma\,|\,x\in V(\gamma)\}$$

是 $\mathbf{L}_0$ 极大一致集。

这是因为 $S$ 是在时刻 $x$ 为真的全体公式的集合。$S$ 可满足，从而是一致的，而对任给的公式 $\alpha$，或者 $x\in V(\alpha)$，或者 $x\in V(\neg\alpha)$，从而 $\alpha\in S$ 或 $\neg\alpha\in S$，于是 $S$ 是极大一致的。

这个例子表明，任意给定一个赋值 $V$，在任何一个时刻 $x$ 上为真的公式形成一个 $\mathbf{L}_0$ 极大一致集。反过来是否每个极大一致集都可以这样生成呢？如果真是这样，任给一个一致的公式 $\alpha$，总可以将它扩充成一个极大一致集，而这个极大一致集又恰好是在某一赋值下在某一时刻为真的公式集，那自然是可满足的了。我们的完全性证明实际上就是要证明这一点。

为此，我们还要建立一个概念：

**定义** 4.3 设 $A$、$B$ 是两个 **L** 极大一致集，并且满足：$\alpha\in A$ 则

$P\alpha \in B$，则称 $B$ 是 $A$ 的将来伴随集，$A$ 是 $B$ 的过去伴随集，记作

$$A \prec B$$

从前面的分析可以看出，如果在某个赋值下 $A$ 恰好是在时刻 $t_A$ 为真的全体公式，$B$ 恰好是在时刻 $t_B$ 为真的全体公式，则 $A \prec B$ 意味着可以有 $t_B$ 是 $t_A$ 的"将来"，$t_A$ 是 $t_B$ 的"过去"。

关于将来伴随和过去伴随，我们有如下两个重要定理：

**定理** 4.2 设 $A$、$B$ 是 **L** 极大一致集，下述四个条件彼此等价：

$(a)\alpha \in A$ 则 $P\alpha \in \beta$；

$(b)\beta \in B$ 则 $F\beta \in A$；

$(c)G\gamma \in A$ 则 $\gamma \in B$；

$(d)H\delta \in B$ 则 $\delta \in A$。

**证** 我们分别证明$(a)\Rightarrow(c)$，$(c)\Rightarrow(b)$，$(b)\Rightarrow(d)$和$(d)\Rightarrow(a)$。

$(1)(a)\Rightarrow(c)$

设 $G\gamma \in A$。由$(a)$有 $PG\gamma \in B$。而根据 $\mathbf{L}_0$ 定理（从而也是 **L** 定理）⑯有

$$\vdash_{\mathbf{L}} PG\gamma \rightarrow \gamma$$

于是由定理 4.1 之(7)$(a)$得

$$\gamma \in B$$

$(2)(c)\Rightarrow(b)$

设 $\beta \in B$。由 $B$ 的 **L** 一致性知 $\neg\beta \notin B$。根据$(c)$，有

$$G\neg\beta \notin A$$

于是由定理 4.1 之(7)$(b)$知 $\neg G\neg\beta \in A$，即

$$F\beta \in A$$

$(b)\Rightarrow(d)$，类似于$(a)\Rightarrow(c)$，只是将 $\mathbf{L}_0$ 定理⑯改为⑯的镜像式；$(d)\Rightarrow(a)$类似于$(c)\Rightarrow(b)$。从略。

定理 4.2 使刚刚定义的 $A \prec B$ 有四种（分别对应于四个时态词的）充分必要条件，便于后面应用。

**定理** 4.3 设 $C$ 是 **L** 极大一致集，$\gamma$ 是任一公式，

($a$)若 $F\gamma\in C$，则存在 **L** 极大一致集 $B$ 使 $C\prec B$ 且 $\gamma\in B$；

($b$)$P\gamma\in C$，则存在 **L** 极大一致集 $A$ 使 $A\prec C$ 且 $\gamma\in A$。

**证** ($a$)设 $F\gamma\in C$。任给 $\alpha\in C$，由于 $C$ 是 **L** 极大一致集，由定理 4.1 之(7)($c$)有

$$\alpha\wedge F\gamma\in C$$

由 $\mathbf{L}_0$ 定理⑨(当然也是 **L** 定理)有

$$\vdash\alpha\wedge F\gamma\rightarrow F(P\alpha\wedge\gamma)$$

再根据定理 4.1 之(7)($a$)，得

$$F(P\alpha\wedge\gamma)\in C$$

从而对任给的 $\alpha\in C$，$\{F(P\alpha\wedge\gamma)\}$是 **L** 一致的。

这表明对任给的 $\alpha\in C$，$\{P\alpha\wedge\gamma\}$是 **L** 一致的。因为不然的话，若有 $\alpha\in C$ 使$\{P\alpha\wedge\gamma\}$**L** 不一致，则由定理 4.1 之(5)有

$$\vdash_{L}\neg(P\alpha\wedge\gamma)$$

经 $G$ 概括得

$$\vdash_{L}G\neg(P\alpha\wedge\gamma)$$

即

$$\vdash_{L}\neg F(P\alpha\wedge\gamma)$$

与$\{F(P\alpha\wedge\gamma)\}$**L** 一致矛盾。

令 $B_0=\{P\alpha|\alpha\in C\}\cup\{\gamma\}$。我们断言 $B_0$ 是 **L** 一致的。

设不然，即 $B_0$ 是 **L** 不一致的，则由定理 4.1 之(4)，$B_0$ 有一个有穷子集

$$\{P\alpha_1,P\alpha_2,\cdots,P\alpha_n,\gamma\}$$

是 **L** 不一致的，即

$$\{P\alpha_{\wedge}\cdots\wedge P\alpha_n\wedge\gamma\}$$

**L** 不一致。而由 $\mathbf{L}_0$ 定理(当然也是 **L** 定理)⑮的镜像式，这意味着

$$\{P(\alpha_1\wedge\cdots\wedge\alpha_n)\wedge\gamma\}$$

**L** 不一致。但由于 $C$ 是 **L** 极大一致的，由定理 4.1 之(7)($c$)有 $\alpha_1\wedge\cdots\wedge\alpha_n\in C$，这与前面所证对每个 $\alpha\in C$，$\{P\alpha\wedge\gamma\}$是 **L** 一致的

相矛盾。这就证明了 $B_0$ 是 **L** 一致的。

根据定理 4.1 之(8)，$B_0$ 可扩充成极大一致集 $B$，满足：$\alpha \in C$ 则 $P\alpha \in B$。由定义 4.3 知

$$C \prec B$$

而由 $B_0$ 的构造，自然有 $\gamma \in B$。至此($a$)得证。

($b$)的证明与($a$)相似，留给读者。

至此，我们已经可以证明 $\mathbf{L}_0$ 的 $\mathscr{K}_0$ 完全性了。

**定理** 4.4 $\mathbf{L}_0$ 是 $\mathscr{K}_0$ 完全的，即若$\{\alpha\}$是 $\mathbf{L}_0$ 一致的，则 $\alpha$ 是 $\mathscr{K}_0$ 可满足的。

**证** 证明的方法是构造一个全能的赋值 $V$ 使对每个 $\mathbf{L}_0$ 一致的公式 $\alpha$ 都有 $V(\alpha) \neq \varnothing$。

令 $X = \{x | x$ 是 $\mathbf{L}_0$ 极大一致集$\}$，在时态结构$(X, \prec)$($\prec$如定义 4.3)上定义赋值 $V$ 为：

对每个命题变元 **p**，

$$V(\mathbf{p}) = \{\mathbf{x} | \mathbf{p} \in x\}$$

我们来证明：若$\{\alpha\}$是 $\mathbf{L}_0$ 一致的，则$\{\alpha\}$可扩充为极大一致集 $x$(定理 4.1 之(8))，有

$$x \in V(\alpha)$$

我们对 $\alpha$ 的复杂度作归纳来证明对任给的公式 $\gamma$，$V(\gamma) = \{x | \alpha \in x\}$

(1)当 $\gamma$ 是命题变元 **p** 时，由 $V$ 的定义有

$$V(\mathbf{p}) = \{x | \mathbf{p} \in x\}$$

(2)当 $\gamma$ 为$\neg\beta$ 时，由归纳假设知

$$V(\beta) = \{x | \beta \in x\}$$

由于每个 $x$ 都是极大一致的，故

$$\beta \in x \text{ 当且仅当 } \neg\beta \notin x$$

于是

$$V(\gamma) = V(\neg\beta) = \overline{\{x | \beta \in x\}} = \{x | \beta \notin x\} = \{x | \neg\beta \in x\}$$

即

$$V(\gamma) = \{x \mid \gamma \in x\}$$

(3)若 $\gamma$ 由 $\beta \wedge \delta$。由归纳假设有

$$V(\beta) = \{x \mid \beta \in x\}$$

$$V(\delta) = \{x \mid \delta \in x\}$$

根据赋值的定义

$$V(\gamma) = V(\beta) \cap V(\delta) = \{x \mid \beta \in x\} \cap \{x \mid \delta \in x\}$$
$$= \{x \mid \beta \in x \wedge \delta \in x\}$$

由 $x$ 的极大一致性(定理 4.1 之(7)(c))

$\beta \in x$ 且 $\delta \in x$ 当且仅当 $\beta \wedge \delta \in x$,

于是

$$V(\gamma) = \{x \mid \beta \wedge \delta \in x\} = \{x \mid \gamma \in x\}$$

(4)当 $\gamma$ 是 $F\beta$ 时,由归纳假设有

$$V(\beta) = \{x \mid \beta \in x\}$$

根据赋定义

$$V(F\beta) = \{x \mid \exists\, y(x \prec y \wedge \beta \in y)\}$$

若 $F\beta \in x$,则由定理 4.3,存在 $y$ 使 $x \prec y$ 且 $\beta \in y$,于是 $x \in V(F\beta)$。

反之,若 $x \in V(F\beta)$,则由赋值定义,存在 $y$ 使

$$x \prec y \text{ 且 } \beta \in y$$

根据定理 4.2 及定义 4.3 有

$$F\beta \in x$$

所以

$$V(F\beta) = \{x \mid F\beta \in x\}$$

(5)当 $\gamma$ 是 $P\beta$ 时,证明完全与(4)相似。

这样,我们证明了对每个公式 $\gamma$ 有

$$V(\gamma) = \{x \mid \gamma \in x\}$$

若 $\{\alpha\}$ 是 $\mathbf{L}_0$ 一致的,则 $\{\alpha\}$ 可扩充成极大一致集 $x$,使

$$x \in V(\alpha)$$

从而 $V(\alpha)\neq\varnothing$，即 $\alpha$ 是 $\mathscr{K}_5$ 可满足的。

定理 4.4 已经证明了 $\mathbf{L}_0$ 的完备性。但我们并不以此为满足，我们还要另外给出一个 $\mathbf{L}_0$ 的完全性证明。

令 $\mathscr{K}_{反}=\{(X,R)\mid X\neq\varnothing, R$ 是 $X$ 上的反对称关系$\}$（即 $R$ 满足$\forall x\in X\ \forall y\in X\neg(xRy\wedge yRx)$）

我们有

**定理** 4.5 $\mathbf{L}_0$ 是 $\mathscr{K}_{反}$ 完全的，即：若$\{\alpha\}$是 $\mathbf{L}_0$ 一致的，则 $\alpha$ 是 $\mathscr{K}_{反}$ 可满足的。

为了证明定理 4.5，我们还需引入一些概念。

**定义** 4.4 令 $\Omega$ 是全体 $\mathbf{L}$ 极大一致集所组成的集合，$(X,R)$是一 $\mathscr{K}$ 结构。从 $X$ 到 $\Omega$ 的函数称为$(X,R)$上的依时序记录（即给每个时刻 $x\in X$ 指定一个极大一致集）。

$(X,R)$上的一个依时序记录 $T:X\rightarrow\Omega$ 称为相干的，如果 $T$ 满足：

只要 $xRy$ 就有 $T(x)<T(y)$。

如果 $T$ 满足

$(a)$只要 $F\gamma\in T(x)$，就存在 $y$ 使 $xRy$ 且 $\gamma\in y$，则称 $T$ 是预言型的。

如果 $T$ 满足

$(b)P\gamma\in T(x)$，就存在 $y$ 使 $yRx$ 且 $\gamma\in T(y)$，则称 $T$ 是历史型的。

如果 $T$ 既是历史型的又是预言型的，就称 $T$ 为完善的。

由定义 4.3 及定理 4.2 之$(c)$、$(d)$，容易证明。

**引理** 4.1 设 $T:X\rightarrow\Omega$ 是$(X,R)$上的一个依时序记录，$T$ 是相干的，当且仅当 $T$ 满足下述两个条件：

$(c)$若 $G\gamma\in T(x)$且 $xRy$，则 $\gamma\in T(y)$，

$(d)$若 $H\gamma\in T(x)$且 $yRx$，则 $\gamma\in T(y)$。

我们今后只考虑相干的依时序记录，凡提到依时序记录都是相干的，不再另加说明。

我们已经知道$(\Omega,<)$是一时态结构。这个结构只取决于我们所选定的系统$\mathbf{L}$,对于每个$\mathbf{L}$,$(\Omega,<)$是固定的。

任给一个结构$(X,R)$,及$(X,R)$上的一个赋值$V$,由$V$可以导出$(X,R)$上的一个依时序记录,记之为$T_V$;对任意的$x\in X$,

$$T_V(x) = \{\gamma | x \in V(\gamma)\}$$

容易证明$T_V$满足定义4.4中的$(a)$、$(b)$,以及引理4.5中的$(c)$、$(d)$,从而$T_V$是完善的。

反之,若$T$是$(X,R)$上的一个依时序记录,则可由$T$导出$(X,R)$上的一个赋值$V_T$:对每个命题变元$\mathbf{p}$,

$$V_T = \{x | \mathbf{p} \in T(x)\}$$

这里,一个容易想到的问题是:是否不仅对命题变元$\mathbf{p}$有

$$V_T(\mathbf{p}) = \{x | \mathbf{p} \in T(x)\},$$

而且对每个公式$\gamma$也都有

$$V_T(\gamma) = \{x | \gamma \in T(x)\}$$

答案是肯定的。

**引理** 4.2 令$T$是结构$(X,R)$上的一个完善的依时序记录,对任意的公式$\gamma$,有

$$V_T(\gamma) = \{x | \gamma \in T(x)\}$$

**证** 对$\gamma$的复杂度作归纳

(1)当$\gamma$是命题变元$\mathbf{p}$时,由$V_T$的定义有

$$V_T(\mathbf{p}) = \{x | \mathbf{p} \in T(x)\}$$

(2)当$\gamma$是$\neg\beta$时,由归纳假设,有

$$V_T(\beta) = \{x | \beta \in T(x)\}$$

根据基本语义定义,有

$$V_T(\neg\beta) = \{x | \beta \notin T(x)\}$$

但$T(x)$是$\mathbf{L}$极大一致集,故有

$$\beta \notin T(x) \text{ 当且仅当 } \neg\beta \in T(x)$$

于是

$$V(\gamma) = V(\neg\beta) = \{x | \gamma \in T(x)\}$$

(3)当 $\gamma$ 是 $\beta\wedge\delta$ 时，由归纳假设，有

$$V_T(\beta)=\{x|\beta\in T(x)\}$$

$$V_T(\delta)=\{x|\delta\in T(x)\}$$

由基本语义

$$V_T(\beta\wedge\delta)=\{x|\beta\in T(x)\}\cap\{x|\delta\in T(x)\}$$

$$=\{x|\beta\in T(x)\text{ 且 }\delta\in T(x)\}$$

根据 $T(x)$ 的极大一致性（定理 4.1 之(7)(c)）。有

$$V_T(\beta\wedge\delta)=\{x|\ \beta\wedge\delta\in T(x)\}$$

(4)当 $\gamma$ 是 $G\beta$ 时，由归纳假设，有

$$V_T(\beta)=\{x|\beta\in T(x)\}$$

若 $G\beta\in T(x)$，由 $T$ 的相干性，及引理 4.5 之(c)，任给满足 $xRy$ 的 $y$，$\beta\in T(y)$，从而 $y\in V_T(\beta)$，根据基本语义，$x\in V_T(G\beta)$

反之，若 $G\beta\notin T(x)$，由 $T(x)$ 极大一致，故 $\neg G\alpha\in T(x)$，即 $F\neg\alpha\in T(x)$。由于 $T$ 是完善的（从而是预见型的），根据定义 4.4 之(a)，存在 $y$ 满足 $xRy$ 且 $\neg\alpha\in T(y)$。于是由基本语义定义有 $x\notin V_T(G\beta)$。

将上述两个方向结合起来就是

$$V_T(G\beta)\{x|G\beta\in T(x)\}$$

(5)当 $\gamma$ 是 $H\beta$ 时，证明与(4)相似，留给读者。

我们的目的是证明：若 $\alpha$ 是 $\mathbf{L}_0$ 一致的，则 $\alpha$ 是 $\mathscr{K}_{反}$ 可满足的。引理 4.6 表明若 $\alpha$ 一致且反对称结构 $(X,R)$ 上有完善的 $T$，则 $\alpha$ 在 $(X,R)$ 上可满足。所以，完全性的证明就归结为每个一致的公式 $\alpha$，构造一个反对称模型 $(X,R)$ 使 $(X,R)$ 上有一个完善的 $T$。我们的具体做法是从一个随便选定的反对称结构 $(X,R)$ 及其上一个随便选定的（相干的）依时序记录 $T:X\to\Omega$ 出发，通过逐步向 $X$ 中增加元素并同时扩充 $R$ 和 $T$，保持 $R$ 的反对称性而使 $T$ 逐步达到完善。

为了说话方便，我们再引入一些概念。

**定义** 4.5 固定一个可数无穷集 $W=\{x_0,\cdots,x_n,\cdots\}$。令 $M$ 是

满足下述条件的全体三元组$(X,R,T)$的集合：

(a)$X$是$W$的非空有穷子集，

(b)$R$是$X$上的反对称关系，

(c)$T$是$(X,R)$上的一个相干的依时序记录。

设$\mu=(X,R,T)\in M$，$\mu'=(X',R',T')\in M$，如果它们满足

(a')$X\subseteq X'$

(b')$R=R'\neg X(R=R'\cap(X\times X))$

(c')$T\subseteq T'$[①]

就称$\mu'$是$\mu$的扩充

现在我们可以证明定理4.5了。

**定理**4.5的证明：

我们按下述方法递归地定义$\mu_n=(X_n,R_n,T_n)$

先固定$W=\{x_0,\cdots,x_n,\cdots\}$中元素的一个枚举（不妨就按$x_0$，$x_1,x_2,\cdots$的顺序）

再固定全体公式的一个数举：$\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2,\cdots$并令$\alpha=\alpha_0$

最后，还要固定一个$\mathbf{L}_0$极大一致集$C_0$使$\alpha\in C_0$。

(1)令$\mu_0=(X_0,R_0,T_0)$，其中$X_0=\{x_0\}$，$R_0=\varnothing$[②] $T_0=\{\langle x_0,C_0\rangle\}$（即$T_0(x_0)=C_0$，$T_0$是相干的）。

(2)设$\mu_n=(X_n,R_n,T_n)\in M$已经定义，考虑定义4.4中的两个条件(a)和(b)是否对每个$\alpha_j$和每个$x\in X_n$都成立。如果都成立，则令$\mu_{n+1}=\mu_n$。如果不都成立，则在$x_0,x_1,\cdots,x_n,\cdots$及$\alpha_0$，$\alpha_1,\cdots,\alpha_n,\cdots$两个枚举中有下标最小的$\alpha_i$和与此$\alpha_j$相应的下标最小的$x_i$使(a)、(b)不都成立（不妨设(a)不成立，即$F\alpha_j\in T_n(x_i)$但不存在$y$使$x_iR_ny$且$\alpha_j\in R_n(y)$）。

此时，根据定理4.3之(a)，有$\mathbf{L}_0$极大一致集$B$使$T_n(x_j)\prec B$且$\alpha_j\in B$。

---

① 这里R、Γ都看成有序对集合。

② 空关系是反对称的。

于是，令

$X_{n+1}=X_n\cup\{y\}$，$y$ 是 $W$ 中第一个不属于 $X_n$ 的元素，

$R_{n+1}=R_n\cup\{\langle x_i,y\rangle\}$

$T_{n+1}=T_n\cup\{\langle y,B\rangle\}$

容易验证，在 $\mu_{n+1}=(X_{n+1},R_{n+1},T_{n+1})$ 中，定义 4.4 之条件 ($a$)对 $x_i$ 和 $\alpha_j$ 成立。且显然有 $\mu_{n+1}\in M$。

最后，令

$$X=\bigcup_{n=0}^{\omega}X_n$$

$$R=\bigcup_{n=0}^{\omega}R_n$$

$$T=\bigcup_{n=0}^{\omega}T_n$$

不难看出$(X,R)$仍是反对称结构，$T$ 满足定义 4.4 之($a$)和($b$)，从而是个完善的依时序记录，于是由引理 4.6，$\alpha$ 是 $\mathscr{K}_{反}$ 可满足的。这就证明了定理 4.5。

比较定理 4.4 和定理 4.5，我们看到 $\mathscr{K}_{反}$ 是 $\mathscr{K}_0$ 的真子集，但 $\mathbf{L}_0$ 既是 $\mathscr{K}_0$ 完全的又是 $\mathscr{K}_{反}$ 完全的。这就是说没有一个公式是 $\mathscr{K}_{反}$ 有效而非 $\mathscr{K}_0$ 有效的，也就是说我们的时态逻辑无法刻划反对称性。反对称性意味着时间的不可逆转性，这大约是最能广为研究者所接受的假设。我们的时态逻辑能够刻划许多有关时间的基本假设，即刻划不了这个或许是最基本的性质。这当然可以引出许多哲学方面的讨论。

另外，除 $\mathbf{L}_0$ 以外，其他系统的结构都要求反对称性，因此，各系统的完全性证明都脱胎于定理 4.5。只不过要多考虑一些问题，对证明的细节做些修订，这主要表现在两个方面。

第一是要证明 $\mathbf{L}$ 一致集之间的关系$<$具有相应结构类中 $R$ 所具有的性质。比如

$\mathbf{L}_1$ 极大一致集间的$<$关系是传递的：

若 $A<B$ 且 $B<C$ 则 $A<C$；

$\mathbf{L}_2$ 极大一致集间的$<$关系除满足上述传递性外，还满足可比较性：

（*）若 $A<B$ 且 $A<C$，则 $B<C$ 或 $B=C$ 或 $C<B$，等等。

第二是在扩充三元组$(X_n, R_n, T_n)$时，要顾及$\mathscr{K}$对 $R$ 的要求。

例如在证明 $\mathbf{L}_1$ 完全性时，从 $X_n$ 到 $X_{n+1}$的过程与定理 4.5 相同，但

$$R_{n+1} = R_n \cup \{\langle x_i, y\rangle\} \cup \{\langle z, y\rangle \mid zR_n x\}$$

最后一项$\{\langle z, y\rangle \mid zR_n x\}$就是为了保持 $R$ 的传递性。

在证明 $\mathbf{L}_2$ 的完全性时，如果 $\alpha_j$ 是使定义 4.4 之$(a)$不成立的第一个公式，而 $x_i$ 是相对于 $\alpha_j$ 使$(a)$不成立的（在 $R_n$ 之下）最大的时刻，即

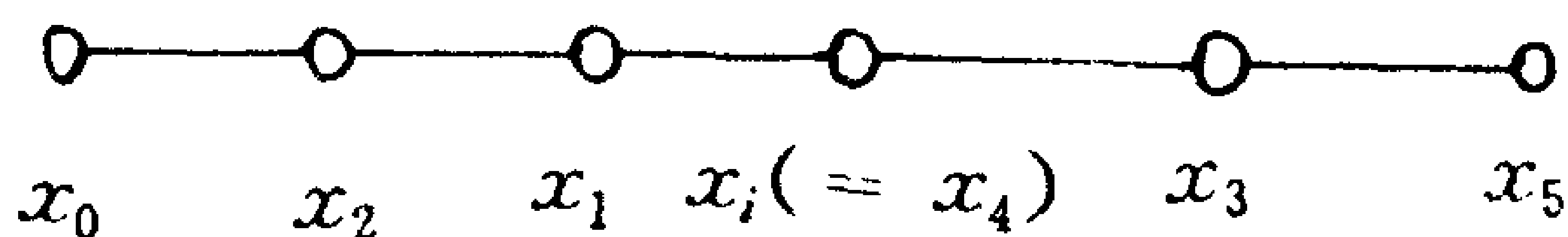
（* *）$F\alpha_j \in T_n(x_j)$，但不存在 $y$ 使 $x_i R_n y$ 且 $\alpha_j \in T_n(y)$而

（* * *）对任何 $x'$，如果 $x_i R_n x'$则$(a)$对 $\alpha_j$ 成立。

我们仍可由定理 4.3 得到 $\mathbf{L}_2$ 极大一致集 $B$ 使

$$T_n(x_i) < B \text{ 且 } \alpha_j \in B$$

这时，我们要扩充 $\mu_n=(X_n, R_n, T_n)$，但在增加 $y\in W-X_n$ 时要注意顾及 $X_{n+1}$的线序性。例如当$(X_n, R_n)$如下图所示时：




$y$ 不能放在 $x_5$ 之后，而应作为 $x_i$ 的后继，放在 $x_i$ 与 $x_3$ 之间，即

$$X_{n+1}=X_n\cup\{y\} \quad (y\notin W-X_n)$$

$$R_{n+1}=R_n\cup\{\langle x_i, y\rangle\}\cup\{\langle z, y\rangle \mid zR_n x_i\}\cup\{\langle y, z\rangle \mid x_i R_n z\}$$

$$T_{n+1}=\{\langle y, B\rangle\}\cup T_n$$

此时$(X_{n+1}, R_{n+1})$是线序结构，由定理 4.3 有

$$T_{n+1}(x_i) < B \tag{1}$$

设 $x'$（例中的 $x_3$）是 $x_i$ 的 $R_n$ 后继，我们还需证明

$$B < T_{n+1}(x') \tag{2}$$

由(*),因为 $T_{n+1}(x_i)\prec B$ 及 $T_{n+1}(x_i)\prec T_{n+1}(x')$,故有

$$B\prec T_{n+1}(x') \text{ 或 } B=T_{n+1}(x') \text{ 或 } T_{n+1}(x')\prec B$$

但根据(* *),$\alpha_j\in B$ 但 $\alpha_j\notin T_{n+1}(x')=T_n(x')$,故

$$B\neq T_{n+1}(x')$$

再根据(* * *)及(* *),$F\alpha_j\notin T_{n+1}(x')$,于是由定义 4.3 及定理 4.2 之(b)不会有 $T_{n+1}(x')\prec B$。所以

$$B\prec T_{n+1}(x')$$

由(1)、(2)及(*),$\prec$是$\{A\mid$存在 $x\in X_{n+1},A=T_{n+1}(x)\}$上的线序。

其他系统的完全性证明都可以参照上面的提示来处理,有兴趣的读者不妨自己试一试,这是一个很好的(有相当难度的)练习。

# 5 判定问题

前面所介绍的全部时态逻辑系统都是可判定的。说具体一点,以 **L** 表示我们所谈过的任何一个形式系统,以 $\mathscr{K}$表示相应的时态结构类,我们有:

**定理** 5.1 存在一个算法来确定一任意给定的公式是否 **L** 定理。

这等价于说时态公式的 $\mathscr{K}$有效性是可判定的;这又等价于说时态公式的 $\mathscr{K}$ 可满足性是可判定的。

我们不拟在此逐个证明各个系统或各个结构类的可判定性,而是实际给出两个有一定实用价值的判定算法。

## 5.1 $\mathscr{K}_0$ 可满足性的判定方法

我们的方法是语义图方法。所谓语义图是画在纸上的一些表示时刻的方框,方框间有箭头相连,表示时刻间的先后关系,如果从方框 $x$ 到方框 $x'$间有一个(从 $x$ 到 $x'$的)箭头相连,则记 $x\prec x'$。每个方框中写有若干个公式。

要确定公式 $\gamma$ 是否 $\mathscr{K}_0$ 可满足，我们准备一些纸。先取一张纸，在上面画一个方框，在方框中写下 $\gamma$，然后按下面的规则逐步扩充我们的语义图：

(1) $\neg\neg$ 规则。如果某张纸 $A$ 上的某个方框 $x$ 中有(没划掉的)公式 $\neg\neg\alpha$，将它划掉，在 $x$ 中写下 $\alpha$；

(2) $\wedge$ 规则。如果某张纸 $A$ 上的某个方框 $x$ 中有(没划掉的)公式 $\alpha\wedge\beta$，将它划掉，在 $x$ 中写下 $\alpha$ 和 $\beta$；

(3) $\neg\wedge$ 规则。如果某张纸 $A$ 上的某个方框 $x$ 中有(没划掉)的公式 $\neg(\alpha\wedge\beta)$，另取一张纸 $B$，在 $B$ 上将 $A$ 的内容复制一遍，然后将 $A$、$B$ 上 $x$ 中的 $\neg(\alpha\wedge B)$ 都划掉，在 $A$ 的 $x$ 中写下 $\neg\alpha$，在 $B$ 的 $x$ 中写下 $\neg\beta$；

(4) $F$ 规则。如果某张纸 $A$ 上的某个方框 $x$ 中有(没划掉的)公式 $F\alpha$，则在 $A$ 上增加一个新方框 $x'$，使 $x<x'$(即用由 $x$ 到 $x'$ 的箭头相连)，然后划掉 $x$ 中的 $F\alpha$，在 $x'$ 中写下 $\alpha$；

(5) $P$ 规则。如果某张纸 $A$ 上的某个方框 $x$ 中有(没划掉的)公式 $P\alpha$，则在 $A$ 上增加一个新方框 $x'$，使 $x'<x$(即用由 $x'$ 到 $x$ 的箭头相连)。然后划掉 $x$ 中的 $P\alpha$，在 $x'$ 中写下 $\alpha$；

(6) $\neg F$ 规则。如果某张纸 $A$ 上的某个方框 $x$ 内有公式 $\neg F\alpha$，依次检查 $A$ 上所有满足 $x<x'$ 的方框 $x'$；如果 $x'$ 中有 $\neg\alpha$(包括已经划掉的)，则保持 $x'$ 中内容不变；如果 $x'$ 中没有 $\neg\alpha$，则在 $x'$ 中写下 $\neg\alpha$(注意，$x$ 中的 $\neg F\alpha$ 并不划掉)；

(7) $\neg P$ 规则。如果某张纸 $A$ 上的某个方框 $x$ 中有公式 $\neg P\alpha$，依次检查 $A$ 上所有满足 $x'<x$ 的方框 $x'$；如果 $x'$ 中有 $\neg\alpha$(包括已经划掉的)，则保持 $x'$ 中内容不变；如果 $x'$ 中没有 $\neg\alpha$，则在 $x'$ 中写下 $\neg\alpha$(注意，$x$ 中的 $\neg P\alpha$ 并不划掉)。

按这种方法扩充下去，虽然有时会增加新的方框甚至增加新纸，但每作一次公式的复杂度都会下降，因此在有穷次扩充之后，各方框都会停止变化。这时各方框中没有划掉的公式只有以下四种情形：

①命题变元 **p**；

②命题变元的否定$\neg$**p**；

③形如$\neg F\alpha$的公式，但在同一张纸上每个满足$x<x'$的$x'$中都已有$\neg\alpha$（包括划掉的）；

④形如$\neg P\alpha$的公式，但在同一张纸上每个满足$x'<x$的$x'$中都已有$\neg\alpha$（包括划掉的）；

满足上述条件的语义图称为穷尽的。

对于穷尽的语义图，如果某张纸$A$上的某个方框内既有**p**又有$\neg$**p**（**p**是某个命题变元），则将$A$撕掉；如果所有的纸都被撕掉，就称这个语义图为一个反驳，这意味着$\gamma$是$\mathscr{K}_0$不可满足的。如果我们的语义图不是反驳，即有些纸撕不掉，则$\gamma$是$\mathscr{K}_0$可满足的，每一张没撕掉的纸都给出了一个满足$\gamma$的$\mathscr{K}_0$赋值。

实际应用的时候，如果扩充到某一步，$A$上已有一个方框中既有$\alpha$又有$\neg\alpha$（包括已经划掉的），就可径直将$A$撕掉了。我们还可以导出关于$\wedge$，$\neg\wedge$，$\rightarrow$，$\neg\rightarrow$，$\leftrightarrow$，$\neg\leftrightarrow$，$G$，$\neg G$，$H$，$\neg H$等项规则，使扩充的速度提高一些。

**例** 5.1 确定公式$P\neg F\mathbf{q}\wedge FP\mathbf{q}$是否$\mathscr{K}_0$可满足。

**解** 下列图5.1($a$)—($e$)给出了完整的判定过程。

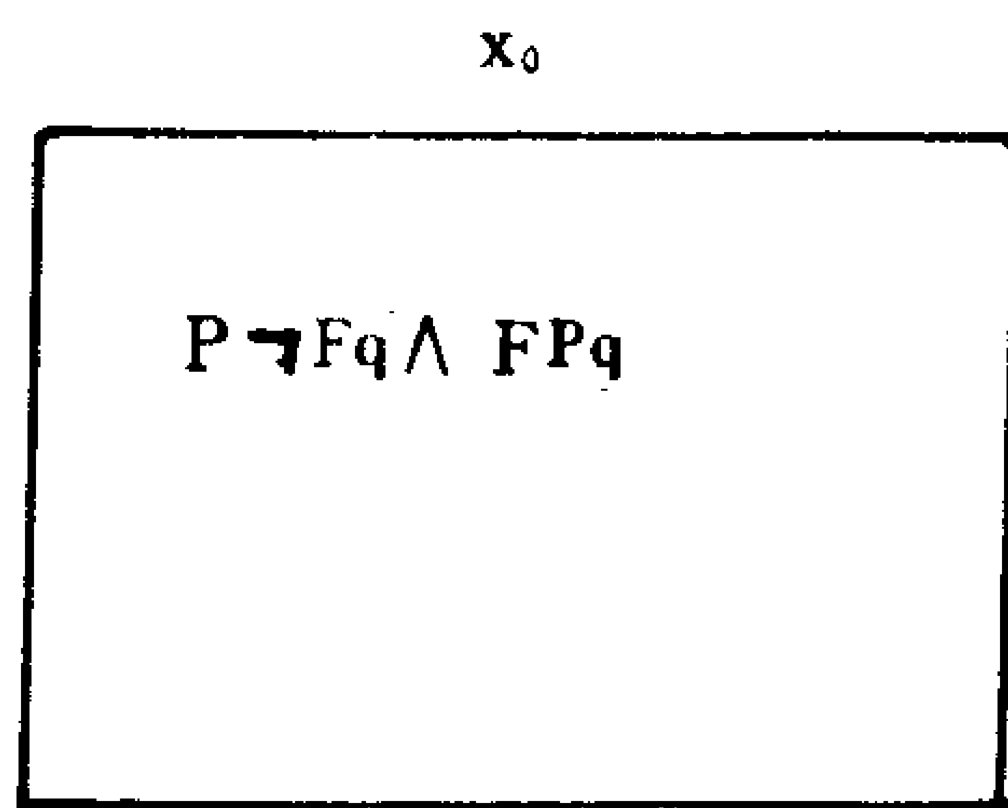



图5.1($a$)

使用$\wedge$规则，得到

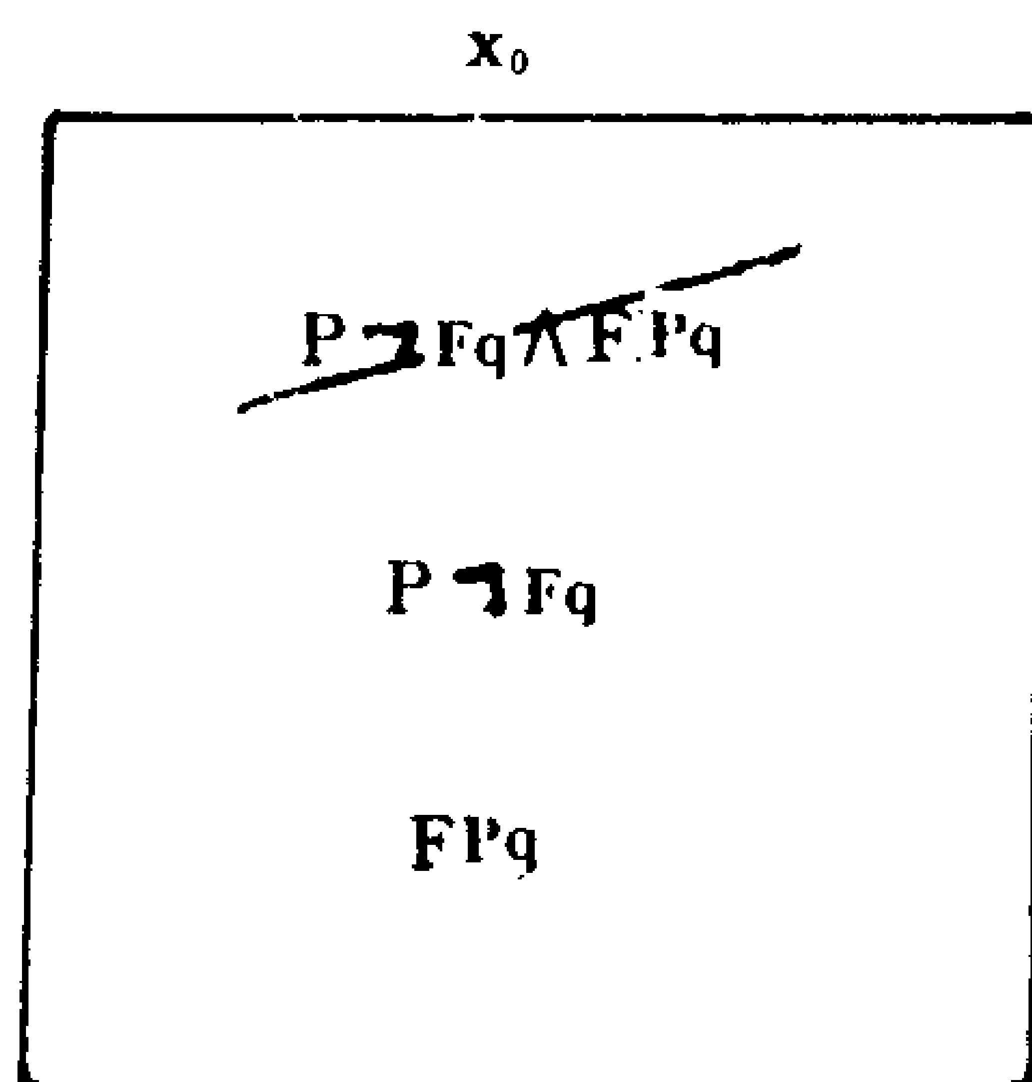



图 5.1(*b*)

再对 $x_0$ 中的 $P\neg F\mathbf{q}$ 使用 $P$ 规则，对 $x_0$ 中的 $FP\mathbf{q}$ 使用 $F$ 规则，得

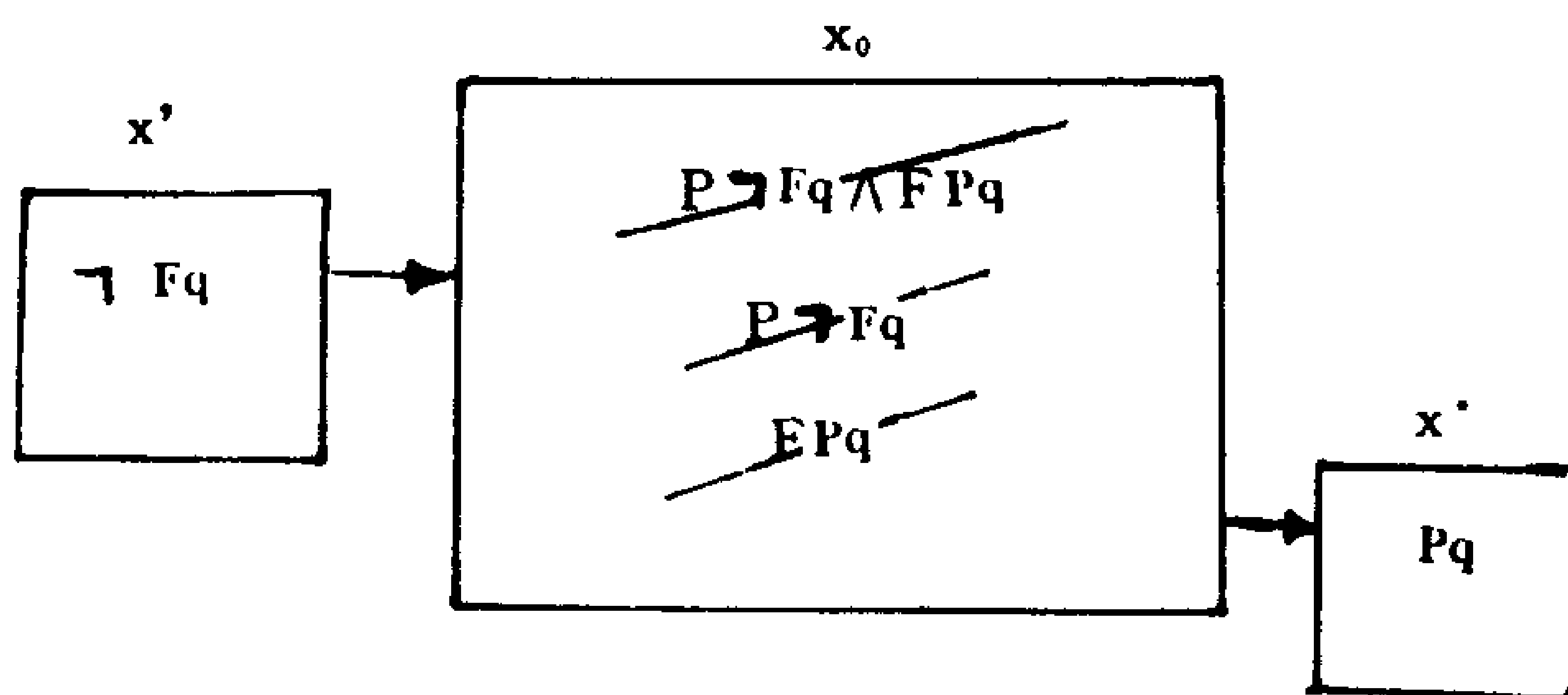



图 5.1(*c*)

再对 $x^*$ 中的 $P\mathbf{q}$ 使用 $P$ 规则，得到($d$)。
最后，对 $x'$ 中的 $\neg F\mathbf{q}$ 使用 $\neg F$ 规则，得($e$)。($e$)是穷尽的，但各方框中都没有矛盾，故公式 $P\neg F\mathbf{q}\wedge FP\mathbf{q}$ 是 $\mathscr{K}_0$ 可满足的。

## 5.2 $\mathscr{K}_2$ 可满足性的判定方法

由于 $\mathscr{K}_2$ 是线序结构的类，所以这次考虑的语义图要保持线序结构。有关的概念(如穷尽、反驳)都与 $\mathscr{K}_0$ 语义图相同，扩充规

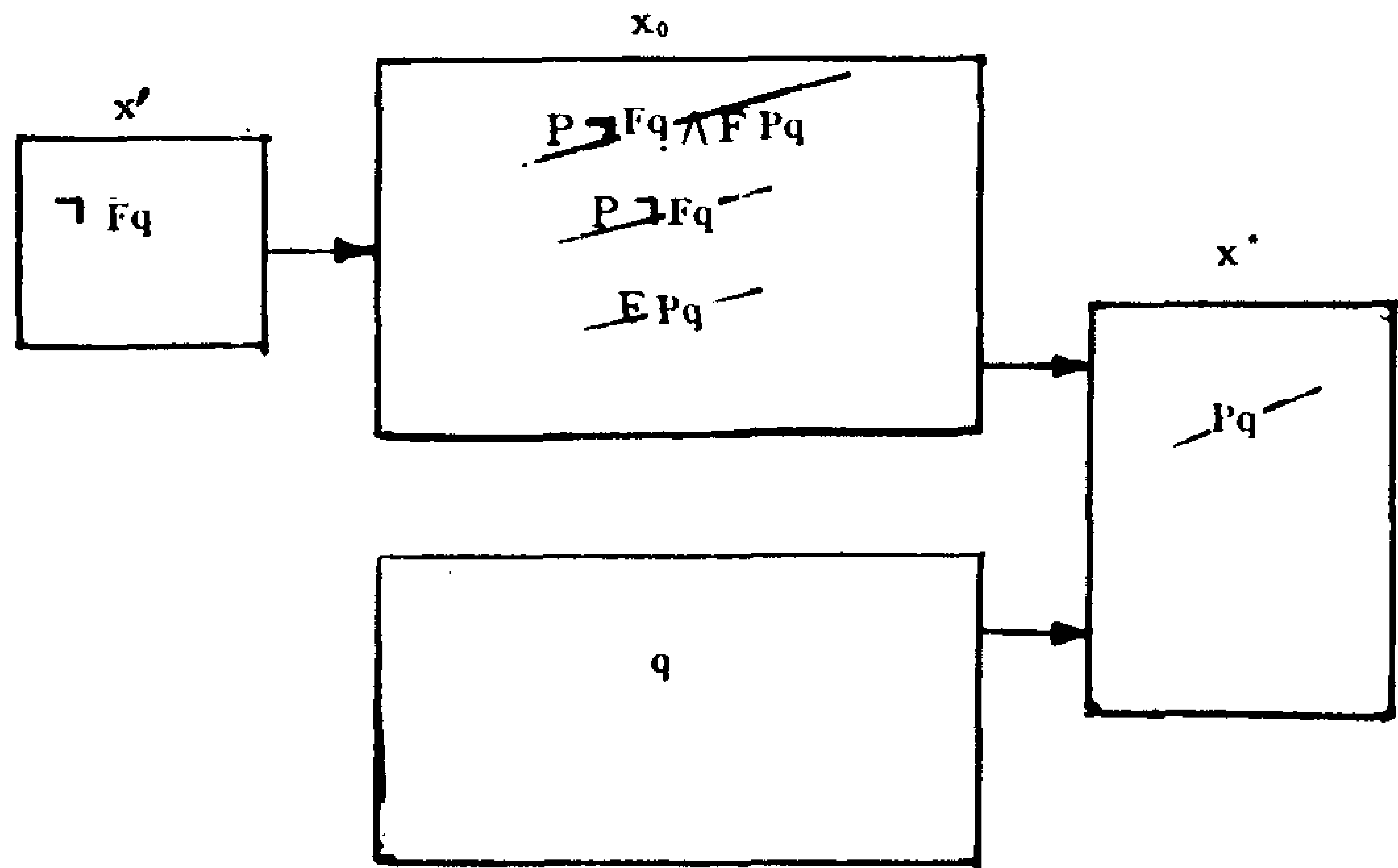



图 5.1($d$)

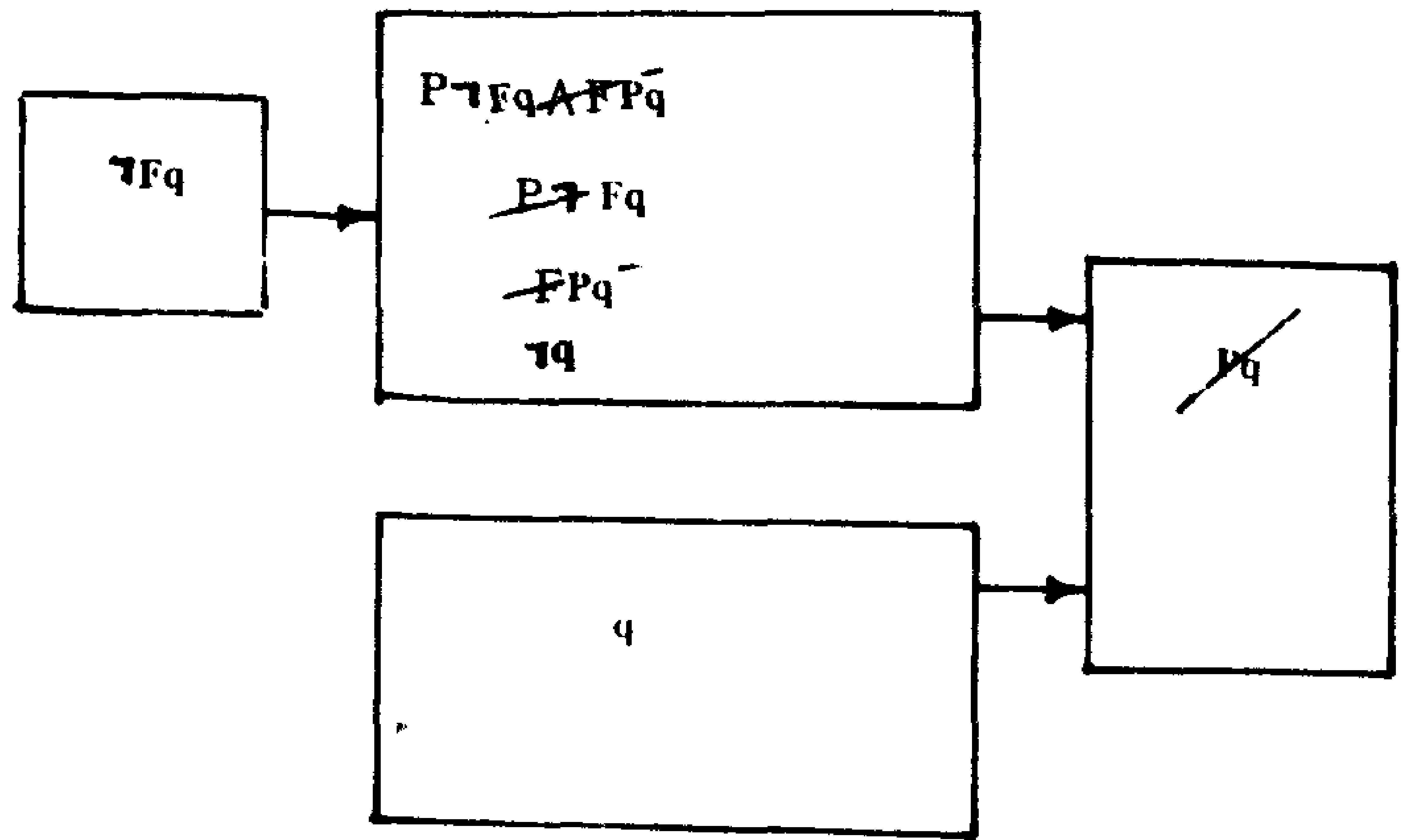



图 5.1($e$)

则之(1)(¬¬规则),(2)(∧规则),(3)(¬∧规则),(4)(¬$F$ 规则)和(5)(¬$P$ 规则)也都与 $\mathscr{K}_0$ 语义图的规则相同,所不同的只

是 $F$ 规则和 $P$ 规则。

(4)$F$ 规则。如果某张纸 $A$ 上的某个方框 $x_0$ 内有(没划掉的)公式 $F\alpha$,并且 $A$ 上有 $n$ 个($n\geqslant 0$)方框 $x_1,\cdots,x_n$ 满足 $x_0<x_i$ ($i=1,\cdots,n$)及 $x_i<x_j$($1\leqslant i\leqslant j\leqslant n$);另取 $n$ 张纸 $A_1,\cdots,A_n$,在 $A_1,\cdots A_n$上复制 $A$ 的内容,然后在 $A_1,\cdots,A_n,A$ 上各增加一个新方框,$A_i$($i=1,\cdots,n$)上的新方框加在 $x_{i-1}$和 $x_i$ 之间,$A$ 上的新方框加在 $x_n$ 之后;然后将 $A_1,\cdots,A_n,A$ 上 $x_0$ 中的 $F\alpha$ 都划掉,在各新方框中写下 $\alpha$。

(5)$P$ 规则。若某张纸 $A$ 上的某个方框 $x_0$ 中有(没划掉的)公式 $P\alpha$,并且 $A$ 上有 $n$ 个($n\geqslant 0$)方框 $x_1,\cdots,x_n$ 满足 $x_i<x_0$($i=1,\cdots,n$)及 $x_j<x_i$($1\leqslant i\leqslant j\leqslant n$);另取 $n$ 张纸 $A_1,\cdots,A_n$,在 $A_1,\cdots,A_n$ 上复制 $A$ 的内容,然后在 $A_1,\cdots,A_n,A$ 上各增加一个新方框,$A_i$($i=1,\cdots,n$)上的新方框加在 $x_i$ 和 $x_{i-1}$之间,$A$ 上的新方框加在 $x_n$ 之前;然后将 $A_1,\cdots,A_n,A$ 上 $x_0$ 中的 $P\alpha$ 都划掉,在各新方框内写下 $\alpha$。

**例** 5.2 确定公式 $P\neg F\mathbf{q}\wedge FP\mathbf{q}$ 是否 $\mathscr{K}_2$ 可满足的。

**解** 下面的图 5.2($a$)--($e$)给出了完整的判定过程。

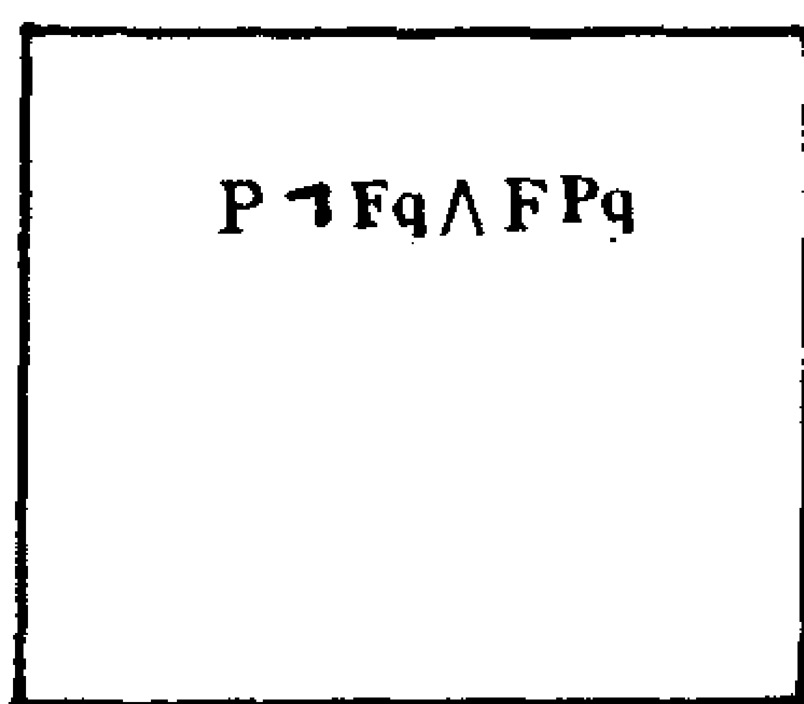



图 5.2($a$)

使用∧规则,得($b$);

对 $P\neg F\mathbf{q}$ 使用 $P$ 规则,对 $FP\mathbf{q}$ 使用 $F$ 规则,得($c$);

对 $x_0$ 中的 $P\mathbf{q}$ 使用 $P$ 规则(此时 $n=2$),得到($d$)中的 $A_1,A_2,A$;

最后,再对 $A_1,A_2,A$ 上 $x_2$ 中的 $\neg Fq$ 使用 $\neg F$ 规则(此处→是传

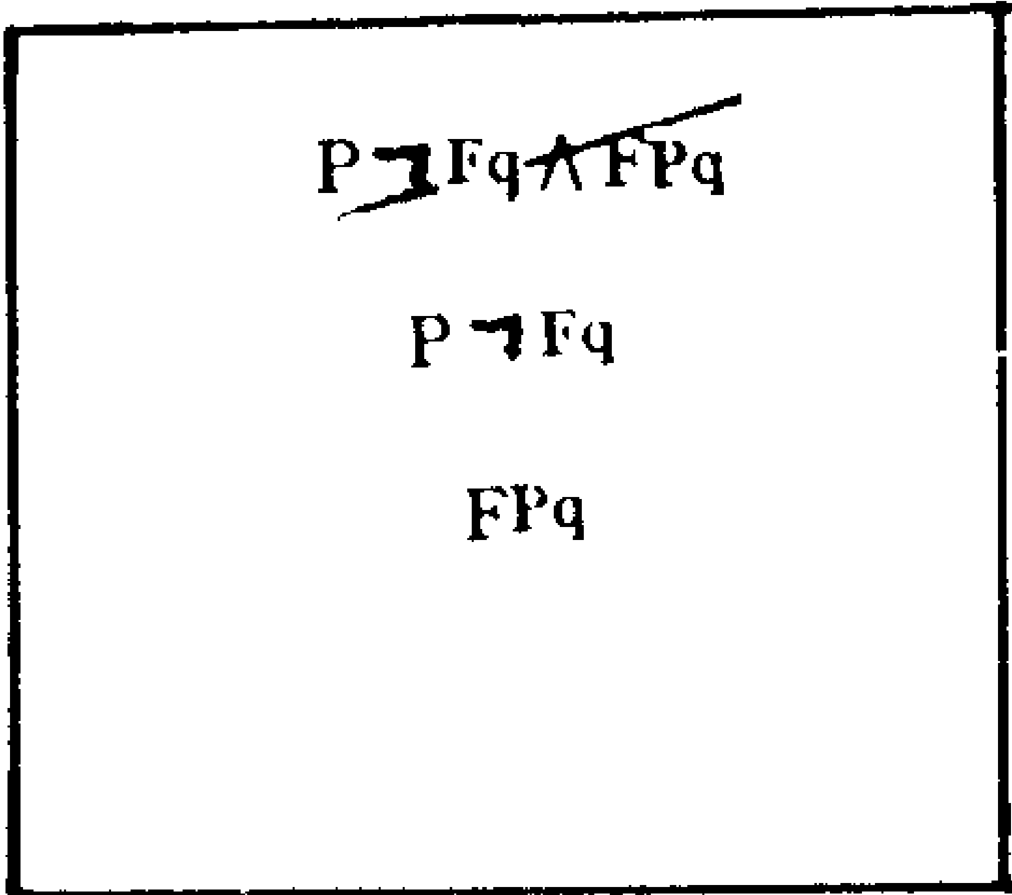



图 5.2(*b*)

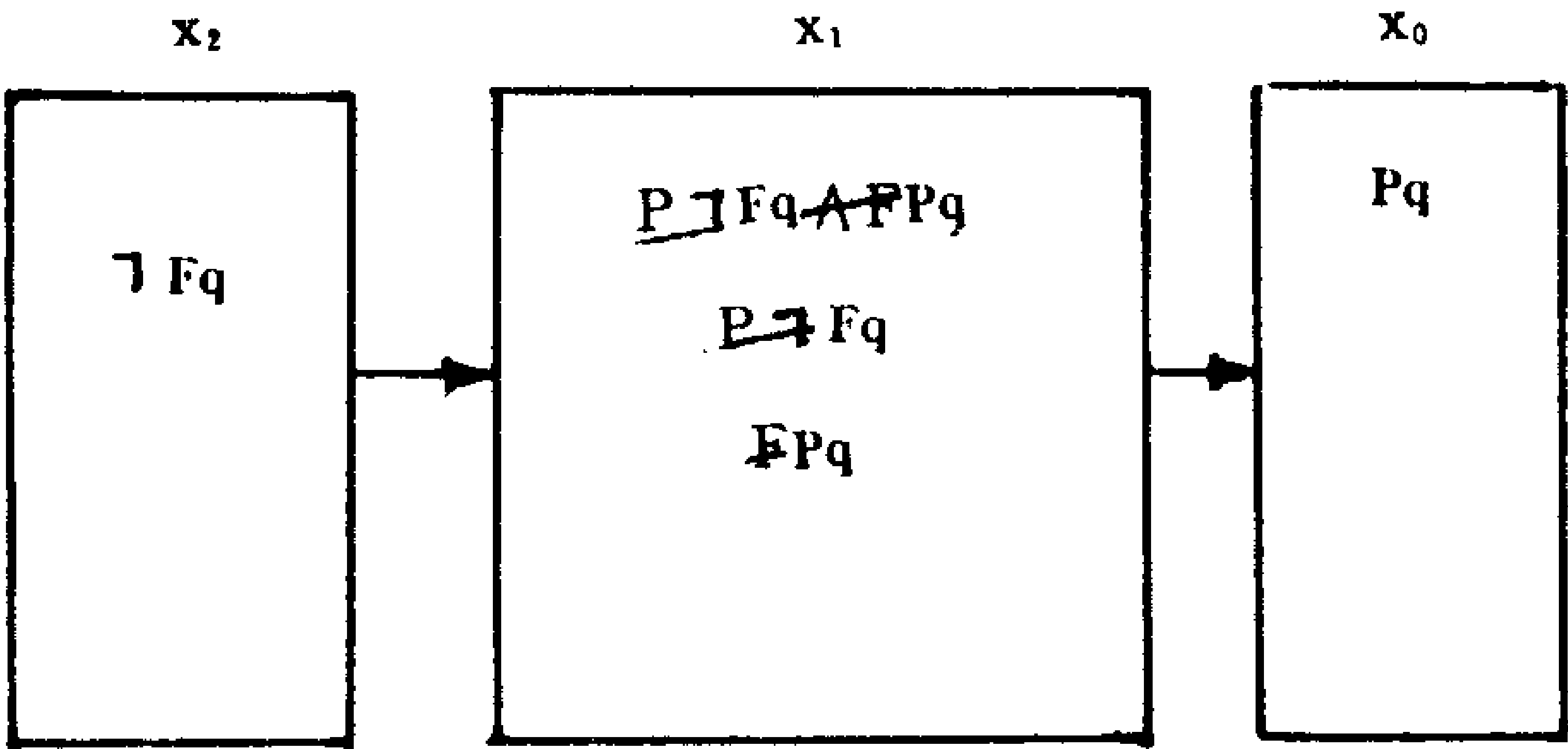
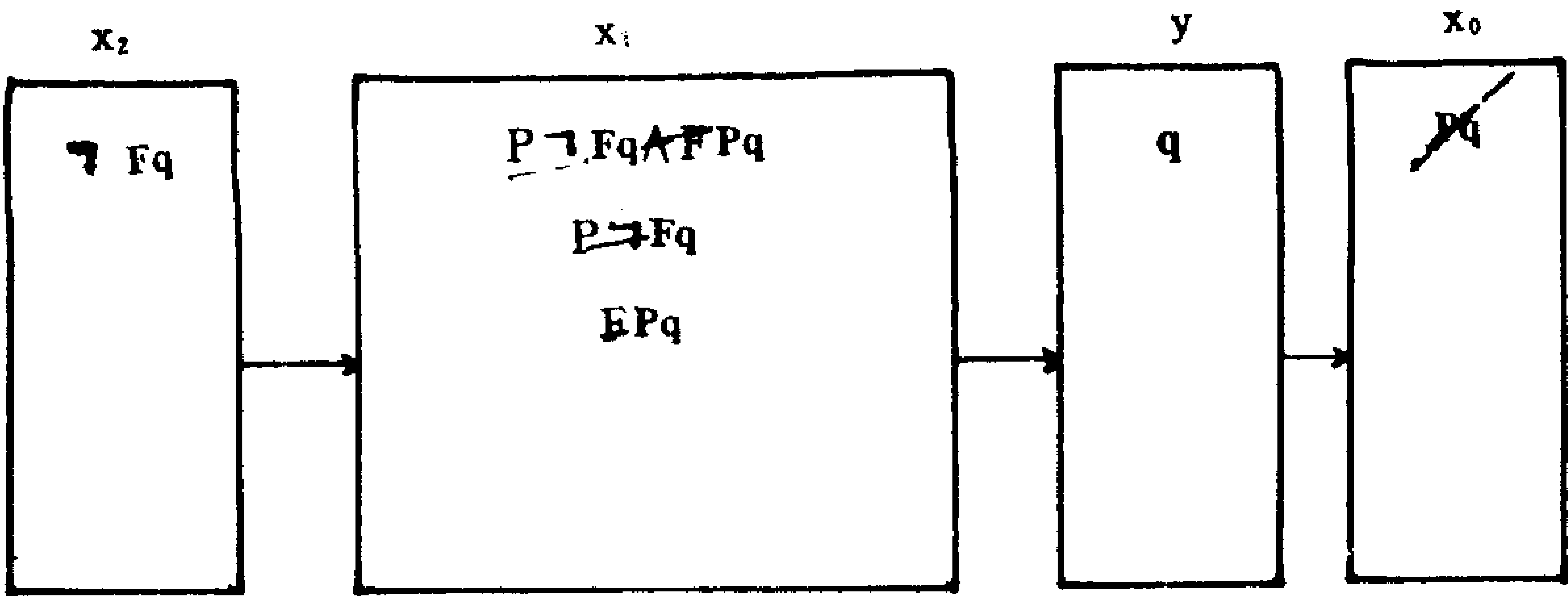
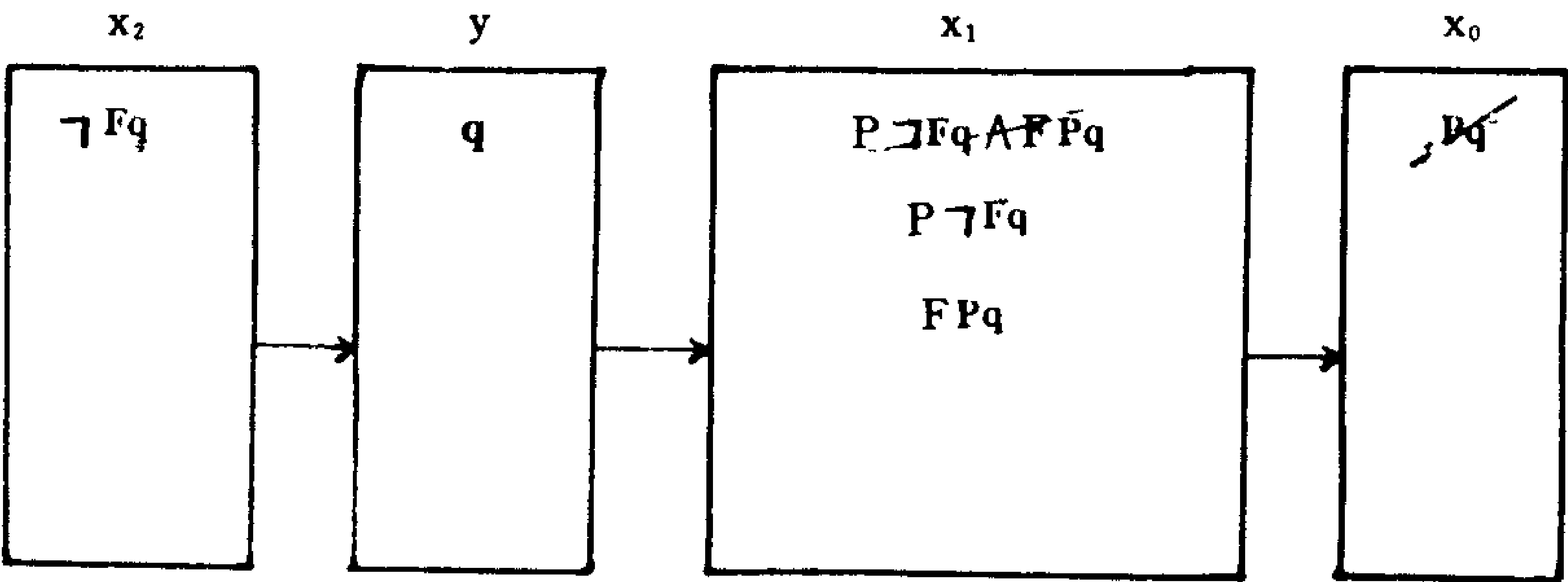



图 5.2(*c*)

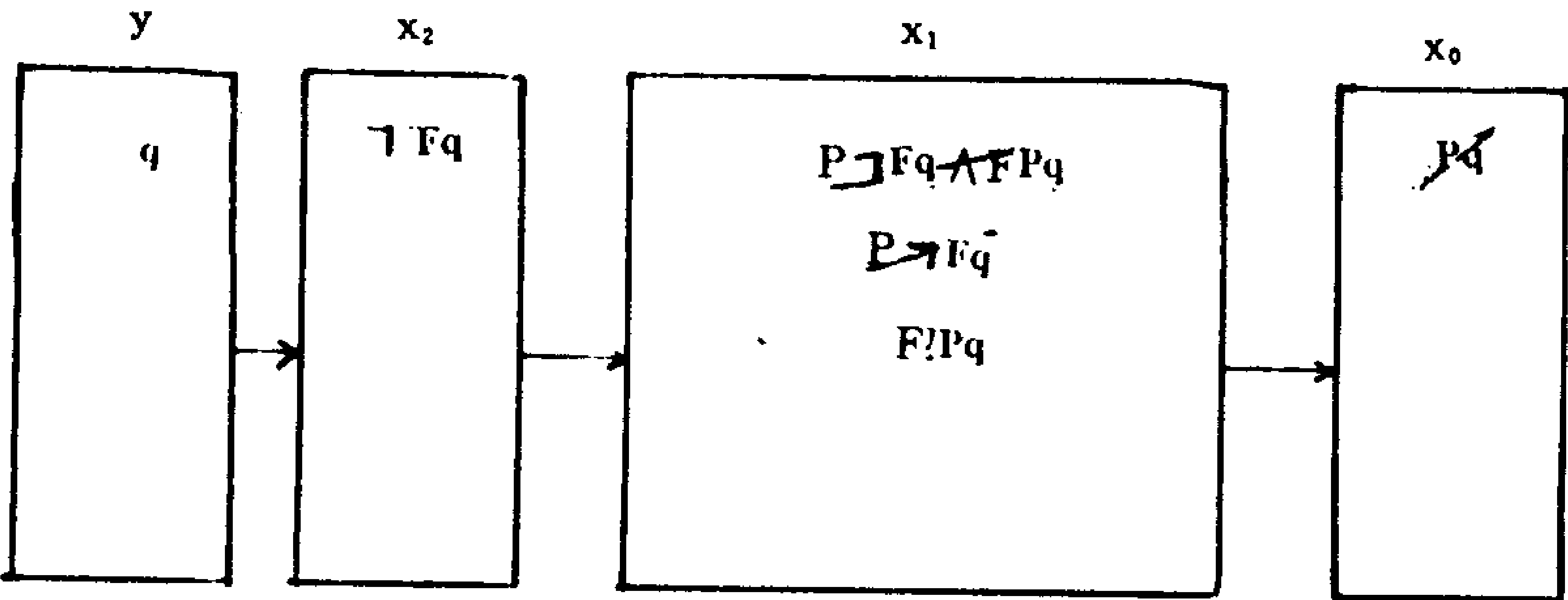



$(A_1)$

递的),得

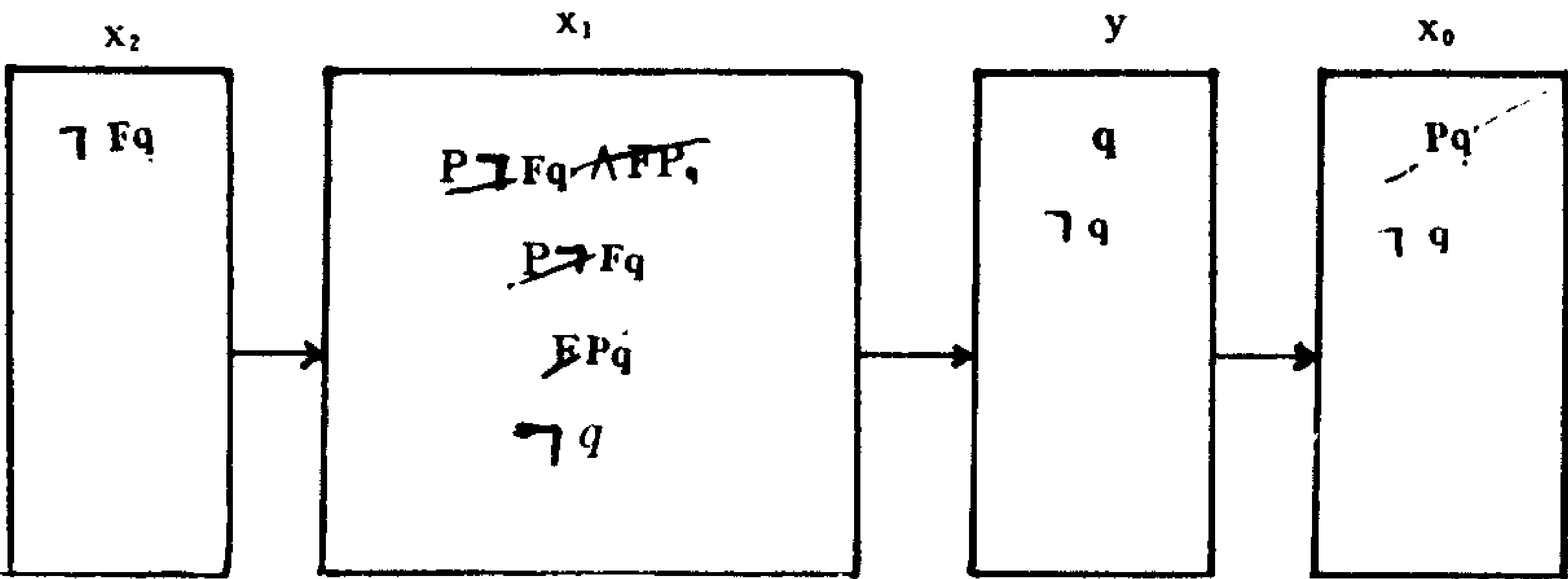

x₂
y
x₁
x₀
┐Fq
q
P┐Fq∧FPq
P┐Fq
FPq
Pq

（$A_2$）

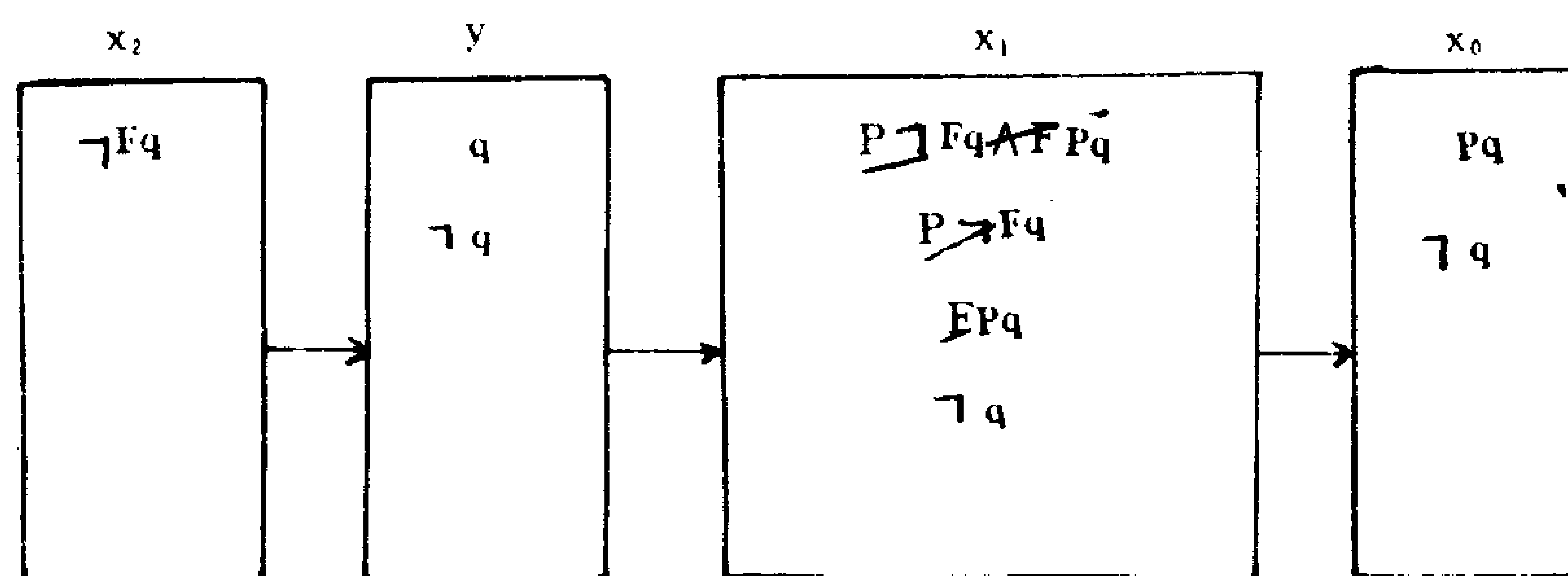

y
x₂
x₁
x₀
q
┐Fq
P┐Fq∧FPq
P┐Fq
FPq
Pq

（$A$）

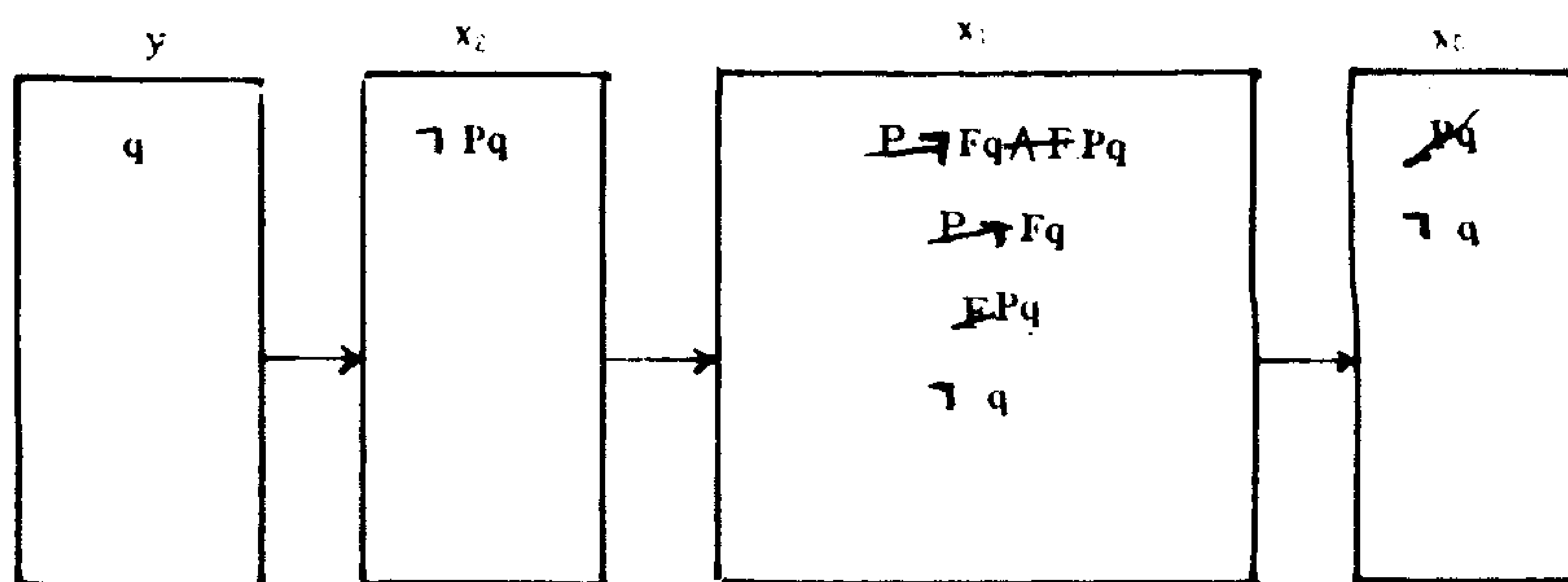
图 5.2($d$)


x₂
x₁
y
x₀
┐Fq
P┐Fq∧FPq
P┐Fq
FPq
┐q
q
┐q
Pq
┐q

（$A_1$）




($A_2$)




($A$)

图 5.2($e$)

图 5.2($e$)是穷尽的，此时，在 $A_1$ 和 $A_2$ 上 $y$ 中都有矛盾(撕掉)，但 $A$ 上并没有矛盾，从而公式 $P\neg F\mathbf{q}\wedge FP\mathbf{q}$ 是 $\mathscr{K}_2$ 可满足的，($e$)中($A$)给出了一个使之满足的赋值)。

其他结构类的判定算法我们不在这里一一介绍了，有兴趣的读者可参照上面的例子自己尝试给出。比较困难的大约是诸如 $\mathscr{K}_6$，$\mathscr{K}_Q$，$\mathscr{K}_R$ 这类无穷的结构。我们不可能(也不必要)作出一个无穷的语义图。但我们的目的是为了寻找矛盾(反驳)，而这种矛盾如果有的话必定能在有穷步内导出(即只涉及有穷多个方框)。因此，重要的问题是要给这个“有穷”找一个上界，这当然与 $\gamma$ 中时态词的个数有关。

# 6 带量词的时态逻辑

将上面谈及的诸时态系统与古典一阶谓词逻辑相结合，就得到一系列带(个体)量词 ∀ 、∃ 的时态逻辑系统。不幸的是，这类系统多是不完全的。

量词时态逻辑的语言就是古典一阶谓词逻辑的语言加上 $G$、$H$、$F$、$P$ 四个时态词。时态谓词结构可以看作一个四元组 $\mathscr{U}=(X,R,D,\mathscr{P})$。其中 $X$ 和 $R$ 形成一个时态结构 $(X,R)$（$X$ 是非空集合，$R$ 是 $X$ 上的关系），$D$ 和 $\mathscr{P}$ 相当于一个一阶谓词结构：$D$ 是论域(个体域，定义域)，是个非空集合，$\mathscr{P}$ 是对谓词的解释：每个 $n$ 元谓词符号 $Q^{(n)}$ 解释成一个 $n+1$ 元组集合(即 $X\times D^n$ 的子集) $Q^{\mathscr{U}}$ ——$\langle x,d_1,\cdots,d_n\rangle\in Q^{\mathscr{U}}$ 就是说在 $x$ 这个时刻，$d_1,d_2,\cdots,d_n$ 之间有 $Q$ 所指称的关系。

指派由两个部分组成——对时刻的指派和对个体变元的指派。后者与一阶逻辑的情况相同，我们以 $\sigma$ 表示对个体变元的指派，对每个个体变元 $\mathbf{v}$，$\sigma(\mathbf{v})\in D$。以 $\sigma_x$ 表示一个完整的指派，即时刻指派为 $x$，对变元的指派同 $\sigma$。每个指派可以导出结构 $\mathscr{U}$ 上的一个赋值，仍记作 $\sigma_x$（以下，以 $\sigma_x(\mathbf{v}/d)$ 表示这样一个赋值：变元 $\mathbf{v}$ 的值为 $d$，其余都与 $\sigma_x$ 一样）：

$\sigma_x(Q(\mathbf{v}_1,\cdots,\mathbf{v}_n))$ 为真当且仅当 $\langle x,\sigma_x(\mathbf{v}_1),\cdots,\sigma_x(\mathbf{v}_n)\rangle\in Q^{\mathscr{U}}$；

$\sigma_x(\neg\alpha)$ 为真　当且仅当 $\sigma_x(\alpha)$ 不为真；

$\sigma_x(\alpha\wedge\beta)$ 为真　当且仅当 $\sigma_x(\alpha)$ 和 $\sigma_x(\beta)$ 都为真；

$\sigma_x(\forall\mathbf{v}\alpha)$ 为真　当且仅当对每个 $d\in D$，$\sigma_x(\mathbf{v}/d)\alpha$ 都为真；

$\sigma_x(G\alpha)$ 为真　当且仅当对每个满足 $xRy$ 的 $y$，$\sigma_y(\alpha)$ 为真；

$\sigma_x(H\alpha)$ 为真　当且仅当对每个满足 $yRx$ 的 $y$，$\sigma_y(\alpha)$ 为真。

这样的解释方法应该说是相当自然的，但相应的公理系统却多是不完全的。说具体一点，令 $\mathscr{K}^*$ 为一个时态谓词结构类，使其

中的$(X,R)$是某种无端的线序结构(比如$\mathscr{K}_4,\mathscr{K}_6,\mathscr{K}_{\mathbf{Q}},\mathscr{K}_{\mathbf{R}}$)则$\mathscr{K}^*$是不可(递归)公理化的,即:

**定理** 6.1 $\mathscr{K}^*$是不可(递归)公理化的,从而对任何带量词的时态逻辑系统$\mathbf{L}^*$,如果$\mathbf{L}^*$是一致的,则$\mathbf{L}^*$是$\mathscr{K}^*$不完全的。

出于篇幅和预备知识等方面的考虑,我们不在这里严格证明这一定理,而只勾勒一下证明的轮廓。

证明的基本思想是:利用时态谓词公式可以在$\mathscr{K}^*$结构$(X,R,D,\mathscr{P})$中定义算术的标准结构。具体方法是:

(1)以$A\alpha$作为公式$H\alpha\wedge\alpha\wedge G\alpha$的缩写,其直观意义是"$\alpha$在所有时刻都真";以$S\alpha$作为公式$P\alpha\vee\alpha\vee F\alpha$的缩写,其直观意义是"$\alpha$在某一时刻为真"。

(2)引入一个一元谓词符号$E$(读为"存在"),公式$E(\mathbf{v})$是说$\mathbf{v}$所指称的个体存在于"现在"时刻;公式$SE(\mathbf{v})$则说$\mathbf{v}$所指称的个体存在于某个时刻。而公式

$$(F1)\quad \forall\mathbf{v}S(E(\mathbf{v})\wedge H\neg E(\mathbf{v})\wedge G\neg E(\mathbf{v}))$$

是说"每个个体恰只存在于一个时刻";公式

$$(F2)\quad \forall\mathbf{v}_1\forall\mathbf{v}_2(E(\mathbf{v}_1)\wedge E(\mathbf{v}_2)\rightarrow\mathbf{v}_1=\mathbf{v}_2)$$

则是说"没有两个不同的个体存在于同一时刻",也就是说每个时刻至多存在有一个个体。

$F1$和$F2$合取起来就断言每个个体都恰只存在于一个时刻,而每个时刻又至多存在一个个体。也就是说有些时刻恰好存在一个个体,有些时刻一个个体也没有。如果个体$d$存在于时刻$x$($x$时只有$d$一个个体),就将$x$记作$x_d$($d$所存在的时刻),令$XD=\{x_d|d\in D\}$,则$XD\subseteq X$,且$F1$和$F2$在$D$与$XD$之间建立了一一对应。

(3)将公式$S(E(\mathbf{v}_1)\wedge FE(\mathbf{v}_2))$缩写成$\mathbf{v}_1<\mathbf{v}_2$,由$S$的定义易见,若$\mathbf{v}_1$指称$d_1$,$\mathbf{v}_2$指称$d_2$,则当$\mathbf{v}_1<\mathbf{v}_2$为真时,有$x_{d_1}Rx_{d_2}$。即$<$与$XD$上的$R$相对应。

(4)引入一个二元谓词符号 $N$(读为“后继”),令 $F3$ 为

$(F3)\ N(\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_2)\leftrightarrow\mathbf{v}_1<\mathbf{v}_2\wedge\forall\ \mathbf{v}_3(\mathbf{v}_3\neq\mathbf{v}_2\wedge\mathbf{v}_1<\mathbf{v}_3\rightarrow\mathbf{v}_2<\mathbf{v}_3)$,

则 $N(\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_2)$就是说 $\mathbf{v}_2$ 是 $\mathbf{v}_1$ 的后继;再令 $F4$ 为

$(F4)\ \exists v_2(E(\mathbf{v}_2)\wedge N(\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_2))$,

则 $F4$ 是说 $\mathbf{v}_1$ 有后继。

$F3,F4$ 合取起来就意味着如果$\langle d_1,d_2\rangle$能在某个时刻满足 $N(\mathbf{v}_1,\mathbf{v}_2)$,,则 $x_{d_2}$ 就是 $x_{d_1}$ 在 $XD$ 中的 $R$ 后继。

(5)再引入一个一元谓词符号 $Z$,令 $F5$ 为

$(F5)\ Z(\mathbf{v}_1)\leftrightarrow\neg\exists\mathbf{v}_2(\mathbf{v}_2<\mathbf{v}_1)$

$F5$ 是说 $Z$ 表示“最小元”,再令 $F6$ 为

$(F6)\ \exists\mathbf{v}_1(E(\mathbf{v}_1)\wedge Z(\mathbf{v}_1))$

$F5,F6$ 合起来意味着 $XD$ 中有一时刻 $x_0$(在 $x_0$ 有个体存在),$x_0$ 在 $XD$ 中无前驱。

公式 $F1$—$F6$ 合取起来,就在$(X,R,D,\mathscr{P})$的时态部分$(X,R)$中“挖出”一块$(XD,R)$,使之与自然数的序结构$(\omega,<)$同构,并在 $XD$ 与 $D$ 之间建立了一一对应,从而$(D,<)$也就与$(\omega,<)$同构。只要再在$(XD,R)$上定义加法、乘法运算,$(XD,R)$(从而$(D,\mathscr{P})$就成为算术的标准模型了。

我们知道,一阶谓词公式中的函数符号是可以消去的:对每个 $n$ 元函数符号 $f$,引入一个 $n+1$ 元谓词符号 $Q_f$,从而可以对每个公式 $\alpha$ 定义一个不含 $f$ 而只含 $Q_f$ 的公式 $\alpha^*$,使 $\alpha^*$ 有效当且仅当 $\alpha$ 有效.利用这个办法,对一阶算术公式我们可以引入一个一元谓词符号 $Z$ 来消去常项(0 元函数符号)$\mathbf{0}$,引入二元谓词符号 $N$ 来消去(一元)后继函数符号,引入三元谓词符号 $Q$ 和 $T$ 来消去二元函数符号+和·。于是每个一阶算术公式 $\alpha$ 都对应于一个不含函数符号的一阶谓词公式 $\alpha^*$,$\alpha^*$ 有效当且仅当 $\alpha$ 有效。

令 $\xi$ 是一阶算术公理(当然不包括归纳公理模式)的合取式,以 $SMA$ 表示 $F1$—$F6$ 与 $\xi^*$ 的合取式,于是有

**引理** 6.1 $SMA$ 在$(X,R,D,\mathscr{P})$中有效当且仅当$(D,\mathscr{P})$是算

术标准结构。

利用 6.1 可以证明。

**引理** 6.2 对任何一阶算术公式 $\alpha$，若

$$SMA \rightarrow \alpha^*$$

在 $\mathscr{K}^*$ 中有效，则 $\alpha$ 在算术标准模型中为真。

这样，如果有一个形式系统 $\mathbf{L}^*$ 是 $\mathscr{K}^*$ 完全的，就可以用 $\mathbf{L}^*$ 来判定任一算术公式是否在标准模型中为真，而根据哥德尔不完全性定理，这是不可能的。

这就证明了定理 6.1。

# 7 时态逻辑与模态逻辑

从广义上讲，加在命题之上的算子都叫模态算子（模态词），因而我们前面所介绍的时态逻辑也就是一种模态逻辑。从狭义上讲，模态逻辑是专指刻划“必然”（$\Box$）和“可能”（$\Diamond$）这对模态词的逻辑。

狭义的模态逻辑系统与上面所介绍的时态系统有着密切的联系，这主要表现在两个方面：在时态逻辑中解释模态逻辑和既有时态又有模态的系统。

## 7.1 在时态逻辑中解释模态逻辑

我们先来简单地介绍一下模态逻辑的几个系统。

模态逻辑的语言是古典命题逻辑的语言加上一个模态算子 $\Box$（必然），另一个模态算子 $\Diamond$（可能）定义为 $\neg\Box\neg$。形成规则与时态逻辑相似[2]。

常用的公理模式有：

***Ax* Ⅰ** 全体重言式；

***Ax* Ⅱ** 如果 $\alpha$ 是公理，$\Box\alpha$ 也是公理；

***Ax* Ⅲ** $\Box\alpha \rightarrow \alpha$；

**Ax** Ⅳ　$\Box(\alpha\rightarrow\beta)\rightarrow\Box\alpha\rightarrow\Box\beta$；

**Ax** Ⅴ　$\Diamond\Box\alpha\rightarrow\alpha$；

**Ax** Ⅵ　$\Box\alpha\rightarrow\Box\Box\alpha$；

**Ax** Ⅶ　$\Diamond\alpha\wedge\Diamond\beta\rightarrow\Diamond(\Diamond\alpha\wedge\beta)\vee\Diamond(\alpha\wedge\beta)\vee\Diamond(\alpha\wedge\Diamond\beta)$；

**Ax** Ⅷ　$\Diamond\Box\alpha\rightarrow\Box\alpha$。

公理 **Ax** Ⅰ—**Ax** Ⅳ 形成 $T$ 系统，

公理 **Ax** Ⅰ—**Ax** Ⅴ 形成 $B$ 系统，

公理 **Ax** Ⅰ—**Ax** Ⅳ，**Ax** Ⅵ 形成 $S_4$ 系统，

公理 **Ax** Ⅰ—**Ax** Ⅳ，**Ax** Ⅵ，**Ax** Ⅶ 形成 $S_{4.3}$ 系统，

公理 **Ax** Ⅰ—**Ax** Ⅷ 形成 $S_5$ 系统(其中 **Ax** Ⅴ—**Ax** Ⅶ 可以删掉)

这五个系统的变形规则都是 $m.p$。

五个系统之间的关系如图 7.1 所示，图中⊆表示系统间的包含关系，即 $A\subseteq B$ 意味着 $A$ 的定理都是 $B$ 的定理。

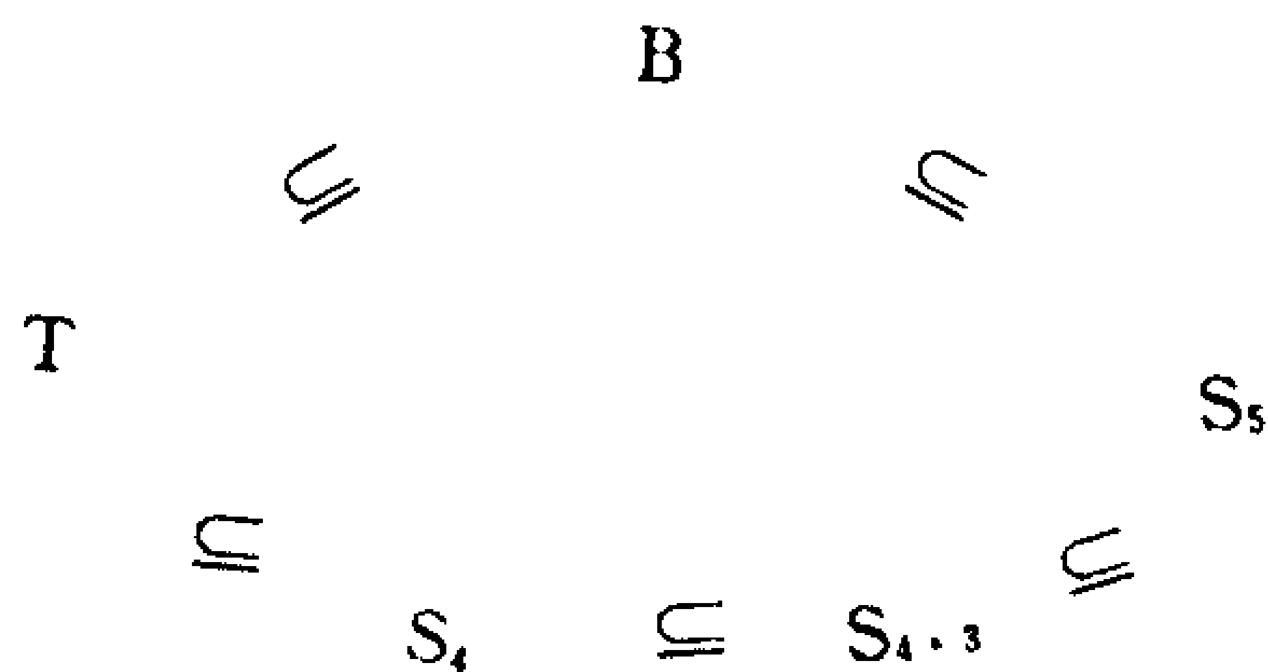



图 7.1

在时态逻辑中定义模态词□与◇有两种方法。

一种称为第欧多鲁(Diodorus)定义，即

$\Box\alpha =_{df} \alpha\wedge G\alpha$

$\Diamond\alpha =_{df} \alpha\vee F\alpha$。

另一种称为亚里斯多德(Aristotle)定义，即

$$\Box\alpha =_{df} H\alpha \wedge \alpha \wedge G\alpha$$

$$\Diamond\alpha =_{df} P\alpha \vee \alpha \vee F\alpha$$

两种定义都保证

$$\Diamond\alpha \equiv \neg\Box\neg\alpha。$$

这样，对每个模态公式 $\alpha$，都有一个时态公式 $\alpha^\circ$ 是 $\alpha$ 的第欧多鲁定义，也有一个时态公式 $\hat{\alpha}$ 是 $\alpha$ 的亚里斯多德定义。设 **L** 是一时态系统，集合

$\{\alpha^\circ \mid \vdash_L \alpha^\circ, \alpha^\circ$ 是 $\alpha$ 的第欧多鲁定义$\}$

和

$\{\hat{\alpha} \mid \vdash_L \hat{\alpha}, \hat{\alpha}$ 是 $\alpha$ 的亚里斯多德定义$\}$

分别称为 **L** 中按第欧多鲁定义的模态部分和按亚里斯多德定义的模态部分。在许多情况，它们恰是某个模态系统定理在时态系统 **L** 中的“翻译”。

例如，对 $\mathbf{L}_0$ 我们有

**定理** 7.1 模态公式 $\alpha$ 是 $T$ 定理当且仅当 $\alpha^\circ$ 是 $\mathbf{L}_0$ 定理；$\alpha$ 是 $B$ 定理当且仅当 $\hat{\alpha}$ 是 $\mathbf{L}_0$ 定理。

其他的结果见表 7.1。

**表** 7.1

| 时态逻辑系统 | 按第欧多鲁定义的模态部分 | 按亚里斯多德定义的模态部分 |
|---|---|---|
| $\mathbf{L}_0$ | $T$ | $B$ |
| $\mathbf{L}_1$ | $S_4$ | $B$ |
| $\mathbf{L}_2$ | $S_{4.3}$ | $B$ |
| $\mathbf{L}_5$ | $S_{4.3}$ | $S_5$ |

## 7.2 时态逻辑与模态逻辑的结合

前面说过，模态逻辑是刻划“必然”与“可能”这两个模态词的。

在最早的文献中，“必然”实际上是与逻辑有效性混为一谈的。后来，为了从语义方面刻划“必然”，陆续又提出了一些有关“真”的概念，其中有的与时态有关。这方面的工作也始于 Prior。这类题目势必要涉及许多哲学方面的讨论，不过我们不拟在此讨论这些哲学问题，而只简要地介绍一点有关形式系统方面的技术性成果。

既有时态又有模态的逻辑，其语言就是在古典命题逻辑的语言中增加模态算子$\Box$和时态算子 $G,H$；再定义$\Diamond$为$\neg\Box\neg$，$P$ 为$\neg H\neg$，$F$ 为$\neg G\neg$。Kamp 提出以下的公理模式：

**AK**0　全体重言式；

**AK**1　如果 $\alpha$ 是公理，$G\alpha$ 也是；

**AK**2　如果 $\alpha$ 是公理，$H\alpha$ 也是；

**AK**3　$G(\alpha\to\beta)\to G\alpha\to G\beta$；

**AK**4　$H(\alpha\to\beta)\to H\alpha\to H\beta$；

**AK**5　$\alpha\to GP\alpha$；

**AK**6　$\alpha\to HF\alpha$；

**AK**7　$FF\alpha\to F\alpha$；

**AK**8　$PP\alpha\to P\alpha$；

**AK**9　$F\alpha\wedge F\beta\to F(\alpha\wedge F\beta)\vee F(\alpha\wedge\beta)\vee F(F\alpha\wedge\beta)$；

**AK**10　$P\alpha\wedge P\beta\to P(\alpha\wedge P\beta)\vee P(\alpha\wedge\beta)\vee P(P\alpha\wedge\beta)$；

**AK**11　如果 $\alpha$ 是公理，$\Box\alpha$ 也是；

**AK**12　$\Box\alpha\to\alpha$；

**AK**13　$\Box(\alpha\to\beta)\to\Box\alpha\to\Box\beta$；

**AK**14　$\Diamond\Box\alpha\to\Box\alpha$；

**AK**15　$\Diamond P\alpha\to P\Diamond\alpha$；

**AK**16　$\Box\mathbf{p}\vee\Box\neg\mathbf{p}$。（$\mathbf{p}$ 是命题变元）

上述 17 个公理模式加上分离规则，形成形式系统 $K$，这是一个时态与模态相结合的系统，可以称为“历史必然性系统”。

容易看出，这 17 条公理可以分成三个部分，**AK**0—**AK**10 就是 $\mathbf{L}_2$（线序的时态逻辑系统），**AK**0，**AK**11—**AK**14 是模态逻辑的 $S_5$

系统。**AK**15 和 **AK**16 是这个系统中使时态和模态相关的关键公理。它们的意义我们将在下面解释。**AK**16 在没有时态词时是不能加入模态逻辑的，它可以导出：

若 $\alpha$ 中无时态词，则

$$\vdash_K \Box\alpha \vee \Box\neg\alpha$$

但若 $\alpha$ 中有时态词，上式就未必成立，所以 **AK**16 的一个意义是与时态无关的命题或是必然真的，或是必然假的。可能性是由时态决定的。

Kamp 结构是一个有序三元组 $\langle \mathscr{T}, W, \approx \rangle$。其中 $W$ 是一非空集合，相当于模态语义中的可能世界集，$\mathscr{T}$ 是从 $W$ 到 $\mathscr{K}_2$ 的一个函数，对每个 $w \in W$，

$$\mathscr{T}(w) = (X_w, <_w) \in \mathscr{K}_2$$

从直观上讲，$(X_w, <_w)$ 是可能世界 $w$ 上的时刻及其先后关系。$\approx$ 是三元组集合

$$\{\langle x, w, w' \rangle \mid w, w' \in W \text{ 且 } x \in \mathscr{T}(w) \cap \mathscr{T}(w')\}$$

的子集(即一个三元关系)，并使对每个 $x$，将 $x$ 固定后由 $\approx$ 导出的 $W$ 上的二元关系 $\approx_x$ 是等价关系，说详细一点，就是

(1)对每个 $x \in \mathscr{T}(w)$，$\langle x, w, w \rangle \in \approx$，

(2)对每个 $x$，若 $\langle x, w, w' \rangle \in \approx$ 则 $\langle x, w', w \rangle \in \approx$

(3)对每个 $x$，若 $\langle x, w, w' \rangle \in \approx$ 且 $\langle x, w', w'' \rangle \in \approx$，则 $\langle x, w, w'' \rangle \in \approx$。

此外，$\approx_x$ 还要满足

($a$)如果 $w \approx_x w'$，则 $\{x_1 \mid x_1 \in X_w \text{ 且 } x_1 <_w x\} = \{x_1 \mid x_1 \in X_{w'} \text{ 且 } x_1 <_{w'} x\}$

及

($b$)如果 $w \approx_x w'$ 且 $x' <_w x$ 则 $w \approx_{x'} w'$。

在这种结构中，每个可能世界 $w$ 上有一个时态结构 $(X_w, <_w)$，对不同的可能世界 $w$ 和 $w'$，$X_w$ 和 $X_{w'}$ 中可以有公共的时

刻，各可能世界之间的关系不是固定的，而与时刻有关。$\approx_x$ 就表示在时刻 $x$ 时各可能世界间的联系。在 $S_5$ 语义中，各可能世界间的联系是自反、对称、传递的，所以对每个 $x$，$\approx_x$ 是等价关系。

(*a*)、(*b*)两个性质意味着：如果 $w\approx_x w'$，则 $w$ 和 $w'$ 中的时态结构在时刻 $x$ 以前的部分是相同的。(*a*)是说这两个部分的组成相同，(*b*)则是说它们的序结构也相同。如果 $w$ 和 $w'$ 在时刻 $x$ 有联系，那末它们在 $x$ 之前的时刻也都有联系。往历史之方向看，有某种"必然性"。公理 ***AK***16 表明凡与时刻无关的命题都是必然的，因而，偶然性就是由时间因素决定的。

Kamp 的语义结构可以用二维的图形表示，例如图 7.2 就是一个结构：

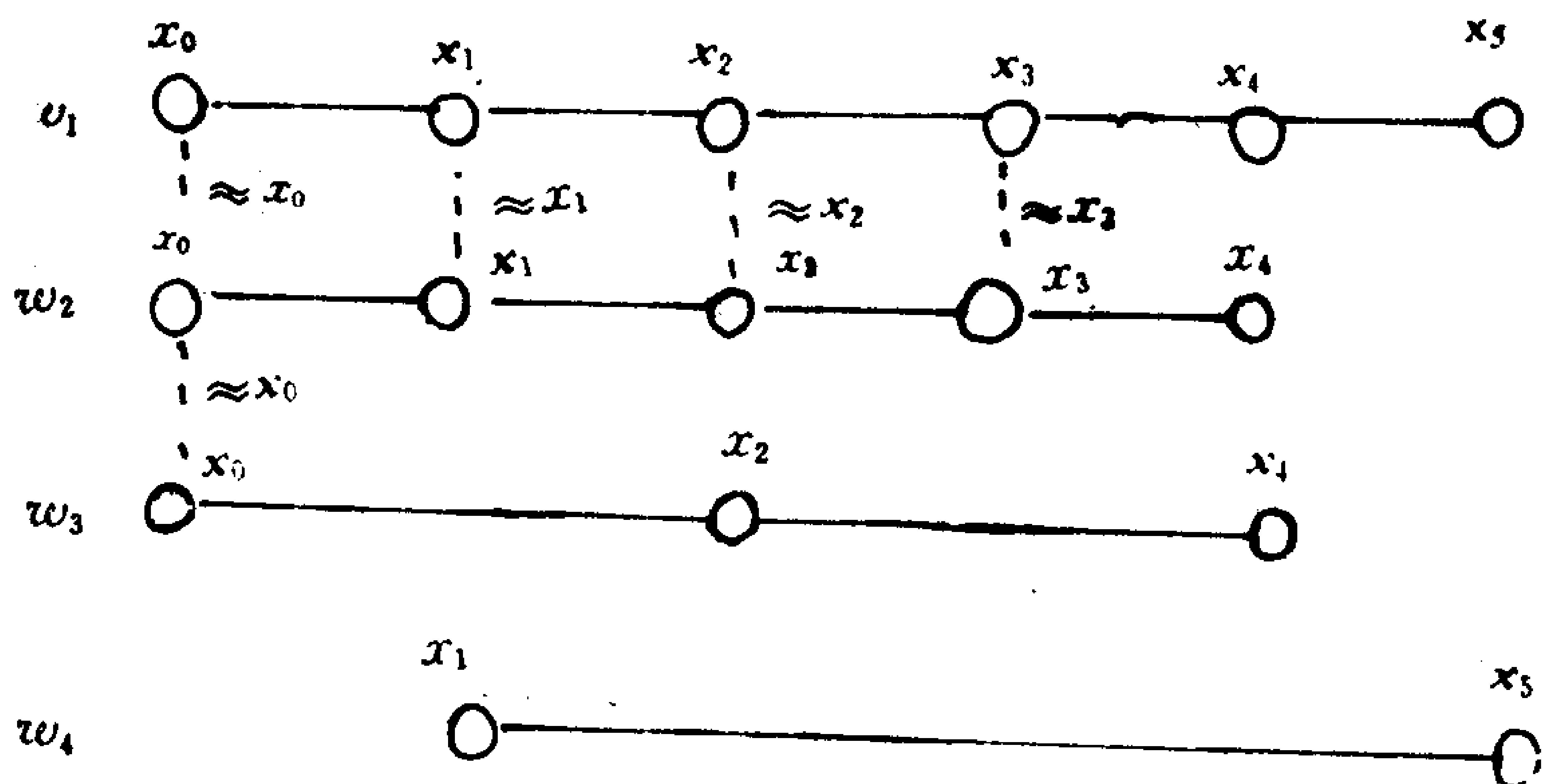



图 7.2

在图 7.2 所示的结构中，我们还可以在 $w_1$ 和 $w_2$ 的 $x_4$ 之间再加一条虚线表示 $\approx_{x_4}$，(当然，这就变成与图 7.1 不同的另一个结构了，但仍是 Kamp 结构)。但却不能增加其他任何虚线了，例如，决不能在 $w_2$ 和 $w_3$ 的 $x_2$ 之间连上虚线，那将使定义中的(*a*)、(*b*)不真。

这种结构上的指派是对每个命题变元 **p** 指定 $(\bigcup_{w\in W} X_w)\times W$ 的一个子集 $V_{(\mathbf{p})}$，直观上讲，

$$\langle x,w\rangle \in V(\mathbf{p})$$

就是说 **p** 在可能世界 $w$ 中的时刻 $x$ 为真。

赋值是由指派 $V$ 导出的由全体公式的集合到 $(\bigcup_{w\in W} X_W)\times W$ 的幂集的映射，仍记作 $V$：

$\langle x,w\rangle\in V(\neg\alpha)$ 当且仅当 $\langle x,w\rangle\notin V(\alpha)$；

$\langle x,w\rangle\in V(\alpha\wedge\beta)$ 当且仅当 $\langle x,w\rangle\in V(\alpha)\cap V(\beta)$；

$\langle x,w\rangle\in V(P\alpha)$ 当且仅当对某个 $y<_w x$ $\langle y,w\rangle\in V(\alpha)$；

$\langle x,w\rangle\in V(F\alpha)$ 当且仅当对某个满足 $x<_w y$ 的 $y$，$\langle y,w\rangle\in V(\alpha)$；

$\langle x,w\rangle\in V(\Box\alpha)$ 当且仅当对所有满足 $w\approx_x w'$ 的 $w'$，$\langle x,w'\rangle\in V(\alpha)$。

公理 ***AK*15** 意味着：如果 $\alpha$ 可能在过去为真(即有某个 $w'$ 满足 $w'\approx_x w$ 使 $\langle x,w'\rangle\in V(P\alpha)$)，则在过去的某一时间 $\alpha$ 确有机会为真(即有 $y$ 满足 $y<_w x$ 使 $\langle y,w\rangle\in V(\Diamond\alpha)$)，而决非妄言。这也反映了“历史必然性”这一观念。

容易验证，$K$ 系统的定理都是 Kamp 结构有效的，但反之不然，也就是说 $K$ 系统是不完全的。

我们以 $E_1(\alpha)$ 作为公式

$$F\alpha\wedge G(\alpha\vee P\alpha)$$

的缩写(可以理解为“在不远的将来有 $\alpha$”或“马上就有 $\alpha$”)，则公式

$$(PE_1(\mathbf{p})\wedge\Diamond PE_1(\mathbf{q}))\rightarrow(P(E_1(\mathbf{p})\wedge P\Diamond E_1(\mathbf{q}))\vee\vee P(\Diamond E_1\mathbf{q}\wedge E_1(\mathbf{p}))\vee P(E_1(\mathbf{p})\wedge\Diamond E_1(\mathbf{q})))$$

是 *Kmap* 结构有效而 $K$ 不可证的一个例子。

* * * * *

以上，我们简要地介绍了 Prior 型的时态逻辑。这些内容可以说是时态逻辑的主线，但决非时态逻辑之全部。时态逻辑算得上是现代应用逻辑中最完善的一个分支，不仅包括证明论、模型论方面的深入研究，而且还与现代物理学中的各种时空观密切结合，有所谓热力学逻辑、相对论逻辑等各个方面。这些更进一步的内容，有的涉及较多的预备知识，有的笔者也不甚了了，所以不能在此介绍，有兴趣的读者可参阅本文后面所列的文献（以及这些文献所引的文献）。

（作者：郭世铭）

# 参考文献

[1] 王宪钧,数理逻辑引论,北京大学出版社,1982。

[2] 周礼全,模态逻辑引论,上海人民出版社,1986。

[3] Bell, J. L. and Machover, M: A Cowrse in Mathematical Logic, North—Holland Publishing Company, 1977.

[4] Burgess, J. P: Basic Tense Logic, Gabbay and Guenthner (eds): Handbook of Philosophical Logic, Vol. Ⅱ, D. Reidel Publishing Company, 1984.

[5] Garson, J. W: Quantification in Modal Logic, Gabbay and Guenthner (eds.): Handbook of Philosophical Logic, Vol. Ⅱ, D. Reide Publishing Company, 1984.

[6] Prior, A. N: Time and Modality, Oxford, 1957.

[7] Prior, A. N: Past, Present and Future, Oxford, 1967.

[8] Rescher, N. and Urquhart, A: Temporal Logic, Springer-Verlag, 1971.

[9] Thomason, R. H: Combinations of Tense and Modality, Gabbay and Guenthner (eds.) Handbook of Philosophical Logic, Vol. Ⅱ, D. Reidel Publishing Company, 1984.

[10] Van Benthem, J. F. A. K: The Logic of Time, D. Reidel Publishing Company, 1983.

[11] Van Benthem, J. F. A. K: tense Logic and Standard Logic, Logique of Analyse 80.

# [四] 认知逻辑

## 1 什么是认知逻辑

### 1.1 认知逻辑的定义

认知逻辑的英文表述是 *Epistemic Logic*。也有人译作认识论逻辑，但为了和 *Epistemological Logic* 区别，我们取认知逻辑这一译法。

我们是在什么意义上使用认知逻辑这一术语的呢？也就是说，认知逻辑的定义与内容是什么呢？用认知逻辑的奠基者之一、芬兰哲学家辛提卡(Jaakko Hintikka)的话来说，“出现在这个题目下的逻辑一词是严格的。我首要的目的是系统地建立某些语句的集合，并证明它的严格一致性，这种严格的一致性同其他已经建立起来的逻辑系统的一致性将是可比的。”[①] 这段话说明，认知逻辑同逻辑演算一样，是通过建立一个包含基本符号、形成规则、公理与推理规则的公理系统来研究正确的认知形式的。对于这样一个非古典逻辑的系统，也同样要讨论它的一致性、完全性等古典逻辑中的元逻辑问题。

以上，只是对认知逻辑中的逻辑一词做了说明。进一步问，什

① Jaakko Hintikka, Knowledge and Belief: An Introduction to the Logic of the Two Notions. $P_3$(Cornell University Press, 1962.).

么是认知逻辑呢?

在近30年来,在哲学和逻辑学领域出现了一种研究趋向,它着重分析自然语言的很多表达形式,其特征是在古典逻辑以外增加一些某一领域的非逻辑的常项和公理。例如行为逻辑、道义逻辑、年代逻辑、时态逻辑、本体论逻辑、认识论逻辑等等。它们应用现代形式逻辑工具去分析、描述和处理哲学家们历来讨论的某些概念和概念结构,于是,人们把它们统称为哲学逻辑。在逻辑学界,哲学逻辑也被用作应用逻辑或非古典逻辑的同义语。

认知逻辑是认识论逻辑的一个分支。在雷谢尔(Nicholas Rescher)《哲学逻辑纲目》(《*Topics in philosophy Logic*》)一书中,认识论逻辑被认为包含了问答逻辑、认知逻辑、假设与支持逻辑、信息逻辑、归纳逻辑等。认知逻辑作为认识论逻辑的一部分是指信念逻辑、断定逻辑、知道逻辑、认为逻辑以及其他含有主观意识概念的逻辑。[①]这也就是说,认知逻辑是处理一些含有专门的认识论术语的命题的。《不列颠百科全书》(《*Encyclopaedia Britannica*》)中则把认知逻辑定义为"处理诸如知道、信念、断定、怀疑、问答等认识论概念范围内产生的逻辑问题。"[②] 这个定义同《哲学逻辑纲目》一书中的定义类似,只是把问答逻辑包括在内。

综上所述,我们现在可以有一个比较确切的关于认知逻辑的定义了:认知逻辑就是用逻辑演算的方法来研究含有诸如知道、相信、断定、认为、怀疑等认识模态词的认识模态命题形式的一门学科。相应地,其中包括了知道逻辑、相信逻辑、断定逻辑、认为逻辑等等。

---

① Nicholas Rescher, Topics in philosophical Logic P8(D. Reidel publishing Company, Dordrecht, Holland, 1968).

② 《The New Encyclopaedia Britannica》15th edition Volume 11$p_{29}$.

### 1.2 认识模态命题与认识模态词

我们在上面关于认知逻辑的定义中,用到了认识模态命题和认识模态词这两个术语,下面我们就专门解释一下这两个术语。

首先,我们看一下什么是认识模态命题。在日常语言中,我们经常碰到这样的命题:

拉普拉斯认为太阳系行星的数目是6。 (1)

惠施知道庄子知道鱼是快乐的。 (2)

我们相信历史是进步的。 (3)

伽利略断定自由落体的加速度与时间的平方成正比。 (4)

《共产党宣言》断定资本主义一定灭亡。 (5)

休谟怀疑现象之间存在着因果关系。 (6)

抽去这些命题具体的、历史的内容,我们会发现它们有如下一些共同点:

第一,它们都有一个表示认识主体的词项。当然,这个认识主体可以是一个人,也可以是对某一命题有共同认识的一群人,还可以是一个宣言、文件或某个理论的公理系统。

第二,在表示认识主体的词项后面,它们都含有一个认识论概念,如知道、认为、相信、断定、怀疑等。这些词我们称为认识模态词或认识算子。在本文中,统一取前一种名字。

第三,在认识模态词之后,它们都含有一个命题。这个命题可以是命题演算中的原子命题或复合命题,也可以是一个认识模态命题。(如句(2))

我们把具有上述特点的命题就称为认识模态命题。

在标准的现代逻辑中,我们研究的是命题本身的形式结构。而对于认识模态命题,我们则要研究认识主体与其所涉及的命题之间的逻辑关系。它们之间的逻辑关系是由什么决定的呢?这是由连结它们的认识论概念,也就是认识模态词的涵义决定的。不同的认识模态词表达了不同的认识关系。例如,“$a$ 知道 $p$”中的 $a$ 与 $p$

的关系同“$a$ 相信 $p$”中的 $a$ 与 $p$ 的关系是不一样的。

在认知逻辑的研究中，为了使问题更明确、更简单、更集中，人们也研究没有表示具体认识主体的词项的命题。例如：

知道张三死了。 (1)

相信他会来。 (2)

当然，在日常语言中，这类表述是不常见的，甚至可以认为是不合语法的。即使有，也是在特定场合，认识主体可以是不言而喻的。但在认知逻辑的研究中，它们却被认为是可以的。我们把这类命题称为绝对认识模态命题，而把含有表示具体认识主体词项的命题称为相对认识模态命题。

在传统的模态逻辑中，人们在分析模态命题的结构时，就注意到了命题模态(*De Dicto*)与事物模态(*De Re*)的区别。命题模态就是用一个模态词作为表述一个命题的谓词。例如，“人要死是必然的。”这里的模态词“必然的”是“人要死的”这个命题的谓词，因而它是一个命题模态。事物模态就是用一个模态词作为主词所指谓的事物的谓词或谓词中的一部分。例如，“人必然要死”。这里的模态词“必然”是主词“人”的谓词“必然要死”的一部分，因而它是一个事物模态。

认知逻辑的奠基人之一、芬兰哲学家冯·莱特(G. H. von Wright)在分析认识模态命题的结构时，也把认识模态区分为命题的认识模态和事物的认识模态。[①]我们以上举的一些例句都属命题的认识模态。当然，它们也可以改写成事物的认识模态形式。所谓命题的认识模态是指命题是这样一种方式：一个命题被知道或不被知道是真的，或一个命题被相信成不被相信。例如，“知道约翰死了”。在冯·莱特规定的解释下，这句话也可表述为“约翰死了这一命题被知道是真的。”在这里，“被知道是真的”是“约翰死了”

① G. H. von Wright: An Essay in Modal Logic $P_{33}$ (North—Holland publishing Company, 1951).

这一命题的谓词。所谓事物的认识模态是指命题是这样一种方式：一个事物被知道（或不被知道）具有（或不具有）某性质。例如，“约翰被知道死了”。同对命题的认识模态的解释相对应，这句话可表述为“一个叫做约翰的人被知道死了。”在事物的认识模态中，“被知道是死了”是作为“约翰”这一名词的谓词，这个谓词是一个被认识模态规定了的，也可称为复合谓词。我们可以用一阶谓词演算的办法处理它。在本文中，我们处理的认识模态命题主要是命题的认识模态。

另外，我们之所以把认知逻辑研究的认识论概念与命题称为认识模态词与认识模态命题是有历史原因的。标准模态逻辑（*Alethic* 模态逻辑）是比认知逻辑古老的学科。标准模态命题通常是在某一句子形式的一端加上模态词，使这个句子形式得以表示事物或某属性的必然性与可能性。标准模态逻辑则是在通常的命题演算和通常的谓词演算的基础上，加上“必然”与“可能”这些基本概念或基本符号而形成的逻辑演算。运用标准模态逻辑的研究方法来处理认知逻辑，人们很自然地把诸如“知道”、“相信”、“断定”等认识论概念看作同“必然”、“可能”类似的另一类模态词，把两类逻辑系统中的推理规则进行类比。例如：

由“命题 $A$ 是必然的”可推出“命题 $A$ 是真的”而由“命题 $A$ 是真的”推不出“命题 $A$ 是必然的”。

类似地：

由“知道命题 $A$ 是真的”可推出“命题 $A$ 是真的”，而由“命题 $A$ 是真的”推不出“知道命题 $A$ 是真的。”

于是，在最初，建立认知逻辑的任务就是寻求它与标准模态逻辑之间进一步的类比。并且，由此我们也可以理解在认知逻辑中为什么那么自然地研究在自然语言中并不自然的绝对认识模态命题，恐怕一个很重要的原因就是它们与普通模态命题的类似。

当然，在今天，认知逻辑的研究已超出了仅与标准模态逻辑类比的范围。但与标准模态逻辑类比的历史已使人们习惯把认知逻

辑研究的命题称为认识模态命题，把认知逻辑中的认识论概念称为认识模态词。而认知逻辑则被人们认为是一种非标准化的模态逻辑。

### 1.3 认识模态命题形式

进一步，我们可以把上述认识模态命题形式化。

我们用小写的拉丁字母 $a,b,c,a_1,b_1,c_1,\cdots,x,y,z,x_1,y_1,z_1\cdots$ 表示个体变项，用 $p,q,r,p_1,q_1,r_1,\cdots$ 表示命题变项，用大写拉丁字母 $A$（表示断定 *Assert*），$B$（表示相信 *Believe*），$K$（表示知道 *Know*）等表示认识模态词，那么上述相对认识模态命题就可表述为如下形式：

$Kap$　　读作 $a$ 知道 $p$

$Bap$　　读作 $a$ 相信 $p$

$Aap$　　读作 $a$ 断定 $p$

……

而绝对认识模态命题则可表述为如下形式：

$Kp$　　读作知道 $p$

$Bp$　　读作相信 $p$

$Ap$　　读作断定 $p$

……

我们把这些用表意符号表示的公式称为认识模态命题形式。更确切地说，认知逻辑就是研究这些认识模态命题形式的。

在现代逻辑文献中，关于认识模态命题形式，还有一些其他的记法。例如，先假定一个人 $x$，用 $Bx$ 表示 $x$ 的信念的集合，“$x$ 相信 $p$”这一命题就表示为 $p\in Bx$。如用 $Kx$ 表示 $x$ 的知识的集合，则“$x$ 知道 $p$”这一命题就表示为 $p\in Kx$。另外，辛提卡曾用“$Pap$”表示“对于 $a$ 知道的一切，$p$ 是可能的。”我国马希文用 $P:p$ 表示“$P$ 知道 $p$ 是否真”。用 $P!\ p$ 表示“$P$ 知道 $p$ 为真，”等等。也有人把认识模态词看作一种二元模态，用 $K(a,p)$ 表示 $a$ 知道 $p$，$B(a,p)$

表示 $a$ 相信 $p$。

进一步，我们可以用命题演算中的命题连结词 $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$ 把各种认识模态命题进一步结合为稍为复杂的认识模态命题。例如：

$Kap \wedge Kaq$　　读作 $a$ 知道 $p$ 中并且 $a$ 知道 $q$。

$Ba \neg p$　　读作 $a$ 相信非 $p$

$Kap \rightarrow Baq$　　读作 $a$ 知道 $p$ 蕴含 $a$ 相信 $q$。

……

另外，我们还可以有：

$KaKbp$　　读作 $a$ 知道 $b$ 知道 $p$；

$BaKbp$　　读作 $a$ 相信 $b$ 知道 $p$；

$KaKbKcp$ 读作 $a$ 知道 $b$ 知道 $c$ 知道 $p$。

……

当然，$B$，$K$，$A$ 等认识模态词同 $\neg, \vee, \wedge, \rightarrow, \leftrightarrow$ 这些逻辑连接词不同。从语义上看，后者都是真值函项的，例如，每一种 $p$ 和 $q$ 的真值组合都唯一地决定 $p \rightarrow q$ 的真值，但我们却不能由 $p$ 的真值唯一地决定 $Kap$，$Bap$ 或 $Aap$ 的真值。

例如，“太阳系有九颗行星”这是一个值为真的命题。但“拉普拉斯认为太阳系有九颗行星”则是值为假的命题。因为历史文献记载，拉普拉斯认为太阳系有六颗行星。但“当代天文学家认为太阳系有九颗行星”则是值为真的命题。所以，这类命题的真假不仅仅由其中的命题 $p$ 的真、假决定，而且还与“认为”的意义相关，与认知的主体相关，所以认知逻辑也可看作是一种内涵逻辑。

## 2 认知逻辑历史概述

在上一节我们已经提到过在历史上曾经有一段时间，关于认知逻辑的研究只局限在和标准模态逻辑的类比上。人们发现二者之间有不少可类比性。例如：

由“命题 $A$ 是必然的”可推出“命题 $A$ 是真的”；而由“命题 $A$ 是真的”推不出“命题 $A$ 是必然的”。

类似地：

由“知道命题 $A$ 是真的”可推出“命题 $A$ 是真的；”但由“命题 $A$ 是真的”推不出“知道命题 $A$ 是真的”。于是，认知逻辑中的“知道”就很像标准模态逻辑中的“必然”。

由此，认知逻辑的任务似乎就是进一步寻求与模态逻辑的相似性。

但在传统的模态三段论的研究中，人们也偶然地发现了这二者之间的非类比性。在中世纪，斯科特[①]在研究模态命题的换位和三段论时，也研究了如“相信”、“知道”、“希望”等主观模态概念的逻辑性质，他指出：

(1)如果我们在前提上加上“知道”这个词，我们得到的仍然是原来的结论，而不能得出在原有结论前加上“知道”的结论，也就是说，

$$[(p\to q)\wedge Kap]\to q$$

成立。而 $[(p\to q)\wedge Kap]\to Kaq$

是不成立的。

(2)同样，对于“相信”一词，

$$[(p\to q)\wedge Bap]\to q$$

成立。而 $[(p\to q)\wedge Bap]\to Baq$

是不成立的。

(3)即使我们假定了一个三段论中每一个命题都涉及到的是同一个“知道者”，我们也不能得出“知道结论”的结论。

总之，伪一斯科特认为，如果结论可以通过推理被知，那么更应该知道的是借以得出结论的推理的有效性。由此，他在认知逻辑

① 逻辑史家认为，进行这一研究的不是哲学家邓斯·斯科特，而是 14 世纪时的安·斯科特(Ann Scotus)。人们给后者加上 Pseudo(伪)一词，称其为伪一斯科特。

和标准的模态逻辑之间发现了一个非类比：

在一个三段论中，

如果前提必然的，结论亦是必然的；

但是，

如果知道前提是真的，未必知道结论是真的。

以上关于认知逻辑的一些研究都不是专门性的，而是在研究标准模态逻辑时的一些副产品。

对认知逻辑的专门研究是本世纪40年代以来的事。1947年，卡尔纳普(R. Carnap)发表了《意义与必然》(《*Meaning and Necessity*》)一书，书中讨论了带有"相信"和"断定"认识模态词的语句。1948年，波兰逻辑学家耶西(Jerzy,Zo's)发表了题为《多值逻辑与内涵涵项的形式》(《*Logiki wielowarto'sciowe a formalizacia funkcji inten'syonalnych*》)的重要论文。其中提出了关于信念逻辑的七条公理，下面我们用常用记法给出这七条公理：

(1) $Bx\{(p\to q)\to[(q\to r)\to(p\to r)]\}$

(2) $Bx\{(\neg p\to p\to p)\}$

(3) $Bx\{(p\to(\neg p\to q)\}$

(4) $Bx\neg p\leftrightarrow\neg Bxp$

(5) $Bx(p\to q)\to(Bxp\to Bxq)$

(6) $(x)Bxp\to p$

(7) $BxBxp\to Bxp$

上面式中的 $B$ 是在通常的命题和谓词演算中新增加的一个初始符号。$Bxp$ 的直观解释为 $x$ 相信 $p$。在耶西那里，是用 $L$ 表示。美国逻辑学家雷谢尔认为耶西是断定逻辑的创始人。但现在来看，他给出的是信念逻辑系统而非断定逻辑系统。

从严格的意义上说，真正建立了认识模态命题系统的是冯·莱特。他于1951年发表了《模态逻辑概要》(《*An Essay in Modal Logic*》)一书。在这本书中，他以标准的模态逻辑为基础，研究了道义逻辑、认知逻辑等非标准模态系统。

冯·莱特认为伪—斯科特所指出的并不能影响标准的模态逻辑与认知逻辑之间的类比。他把"知道真"作为他系统中唯一不需要定义的认识模态词，用它定义了"否证"和"未判定"。冯·莱特认为，用"形式的方式"来看，"知道真"对应于"必然"，"未判定的"对应于"不必然"，"否证"对应于"不可能"，"非否证"对应于"可能"。它们之间的逻辑关系也形式地相当于标准模态逻辑中的必然、不可能和可能之间的逻辑关系。由此，冯·莱特把标准模态逻辑中的推理原则转换成认知逻辑的原则，建立了一个认识模态系统。在下一节中，我们将给出这一系统。

但在这种从标准模态逻辑到认知逻辑的推理原则转换中也存在问题。例如，按照冯·莱特的转换，"任意一个逻辑法则都是必然的"，可以转换成"知道任意一个逻辑法则是真的"。但如果把这一认知原则用于考察某个人在某个时间的真实知识，就会发现这个原则是不成立的。不是任何一个人在任何时候都知道任一个逻辑法则是真的。由此可见，如果不考虑认识主体，或只考虑一个人的知识，认知逻辑同标准模态逻辑的区别不大。但实际上，在认识论中，我们考虑的不是一个人的知识，并且知识永远是在变化发展的。就这两点而言，认知逻辑的意义必然要比标准模态逻辑丰富得多，复杂得多。

因此，如何在这两种逻辑的推理原则的转换中更好地保证语义的等价，内涵的同义等问题就成为认知逻辑需要解决的问题。

1957年，美国逻辑学家科恩(L. Jonathan Cohen)发表了题为《间接引语的逻辑可以形式化吗？》(《*Can the Logic of Indirect Discourse be formalized?*》)一文，对卡尔纳普以来的工作作了一个分析。在逻辑学家看来，认识模态命题都属于一种宽泛意义上的间接引语。科恩指出，"近来，用形式术语分析或解释断定语句和别的间接引语的尝试，似乎忽视了甚至比熟悉的就等价、同义、可译性等提出的问题更大的困难。这种困难产生于下列事实：在司法、新闻或历史的事实发现中，同在日常社交中一样，我们经常引证有

关目击者的关于事实的语句，并以其证词报告作为前提，从中推出事实真相。我们推论的基本部分是从一层语句跳到另一层，也许再跳回来。这样，就产生了困难：此推论的形式化如何能采取任何有用的层次，以保证克服语义矛盾？”[①]这也就指出了，构造各种认知逻辑的一个很重要的意义，在于避免使用间接引语时的语义悖论。

1962 年，辛提卡发表了《知识与信念》(《*Knowledge and Belief*：*An Introduction to the Logic of the Two Notions*》)一书。这是一本专门讨论认知逻辑的专著。美国逻辑学家奇泽姆(R. N. Shisholm)在评价这本书时说，“它对认识论、语言哲学、精神哲学都做出了重要贡献”。“弄清了知识和信念中的一些逻辑问题以及哲学问题”。[②]

辛提卡在这里做出的最重要的工作是提出了模型集合和模型系统的技术方法，并把这一方法运用于认知逻辑，给出了认知逻辑的语义解释，用一种新的角度处理了从标准模态逻辑到认知逻辑的转换，使认知逻辑发展到了一个新水平。

到了七八十年代，在计算机科学与人工智能的发展中，人们遇到了许多逻辑学、语言学、算法语言等领域的问题。我们知道，人类思维要运用语言，而所想的问题往往是一些逻辑关系，而人工智能的任务归根结底是要把越来越多的自然语言和逻辑关系变成算法语言。要实现这一步，只关心真假的外延逻辑是不够用的，一个重要的任务是必须把内涵逻辑形式化。例如，对于人机对话，就要让机器理解你讲的概念的含义是什么。这种人工智能的发展趋向很自然地同认知逻辑的研究结合起来了，也显示出了认知逻辑的理论意义和实际意义，并且也对认知逻辑的发展提出了新的要求。在

---

① L. Jonathan Cohen：Can the Logic of indirect discourse be formalised? 见《The Journal of symbolic logic》1957 Vol. 22 P225—232.

② R. N. Shisholm：The Logic of Knowing 见《The Journal of Philosophy》1963. Vol. 60，P773.

这种情形下，仅仅建立一个与标准模态逻辑类似的形式系统，或者为它建立一个特殊的一阶理论已经不够了，更有意义的是如何把认知逻辑中明确了的认识模态词和认识原则变成可以让计算机实现的算法。这种研究现在已有初步的成果。例如，北京大学计算机系的马希文教授 1979 年在美国斯坦福大学人工智能实验室设计的对话解题系统 KP—O，就是这种思想的一个实现。当然，这方面的工作还有待进一步发展。就目前来看，研究认知逻辑有两个方向，一是把各种认识模态命题系统都变成一阶理论，从而用简单的方法解决复杂的问题。这是数理逻辑的方向。另一个方向是人工智能的方向，它不限于一阶谓词，而是构造一些复杂的算法解决简单的问题，以便机器能够在一定的步骤内把各种牵涉到认识概念的问题解出来，证明某些人在学习过程结束时的知识论断是否真。这两个方向都在探索中。

另外，从 1965 年美国数学家扎德(L. A. Zadeh)提出关于模糊集合、语言变量及模糊逻辑的理论以来，运用模糊逻辑来处理认知逻辑地成为一个方向。例如，对于“相信”一词，在不同的语言情形下，有不同的相信度(或确信度)。关于这方面的工作，可参看冯·莱特 1980 年主编的《逻辑与哲学》(《*Logic and Philosophy*》)一书。

## 3 关于“知道”、“相信”的模态逻辑

标准的模态逻辑在历史上已研究得比较清楚。我们可以用同样的手法来研究各种认知逻辑。在本文中，我们只讨论知道逻辑和信念逻辑。关于断定逻辑，我们有专门的条目。关于其他认知逻辑，如认为逻辑、怀疑逻辑等则略去不讲。

### 3.1 知道模态逻辑

知道逻辑是认知逻辑的一个分支，也是认知逻辑中研究得比

较充分和比较系统的一个分支。这是因为“知道”一词的涵义比“相信”“认为”等要相对简单一些。

作为知道逻辑的理论出发点的是知道的命题意义，而不是知道的操作意义。所谓命题意义是把知道这件事或那件事作为一个事实；所谓操作意义是要探讨知道这件事或那件事是如何完成的。知道逻辑就是把“$x$ 知道 $p$”作为一个事实来看待，而不考虑 $x$ 如何知道 $p$。

“知道”一词在日常语言中到底有几种涵义呢？有时我们会遇到这种命题情形，“我以为我知道 $p$，但我错了。”在这一命题中，知识是有意义的，但错误也是明显的，那么知识就不再成其为知识。这种命题情形不属我们考虑之列。另外，还有这种情形：“我知道 $p$，但 $p$ 可能是错的。”这实际是一个矛盾语句，也不属考虑之列。下面，我们给出两个关于“知道”的模态逻辑系统，以便确切把握“知道”的涵义。

首先，我们给出冯·莱特关于知道逻辑的系统。[①]

冯·莱特认为，对“知道 $p$”[②] 通常有两种不同的解释：

(1)知道被 $p$ 表达的命题是真的；(此句的重点在于知道 $p$ 表达的命题是真的)。

(2)知道 $p$ 中表达一个真命题。(此句重点在于知道公式 $p$ 与真命题的关系)

他采取了第一种解释。

同标准模态逻辑类似，在这个知道逻辑系统中，冯·莱特把通常命题逻辑中的语句定义为 $V_0$ 语句，这个语句的初始符号、形成规则、推演规则在知道逻辑系统中仍是成立的。在 $V_0$ 语句的基础

① G. H. von Wright: An Essay in Modal Logic P29—35(North—Holland Publishing Company, 1951).

② von Wright 用的是“知道 a”，为全文符号统一，我们用 p, q, r 等表示命题变项。

上,冯·莱特引进"知道真"或"证实了的"作为他的系统中唯一不需要定义的认识模态词,用 $V$ 表示。$Vp$ 被解释为"命题 $p$ 被知道为真,或命题 $p$ 被证实。他用 $V$ 定义了 $F$:

**定义** 1 $Fp \underset{df}{=} V \neg p$

定义 1 是说:命题 $p$ 被否证,也就是命题 $\neg p$ 被证实,或命题 $\neg p$ 被知道是真的。

**定义** 2 $U_p \underset{df}{=} \neg V_p \wedge \neg V \neg p$

或 $\underset{df}{=} \neg Fp \wedge \neg F \neg p$

定义 2 是用 $V$ 或 $F$ 来定义 $U_p$,$U_p$ 被解释为命题 $p$ 是未判定的。定义 2 是说,如果一个命题 $p$ 和它的否定 $\neg p$ 都不是可证实的(或否证的),那么这个命题就是未判定的。

我们现在已经有了一个 $V_0$ 语句和 $V$、$F$ 等认识模态词,如把 $V$ 或 $F$ 放置在一个 $V_0$ 语句中的原子语句或复合语句前,则分别称之为原子 $V_1$ 语句和原子 $F_1$ 语句。原子 $V_1$ 语句或原子 $F_1$ 语句的复合称之为 $V_1$ 语句。这个知道逻辑系统讨论的即是 $V_0+V_1$ 语句。

在这个系统中,$V_0$ 语句的推演原则成立,那么对于 $V_1$ 语句,有哪些推演原则成立呢。冯·莱特用一种形式的观点把标准模态逻辑和知道逻辑对应起来,提出如下知道逻辑的推演原则:

(1)$\neg F$ 分配原则

$$\neg F(p \vee q) \rightarrow (\neg Fp) \wedge (\neg Fq)$$

它对应于标准模态逻辑中的 $M$(代表模态词"可能的")分配原则。

(2)$\neg F$ 特殊原则:

$$\neg Fp \vee \neg F_{\neg}p$$

它对应于标准模态逻辑中的 $M$ 特殊原则。

(3)$\neg F$ 一般原则

$$Vp \rightarrow \neg Fp$$

它对应于标准模态逻辑中的 $M$ 一般原则。

(4)内涵性原则

$$(p\leftrightarrow q)\rightarrow(\neg Fp\leftrightarrow\neg Fq)$$

它对应于标准模态逻辑中的外延原则。

另外,还有一个纯表示一种技术推论的原则。

(5)V 重言式原则

如果知道一个命题是一个重言式,那么这个命题被证实也是一个重言式。

这一原则对应于标准模态逻辑中的 $M$ 重言式原则。

运用这些原则,判定问题就可以有效地用真值表的方法来解决。因为,根据这些原则,我们可以找出任一知道逻辑的命题的 $\neg F$ 因子,即把知道模态公式换成只包含 $\neg F$ 与命题变元以及逻辑连结词的公式。把命题变元作为 0 级模态因子,把 $\neg F$ 作为一级模态因子,就可作出任一知道逻辑的真值表。根据这样的真值表,就可判定任一知道逻辑的命题是或不是知道逻辑的常真公式。这就是冯·莱特模态真值表[①] 思想在知道逻辑中的运用。

以上冯·莱特的系统是形式地从标准模态逻辑中转化来的。

下面,我们再给出一个系统。这一系统主要参考了马希文的知道模态系统。我们仍然从分析"知道"的涵义开始。

辛提卡认为,"当我说知道 $p$ 时,更严格适当的说法是'知道 $p$ 真'或'知道 $p$ 表达什么'。"[②]这里,辛提卡对这样两种说法没做进一步的区分。我们可以把"知道 $p$ 表达什么"严格表述为"知道 $p$ 是否真。""知道 $p$ 真"和"知道 $p$ 是否真"这两种用法的涵义是不同的。例如,"我知道他来了"和"我知道他来了没有"是不同的,从前者可以推出"他来了",但从后者却推不出这点。

① 关于冯·莱特的模态真值表方法可参看他的 An Essay in Modal Logic (1951)。

② Jaakko Hintikka:Knowledge and Belief(1962)P19.

现在，我们在普通命题演算中的初始符号的基础上加上$Kap$，它表示$a$知道$p$真。这就构成了知道逻辑的初始符号。

定义　$K^{w}_{ap} \underset{df}{=} (p \rightarrow Kap) \wedge (\neg p \rightarrow Ka\neg p)$

$K^{w}_{ap}$表示$a$知道$p$是否真。

形成规则：

(1)普通命题演算的形成规则；

(2)如果$A$是合式公式，那么$K_aA$和$K^{w}_{a}A$也是合式公式；

(3)只有满足(1)和(2)的才是本系统的合式公式。

除了普通命题演算中的推理规则以外，本系统还有以下的推理规则：

(1)　$K_{ap} \vdash p$

$\vdash$表示公式右边是公式左边的逻辑后承。

这条推理规则是说，如果$a$知道$p$，则$p$真。这类似于标准模态逻辑中的：如果$p$是必然的，那么$p$是真的。把这条立为一条规则，说明本系统是在一种很坚定的意义上理解知识的。它假定了运用知道模态词的主体是了解知识的含义并且是不撒谎的。这构成了知道逻辑的一个基本立场。

(2)如果$p_1, p_2, \cdots, p_n \vdash q$

则$K_{ap1}, K_{ap2}, \cdots, K_{apn} \vdash K_{aq}$

这条推理规则实际是两条推理规则的综合：①如果$K_{ap}$并且$p \rightarrow q$，那么$K_{aq}$；②如果$K_{ap}$并且$K_{aq}$那么$K_a(p \cdot q)$。

这条推理规则说明知道逻辑中的知道意味着可靠的知道或理性的知道，也就是说，运用知道模态词的主体是足够聪明的，具有完善的推理能力。

(3)　$K_{ap} \vdash K_aK_{ap}$

这条推理规则实际说明了一个人对自己的知识是自觉的，他知道自己知道什么。辛提卡也曾专门讨论过这个问题，认为这二者实质上是等价的。

从以上关于本系统推理规则的说明中，我们会对“知道”一词

在知道逻辑中的含义有更明确的理解。在我们讨论知道逻辑时，我们假定了人们获得是真知，没有撒谎和误会，人们是有完善的推断能力，并且对于自己的知识是自觉的。如果去掉这些条件，那么就不是知道逻辑，而成为认为逻辑了。“认为”比“知道”一词在语言中的自由度更大。一个人的认为彼此是相容的，不能矛盾，但可以和事实矛盾。这就增加了问题的难度，所以，现在关于认为逻辑还讨论得很少。

由此，我们也可以看到，知道逻辑中的“知道”已经同日常语言中的“知道”一词有了差别，但是如果没有这种差别，也没有知道逻辑。知道逻辑中的“知道”一词既是从日常语言中分析出来的，也是构造出来的。

另外，从亚里士多德时代开始，人们就一直在强调两种知识的区别，一种是含混的，需要精确化的，另一种是潜在的，心照不宣的，需要把暗含的东西推演出来的。知道逻辑的推理规则说明，知道逻辑是建立在第二种意义上的，否则，这些规则将是不成立的。运用自然推理的方法，根据上述规则和普通命题演算中的推理规则，我们就可以证明该系统的定理。

关于命题演算的知道模态逻辑可以有各种不同的系统，我们这里就不介绍了。

以上说明的是关于命题演算的知道模态逻辑。但是有些关于知道的逻辑问题，要用模态逻辑写出来，必须用到谓词演算。例如，下面这一著名问题：

一个老师选择了　$2\leqslant n,m\leqslant 9$

把 $n$ 和 $m$ 的和告诉了 $S$ 先生

把 $n$ 和 $m$ 的积告诉了 $P$ 先生

问 $n,m$。

$S$：我不知道。但我知道 $P$ 也不知道。

$P$：我知道了。

$S$：我也知道了。

求 $n, m$。

但如何在谓词演算一级建立知道模态逻辑，这种工作至今还没见报道。我国马希文教授曾用可能界的谓词演算来解决知道模态逻辑的命题演算的问题，以及一些超过命题演算范围的问题。所谓“可能界谓词演算”[1] 是把 $Kap$ 中的 $p$ 看成一个关于可能界的谓词。$Kap$ 用这种谓词演算的符号来表示，就是

$$(\forall w)[a(w) \rightarrow p(w)]$$

这一公式表示：对于任一个可能界，只要 $a$ 能接受它，那么 $p$ 对于这个可能界就是真的。这种方法是借助于通常的一阶谓词演算来进行演算。但它对把知道模态逻辑推广到谓词演算是很有意义的。

### 3.2 信念模态逻辑

信念逻辑(*The Logic of Belief*)也可译作相信逻辑。

从逻辑的观点看，信念一般被分析为相信某论题者与其所相信论题之间的关系。

如果说知道逻辑中的“知道”提供的是真知识的话，信念则既可能提供知识，又提供谬见。罗素(B. Russell)曾讲过，信念“是真理和谬误的运载者。”[2]这也就是说，知识与真有着联系，$Kap \vdash p$。但信念与真之间并没有联系，$Bap \vdash p$ 是不成立的。这是知道逻辑与信念逻辑在推理规则上的最根本的区别。因此，这也增加了建立信念逻辑的困难。

同建立知道逻辑一样，作为建立信念逻辑的第一步是要说明一个人相信某事，即 $x$ 相信 $p$ 的确定含义是什么。

从日常语言的使用来看，$a$ 相信 $p$ 至少有以下几种涵义：

第一种是相信者明显地倾向于或明确地赞成某一命题。当然，

---

① 马希文，“有关‘知道’的逻辑问题的形成化”，见《哲学研究》1981 年第 5 期，P30—38。

② B. Russell, Analysis of Mind, (1921) P231.

这里假定了相信者是诚实和坦率的。雷谢尔认为这种解释具有心理学的特征。信念逻辑不考虑这种涵义。

第二种是行为主义的涵义。也就是说，$x$ 如果像 $p$ 表达的那种情况去做，那么就有“$x$ 相信 $p$”。信念逻辑也不采取这种解释。

第三种涵义是把 $a$ 相信 $p$ 看作一种许诺，一种信奉，一种应承担的义务。这也就是说，不管相信者是否承认某一命题，甚至可能怀疑它，但他承担义务地赞成某一命题。在信念逻辑中，我们正是在这第三种意义下使用“相信”一词的。

下面，我们给出一信念逻辑的命题演算模态系统，从中我们可以更确切地把握“相信”这一认识模态词。

现在我们把 $Bap$ 作为信念逻辑中的初始符号，它表示“$a$ 相信 $p$”。再加上普通命题演算中的初始符合就构成了信念逻辑的初始符号。

同知道逻辑一样，在信念模态逻辑的命题演算中，也要新加一条形成规则：如果 $A$ 是公式，$a$ 是自由变元，则 $BaA$ 也是公式。

现在的关键是，除了普通命题演算的推理规则外，信念逻辑还遵循什么推理规则。

美国逻辑学家雷谢尔曾指出一些信念逻辑不能遵循的推理规则：[①]

(1) $Bxp \vdash p$

(2) $\neg xp \rightarrow Bx\neg p$ 或 $Bxp \vee Bx\neg p$

(3) $\neg p \rightarrow Bxp$

(4) $[Bxp \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow Bxq$

(5) $[Bxp \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow Bxq$

(6) $[Bxp \wedge (p \rightarrow q)] \rightarrow \neg Bxq$

以上是在信念逻辑中不成立的规则，下面我们看一下信念逻辑遵循什么推理规则：

---

① Nicholas Rescher, Topics in Philosophical Logic, (1968) P41—43.

(1) $Bx\neg p \to \neg Bxp$

这一推理规则是说,如果 $x$ 相信$\neg p$ 则不相 $p$。这也就是说,相信者具有不同时相信逻辑上矛盾命题的理性。这条原则就构成了信念逻辑的理性基础。这条原则也叫做一致性原则。

(2)如果$\vdash \neg p$ 那么$\neg Bap$

这是一致性原则的一个补充。相信者不能相信一个已经在逻辑上证实了的命题的否定。

(3)$(Bap \wedge p \models q) \to Baq$

注意,这里引进了符号"$\models$"以区别于符号"$\vdash$"。我们前面已经解释过,"$\vdash$"是逻辑后承。在普通命题演算中,"$\models$"表示语义后承。在这里,我们对信念模态逻辑还没有作真值的语义解释,这里借用这个符号表示"明显地后承"。这也就是说,信念逻辑与知道逻辑和断定逻辑相比,只有较小的推理能力。因为相信者不是完全理性地,而更多是义务地接受一个命题的逻辑后承,所以,对于他来说,这个逻辑后承必须非常明显,一般推理步骤限制到两到三步以内。

例如,我们看以下两个命题:

$p$:地球上的人数比任何人头发的数目多;

$q$:地球上至少有两个人有相同的头发。

运用抽屉原则进行演绎推理,可以从 $p$ 推出 $q$,即 $p \to q$。

但对于一个相信者来说,根据我们最初的解释,他有义务承认 $q$,可能他根本不承认世界上有两个人具有相同多的头发。但没有推理能力的义务是有限的。由于他不具备运用抽屉原则的推演能力,他可能不相信 $p \to q$,所以要他义务地相信 $q$ 也是困难的。所以,雷谢尔认为$[Bxp \wedge (p \to q)] \to Baq$ 是不成立的。

也有人用:

$$[Bxp \wedge Bx(p \to q)] \to Baq$$

来表示信念逻辑中的极小推理能力。由此,我们可以对义务地相信有比较确切的了解了。这也使信念逻辑与断定逻辑区别了开来。

(4)$(Bxp \to Bxq) \to (p \to q)$

这条原则说明人们相信的论断之间有一种逻辑的理性关系。

(5)如果 $Bxp_1, Bxp_2, \cdots, Bxp_n$

那么 $B_x(P_1 \wedge P_2 \wedge \cdots \wedge P_n)$

以上推演规则的给出参考了帕波(A. Pap)[①]的系统和雷谢尔的系统。[②]

在知道逻辑中,我们有 $KaKap \rightarrow Kap$,在信念逻辑中有没有类似的规则呢?也就是说人们的信念是否是自觉的有意识的呢?我们这里只从逻辑的一致性去考虑。

如果 $BxBxp \rightarrow Bxp$ 成立,那么依据上述的推理规则(4)就有 $Bxp \rightarrow p$,而我们一开始,已从信念涵义的分析中否定掉了这一原则。所以,在我们以上给出的系统中 $BxBxp \rightarrow Bxp$ 是不成立的。

运用自然推理的方法,我们就可以运用上述规则推出该系统中的定理。例如:

$\vdash Bxp$ (假设)

$P \rightarrow p \vee q$ (命题演算中的原则)

$\vdash Bx(p \vee q)$

则 $Bxp \rightarrow Bx(p \vee q)$

现在,逻辑学界认为,信念逻辑是范围很宽的义务逻辑和限制得很死的断定逻辑之间的一种中介。[③] 关于它的研究还有待深入。

### 3.3 混合的认知模态逻辑

以上我们给出了知道模态逻辑和信念模态逻辑,在此基础上,人们可以构造兼容知道和信念的模态逻辑系统,还可以构造更复杂的认知模态系统。

例如:

---

① A. Pap, Belief and Propositions, philosophy of Science 24(1957)P123--136.

② N Rescher, Tapics in Philosophical Logic (1968)P46—47.

③ The New Encyclopædia Britannica 15th. edition Vol. I P30.

$Kap \rightarrow BaKap$

$Bap \rightarrow KaBap$

$Bap \rightarrow KaPap$[1]

……

这是兼容知识与信念系统中的定理。

又如：

$Kap = P \wedge Jap \wedge Bap$

$Jap$ 表示 $a$ 合理地接受 $p$。这属于更复杂一些的认知模态逻辑的定理。

## 4 认知模态逻辑的语义学

我们知道，一个逻辑演算总要应用一个形式语言。一个形式语言和逻辑演算中的符号与合式公式，都只具有形状和空间方面的性质。要使形式语言成为有意义的语言，要使逻辑演算成为表达逻辑规律的科学体系，就得对形式语言和逻辑演算作出语义的解释。

在命题演算中，我们是规定命题变元 $p$、$q$、$r$ 等为真或为假，进而规定由逻辑联结词¬，∨ 构成的公式在命题变元为真或为假的情形下取真或取假。这种解释就是关于命题演算的语义研究。

标准模态命题演算所用的形式语言比普通命题演算所用的形式语言多一个基本符号 $N$ 以及由此定义的 $M$。$N$ 和 $M$ 分别被解释为逻辑地必然与逻辑地可能。我们知道，$N$ 和 $M$ 同¬，∨ 等逻辑连接词不同。我们不能由 $p$ 的真值唯一地决定 $Np$ 或 $Mp$ 的真值。

而对于认知逻辑来讲，“知道”、“相信”等模态词比“必然”、“可能”更为复杂。因为各个认识主体具有不同的知识，并且一个人的知识也在不断发展、变化。这就使认知逻辑的语义解释更为困难。到目前为止，认知逻辑的语义解释主要采用可能世界的概念以及

① Pap 解释为“对 a 知道的一切，p 是可能的。”这是辛提卡使用的一个符号。

在此基础上形成的模型集合和模型系统的方法。

### 4.1 可能世界

近二三十年,模态逻辑学家都应用可能世界这一概念来解释标准模态逻辑和各种非标准模态逻辑。

可能世界对我们是一个非常抽象的概念。我们不可能描述它是什么样子。但有一点我们是非常确定的,这就是在任一可能世界中,总是或者有或者没有某一事物情况。这也就是说,对于我们知道的每一个具体命题对某一可能世界来说总或者是真,或者是假的。

可能世界的概念对于解释认知逻辑是非常有效的。我们知道,我们每个人的知识都是有限的,不可能对现实世界有详尽的认识。由此人们对周围世界产生了各种设想。这些设想就是各种可能世界。所谓$a$"知道",就实质而言,就是$a$能接受的可能世界少了。所以,刻划一个人的知识可以用他能接受的可能世界多少来刻划。一个人的知识越丰富,能接受的可能性越少。另一方面,知识随时间而增加,所以,一个人能否接受一个可能世界也随时间而变化。因此,要解释认知逻辑,更需要"可能世界"的概念。如何把上述思想用一定的技术方法来实现,是建立认知逻辑语义模型的关键,也是克服冯·莱特在进行标准模态逻辑到认知逻辑转换时所遇到的困难的关键。下面,我们就介绍一个辛提卡在这方面的工作。

### 4.2 模型集合与模型系统

辛提卡是首先给出一般的模型集合和模型系统的概念,然后把这套概念和方法用于解释认知逻辑。

什么是模型集合(*Model sets*)呢?所谓模型集合是描述事务的逻辑可能状态的句子的集合。我们设这个集合为$\mu$。作为这个集合的元素的句子$p,q,r\cdots$要符合下列条件:

(C·¬):如果$p\in\mu$,那么$\sim p\notin\mu$。

$(C\cdot\wedge)$：如果 $p\wedge q\in\mu$，那么 $p\in\mu$ 并且 $q\in\mu$。

$(C\cdot\vee)$：如果 $p\vee q\in\mu$，那么或者 $p\in\mu$ 或者 $q\in\mu$（或二者都属于 $\mu$）

$(C\cdot\neg\neg)$：如果 $\neg\neg p\in\mu$，那么 $p\in\mu$。

$(C\cdot\neg\wedge)$：如果 $\neg(p\wedge q)\in\mu$，那么或者 $\neg p\in\mu$ 或者 $\neg q\in\mu$（或者二者都属于 $\mu$）

$(C\cdot\neg\vee)$：如果 $\neg(p\vee q)\in\mu$，那么 $\neg p\in\mu$，并且 $\neg q\in\mu$。

辛提卡认为，“模型集合的概念把描述事物可能状态的非形式化思想很好地形式化了。”[①]

什么是一个模型系统呢？现在我们考虑一个满足上述条件的模型集合 $\mu$。我们可以对 $\mu$ 中的句子进行选择，使之也还是模型集合。我们把这样的集合叫做对 $\mu$ 的选择(*Alternatives*)。这些选择的集合构成一个模型系统。因此，任何一个模型系统都是相对于一个模型集合而言的。如果说 $\mu$ 中的句子描述了事物的可能状态，那么对 $\mu$ 的一个选择则构成一个可能世界，一个模型系统则是各种可能世界的集合。

运用以上的概念，就可以解释标准模态逻辑系统：

$(C\cdot M^{*})$：如果 $Mp\in\mu$，那么 $p$ 至少属于一个对 $\mu$ 的选择 $\mu^{*}$

例：如果天下雨是可能的，那么至少存在一个可能世界，其中天正下雨。

$(C\cdot N)$：如果 $Np\in\mu$，那么 $p\in\mu$。

例：如果天下雨或不下雨是必然的，那么天下雨或不下雨。

$(C\cdot N^{*})$：如果 $Np\in\mu$，那么 $p$ 属于对 $\mu$ 的每一个选择。

例：如果天下雨或不下雨是必然的，那么在每个可能世界中都有天下雨或不下雨。

$(C\cdot\neg N)$：如果 $\neg Np\in\mu$，那么 $M\neg p\in\mu$。

例：如果天下雨是不必然的，那么天下雨是可能的。

---

① Jaakko Hintikka, Knowledge and Belief(1961)P41.

$(C\cdot\neg M)$：如果$\neg Mp\in\mu$，那么$N\neg p\in\mu$。

例：如果既下雨又不下雨是不可能的，那么不能既下雨又不下雨就是必然的。

$(C\cdot NN^*)$：如果$Np\in\mu$，那么$Np$也属于对$\mu$的每一个选择。

这也就是说，$p$是必然的，那么对每一个可能世界，$p$都是必然的。

现在，我们考虑含有认识模态词的句子进入了模型集合，用$Kap$表示$a$知道句子$p$是真的；用$Pap$表示对于$a$知道的全部，$p$是真的。

在这里，辛提卡严格限制了所谓"$a$知道$p$"是指一个特定的时间，否则，一个人可能在一个时间知道$p$是真的，在另一个时间不知道$p$是真的。把"$a$知道$p$"限制在一个特定时间并不排斥把他以后知道的作为一种选择来处理。这样，不同时刻的不同知识都有不同的可能世界去对应，彼此就不会发生矛盾了。并且，关于知识积累的动态过程就找到了一种静态的方法来处理。

这样，辛提卡就克服了冯·莱特遇到的困难，用一种新的角度来对待标准模态逻辑与认知逻辑之间的类比与转换，从而确立了以下的认知原则：

$(C\cdot P^*)$：如果$Pap\in\mu$，$\mu$属于一个模型系统$\Omega$，那么在$\Omega$中至少存在一个对$\mu$的选择$\mu^*$，$p\in\mu^*$

例：如果对于$a$知道的全部，天正下雨是可能的，那么天正下雨一定存在于一个与$a$的知识并不矛盾的可能世界中。

$(C\cdot KK^*)$：如果$Kap\in\mu$，$\mu^*$是对$\mu$的一个选择，那么$Kap\in\mu^*$。

例：如果$a$知道天在下雨，那么天正下雨一定存在于一个与$a$的知识不矛盾的可能世界中。

$(C\cdot K)$：如果$Kap\in\mu$，那么$p\in\mu$

例：如果$a$知道天在下雨，那么天在下雨。

$(C\cdot\neg K)$：如果$\neg Kap\in\mu$，那么$Pa\neg p\in\mu$

例：如果 $a$ 不知道天在下雨，那么对于 $a$ 知道的全体，不下雨是可能的。

$(C\cdot\neg P)$：如果$\neg Pap\in\mu$，那么$Ka\neg p\in\mu$。

例：如果天正下雨与 $a$ 知道为真的东西不一致，那么 $a$ 知道天不下雨。

另外，还有：

$(C\cdot K^*)$：如果$Kap\in\mu$，$\mu^*$是对$\mu$的一个选择，那么$p\in\mu^*$。

如果我们使用$(C\cdot K^*)$，$(C\cdot K)$就可以用以下条件取代：

$(C\cdot refl)$：选择关系是一种自返关系。

$(C\cdot min)$：在每一个模型系统中，每一个模型集合都至少有一个选择。

对于一个知道逻辑，下列几组认知原则的组合是等价的：

(1)$(C\cdot P^*)$，$(C\cdot K)$，$(C\cdot KK^*)$，$(C\cdot\neg K)$，$(C\cdot\neg P)$；

(2)$(C\cdot P^*)$，$(C\cdot K^*)$，$(C.trars)$①，$(C\cdot K)$，$(C.\neg K)$，$(C.\neg P)$；

(3)$(C\cdot refl)$，$(C.K^*)$，$(C\cdot trans)$，$(C,P^*)$，$(C\cdot\neg K)$，$(C\cdot\neg P)$；

(4)$(C\cdot refl)$，$(C\cdot K^*)$，$(C\cdot KK^*)$，$(C\cdot P^*)$，$(C\cdot\neg K)$，$(C\cdot\neg P)$.

这里要指出的是，在以上的模型中，选择关系是自返的和传递的，而不是对称的，在有的认知原则的系统中，不指出这些，是因为有的认知原则已暗含了这点。

这种模型理论可以应用于定理的证明。辛提卡都是采用归谬的方法：要证明一个句子是真的，就证明这个句子的否定违反了模型集合中的句子必须遵守的条件。例如：

证明：$Kap\wedge Kaq\rightarrow Ka(p\wedge q)$

① (C. trans)：选择关系是可传递的。

(1)$Kap \wedge Kaq \in \mu$ (原句子假设)

(2)$\neg Ka(p \wedge q) \in \mu$ (归谬假设)

(3)$Pa\neg(p \wedge q) \in \mu$ (2)$(C \cdot \neg K)$

(4)$\neg(p \wedge q) \in \mu^*$ ($\mu^*$是对$\mu$的一个选择) (3)$(C \cdot P^*)$

(5)$Kap \in \mu$ (1)$(C \cdot \wedge)$

(6)$Kaq \in \mu$ (1)$(C \cdot \wedge)$

(7)$p \in \mu^*$ (5)$(C \cdot K^*)$

(8)$q \in \mu^*$ (6)$(C \cdot K^*)$

(9)或者$\neg p \in \mu^*$ 或者$\neg q \in \mu^*$ (4)$(C \cdot \neg \wedge)$

由此,(7)(8)(9)的合取违反了$(C \cdot \neg)$,即:如果$p \in \mu$,$\neg p \notin \mu$。

因此$Kap \cdot Kaq \rightarrow Ka(p \cdot q)$,并且是一种实质蕴涵。

利用这种技巧,辛提卡就可以把路易士(C・I・Lewis)严格蕴涵中的句子转换成认知逻辑的句子。上面我们只是用知道逻辑为例,实际上,这种语义解释方法对于信念逻辑同样是适用的。

## 5 关于知道逻辑的可能组合算法

知道模态逻辑清楚地表达了人们对含有知道模态词的逻辑问题的思考过程,但要用计算机来实现这一过程,就必须给出这类问题以算法,这也就进入了人工智能的研究领域。

下面我们详细介绍一下我国马希文教授给出的关于知道逻辑的可能组合算法。

可能组合算法要解决的是以下这样一类问题:

①原始条件为有限人,有限个命题以及这些人关于这些命题的知识。

②具有有限步骤的学习过程,在每一步骤中,这些人都被告知从已知的知识中某些人可能成不可能做出某种推论。

③要求证明一个关于这些人在学习过程结束时的知识的论

断，或者是求一个这些人在学习过程结束时的知识为真。

下面这一智力测验题就属于这一类问题：

老师让三个同学坐在一条直线上，使甲可以看见乙和丙，乙可以看见丙，丙谁也看不见。老师在他们看不见的情形下给他们每人戴了一顶帽子，并告诉他们至少有一顶帽子是白色的。老师问甲是否知道他戴的是不是白帽子，甲说不知道，又问乙同样的问题，乙也说不知道。再问丙，丙说：知道了，我戴的是白帽子。问丙是怎么知道的？

这个问题的原始条件为 $p \vee q \vee r$；原始知识为 $P!\ q, P!\ r, Q!\ r, R:t$；学习过程为 $\neg P!\ p, \neg Q!\ q$。求证：$R:r$

下面我们粗略地描述一下可能组合算法：

一般，说 $p_1,\cdots,p_n$ 是一组命题，用 $p_1,\cdots,p_n$ 及逻辑联结词构成的合式公式简称 $p_1,\cdots,p_n$ 的表达式。那么原始条件就是一个表达式，我们记作 $B(p_1,\cdots,p_n)$，简记为 $B(p)$。对于 $n$ 个命题，可能的真组合为 $2^n$，这是一个有限的数字。对于 $p_1\cdots p_n$，任给一组真值 $\tau=(\tau_1\cdots\tau_n)$，我们可计算 $B(\tau)$，如 $B(\tau_1,\tau_2\cdots\tau_n)=t$，$(\tau_1,\tau_2\cdots\tau_n)$ 就属于可能组合集 $C_0$。

$$C_0=\{(\tau_1,\tau_2\cdots\tau_n)\mid B(\tau_1,\tau_2\cdots\tau_n)=t\}$$

设 $p_1,\cdots,p_m$ 是一组主词。则原始知识是一张表，对每一个主词有一栏，每一栏由若干项构成，每一项都具有 $PK:D(p)$ 或 $PK!\ E(p)$ 的形式，其中 $D(p)$ 和 $E(p)$ 是表达式。

学习过程的每一个步骤称为一个“宣告”或“声明”，这说明每一个人，包括我们局外人都知道了这一步骤。其形式为 $Pk:S(p)$，$Pk!\ T(p)$ 或 $Pk!\ U(p)$。

面对这种宣告，我们应把可能组合集加以更新，其方法是：

(1)对每一个宣告中出现的主词 $P$ 查看他的全部原始知识，把其中的 $Pk:D(p)$ 改写为 $D(\tau')$，$Pk!\ E(p)$ 改写为 $E(\tau)\sim E(\tau')$（简记为 $E^*(\tau,\tau')$，叫做表达式的复式代换）。然后把所有经改写过的式子用“$\wedge$”联结起来：

$D(\tau') \wedge E^*(\tau,\tau') \wedge \cdots$

把上式记为 $Mk(\tau,\tau')$。再按下面的规则改变相应的宣告：

把 $Pk:S(p)$ 改写为 $\forall\ \tau'[Mk(\tau,\tau')S \rightarrow (\tau)]$

把 $Pk!\ T(p)$ 改写为 $\forall\ \tau'[Mk(\tau,\tau') \rightarrow T^*(\tau,\tau')]$

把 $\neg Pk!\ U(p)$ 改写为 $\neg\forall\ \tau'[Mk(\tau,\tau') \rightarrow U^*(\tau,\tau')]$

(2)把经过改写的宣告记成 $N_1, N_2(\tau), \cdots$，计算 $\{\tau N|(\tau) \wedge N_2(\tau) \wedge \cdots\}$，其中的全称量词囿于可能组合集。

把计算出的集合当成新的可能组合集。

可能组合集经过学习的各阶段更新之后，得到一个"终极的可能组合集"，我们把它记作 $C^*$。

最后是求值。求值就是问待求值的命题对 $C^*$ 中的一切可能组合是否都真。如果这个命题是表达式 $x(p)$，这就是问 $\forall\ \tau x(\tau)$ 是否真。如果这个命题是表达式 $Pk:x(p)$，$Pk!\ x(p)$ 或 $\neg Pk!\ x(p)$，则按前述规则予以改写，成为 $Y(\tau)$，然后计算 $\forall\ \tau Y(\tau)$ 是否真。其中的全称量词是囿于 $C^*$ 的。

用这个算法解决前面的问题：

原始的可能组合集是

$C_0 = \{(\tau_1,\tau_2,\tau_3)|\tau_1 \vee \tau_2 \vee \tau_3\}$

$= \{(t,f,f),(f,t,f),(t,t,f),(f,f,t),(t,f,t),(f,t,t),(t,t,t)\}$

第一个学习步骤为 $\neg P!\ p$，$P$ 的原始知识为 $P!\ q \wedge P!\ r$，它的复式代换是 $(\tau_1 \sim \tau'_1)$，所以 $\neg P!\ p$ 应改写为

$\neg\forall\ \tau'[(\tau_2 \sim \tau'_2) \wedge (\tau_3 \sim \tau'_3) \rightarrow (\tau_1 \sim \tau'_1)]$

于是可能组合集更新为

$C_1 = \{(\tau,\tau_2,\tau_3)|\neg\forall\ (\tau'_1,\tau'_2,\tau'_3)[\tau_2 \sim \tau'_2 \wedge \tau_3 \sim \tau'_3 \rightarrow \tau_1 \sim \tau'_1]\}$

$= \{(f,t,f),(t,t,f),(f,f,t),(t,f,t),(f,t,t),(t,t,t)\}$

第二个学习宣告为 $\neg Q!\ q$。$Q$ 的原始知识为 $Q!\ r$，所以 $\neg Q!\ q$ 应改写为 $\neg\forall\ \tau'[(\tau_3 \sim \tau'_3) \rightarrow (\tau_2 \sim \tau'_2))$ 于是可能组合集更新为

$$C_2=\{(\tau_1,\tau_2,\tau_3)\mid\neg\forall\ (\tau'_1,\tau'_2,\tau'_3)[\tau_3\sim\tau'_3\rightarrow\tau_2\sim\tau'_2]\}$$
$$=\{(f,f,t),(t,f,t),(f,t,t),(t,t,t)\}$$

要求的值是 $R:r$，也就是问$\forall\ (\tau_1,\tau_2,\tau_3)[\tau_3\sim t]$? 这在有穷个步骤内可验证完毕。

直观地分析这一算法，它说明了人们的学习过程是可能组合集减小的过程，相应地，是局内人以及我们局外人知识增加的过程。

以上我们只是介绍了一些关于认知逻辑的基础知识和基础工作。认知逻辑属尚待开拓的学科，特别是它与人工智能结合将是一件十分有意义的工作，并且，它对哲学的发展，特别是语言哲学、认识论、精神哲学的发展也有重要意义。

（作者：冀建中）

## 参考文献

[1] J. Hintikka, Knowledge and Belief. 1962.
[2] N. Rescher, Topics in Philosophical Logic 1968.
[3] The New Encydopædia Britannica, 15th edition.
[4] G. H. von Wright, An Essay in Modal Logic 1951.
[5] R. N. Shisholm, The Logic of Knowing 1963.
[6] 马希文，有关"知道"的逻辑问题的形式化，1981。

# [五] 断定逻辑

断定逻辑是认知逻辑的一个分支。关于它作为认知逻辑的一些一般性特点和历史，我们在认知逻辑中作了说明。本条目仅就它的断定逻辑特征进行一些概述，并给出关于它的几个公理系统。

## 1 什么是断定逻辑

断定逻辑研究断定者与其所断定命题之间的逻辑关系，它是关于这一逻辑关系理论的系统化。

在以后的论述中，我们用小写的拉丁字母 $a, b, c, \cdots, x, y, z\cdots$ 表示个体变项。在断定模态命题形式中，它代表断定者。断定者可以是一个人，或具有共同断定的一个团体或一个宣言和一个公理系统。

我们用 $p, q, r\cdots$ 表示命题变项，用大写的拉丁字母 $A$ 表示断定模态词，用 $Axp$ 表示 $x$ 断定 $p$。

要建立断定逻辑系统，当然首要的是搞清“断定”一词的逻辑涵义。我们对它的理解和规定决定着断定者与其所断定的命题之间的逻辑关系。一般来讲，断定是一种公开的行为，是断定者在某一特定的历史场合用口头或书面的形式提出某一具体命题。当然，在建立断定逻辑时，我们不考虑这种断定行为的历史性。美国逻辑学家 N·雷谢尔(Nicholas Rescher)认为，建立断定逻辑的基本兴趣在于我们不仅要看到这种公开的、明显的断定，而且要看到这种公开断定中暗含的、不言而喻的那些命题。可能这些命题断定者也

未意识到或没有认识到，但断定逻辑正在于把这些暗含的断定逻辑地推演出来。[1]这段话不仅说明了断定逻辑的任务，而且刻划了断定的主要逻辑特征，即：

如果 $Axp$ 并且 $p\rightarrow q$，那么 $Axq$。这一条也就把断定逻辑与相信逻辑区别了开来。在相信逻辑中，我们有一条极小推理规则：

如果 $Bxp$，并且 $p\models q$，那么 $Bxq$

或

如果 $Bxp$，并且 $Bx(p\rightarrow q)$，那么 $Bxq$

这也就是说，在相信逻辑中，要求 $p$ 非常明显地蕴含 $q$，或者 $x$ 要相信 $p$ 到 $q$ 的逻辑推理，才能由相信 $p$ 得出相信 $q$。而断定逻辑在使用这条推理规则时则没有上述限制，这点构成了断定逻辑的理性基础。关于断定，还有许多逻辑特征。在公理系统中，这些特征是由公理来规定的，在公理规定的基础上展开其全部内容。下面我们就给出几个公理系统，从中更深刻地理解和把握断定这一概念。

## 2 断定逻辑系统 $A_1,A_2,A_3,A_4,A_5$

同知道逻辑与相信逻辑一样，断定逻辑系统也是在命题演算与谓词演算的基础上，再加上 $Axp$ 作为基本符号，并增加与之相关的形成规则、公理及推演规则。在下面每个系统的介绍中，我们就不再提及这一点，只给出不同系统中专门关于 $Axp$ 的公理及推演规则。以下这些系统都是由 Nicholas Rescher 给出的。

### 2.1 系统 $A_1$

**公理 1** $(\forall x)(\exists p)Axp$

这条公理说明了断定者总要有所断定，这就是断定的非空性。

**公理 2** $(Axp\wedge Axq)\rightarrow Ax(p\wedge q)$

---

① Nicholas Rescher, Topics in Phiosophical Logic, P250.

这条公理说明，如果断定者对若干命题分别作了断定，那么，他们就对这些命题的合取也作了断定。这称为断定的合取性。

**公理** 3　$\neg Ax(p\wedge\neg p)$

这条公理说明，一个断定者不能对一个命题和它的否定都作出断定。这也表现了断定逻辑的理性特征。这一公理称为断定的一致性。

推理规则 $R$：如果 $p\vdash q$　　那么 $Axp\vdash Axq$

在上一节中，我们已对这一推演规则做过说明。这也就是说，任何断定者都有完善的推理能力。如果他断定了一个命题，那么他对该命题的一切逻辑推论都作了断定。例如，断定者是一个公理系统，它断定了公理，也就断定了由公理推出的一切定理。

推理规则 $R^*$：如果 $\vdash p$，那么 $\vdash Axp$

这条规则是说任何断定者都有义务断定一切逻辑真理。所以，我们在断定逻辑中讨论的断定又称作"理性义务的断定"。$R^*$ 中实际暗含了 $R$，所以我们可以用 $R^*$ 取代 $R$ 来建立这一系统。

有了以上公理与推理规则，再加上命题演算和谓词演算中的公理与推理规则，我们就可以证明系统 $A^1$ 中的定理，例如：

(1)$Ax(p\wedge q)\leftrightarrow(Axp\wedge Axq)$；

(2)$(Axp\vee Axq)\rightarrow Ax(p\vee q)$；

(3)$Ax\neg p\rightarrow\neg Axp$；

(4)$Axp\rightarrow\neg Ax\neg p$；

(5)$\neg Ax\neg(p\vee q)\leftrightarrow\neg Ax\neg p\vee\neg Ax\neg q$；

(6)$Ax(p\vee q)\rightarrow\neg Ax\neg p\vee\neg Ax\neg q$；

(7)$Ax(p\rightarrow q)\rightarrow(Axp\rightarrow Axq)$。

## 2.2　系统 $A_2$

在系统 $A_1$ 三条公理的基础上再加以下公理就构成系统 $A_2$：

**公理** 4　$\neg p\rightarrow(\exists x)\neg Axp$

它也可以写成：

$(\forall x)Axp \to p$

这条公理是说，每一个假命题至少被一个断定者拒绝。这条公理叫做林肯公理，因为它类似于美国总统林肯的一句名言：一个人不可能在一个时间内欺骗所有的人。它也叫做断定的拒绝性。

由公理 4 我们还可以得出系统 $A_1$ 中 $R^*$ 的逆定理 $R^-$

如果 $\vdash (\forall x)Axp$ 那么 $\vdash p$

综合 $R^*$ 和 $R^-$ 得：

$\vdash p$ 当且仅当 $\vdash (\forall x)Axp$

这也就是说，在 $A_2$ 以及同 $A_2$ 一样强的系统中，可证的全称断定一定是逻辑真理，而只有逻辑真理才是可证的全称断定。但注意，$p \leftrightarrow (\forall x)Axp$ 并不是断定逻辑中的一条定理，因为断定者并不断定一切命题。断定者，更确切地讲，只是一种恒真断定者。

### 2.3 系统 $A_3$

在系统 $A_1$ 的基础上再增加以下公理，就构成系统 $A_3$。

**公理** 5 $p \to (\exists x)Axp$

这条公理是说，如果有一个命题，总有人断定它。进一步说，如果一个命题 $p$ 为真，总有人断定它，如果 $p$ 为假，那么$\neg p$ 也总有人断定它。这也就是说，每一个为真的命题都有人断定，而没有任何人断定的则是假值。

因此，这条公理也可写作：

$(\forall x)\neg Axp \to \neg p$

或

$\neg(\exists x)Axp \to \neg p$

这条公理也叫作团体的无所不知性。

我们用$\neg p$ 置换 $p$ 就不难证明：

$[p \to (\exists x)Axp] \to \neg p \to (\exists x)\neg Axp$

这也就是说，公理 4 蕴含着公理 5。因此，系统 $A_3$ 包含了系统 $A_2$。

### 2.4 系统 $A_4$

给系统 $A_3$ 增加下述公理，就构成 $A_4$ 系统。

**公理** 6 $Ax(Axp)\leftrightarrow Axp$

公理 6 可分解为：

**公理** 6.1 $Ax(Axp)\rightarrow Axp$

**公理** 6.2 $Axp\rightarrow Ax(Axp)$

公理 6.1 是说，如果一个断定者断定自己断定了某命题，那么实际上他断定了那命题。断定者关于自己断定的断定说明了断定者是诚实的。它为对断定进行有效的推理提供了一个可靠的基础。公理 6.2 是说，如果一个断定者断定某命题，那么他断定他断定某命题。这说明断定者在宣称他的断定时总是坦率的。因为他断定某命题时，对自己的断定也作了断定。因此，这两条公理分别叫做原诚实性和原坦率性。

雷谢尔认为，我们选用这条作为公理，更多地是出于技术上的考虑。有了这一原则，我们可以更经济地表述问题。当某人断定自己断定什么时，可以直接认为他断定了什么。

### 2.5 系统 $A_5$

在系统 $A_1$ 的基础上再增加公理 6 和以下的公理就构成系统 $A_5$：

**公理** 7 $Axp\vee Ax(\neg p)$

或

$\neg Axp\rightarrow Ax\neg p$

这条公理是说，对于任意一个给定的命题，每一个断定者或者断定它，或者断定它的否定。也就是说，每一个断定者都是完全的。断定这种行为在排中律的制约之下，所以系统 $A_5$ 被称为断定逻辑的完全系统。公理 7 刻划了断定的完全性。

在系统 $A_5$ 中，我们有如下定理，它是在 $A_1,A_2,A_3,A_4$ 中不能

证明的：

**定理** 1　$Ax(\neg p)\leftrightarrow\neg Axp$

**定理** 2　$Ax(p\vee q)\leftrightarrow(Axp\vee Axq)$进一步，令 $F=F(p,q,\cdots,r)$

则有定理：

$F(Axp,Axq,\cdots,Axr)=Ax[F(p,q\cdots t)]$

对系统 $A_5$，我们可以直接由下列公理与推演规则来刻划：

(1)$Ax(\neg p)\leftrightarrow\neg Axp$；

(2)$Ax(p\wedge q)\leftrightarrow Axp\wedge Axq$；

(3)$Ax(Axp)\leftrightarrow Axp$。

($R^*$)如果 $\vdash p$，那么 $\vdash Axp$

由此，我们可以更清楚地把握断定在系统 $A_5$ 中的逻辑含义。

## 3　系统 $A_1,A_2,A_3,A_4,A_5$ 的关系

从系统 $A_1$ 到系统 $A_5$ 是一个断定的意义不断增强的序列。也就是说，断定者的推理能力越来越高。

在系统 $A_1$ 中只要求断定者有所断定，不能同时断定矛盾的命题。能断定自己断定了命题的合取，可以断定一切逻辑真理。

下面我们给出断定的诚实性的定义：

如果有一断定者，他所断定的命题都真，那么，这一断定者就是诚实的。

用公式表示：

(V)　$(\exists x)(\forall p)(Axp\rightarrow p)$　　(诚实性)

我们在系统 $A_1$ 中再加上一个诚实的断定者，那么，这个系统就必须满足公理 4，即$(\forall x)Axp\rightarrow p$。$A_1$ 加上(V)就包括了 $A_2$。

下面，我们再给出断定的无所不知性的定义：

如果一个断定者断定每一个真的命题，那么，这个断定者就是无所不知的。

用公式表示：

$(O)\quad (\exists x)(\forall p)(p\rightarrow Axp)$

我们在系统 $A_1$ 中再加上一个无所不知的断定者，这个系统就必须满足公理5，即

$p\rightarrow(\exists x)(Axp)$

$A_1$ 加上$(O)$就包括了 $A_3$。

我们可以把$(\vee)(O)$中的$(\exists x)$用$(\forall x)$置换，$(\exists p)$用$\forall p$置换，就得断定的普遍诚实性和断定的普遍无所不知性的定义。

如果任何断定者所断定的命题都真，那么，任何断定者就是普遍诚实的。

如果任何断定者所断定的命题都真，那么，任何断定者就是普遍无所不知的。

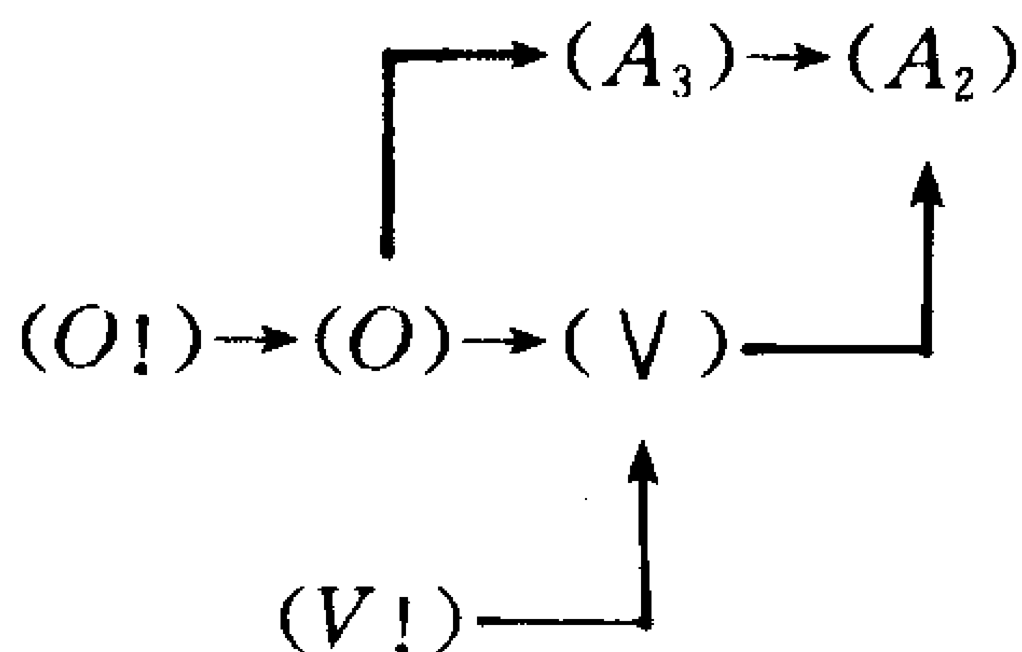
分别用公式表示：

$(\vee !)\quad (\forall xp)(Axp\rightarrow p)$

$(O!)\quad (\forall x)(\forall p)(p\rightarrow Ap)$

明显地，$(\vee !)\rightarrow(\vee)$；$(O!)\rightarrow(O)$，$(O)\rightarrow(\vee)$。

刚才我们已说明$(O)\rightarrow$(公理5)；$(\vee)\rightarrow$(公理4)。所以我们有以下关系图：




下面我们给出断定的彼此一致性的定义：

如果两个断定者 $x,y$，精确地断定了相同的命题，那么二者是彼此一致的，用 $Mxy$ 表示。

用公式表示这一定义：

对于一个系统来说，如果我们说所有的断定者是彼此一致的，那么它必须符合以下条件：

$(M)(\exists x)Axp \rightarrow (\forall y)Ayp$

下面我们给出断定的相互矛盾性的定义：

首先定义“偶然命题”：即不是被所有人肯定又不是被所有人否定的命题。

如果对于任何一个偶然命题中，两个断定者 $x$、$y$，$x$ 断定 $p$，$y$ 则断定 $\neg p$，或 $x$ 断定 $\neg p$，$y$ 则断定 $p$，那么断定者 $x$、$y$ 是相互矛盾的。

用公式表示这一定义：

$$(xy) \underset{df}{=} (\forall p)\{[\neg(\forall z)Azp \wedge \neg(\forall z)\forall z \neg p] \rightarrow [Axp \leftrightarrow Ay(\neg p)]\}$$

如果对于任何一个偶然命题中，两个断定者 $x$、$y$，$x$ 断定 $p$，$y$ 则不断定之；$x$ 不断定 $p$，$y$ 则断定之，那么，断定者 $x$、$y$ 是强相互矛盾的。用公式表示：

$$C!\ xy \underset{df}{=} (\forall p)\{[\neg(\forall z)Azp \wedge \neg(\forall z)\forall . z(\neg p)] \rightarrow [Axp \leftrightarrow \neg Ayp]\}$$

如果一个系统包含了两个强相互矛盾者，这个系统就必须满足系统 $A_3$ 中的公理 5，也就是说，这个系统至少要有系统 $A_3$ 那么强的条件。

如果一个系统中的任两个断定者都是强相互矛盾的，那么这个系统必须满足系统 $A_5$ 中的公理 7。

下面我们再给出断定的团体怀疑性的定义：

如果团体中有人否认每一个不被团体中每一个人断定的命题，那么这个断定团体被认为是怀疑的。用公式表示

$(S)\quad (\forall x)Axp \rightarrow (\exists x)Ax(\neg p)$

在系统 $A_2$ 中再加上以上条件，那么这个系统必须满足系统 $A_3$。

系统 $A_5$ 是断定逻辑的完全系统，它要求断定者必须有明确的立场，对任何命题肯定或否定。我们不难证明，系统 $A_5$ 中的公

理7蕴涵系统 $A_3$ 中的公理5。

## 4 弱断定

要进一步理解系统 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$ 的关系，还需给出弱断定的定义。

如果 $x$ 不断定 $\neg p$，我们则说 $x$ 弱断定了 $p$，用 $A^* xp$ 表示。即

$A^* xp \underset{df}{=} \neg Ax(\neg p)$

在系统 $A_1$ 到 $A_5$ 中，实际都有一些弱断定定理，例如：

$Axp \rightarrow \neg Ax(\neg p)$

用弱断定符号表示，它即

$Axp \rightarrow A^* xp$

还有

$Ax(p \vee q) \rightarrow (A^* xp \vee A^* xq)$

$AxA^* xp \rightarrow A * xp$

$Axp \rightarrow AxA^* xp$

系统 $A_2$ 中的公理 $4 \neg p \rightarrow (\exists x) \neg Axp$ 则可写为：$p \rightarrow (\exists x) A^* p$

系统 $A_3$ 中的公理 $5 p \rightarrow (\exists x) Axp$ 则可写为：

$(\forall x) A^* xp \rightarrow p$。

在系统 $A_5$ 中，则有：

$Axp \leftrightarrow A^* xp$

所以，在系统 $A_5$ 中，强断定与弱断定是重叠的。

一个命题是有争议的用弱断定符号表示即为：

$(\exists x) Axp \rightarrow (\forall y) A^* yp$

因此，这个命题只能在 $Axp$ 与 $A^* xp$ 不等价的系统中存在，也就是比系统 $A_5$ 弱的系统中存在。否则，它在系统 $A_5$ 中可以推出：

$(\exists y) Ayp \leftrightarrow (\forall x) Axp$

而这无疑等于假定了所有的断定者只有一个大脑，于是 $Axp$，$(\exists x)Axp$，$(\forall x)Axp$ 之间也就没有了区别。当然，这种情形对于只有一个断定者时是成立的。

对于一个断定逻辑系统，我们也可以用 $A^*$ 而不用 $A$ 作为初始符号。

## 5 关于断定逻辑的三值逻辑

下面我们用三值逻辑来刻划断定逻辑。符号 $|p|x$ 表示"命题 $p$ 相对于断定者 $x$ 的真值"情况。那么 $|p|x$ 的真值可以有三种情况：

$$|p|x=\begin{Bmatrix}T\\I\\F\end{Bmatrix}$$

$T$ 解释为：$Axp$

$I$ 解释为：　$Axp\wedge\neg Ax\neg p$

$F$ 解释为：　　$Ax\neg p$

这也就是说，对于一个给定的断定者来说 $p$ 的真假或不定取决于断定者断定 $p$，或断定 $\neg p$，或既不断定 $p$ 又不断定 $\neg p$。

下面我们给出断定逻辑的三值真值表。首先确定真值联结词的真值表；

①关于$\neg$

| $\|p\|x$ | $\|\neg p\|x$ |
|---|---|
| $T$ | $F$ |
| $I$ | $I$ |
| $F$ | $T$ |

②关于$\wedge$，$\vee$，$\rightarrow$

| $\|p\|x$ | $\|q\|x$ | $\|p\wedge q\|x$ | $\|p\vee q\|x$ | $\|p\rightarrow q\|x$ |
|---|---|---|---|---|
| $T$ | $T$ | $T$ | $T$ | $T$ |
| $T$ | $I$ | $I$ | $T$ | $I$ |
| $T$ | $F$ | $F$ | $T$ | $F$ |
| $I$ | $T$ | $I$ | $T$ | $T$ |
| $I$ | $I$ | $(I,F)$ | $(I,T)$ | $(I,T)$ |
| $I$ | $F$ | $F$ | $I$ | $I$ |
| $F$ | $T$ | $F$ | $T$ | $T$ |
| $F$ | $I$ | $F$ | $I$ | $T$ |
| $F$ | $F$ | $F$ | $F$ | $T$ |

从上表中我们看到有些真值的情况是不唯一确定的。例如:当$|p|x=I$,$|q|x=I$,我们不知道$|p\wedge q|x$的值是不定还是假。

因此,严格地说,断定逻辑中的命题不是真值函项。因为它的真值不能由原子命题的真假唯一地决定。所以雷谢尔把这叫作“似真值函项”(*quasi—truth—functional*)。

当然,以上情况是仅就系统$A_1\rightarrow A_3$而言。对于系统$A_5$,由于它是完全的,所以在其中不存在真值不确定的情况。对于一个完全的断定逻辑系统来说,它的语义解释就是古典的二值命题演算。

对于断定逻辑,我们还可以进一步用多于三值的多值逻辑来刻划,这里就不详细介绍了。

## 6 断定模态逻辑

在认知逻辑中,我们在标准模态逻辑的基础上建立了类似的知道模态逻辑和信念模态逻辑。类似地,我们也可以用这种方法来看待我们以上给出的断定逻辑系统。

首先,我们看一下F.B·菲奇(Frederic B. Fitch)在冯·莱特

(G. H. von Wright)的标准模态系统基础上建立的义务模态逻辑系统 $DM$：

初始符号：$\boxtimes$它表示义务必然

规则：如果 $\vdash p$，那么 $\vdash \boxtimes p$

**公理**：(1)$\boxtimes \neg p \rightarrow \neg \boxtimes p$

(2)$\boxtimes(p \rightarrow q) \rightarrow (\boxtimes p \rightarrow \boxtimes q)$

如果我们把断定模态词 $Ax$ 看作一个与义务必然($\boxtimes$)类似的模态，那么，系统 $A_1$ 的公理基础就与上述系统的公理基础完全相同。

除了系统 $A_1$ 与 $DM$ 的类似以外，我们还可以直接从冯·莱特的标准模态系统 $M$ 出发，寻求对断定逻辑的模态解释。

冯·莱特的 $M$ 系统：

初始符号：$\Box$　它表示逻辑地必然

**定义**：$\Diamond p \underset{df}{=} \neg \Box \neg p$

规则：如果 $\vdash p$，那么 $\vdash \Box p$

**公理**：(1)$\Box p \rightarrow p$

(2)$\Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$

(3)$(\Box p \wedge \Box q) \rightarrow \Box(p \wedge q)$

现在我们定义：

$\Box p \underset{df}{=} (\forall x)Axp$

$\Diamond p \underset{df}{=} \neg(\forall x)Ax(\neg p)$

于是我们有：

$(\forall x)Axp \rightarrow p$

$p \rightarrow \neg(\forall x)Ax(\neg p)$

等等。

这也就是说，系统 $A_2$—$A_5$ 都满足系统 $M$ 的条件。

我们还可以引进其他的模态词与模态系统来对应断定逻辑的断定模态词和各种特殊的系统。

## 7 断定与命题函项

我们这里仅考虑断定的完全系统。

令 $p, q, r\cdots$ 代表命题变项。对于任一个断定者来说，或者它们被断定，或者它们的否定被断定。

令 $D=\{a, b, \cdots\}$ 是一个个体变项的集合，$\xi, \eta, \cdots$ 代表任一个体变项，并按此序列出现。

令 $F$、$G$、$H$ 是这些个体变项的函项。

由量词逻辑，我们有定理：

(Q1) $(\forall \xi)Ax(F\xi) \rightarrow Ax(Fa)$

由推理规则 $R$ 有：

(Q2) $(\exists \xi)Ax(F\xi) \rightarrow Ax[(\exists \xi)F\xi]$

在系统 $A_5$ 中，以下 $Q_3$ 与 $Q_4$ 分别与 $Q_1$，$Q_2$ 相等。

(Q3) $Ax(Fa) \rightarrow (\exists \xi)Ax(F\xi)$

(Q4) $Ax[(\forall \xi)F\xi] \rightarrow (\forall \xi)Ax(F\xi)$

以下 $Q_5$，$Q_6$ 分别是 $Q_3$，$Q_4$ 的逆定理：

(Q5) $(\forall \xi)Ax(F\xi) \rightarrow Ax[(\forall \xi)F\xi]$

(Q6) $Ax[(\exists \xi)F\xi] \rightarrow (\exists \xi)[Ax(F\xi)]$

这两个定理是限制性的，只适用于一些特殊情形。

有了这一机械的方法，我们就可以证明断定逻辑系统中的任一个定理。

## 8 断定逻辑与间接引语的语义悖论

在认知逻辑中我们提到过，含有认识模态词的认识模态命题都可以看作一种广义的间接引语。而断定逻辑系统的一个有意义的应用就在于帮助人们分析和克服带有断定词的间接引语的语义悖论。

根据断定逻辑的观点，存在下列两类不同的悖论：一是在我们的断定逻辑理论中存在悖论或自相矛盾的语句，例如，$Axp \wedge \neg Axp$。二是某人（或团体、理论）断定一个矛盾的命题，例如，$Ax(p \wedge \neg p)$。这两类悖论对于断定逻辑系统，意义是完全不同的。

以下我们给出系统 $A_1$ 的一个子系统 $A_0$：

**公理**：(1)$(\forall x)(\exists p)Axp$

$Ax(p \to q) \to (Axp \to Axq)$

推理规则$R$：如果 $p \vdash q$，那么 $Axp \vdash Axq$

$R^*$：如果 $\vdash p$，那么 $\vdash Axp$

在 $A_0$ 系统中，第二种意义的悖论并不是真正意义下的悖论。它只是说某人作了一个自相矛盾的断定。而我们在逻辑中感兴趣的只是断定者断定了某些东西，而并不关心断定了什么东西。

例如，克里特人埃皮米尼底斯断定所有克里特人永远是说谎者。

我们用 $e$ 表示埃皮米尼底斯，$C$ 表示克里特人。则有：

(1)$Ae\{(\forall x)(\forall p)[(Cx \wedge Axp) \to \neg p]\}$ 前提

(2)$Ce$ 并且 $Ae(Ce)$ 前提

(3)$Aep_1 \quad p_1 = (\forall x)(\forall p)[(Cx \wedge Axp) \to \neg p]$ 由(1)

(4)$Ae[Ce \wedge Aep_1) \to Ae(\neg p_1)$ 由(1)和$\dfrac{(\forall p)\Phi p}{\because \Phi(\forall p)\Phi p}$

(5)$Ae(Aep_1)$ 由(3)和 $Aep_1 \to Ae(Aep_1)$

(6)$Ae(Ce \wedge Aep_1)$ 由(2)和(5)

(7)$Ae(\neg p_1)$ 由(4)和(6)

(8)$Ae(p_1 \wedge \neg p_1)$ 由(3)和(7)

由此可见，这一著名的"说谎者悖论"在断定逻辑中并不构成悖论。有人认为"说谎者悖论"本来不是严格意义上的悖论，由这句话的真可以导出假，但由假导不出真，把说谎者悖论按现代意义下的悖论要求改写一下，就成了"$x$ 断定他的这个断定是假的"，在断定逻辑的意义下它也不构成悖论。

这也就是说，在断定逻辑系统 $A_0$ 中，断定者在断定中可以涉及自身而不出现矛盾。因此，我们可以用断定逻辑来分析许多涉及自身的间接引语。这是断定逻辑的一个重要贡献。

这里要注意的是在完全系统 $A_5$ 中由于 $Ax(\neg p)\leftrightarrow\neg Axp$，所以 $Ax(p\wedge\neg p)$构成悖论。

（作者：冀建中）

## 参考文献

[1] N. Rescher, Topics in Philosophical Logic.

# [六] 条件句逻辑

条件句逻辑是哲学逻辑的一个分支，它研究的是自然语言中某种特定的句子——条件句的语义和逻辑。一般地说，一个条件句就是包含“如果……则”的一个句子。例：

(1)如果天下雨，则地上就是湿的。

(2)如果仓库里有老鼠，则粮食就会受到损失。

有时“如果……则”会被意义相同的另一些词代替，如“如果……那么”，“假如……那么”等。例如：

(3)假如花瓶掉在地上，那么它就会摔碎。

在条件句中，“如果”后面的句子称为前件，“则”后面的句子称为后件。我们用符号$>$表示联接词“如果……则”，称为条件蕴涵。所以当一个条件句的前件是$\varphi$，后件是$\psi$时，这个条件句就表示为$\varphi>\psi$。

条件句$\varphi>\psi$是刻划$\varphi$和$\psi$的内在联系，而不涉及$\varphi$是否为真。实际上，条件句更多地使用在$\varphi$为假或$\varphi$很可能为假的情况下，在这种意义下，条件句也称为反事实条件句。[1]

反事实一词是广义的，不仅包括一般的反事实，而且还包括非正当(即违反物理规律)的条件句，例如：

(4)如果水的冰点是零下40度的话，则地球将被大水淹没。

非同一的条件句，例如：

---

① 在英语中，真实条件句和反事实条件句是有区别的，后者用虚抑语气表示。而在汉语中，则没有这种区别。

(5)如果我是你的话,那么就不会答应他的要求。

和反时间的条件句,例如:

(6)如果现在是上午,则我就和你一起去踢球。

等。这些条件句可能有一些特殊的性质,但在本文中将它们和一般的反事实条件句同样对待。

另外还有一些和"如果……则"不同的条件句,其中有所谓的必要条件条件句,例如:

(7)只有得到充足的阳光,植物才能正常生成。

可能条件句,例如:

(8)如果你在上海,就可能遇到李平。

和即使条件句,例如:

(9)即使他不来,我们也能打篮球。

等。

本文主要讨论反事实条件句,最后简单地讨论如何将这三类条件句归结为反事实条件句。

## 1 发展简史

从40年代开始,一些逻辑学家就开始讨论条件句,考虑它们的语义和企图建立它们的逻辑,如Chisholm,Coodmam,Sellars和Rescher等。他们讨论了条件句的性质,提出了一些重要的原则。然而都没能建立起条件句的形式语义和条件句逻辑的公理系统。

斯塔勒那克(Stalnaker)在1968年第一次建立了条件句逻辑的形式语义和与之相适应的公理系统。这个形式语义以可能世界的相对相似关系为基础,一个条件句在可能世界$i$的真值只依赖于最相似于$i$的前提为真的可能世界。这个条件被后人称之为最小变化原理。

从此条件句逻辑得到了迅速发展,许多逻辑学家开始详细和

系统地研究条件句逻辑，如 Lewis，Prllock，Åqurst，Nute，Gabbay 等。因为对条件句看法和对条件句处理的不同，提出了一些不同的语义和不同的公理系统，形成了繁荣的局面。

Stalnater 语义得到了改进和发展，Stalnater 唯一性假设受到大多数人的反对，将它改成较弱的极限假设。在极限假设的基础上，按 Stalnater 语义的基本思想，形成了一种广泛适用的形式语义——择类函数语义。

Lewis 在 1973 年发表了条件句逻辑的重要著作《反事实句》，详细地讨论了可能世界的相对相似关系，提出了不需要极限假设的形式语义——球形邻域语义，并构造了重要的条件句逻辑——**VC**。

Prllock 在 1974 年和 1976 年的两篇文章中，从两个基本的认识论概念出发。讨论了条件句所依赖的可能世界的性质。从 Prllock 的观点出发，就会发现可能世界的相对相似关系不满足可比较性。为此 Prllock 在 1976 年构造了另一个重要的条件句逻辑——**SS**。

改进 Stalnater 语义的另一方向是改变最小变化原理，将它改为小变化原理：条件句在可能世界 $i$ 的真值只依赖于足够相似于 $i$ 的前提为真的可能世界。Åqvist 在 1971 年和 Nute 在 1975 年提出的系统都具有这个特点。

对于 Stalnater 语义基本思想的改进和发展形成了条件句逻辑的主流。但也有另外一些与此不同的观点。Gabbay 在 1972 年提出的系统就假定条件句可能依赖于任何相似程度的可能世界，可能依赖于后件。后来证明 Gabbay 构造的公理系统相对于它的语义是不完全的。

如果说 70 年代前期是建立语义和各种公理系统的繁荣时期，那么 70 年代后期主要对各种语义和公理系统的整理和深入讨论。

70 年代开始，结合条件句逻辑系统的建立和研究，对条件句的性质及其哲学问题进行了更深入的讨论。出现了各种从认识论

或本体论的基本概念出发的非形式的语义。这方面的研究表明了逻辑学家对于条件句看法上的严重分歧，至今没能得到比较一致的看法。

条件句的时态是一个非常重要的问题，很多逻辑学家进行了研究。1981 年 Van Fraassen 及 Thomason 和 Gupte 发表的两篇文章，将时态算子引进条件句逻辑，开始了条件句时态研究的新方向，以后虽有一些进展，但没有新的突破。总之，条件句逻辑已经发展成为一门比较成熟的逻辑，但存在的问题仍然不少。

## 2 条件句的共存理论

条件蕴涵刻划了前件和后件内容上的联系，显然不能归结为实质蕴涵。以下两个句子就能说明这一点。

(10)如果我身高 3 米，则我身高超过 2 米。

(11)如果我身高 3 米，则我身高不到 1 米。

很清楚(10)是真的而(11)是假的。按实质蕴涵看，因为(10)和(11)的前提都是假的，所以它们都是真句子。注意到这两个句子的后件也是假的，所以前后件具有同样真值的两个句子的真假可能不同，这说明了任何真值函项都不能刻划条件蕴涵。

条件蕴涵所刻划的内容上的联系也不是逻辑上的必然性，所以它也不同于严格蕴涵。这个问题以后再作详细的讨论。

条件蕴涵是否刻划因果联系呢?确有相当数量的条件句，特别是刻划规律的条件句是反映了前件和后件的因果联系，但仍有大量从经验中得到的在现实中使用的条件句并不反映前件和后件的因果联系。即使能将每个条件句都看作刻划了某种因果联系，如何处理条件句仍是一个复杂的问题，因为因果联系本身也是一个不容易处理的问题。

Chisholm，Goodman，Sellars 和 Rescher 等逻辑学家都提出了处理条件句的方法，其中 Coodman 的观点最有代表性。他的观

点可以称为条件句的共存(*cotenability*)理论。这个理论的基本思想是：$\varphi > \psi$ 为真当且仅当在某些规律和某些真句子下，$\varphi$ 能够推出 $\psi$。设 $\Gamma$ 是这些规律的集合，$\Phi$ 是这些真句子的集合。则可以说 $\varphi > \psi$ 表示以下的推理：

$$\frac{\varphi, \Gamma, \Phi}{\psi}$$

显然 $\Phi$ 必须和 $\varphi$ 逻辑相容，但仅仅是逻辑相容是不够的。很容易举出这样的例子，$\varphi$ 和 $\psi$ 是逻辑相容的，但同时又有 $\varphi > \neg\psi$。$\Phi$ 所需要的条件被 Goodman 称为共存条件。如果 $\varphi$ 不能蕴涵 $\Phi$ 中任何句子的否定，而 $\Phi$ 中的任何句子不能蕴涵 $\varphi$ 的否定，则称 $\varphi$ 和 $\Phi$ 是共存的。在刻划 $\varphi > \psi$ 中所提到的句子集合 $\Phi$ 必须和 $\varphi$ 共存。

但是问题并没有得到最后解决。关于共存概念的叙述中所提到的蕴涵指的是什么呢？很显然这个蕴涵就是条件蕴涵。这样，上述关于 $\varphi > \psi$ 的叙述中存在着明显的循环。所以它至多只是对共存条件的一种描述，而不是定义。

不用条件蕴涵给出共存条件，或者直接给出和 $\varphi$ 共存的句子集 $\Phi$，成为共存理论要解决的首要问题。

除句子集 $\Phi$ 外，规律的集合 $\Gamma$ 是什么也是一个需要解决的问题。一般来说是物理规律的集合，但对于非正当的条件句来说，必有一些物理规律不能包含在内，而对另一些日常经验中的条件句来说，又需要一些非物理的规律。

Goodman 的共存理论给出了条件句的逻辑意义，比较深刻地刻划了条件句的本质，但沿着这个方向去处理条件句是相当困难的。在条件句逻辑的发展中，虽然对于条件句的逻辑意义的认识和 Goodnam 的观点是一致的。但处理的方法是大不一样的。

## 3 严格蕴涵和条件句

严格蕴涵是为了刻划逻辑上的必然联系而引进的。随着模态

逻辑的发展，人们发现严格蕴涵不仅能刻划逻辑上的必然联系，而且还可以刻划其他种类的必然联系。如果用模态算子□将严格蕴涵表示为$\Box(\varphi\rightarrow\psi)$的话，则在一般的模态逻辑中，□不一定表示逻辑上的必然性，还可以表示其他意义下的必然性。条件句是否也可以看作某种意义上的必然联系，而用某种模态逻辑来表示呢？在早期对条件句的研究中，曾经进行过这样的尝试。但研究表明一般的模态逻辑是不能刻划条件句的。

这里所说的一般的模态逻辑 **L** 是指一个满足以下条件的模态公式的集合。（更严格地说，**L** 是模态逻辑的定理集）。

(1)**L** 包含所有重言式；

(2)如果 $\varphi$ 是重言式，则 **L** 包含$\Box\varphi$；

(3)**L** 包含公式$\Box(\varphi\rightarrow\psi)\rightarrow(\Box\varphi\rightarrow\Box\psi)$；

(4)**L** 对于分离规则封闭。（在这里分离规则是指：如果 $\varphi,\varphi\rightarrow\psi\in \mathbf{L}$，则 $\varphi\in \mathbf{L}$。）

如果在这样的模态逻辑中用$\Box(\varphi\rightarrow\psi)$来刻划条件句 $\varphi>\psi$，则条件蕴涵就应该有以下三条规律。

传递律　$(\varphi>\psi)\wedge(\psi>\chi)\rightarrow(\varphi>\chi)$

易位律　$(\varphi>\neg\psi)\rightarrow(\psi>\neg\varphi)$

前件增加律　$(\varphi>\psi)\rightarrow(\varphi\wedge\chi>\psi)$

这三条规律是不成立的。

(12)如果甲在决赛中不输给乙，则乙不会得冠军。

(13)如果甲不参加比赛，则甲就不会在决赛中输给乙。

(14)如果甲不参加比赛，则乙就不会得冠军。

显然(12)和(13)是真的，而从(12)和(13)通过传递律得到的(14)却是假的。

对于易位律，以下句子就能说明问题。

(15)如果我觉得热，我就会脱掉外衣。

(16)如果我没有脱掉外衣，则我不觉得热。

(15)是真时(16)并一定是真的。

最后对于前件增强律，存在以下反例。

(17)如果小王不在，则我就上场踢球。

(18)如果小王不在而小李在，则我就不上场踢球。

(17)和(18)有可能都是真的。

$\varphi > \psi$ 是指在某个规律集 $\Gamma$ 和某个句子集 $\Phi$ 下，$\varphi$ 到 $\psi$ 的推理。给定规律集 $\Gamma$ 和句子集 $\Phi$，$\varphi$ 到 $\psi$ 的推理，可以看作某种意义下，$\varphi$ 和 $\psi$ 的必然联系，所以每一个条件句都可以看作具有某种必然性的严格蕴涵句。

然而，条件句的全体和某个模态逻辑中的严格蕴涵句的全体却有很大的差别。虽然不同的模态逻辑可以刻划不同的必然性，但在同一个模态逻辑中，所有严格蕴涵句只能刻划同样的必然联系。而全体条件句却有各种不同程度的必然联系。所以，即使每种必然性都可以用某种模态逻辑来表示，也不能用模态逻辑来刻划具有不同必然性程度的条件句。

## 4 可能世界的相对相似关系

虽然模态逻辑不能刻划条件句，但模态逻辑对严格蕴涵的处理方法可以用于处理条件句。在模态逻辑的可能世界语义学中，一个严格蕴涵句 $\Box(\varphi\rightarrow\psi)$ 在可能世界 $i$ 真当且仅当相应的实质蕴涵在 $i$ 可通达的所有可能世界中真。这种处理方法有两个要点：

(1)将严格蕴涵的真归结为相应的实质蕴涵的真。

(2)考虑满足某种条件的可能世界的全体。

所以用这种方法处理条件句逻辑的关键问题在于，对于条件句 $\varphi > \psi$，所要考虑的可能世界是哪些，又如何确定。以后将对于条件句 $\varphi > \psi$ 来说要考虑的可能世界，称为 $\varphi > \psi$ 所依赖的可能世界。所以条件句 $\varphi > \psi$ 真当且仅当在 $\varphi > \psi$ 所依赖的可能世界中 $\varphi\rightarrow\psi$ 真。

$\varphi > \psi$ 所刻划的必然联系的程度是和 $\varphi > \psi$ 所依赖的可能世界

有关的。必然性程度的高低取决于这些可能世界和现实世界的相似程度。这些可能世界和现实世界越接近，$\varphi>\psi$ 所刻划的必然联系的程度就越低，这些可能世界和现实世界差别越大，$\varphi>\psi$ 所刻划的必然联系的程度就越高。作为极限情况，如果所依赖的可能世界是所有可通达的可能世界，则 $\varphi>\psi$ 就刻划了逻辑上的必然联系。通过引进刻划相似程度的相对相似关系，就能解决确定条件句所依赖的可能世界的问题，从而解决条件句是否成立的问题。

可能世界上可以有不同的可通达关系。但不管在哪种可通达关系基础上，引进相对相似关系来处理条件句的方法是类似的。为了简单和更清楚表达相对相似关系的意义，在这里我们假定任何可能世界都是相互可通达的，这样每一个可能世界所可通达的可能世界的集合都是全体可能世界。在这种情况下，可以省去可通达关系。以后再简单介绍如何在其他可通达关系上引进相对相似关系。

设 $i$ 是一个可能世界。对于 $i$ 来说，其他可能世界和 $i$ 有一个相似的程度。相对于 $i$ 的相似关系就是两个可能世界相对于 $i$ 的相似程度的比较。用 $\leqslant_i$ 表示这个关系，则 $j\leqslant_i k$ 的意义就是 $j$ 相似于 $i$ 的程度不比 $k$ 相似于 $i$ 的程度低，也可以说 $j$ 至少和 $k$ 一样相似于 $i$。如果 $j$ 相似于 $i$ 的程度不比 $k$ 低，$k$ 相似 $i$ 的程度不比 $l$ 低，当然 $j$ 相似于 $i$ 的程度不比 $l$ 低。这就是说关系 $\leqslant_i$ 有传递性。任何一个不同于 $i$ 的世界都和 $i$ 有所不同，只有 $i$ 自己和 $i$ 相同，所以 $i$ 相似于 $i$ 的程度比任何其他的可能世界相似于 $i$ 的程度更高。下面给出严格的叙述。

**相对相似关系** 设 $I$ 是可能世界的集合，$i\in I$，$\leqslant_i$ 是满足以下条件的二元关系，则 $\leqslant_i$ 称为 $I$ 上的相对(于 $i$ 的)相似关系。

$SR1$ (自返性)任给 $j\in I$，$j\leqslant_i j$。

$SR2$ (最小性)任给 $j\in I$，如果 $i\neq j$，则 $i\leqslant_i j$ 但并非 $j\leqslant_i i$。

$SR3$ (传递性)任给 $j,k,l\in I$，如果 $j\leqslant_i k$，$k\leqslant_i l$，则 $j\leqslant_i k$。

用 $j=_i k$ 表示 $j\leqslant_i k$ 且 $k\leqslant_i j$，$j=_i k$ 的意义就是 $j$ 和 $k$ 相对于 $i$

的相似程度是同等的。

用 $j \not\leqslant_i k$ 表示并非 $j \leqslant_i k$，用 $j \neq_i k$ 表示并非 $i =_i k$。

用 $j <_i k$ 表示 $j \leqslant_i k$ 且 $k \neq_i j$，$j <_i k$ 的意义是 $j$ 相对于 $i$ 的相似程度比 $k$ 更高。

利用 $<_i$ 可将 $SR2$ 表示为，任给 $j \in I$，如果 $j \neq i$，则 $i <_i j$。

注意 $\leqslant_i$ 并不是偏序关系，因为 $\leqslant_i$ 不满足反对称性（如果 $j \leqslant_i k$ 且 $k \leqslant_i j$，则 $j = k$）。但可以类似于偏序关系定义最小元和极小元。

最小元。$J \subseteq I$，$j \in J$。如果任给 $k \in J$，都有 $j \leqslant_i k$，则称 $j$ 是 $J$ 的 $\leqslant_i^{\sim}$ 最小元。

极小元。$J \subseteq I$，$j \in J$。如果不存在 $k \in J$，使得 $k <_i j$，则称 $j$ 是 $J$ 的 $\leqslant_i^{\sim}$ 极小元。换句话说，如果 $k \leqslant_i j$，则 $k =_i j$。

用最小元的术语可以将 $SR2$ 表示为，$i$ 是 $I$ 的唯一的 $\leqslant_i^{\sim}$ 最小元。

$\leqslant_i^{\sim}$ 最小元和 $\leqslant_i^{\sim}$ 极小元有许多类似于偏序集上最小元和极小元的性质。如：$J$ 的 $\leqslant_i^{\sim}$ 最小元都是 $J$ 的 $\leqslant_i^{\sim}$ 极小元；如果 $J$ 有 $\leqslant_i^{\sim}$ 最小元，则 $J$ 的 $\leqslant_i^{\sim}$ 极小元都是 $J$ 的 $\leqslant_i^{\sim}$ 最小元；如果 $j$ 是 $J$ 的 $\leqslant_i^{\sim}$ 极小元且 $j \in K$，则 $j$ 是 $J \cap K$ 的 $\leqslant_i^{\sim}$ 极小元。等等。①

从相对相似关系的意义来看，$J$ 中 $\leqslant_i^{\sim}$ 极小元实际上就是 $J$ 中最相似于 $i$ 的可能世界。在这里只要求极小元而不要求最小元，因为我们对最相似于 $i$ 的理解是指没有其他可能世界比它更相似 $i$，而不要求它比其他可能世界更相似 $i$。

相对相似关系除了这三条最基本的性质外，还有其他什么性

---

① 从集合论可知，任给 A 上满足自反性和传递性的二元关系 R，总可以构造 A 上等价关系 $\sim = \{\langle x,y\rangle | \langle x,y\rangle \in R$ 且 $\langle y,x\rangle \in R\}$，并且诱导出商集 $\tilde{A}$ 的偏序关系 $\leqslant$，满足 $\tilde{x} \leqslant \tilde{y}$ 当且仅当 $\langle x,y\rangle \in R$。因为 $\leqslant_i$ 是 I 上满足自反性和传递性的二元关系，所以能够诱导出 $\tilde{I}$ 上的偏序关系 $\leqslant$。z 是 j 的 $\leqslant_i^{\sim}$ 最小元（极小元）当且仅当 $\tilde{j}$ 是 $\tilde{J} = \{\tilde{k} | k \in J\}$ 的 $\leqslant^{\sim}$ 最小元（极小元）。

质呢？如何从相对相似关系得到 $\varphi > \psi$ 所依赖的可能世界呢？不同的人回答是不一样的，这些不同的回答就会得到不同的条件句逻辑。本文中只介绍最重要的几种。

## 5 极限假设和择类函数语义学

首先我们固定一个可能世界 $i$，以下的讨论都是相对于 $i$ 来说。

除了 $\varphi$ 是不可能的以外，$\varphi > \psi$ 所依赖的可能世界中必须包括使得 $\varphi$ 为真的世界，否则 $\varphi > \psi$ 就无条件地为真，这不符合实际。为了确定 $\varphi > \psi$ 是否为真，也只需考虑 $\varphi > \psi$ 所依赖的可能世界中使得 $\varphi$ 为真的世界，因为 $\varphi$ 为假的可能世界中 $\varphi \rightarrow \psi$ 总是真的。以下将 $\varphi$ 为真的可能世界称为 $\varphi^-$ 世界，并将全体 $\varphi^-$ 世界的集合记作【$\varphi$】。

显然，如果 $\varphi$ 和 $\psi$ 有强的必然联系，则 $\varphi$ 和 $\psi$ 必有弱的必然联系。这点反映在相对相似关系上就是：如果 $j$ 是 $\varphi > \psi$ 所依赖的可能世界，$k$ 比 $j$ 更相似于 $i$（即 $k \leqslant_i j$），则 $k$ 也是 $\varphi > \psi$ 所依赖的 $\varphi$ 可能世界。当我们只考虑 $\varphi > \psi$ 所依赖的 $\varphi^-$ 世界时，一个很自然的想法是 $\varphi > \psi$ 所依赖的 $\varphi^-$ 世界中包含最相似于 $i$ 的 $\varphi^-$ 世界，即包含【$\varphi$】中的 $\leqslant_i^-$ 极小元。

【$\varphi$】中是否有最相似于 $i$ 的可能世界呢？这问题是由极限假设回答的。

**极限假设** 如果 $\varphi$ 是可能的，则一定存在最相似于 $i$ 的 $\varphi^-$ 世界。

用 $\leqslant_i^-$ 极小元来说，就是如果【$\varphi$】$\neq \varnothing$，则【$\varphi$】一定有 $\leqslant_i^-$ 极小元。

极限假设是 Stalnater 唯一性假设的弱化。Stalnater 唯一性假设是说，如果 $\varphi$ 是可能的，则存在唯一的最相似于 $i$ 的 $\varphi^-$ 世界。

在承认极限假设的基础上，形成择类函数语义学。这种语义学

在可能世界语义学的基础上增加二元函数 $f$，任给公式 $\varphi$ 和可能世界 $i$，$f(\varphi,i)$ 是 $I$ 的一个子集。$f(\varphi,i)$ 的意义就是 $\varphi>\psi$ 所依赖的 $\varphi^{-}$ 世界，所以 $f$ 满足 $f(\varphi,i)\subseteq$【$\varphi$】。可以用 $f$ 定义 $\varphi>\psi$ 的真值条件：$\varphi>\psi$ 在可能世界 $i$ 真当且仅当 $f(\varphi,i)\subseteq$【$\psi$】。

择类函数语义的基本思想在Stalnater语义中已经产生。择类函数语义不对产生它的相对相似关系作任何限制，从而使它具有很大的适应性。虽然有些条件句逻辑并不是由这种语义建立的，但也可以用这种语义来解释。

为了给出这种语义的严格定义和以后讨论各种条件句逻辑的需要。先建立条件句逻辑的形式语言。这个形式语言的初始符号包括命题变项，真值联接词$\neg$和$\vee$，条件蕴涵$>$和括号。这个形式语言中的公式(用 $\varphi,\psi,\chi$ 等表示)由以下归纳定义：

(1)命题变项是公式。

(2)如果 $\varphi$ 和 $\psi$ 是公式，则$\neg\varphi$，$(\varphi\vee\psi)$和$(\varphi>\psi)$是公式。

(3)只有以上的是公式。

仿照命题逻辑，可由定义引进真值联接词$\wedge$，$\rightarrow$和$\leftrightarrow$。

$(\varphi\wedge\psi)=_{df}\neg(\neg\varphi\vee\neg\psi)$

$(\varphi\rightarrow\psi)=_{df}(\neg\varphi\vee\psi)$

$(\varphi\leftrightarrow\psi)=_{df}((\varphi\rightarrow\psi)\wedge(\varphi\rightarrow\psi))$

将全体公式的集合记作 $\Phi$。以下是择类函数语义的严格叙述。

**择类函数语义** 条件句逻辑在这种语义中的一个解释是一个三元序组〈$I$,【 】,$f$〉,$I$ 是可能世界的集合；【 】是 $\Phi$ 到 $P(I)$($I$ 的幂集)的映射，即任给公式 $\varphi$,【$\varphi$】$\subseteq I$,【$\varphi$】的意义是全体使 $\varphi$ 为真的可能世界的集合；$f$ 是 $\Phi\times I$ 到 $P(I)$的映射，即任给公式 $\varphi$ 和可能世界 $i$，$f(\varphi,i)\subseteq I$，$f(\varphi,i)$的意义是 $\varphi>\psi$ 所依赖的所有 $\varphi^{-}$ 世界的集合。公式的真值由以下条件确定。

$CST1$ 【$\neg\varphi$】$=I\setminus$【$\varphi$】

$CST2$ 【$\varphi\vee\psi$】=【$\varphi$】$\cup$【$\psi$】

$CST3$ $i\in$【$\varphi>\psi$】当且仅当 $f(\varphi,i)\subseteq$【$\psi$】。

对于由定义引进的真值联接词∧，→和↔有：

【$\varphi\wedge\psi$】=【$\varphi$】∩【$\psi$】。

$i\in$【$\varphi\rightarrow\psi$】当且仅当如果 $i\in$【$\varphi$】，则 $i\in$【$\psi$】。特别地，如果【$\varphi\rightarrow\psi$】$=I$，则【$\varphi$】⊆【$\psi$】。

$i\in$【$\varphi\leftrightarrow\psi$】当且仅当 $i\in$【$\varphi$】等同于 $i\in$【$\psi$】。特别地，如果【$\varphi\leftrightarrow\psi$】$=I$，则【$\varphi$】=【$\psi$】

对于条件句逻辑来说，以上的语义是不完整的，需要对映射 $f$ 作一些限制，以符合 $f$ 所代表的意义。我们结合具体的条件句逻辑来讨论这些性质。

## 6 最小变化原理及系统 VC 和 C2

在择类函数语义中，$f(\varphi,i)$是确定 $\varphi>\psi$ 在可能世界 $i$ 的真值的关键。前面已经指出，$f(\varphi,i)$应该包含【$\varphi$】中所有的$\leqslant_i$ 极小元，但必须有一条原理告诉我们，$f(\varphi,i)$到底包含哪些可能世界，才能最终建立条件句逻辑。最小变化原理就是这样一条原理。

**最小变化原理** $\varphi>\psi$ 在可能世界 $i$ 所依赖的 $\varphi$ 世界恰好是最相似于 $i$ 的 $\varphi$ 世界。

用相对相似关系来说就是，$f(\varphi,i)$恰好是【$\varphi$】中所有$\leqslant_i$ 极小元的集合。

适合最小变化原理的最主要的系统是 VC，它是由 Lewis 建立的。除了最小变化原理外，对于相对相似关系，VC 还要求这种关系满足可比较性(即任给 $j,k\in I$，有 $j\leqslant_i k$ 或 $k\leqslant_i j$)。在这种情况下，$\leqslant_i$ 极小元就是$\leqslant_i$ 最小元。

在择类函数语义中，VC 所满足的性质如下：

$CS1$ $f(\varphi,i)\subseteq$【$\varphi$】

$CS2$ 如果 $i\in$【$\varphi$】，则 $f(\varphi,i)=\{i\}$

$CS3$ 如果 $f(\varphi,i)=\varnothing$，则 $f(\psi,i)\cap$【$\varphi$】$=\varnothing$

$CS4$ 如果 $f(\varphi,i)\subseteq$【$\psi$】且 $f(\psi,i)\subseteq$【$\varphi$】，则 $f(\varphi,i)=f(\psi,i)$

$CS5$　如果 $f(\varphi,i)\cap【\psi】\neq\varnothing$，则 $f(\varphi\wedge\psi,i)\subseteq f(\varphi,i)$。

$CS1$ 由 $f(\varphi,i)$的意义直接可得，$CS2$ 是由于相对相似关系的最小性，当 $i\in【\varphi】$时，$i$ 就是【$\varphi$】中唯一的$\leqslant_i$ 极小元了。$CS3$ 相当于极限假设，承认极限假设就会得到如果 $f(\varphi,i)=\varnothing$，则 $\varphi$ 是不可能的，即【$\varphi$】$=\varnothing$，当然就有 $f(\psi,i)\cap【\varphi】=\varnothing$

$CS4$ 和 $CS5$ 稍为复杂一点。我们利用 $f(\varphi,i)=\{j|j$ 是【$\varphi$】的$\leqslant_i$ 极小元$\}$来得到它们。

首先有如果 $k\in f(\varphi,i)$，$j\in【\varphi】$且 $j\leqslant_i k$，则 $j\in f(\varphi,i)$

$CS4$。任给 $j\in f(\varphi,i)$，都有 $j\in【\psi】$，所以存在 $k\in f(\psi,i)$，使得 $k\leqslant_i j$，又因为 $k\in【\varphi】$，所以 $j=_i k$，$j\in f(\psi,i)$。这就是$f(\varphi,i)\subseteq f(\psi,i)$，同理可得 $f(\psi,i)\subseteq f(\varphi,i)$

$CS5$。取定 $k\in f(\varphi,i)\cap【\psi】$，则 $k\in【\varphi\wedge\psi】$。任给 $j\in f(\varphi\wedge\psi,i)$有 $j\leqslant_i k$。又因为 $j\in【\varphi】$且 $k\in f(\varphi,i)$，所以 $j\in f(\varphi,i)$，这就是$f(\varphi\wedge\psi,i)\subseteq f(\varphi,i)$。

**VC** 的公理系统如下：

推演规则除分离规则外，还有

$RCEC$　从 $\varphi\leftrightarrow\psi$ 推出$(\chi>\varphi)\leftrightarrow(\chi>\psi)$

$RCK$　从$(\varphi_1\wedge\cdots\varphi_n)\rightarrow\psi$，推出$[(\chi>\varphi_1)\wedge\cdots\wedge(\chi>\varphi_n)]\rightarrow(\chi>\psi)$，$n\geqslant 0$(当 $n=0$ 时，就是从 $\psi$，推出 $\chi>\psi$。)

公理除古典命题演算的公理外，还有

$ID$　$\varphi>\varphi$

$MP$　$(\varphi>\psi)\rightarrow(\varphi\rightarrow\psi)$

$MOD$　$(\neg\varphi>\varphi)\rightarrow(\psi>\varphi)$

$CSO$　$[(\varphi>\psi)\wedge(\psi>\varphi)]\rightarrow[(\varphi>\chi)\leftrightarrow(\psi>\chi)]$

$CV$　$[(\varphi>\psi)\wedge\neg(\varphi>\neg\chi)]\rightarrow[(\varphi\wedge\chi)>\psi]$

$CS$　$(\varphi\wedge\psi)\rightarrow(\varphi>\psi)$

**VC** 的公理系统适合以上给出的 **VC** 的语义条件。

对于 $RCEC$，因为 $\varphi\leftrightarrow\psi$ 成立，就是【$\varphi$】$=$【$\psi$】，所以 $f(\chi,i)\subseteq$【$\psi$】和 $f(\chi,i)\subseteq$【$\varphi$】就是一回事，所以有$(\chi>\varphi)\leftrightarrow(\chi>\psi)$。

对于 $RCK$，从 $(\varphi_1\wedge\cdots\wedge\varphi_n)>\psi$ 成立，得到任给 $j$，都有 $f(\varphi_1\wedge\cdots\wedge\varphi_n,j)\subseteq$【$\psi$】。任给 $i\in$【$(\chi>\varphi_1)\wedge\cdots\wedge(\chi>\varphi_n)$】有 $f(\chi,i)\subseteq$【$\varphi_1$】，…，$f(\chi,i)\subseteq$【$\varphi_n$】。所以 $f(\chi,i)\subseteq$【$\varphi_1\wedge\cdots\wedge\varphi_n$】。任给 $j\in f(\chi,i)$，有 $j\in$【$\varphi_1\wedge\cdots\wedge\varphi_n$】，所以 $f(\varphi_1\wedge\cdots\wedge\varphi_n,j)=\{j\}$，再从 $\{j\}\subseteq$【$\psi$】得到 $j\in$【$\psi$】，因此 $f(\chi,i)\subseteq$【$\psi$】，即 $i\in$【$x>\psi$】。最终证明了【$(\chi>\varphi_1)\wedge\cdots\wedge\chi>\varphi_n$】$\subseteq$【$\chi>\psi$】，即 $[(\chi>\varphi_1)\wedge\cdots\wedge(\chi>\varphi_n)]\rightarrow(\chi>\psi)$ 成立。

从 $CS1$，$CS2$，$CS3$ 很容易看出 $ID$，$MP$，$POD$ 和 $CS$ 是适合语义解释的。

$COS$ 能从 $CS4$ 得到。如果 $i\in$【$(\varphi>\psi)\wedge(\varphi>\psi)$】，则 $f(\varphi,i)\subseteq$【$\psi$】且 $f(\psi,i)\subseteq$【$\varphi$】，由 $CS4$ 可得 $f(\varphi,i)=f(\psi,i)$，所以 $i\in$【$\varphi>\chi$】等同 $i\in$【$\psi>\chi$】，因此 $i\in$【$(\varphi>\chi)\leftrightarrow(\psi>\chi)$】。

$CV$ 能从 $CS5$ 得到。如果 $i\in$【$(\varphi>\psi)\wedge\neg(\varphi>\neg\chi)$】则 $f(\varphi,i)\subseteq$【$\psi$】且 $f(\varphi,i)\nsubseteq$【$\neg\chi$】，所以 $f(\varphi,i)\cap$【$\chi$】$\neq\varnothing$，由 $CS5$ 可得 $f(\varphi\wedge\chi,i)\subseteq f(\varphi,i)$，因此 $f(\varphi\wedge\chi,i)\subseteq$【$\psi$】，$i\in$【$\varphi\wedge\chi>\psi$】。

以上的证明说明了 **VC** 的语义一致性。实际上 **VC** 也是语义完全的，具体证明这里就不谈了。

在 **VC** 上加上 Stalnater 唯一性假设，就得到另一个条件句逻辑 **C2**。**C2** 是 Stalnater 最早建立的那个系统。

在 Stalnater 唯一性假设下，$f(\varphi,i)$ 至多包含一个元素，这个元素要么属于【$\psi$】要么属于【$\neg\psi$】。所以一定有 $f(\varphi,i)\subseteq$【$\psi$】或 $f(\varphi,i)\subseteq$【$\neg\psi$】。

为了得到 **C2** 的语义，我们需要在 **VC** 的语义上再加上：

$CS6$　$f(\varphi,i)\subseteq$【$\psi$】或 $f(\varphi,i)\subseteq$【$\neg\psi$】

相应的在 **VC** 的公理系统上加上公理：

$CEN$　$(\varphi>\psi)\vee(\varphi>\neg\psi)$

就得到 **C2** 的公理系统。

因为很容易从 $MP$ 和 $CEN$ 得到 $CS$，所以公理 $CS$ 是不需要的。因为 $CEN$ 不是 **VC** 的定理，所以 **C2** 是 **VC** 的真扩充。

# 7 Pollock 语义和系统 SS

择类函数语义是一种形式语义，对于建立条件句逻辑的公理系统具有很大的优越性，但在对于条件句意义上的理解是有缺陷的。$f(\varphi,i)$只是符合一定条件的一个映射，它的意义是不清楚的，至多把 $f(\varphi,i)$的意义归结为可能世界的相对相似关系，而相对相似关系本身也是不清楚的，例如任何两个可能世界 $j$ 和 $k$，到底是谁更相似于 $i$ 的问题是很难说清楚的。

由于以上原因，许多逻辑学家提出了一些更能体现条件句性质的非形式(或半形式)的语义。这里只简单介绍具有一定代表性的 Pollock 语义。

Pollock 语义以可能世界为背景。从两个最基本的认识论概念出发，直接确定现实世界中 $\varphi>\psi$ 所依赖的可能世界，从而得到 $\varphi>\psi$ 的真值条件。

Pollock 所使用的两种基本的认识论概念是反事实全称概括句和事物的简单状态。

有些反事实全称概括句依赖于偶然因素，如“所有的人喝了毒药瓶的液体都会死去。”这个句子依赖于毒药里装的是毒瓶和人具有现在的这种生物结构。有一些反事实全称概括句不依赖于偶然因素，如“所有具有现在的人的结构的生命体喝了毒药都会死去。”。Pollock 称前一种句子为“弱”反事实全称概括句，称后一种句子“强”反事实全称概括句。Pollock 假定有一部分反事实全称概括句能被它们的实例所证实，这部分句子称为基本的。Pollock 在[7]中对证实问题作了详细的讨论，这里就省略了。以下我们将基本的强反事实全称概括句简称为全称句。

一个事物的状态是简单的是指：对于它的认识是非归纳的并且也不是以前所认识的事物状态的推论。简单地说，就是这种事物的状态是直接被认识到的。以下我们将事物的简单状态称为状态。

记$G$是所有真全称句的集合，记$S$是所有真状态的集合。这里的真是指在现实世界中真。Pollock从句子$\varphi$，集合$G$和集合$S$，直接确定在现实世界中$\varphi>\psi$所依赖的可能世界，从而确定$\varphi>\psi$在现实世界中的真值。

以下是确定$\varphi>\psi$在现实世界中真值的步骤：

第一步。构造所有和$\varphi$极大相容的真全称句的集合，即构造$\Gamma(\varphi)=\{X \mid X\subseteq G$ 且 $X$ 和 $\varphi$极大相容$\}$。

第二步。对$\Gamma(\varphi)$的每个集合$X$，构造所有和$X\cup\{\varphi\}$极大相容的真状态的集合。即任给$X\in\Gamma(\varphi)$，构造$\Sigma(\varphi,X)=\{Y \mid Y\subseteq S$ 且 $Y$ 和 $X\cup\{\varphi\}$极大相容$\}$。

第三步。考虑这样的可能世界：存在$X\in\Gamma(\varphi)$，存在$Y\in\Sigma(\varphi,X)$，使得$X$的每个全称句和$Y$的每种状态在这个可能世界中真。

第四步。将第三步中所有的可能世界记作$J$，则$\varphi>\psi$在现实世界中真当且仅当$\psi$在$J$的每个可能世界中真。

Pollock根据他的语义构造了一个不同于**VC**的条件句逻辑系统——**SS**

可以在Pollock语义中引进相对相似关系，使得在这种相对相似关系下，用最小变化原理确定的$\varphi>\psi$的真值和原来是一样的。这样就可以用择类函数的语义重新解释**SS**，并可以和**VC**作比较。

从相对相似关系的角度看，**VC**和**SS**的差别在于后者没有可比较性。从择类函数语义的角度看，相差在于刻划可比较性在$f(\varphi,i)$上的反映的性质$CS5$。

注意到前面用相对相似关系得到性质$CS4$是用到可比较性的。为了在没有可比较性的情况下得到$CS4$，需要将极限假设加强为：任给$\varphi^-$世界$k$，一定存在比$k$更相似$i$的最相似$i$的$\varphi^-$世界。用$\leqslant_i^-$的术语表示就是：任给$k\in$【$\varphi$】存在【$\varphi$】的$\leqslant_i^-$极小元$j$，使得$j\leqslant_i k$。实际上按极限假设的本来意义来说，在没有可比较性的情况下，就应该是这种形式。只是在开始提出和讨论极限假设时，相

对相似关系是具有可比较性的，所以才采取了前面所提到的简单形式。

从相对相似关系的性质可以推出 $f(\varphi\vee\psi,i)\subseteq f(\varphi,i)\cup f(\psi,i)$。在 **VC** 中因为有比它更强的性质 $CS5$，就不需要它了。而在 **SS** 中，就需要这条性质了。

只要在 **VC** 的语义中，用

$CS7\quad f(\varphi\vee\psi,i)\subseteq f(\varphi,i)\cup f(\psi,i)$

代替 $CS5$，就得到 **SS** 的语义。

相应的在 **VC** 的公理系统中，用

$CA\quad [(\varphi>\psi)\wedge(\chi>\psi)]\rightarrow[(\varphi\vee\chi)>\psi]$

代替 $CV$，就得到 **SS** 的公理系统。

**SS** 的公理系统对于它的语义是一致的和完全的。

可以证明 $CA$ 是 **VC** 的定理，而 $CV$ 不是 **SS** 的定理，所以 **VC** 是 **SS** 的一个真扩充。

## 8 小变化原理和系统 VW

Åqvist 提出的条件句逻辑，用的语义虽然不是择类函数语义，但是也可以看作建立在相对相似关系的基础上。这个系统的最主要的特点，是修改最小变化原理，将它改为以下原理。

**小变化原理** $\varphi>\psi$ 在可能世界是否为真只依赖于足够相似于 $i$ 的可能世界。

相对于择类函数语义，最小变化原理使得 $f(\varphi,i)$ 恰好是所有极小元的集合，从而确定了 $f(\varphi,i)$。而小变化原理却需要 $f(\varphi,i)$ 包含一切足够相似于 $i$ 的 $\varphi$-世界，用关系 $\leqslant_i$ 无法确定足够相似，也就无法确定 $f(\varphi,i)$。这说明了用原先所定义的相对相似关系和小变化原理无法得到处理条件句逻辑的择类函数语义学，我们采用修改相对相似关系的方法来解决这个问题。

早先的相对相似关系中，相似是指严格意义上的相似，$j=_ik$

的意义是 $i$ 的 $k$ 有同样的相似于 $i$ 的程度。如果我们将 $j =_i k$ 的意义改为 $i$ 和 $k$ 相似于 $i$ 的程度差不多，则 $\leqslant_i$ 所体现的相似关系就不是严格意义上的相似，而是“足够”意义上的相似。现在我们将相对相似关系 $\leqslant_i$ 理解为“足够”意义上的相似。在这种理解下，自反性仍然成立。传递性有可能不成立，但一般也认为成立。最小性就不成立了，因为不同于 $i$ 的可能世界也可能足够相似于 $i$，但 $i$ 仍然是最相似于 $i$ 的可能世界，所以有：

$SR2'$（弱最小性） 任给 $j \in I, i \leqslant_i j$

按现在的理解应该说，$I$ 上的一个相对相似关系是指满足 $SR1$，$SR2'$ 和 $SR3$ 的一个二元关系。而 $SR2$ 是确定这个相似关系是否“严格”的条件。所以可以说，一个满足 $SR2$ 的相对相似关系是一个严格的相对相似关系。

用修改相对相似关系来处理小变化原理的好处在于，在新的相对相似关系下，$f(\varphi, i)$ 仍是【$\varphi$】中所有 $\leqslant_i$ 极小元的集合。这样原先在最小变化原理下从相对相似关系得到的语义性质，现在在小变化原理下仍然可以用同样方法得到。只有一条需要修改，相应于最小性的 $CS2$ 需要改为相应于弱最小性的以下性质：

$CS2'$ 如果 $i \in$【$\varphi$】，则 $i \in f(\varphi, i)$。

适合小变化原理的一个重要系统—— **VW** 是 Nute 在 1975 年建立的。

在 **VC** 的语义中将 $CS2$ 改为 $CS2'$ 就得到 **VW** 的语义。相应的在 **VC** 中去掉 $CS$ 就得 **VW** 的公理系统，这个公理系统也是语义一致和完全的。

**VC** 是 **VW** 的真扩张，因为 $CS$ 不是 **VW** 的定理，又因为 $CV$ 不是 **SS** 的定理，所以 **VW** 和 **SS** 互相不包含。

用修改的相对相似关系来刻划小变化原理，给建立形式语义和公理系统是方便的，但很难刻划小变化原理的本质。有些逻辑学家使用类似于 Pollocd 语义的方法来讨论小变化原理，从一些基本的概念出发，直接依据小变化原理来确定 $\varphi > \psi$ 的真值条件。

在 **VC** 和 **SS** 中都有 $CS$，实际上任何适合最小变化原理的条件句逻辑中都包括 $CS$。从 $MP$ 和 $CS$ 可以得到：

$\varphi\to[(\varphi>\psi)\leftrightarrow(\varphi\to\psi)]$

这个定理说明了当 $\varphi$ 成立时，条件蕴涵等同于实质蕴涵，这不符合实际情况。从这点上说，小变化原理比最小变化原理更符合实际情况。

然而，条件句逻辑主要是处理反事实条件句，是处理前件 $\varphi$ 不成立的条件句。只要对于这类条件句的处理是符合实际的，那么前件 $\varphi$ 为真时得到一些不符合实际的情况并不是严重的问题。

## 9 球形邻域语义学

大多数逻辑学家承认极限假设，但 Lewis 反对这个假设，并举了一个反例。Lewis 在建立条件句逻辑 **VC** 时，给出了一种不需要极限假设的形式语义——球形邻域语义。

在相对相似关系上建立这种语义学，需要这种关系满足可比较性。

这种语义学的基本想法是按相似程度的高低在可能世界 $i$ 周围形成一个比一个大的可能世界的集合——球形邻域。这些球形邻域构成了一个可能世界的集合族，记作 $\mathbf{S}(i)$。因为我们是按相似程度的高低来形成 $\mathbf{S}(\mathbf{i})$ 的，所以任给球形邻域 $S\in\mathbf{S}(i)$，$S$ 外的可能世界的相似程度一定比 $S$ 内的可能世界的相似程度低。即任给 $j\in S$，$k\notin S$，一定有 $j<_ik$。所以 $\mathbf{S}(i)$ 一定是单调的，并且 $i\in\bigcap\mathbf{S}(i)$

下面是球形邻域语义的严格叙述。

**球形邻域语义** 条件句逻辑在这种语义中的一个解释是三元序组 $<I,【\ 】,\mathbf{S}>$，$I$ 和【 】的意义同择类函数语义，$\mathbf{S}$ 是 $I$ 到 $I$ 的所有单调子集族的映射，即任给 $i\in I$，$\mathbf{S}(i)$ 是 $I$ 的一个单调子集族，公式的真值由以下条件确定：

$SOST1$ $[\neg\varphi] = I \setminus [\varphi]$

$SOST2$ $[\varphi \vee \psi] = [\varphi] \cup [\psi]$

$SOST3$ $i \in [\varphi > \psi]$当且仅当$[\varphi] \cap (\bigcup \mathbf{S}(i)) = \varnothing$或存在$S \in \mathbf{S}(i)$，使得$S \cap [\varphi] \neq \varnothing$且$S \cap [\varphi] \subseteq [\psi]$。

实际上$\bigcup \mathbf{S}(i)$正是全体可能世界，$i \in [\varphi > \psi]$成立的前一种条件就是说$\varphi$是不可能的。后一种条件中只需要存在$S$，所以$S$可以任意小，正好符合最小变化原理(或在“足够”意义下的相对相似关系中符合小变化原理)。

在以上定义中，极限假设就表现为所有满足后一条件的$S$的交非空。而确定$\varphi > \psi$的真值并不需要这一假设。

球形邻域语义比择类函数语义简单之处在于，球形邻域的定义中已经包含了条件句逻辑所需要的很多性质。只有两个重要性质没有包括在内。

$SOS1$ $\{i\} \in \mathbf{S}(i)$

$SOS2$ $i \in \bigcap \mathbf{S}(i)$

显然$SOS1$强于$SOS2$。

选取$SOS1$就得到条件句逻辑—— **VC**，选取$SOS2$就得到条件句逻辑—— **VW**

## 10 最大变化原理

不论是适合最小变化原理还是适合小变化原理的条件句逻辑，都有一个特点，就是$\varphi > \psi$所依赖的可能世界是某种程度上的最相似$i$的$\varphi$世界。然而关于条件句处理的最一般的说法是考虑某些可能世界，所以还有一种和前两种观点很不一样的观点。这种观点认为$\varphi > \psi$所依赖的可能世界可以有任意的相似程度，所以这种观点可以称为最大变化原理。

既然最大变化原理要考虑任意相似程度的可能世界，所以可能世界的相对相似关系对这种观点是无用的，需要用另外的方法

确定 $\varphi>\psi$ 所依赖的可能世界的集合。

择类函数语义中的 $f(\varphi,i)$ 只是 $\varphi>\psi$ 所依赖的 $\varphi^-$ 世界，现在考虑全体所依赖的可能世界，记作 $g(\varphi,i)$。对于 $g(\varphi,i)$，$\varphi>\psi$ 的真值条件是：$i\in【\varphi>\psi】$当且仅当 $g(\varphi,i)\subseteq【\varphi\to\psi】$。

前面所讨论的条件句逻辑还有一个特点，就是 $\varphi>\psi$ 所依赖的可能世界和 $\psi$ 无关。在最小变化原理和小变化原理下，这种看法是合理的，因为有某种最相似性来限制所依赖的可能世界。但在最大变化原理下，我们需要用其他方法来限制 $\varphi>\psi$ 所依赖的可能世界，考虑到 $\psi$ 也是一种可取的方法。所以在最大变化原理下，一般来说 $\varphi>\psi$ 所依赖的可能世界可以和 $\psi$ 有关，用 $g(\varphi,\psi,i)$来表示这样的世界的集合。

Gabbay1972 建立的条件句逻辑就使用了以上处理方法。Gabbay 的系统的语义是一个三元序组$\langle I,【\ 】,g\rangle$。$I$,【 】的意义同前，$g$ 是 $\Phi\times\Phi\times I$ 到 $P(I)$的一个映射，即任给公式 $\varphi,\psi$ 和可能世界 $i$，有 $g(\varphi,\psi,i)\subseteq I$。$g(\varphi,\psi,i)$的意义就是 $\varphi>\psi$ 所依赖的可能世界的集合。$\neg\varphi$ 和 $\varphi\vee\psi$ 的真值条件同前，$\varphi>\psi$ 的真值条件为：$i\in【\varphi>\psi】$当且仅当 $g(\varphi,\psi,i)\subseteq【\varphi\to\psi】$。

Gabbay 假定 $\varphi>\psi$ 所依赖的可能世界有以下一些性质。在任何可能世界中，这个世界本身总是 $\varphi>\psi$ 所依赖的世界。逻辑等价的句子替换不改变它所依赖的可能世界。所依赖的可能世界和 $\varphi$ 及 $\psi$ 是否成立无关。针对这三条性质。Gabbay 的语义有以下三条关于 $g(\varphi,\psi,i)$的性质

$G1$　$i\in g(\varphi,\psi,i)$

$G2$　如果$【\varphi】=【\psi】$且$【\chi】=【\theta】$，则 $g(\varphi,\chi,i)=g(\psi,\theta,i)$

$G3$　$g(\varphi,\psi,i)=g(\varphi,\neg\psi,i)=g(\neg\varphi,\psi,i)$

Gabbay 在[12]中同时给出了一个公理系统，后来证明这个公理系统对于以上语义是不完全的。下面的公理系统对于 Gabbay 语义是完全的，这个公理系统记作 **G**。

**G** 非常简单。除古典命题演算的公理外，没有新公理。推演规

则除分离规则外，还有以下三条。

*RCEC* 从 $\varphi\leftrightarrow\psi$，推出 $(\chi>\varphi)\leftrightarrow(\chi>\psi)$

*RCEA* 从 $\varphi\leftrightarrow\psi$，推出 $(\varphi>\chi)\leftrightarrow(\psi>\chi)$

*RCE* 从 $\varphi\rightarrow\psi$，推出 $\varphi>\psi$。

**G** 是非常弱的条件句逻辑，可以通过增加一些公理来扩充 **G**。但至今未能得到一个合适的公理系统和语义条件，使得这个公理系统有语义的一致性和完全性。

例如曾经考虑过在 **G** 中增加公理

*CC* $[(\varphi>\psi)\wedge(\varphi>\chi)]\rightarrow[\varphi>(\psi\wedge\chi)]$

*CM* $[\varphi>(\psi\wedge\chi)]\rightarrow[(\varphi>\psi)\wedge(\varphi>\chi)]$

在 **G** 的语义中增加和后件无关条件：

*G4* $g(\varphi,\psi,i)=g(\varphi,\chi,i)$

很明显 *CC* 和 *CN* 适合 *G4*。但没能证明新公理系统对于新语义的完全性。很可能是不完全的[13]。

其他一些逻辑学家，如 Fetzer，Nute 等也讨论过最大变化原理，但都未能建立起合适的公理系统。可能是这个原理并不符合条件句的实际。

## 11 条件句和模态

前面对可能世界的讨论都假定所有可能世界都是可通达的。即任何可能世界 $i$，它所通达的所有可能世界的集合就是 $I$。现在考虑在一般的可通达关系下，如何建立相对相似关系从而构造条件句逻辑的语义和公理系统。

现在我们要考虑的除了 $I$,【 】外，还需考虑可通达关系 $R$。任给 $i\in I$，由可通达关系 $R$ 可以得到 $i$ 可通达的所有可能世界的集合 $I_i=\{j\mid<i,j>\in R\}$。反之，如果对每个可能世界 $i$，给定了 $i$ 可通达的所有可能世界的集合 $I_i$，也可以得到可通达关系 $R=\{\langle i,j\rangle\mid j\in I_i\}$。

给定了可通达关系 $R$，建立相对相似的方法和前面基本一样。只是要先从 $R$ 得到每个 $I_i$，然后将条件 $SR1$，$SR2$（或 $SR2'$）和 $SR3$ 中的 $I$ 改为 $I_i$ 就行了，如果需要增加可比较性条件，也将其中的 $I$ 改为 $I_i$ 就行了。

实际上 $I_i$ 可由 $\leqslant_i$ 本身来定义，所以只要稍稍改动一下相对相似关系的定义，就可以将可通达关系包含在相对相似关系的定义中。

设 $\leqslant_i$ 是 $I$ 上两元关系，总是可以定义 $I_i=\{j|$存在 $k$，$k\leqslant_i j$ 或 $j\leqslant_i k\}$。然后说如果 $\leqslant_i$ 满足 $SR$、，$SR2$（或 $SR2'$）和 $SR3$，则 $\leqslant_i$ 就是 $I$ 上相对（于 $i$ 的）相似关系（注意条件中都用 $I_i$ 而不用 $I$）。

然而当我们考虑择类函数语义和球形邻域语义时，却不用作任何修改，原因在于当时叙述语义性质时，已经将可通达关系考虑在内了。

在择类函数语义中，涉及到可通达关系的性质只有 $CS3$。由极限假设，从 $f(\varphi,i)=0$ 就能得到 $\varphi$ 是不可能的，在当时情况下就是【$\varphi$】$=\varnothing$，而在现在的情况下，是【$\varphi$】$\cap I_i=\varnothing$。但在现在情况下，$f(\varphi,i)\subseteq I_i$，所以虽然没有【$\varphi$】$=\varnothing$，但仍有 $f(\varphi,i)\cap$【$\varphi$】$=\varnothing$。当时不将 $CS3$ 写成如果 $f(\varphi,i)=\varnothing$，则【$\varphi$】$=\varnothing$，而写成如果 $f(\varphi,i)=\varnothing$，则 $f(\psi,i)\cap$【$\varphi$】$=\varnothing$，就是考虑到了可通达关系。

在球形邻域中，涉及到可通达关系的是 $\varphi>\psi$ 的真值条件 $SOST$，仅仅在这个真值条件中的前一种情况：【$\varphi$】$\cap(\bigcup\mathbf{S}(i))=\varnothing$。实际上这种情况是指 $\varphi$ 是不可能的，按当时情况应该有【$\varphi$】$=\varnothing$，按现在情况应该是【$\varphi$】$\cap I_i=\varnothing$，而 $I_i$ 恰好是 $\bigcup\mathbf{S}(i)$，所以当时对 $\varphi>\psi$ 真值条件的定义时是考虑到了可通达关系的。

从以上分析可知，我们所建立的条件句逻辑是和可通达关系无关的，它适合任何一种可通达关系。反过来倒可以在条件句逻辑上引进可通达关系，并通过对这种关系加以限制来得到各种不同的模态逻辑。

用球形邻域语义学来做这样的工作相当简单。只要用 $\bigcup\mathbf{S}(i)$

来定义 $I_i$，从而得到 $I$ 上的可通达关系 $R$。然后再对 $R$ 加上不同的限制条件。

在公理系统中引进模态也是相当方便的，只要由定义 $\Box\varphi =_{df} \neg\varphi > \varphi$ 引进模态算子后，再对新算子加上适当的推演规则和公理就行了。

总之，前面所讨论的条件句逻辑是和任何一种模态无关的，并可以在它的基础上建立起任何一种模态逻辑。

## 12 其他种类的条件句

除了“如果……则”条件句外，还有一些其他类型的条件句。这里只讨论必要条件条件句，可能条件句和即使条件句。

所谓必要条件条件句，是含有联接词“只有……才”的句子。[①]（见(7)）。在古典命题逻辑中，将“只有……才”当作真值联接词，这时“只有 $\varphi$ 才 $\psi$”表示为 $\neg\varphi \rightarrow \neg\psi$。现在将“只有……才”看作条件联接词，如何处理呢？由古典命题逻辑可知，“只有 $\varphi$ 才 $\psi$”和“如果 $\neg\varphi$ 则 $\neg\psi$”的真值是一样。又当我们考虑条件句所依赖的全体可能世界时，前件和后件是否成立是不起作用的（参见最大变化原理中的 $g(\varphi,\psi,i)$），所以，可以认为“只有 $\varphi$ 才 $\psi$”和“如果 $\neg\varphi$ 则 $\neg\psi$”有同样的前件和后件，因此它们所依赖的全体可能世界是一样。从这些讨论可知，“只有 $\varphi$ 才 $\psi$”可表示为 $\neg\varphi > \neg\psi$。注意我们不能将“只有 $\varphi$ 才 $\psi$”表示为 $\psi > \varphi$，因为它们的真值虽然也是一样的，但它们所依赖的可能世界是不同的。

可能条件句是形如“如果 $\varphi$ 则可能 $\psi$”的句子（见(8)）。前面说过任何一个条件句都可以看作某种程度上的必然联系，而可能条件句中的可能指的是这种程度上的可能。既然在这种程度上 $\varphi$ 和 $\psi$ 有可能的联系，所以在同种程度上 $\varphi$ 和 $\neg\psi$ 就不能有必然的联

① 这种条件句是汉语中特有的条件句。

系。因此"如果 $\varphi$ 则可能 $\psi$"就可以表示为 $\neg(\varphi>\neg\psi)$ 了。

即使条件句是形如"即使 $\varphi$ 仍然 $\psi$"的句子(见(9))。这种句子经常用在 $\varphi$ 为假而 $\psi$ 为真的情况下,强调 $\psi$ 是真的。它所强调的是在 $\varphi$ 为真的情况下,$\psi$ 仍是真的,所以 $\varphi>\psi$ 成立。由于这个原因,Pollock 建议将"即使 $\varphi$ 仍然 $\psi$"表示为 $\psi\wedge(\varphi>\psi)$。P. Gardenförs 反对这样的表示,他认为"即使 $\varphi$ 仍然 $\psi$"既强调了 $\varphi>\psi$ 也强调了 $\neg\varphi>\psi$,所以他建议用 $(\varphi>\psi)\wedge(\neg\varphi>\psi)$ 来表示"即使 $\varphi$ 仍然 $\psi$"。注意从 $(\varphi>\psi)\wedge(\neg\varphi>\psi)$ 一定能推出 $\psi\wedge(\varphi>\psi)$。所以后一种表示法对即使条件句的成立有更高的要求。还有第三种方法,这种方法认为即使条件句强调的是后件真并且前件和前件的否定都和后件无关,所以应该将"即使 $\varphi$ 仍然 $\psi$"表示为 $\psi\wedge\neg(\varphi>\psi)\wedge\neg(\neg\varphi>\psi)$。

# 13 重要语义性质及推演规则、公理和逻辑一览表

我们将前面所讨论的重要语义性质,推演规则,公理和逻辑总结如下:

对于语义只考虑择类函数语义。在这种语义中的一个解释是一个三元序组 $\langle I,【\ 】,f\rangle$。

真值条件

*CST* $【\neg\varphi】=I\setminus【\varphi】$

*CST* $【\varphi\vee\psi】=【\varphi】\cup【\psi】$

*CST* $i\in【\varphi>\psi】$ 当且仅当 $f(\varphi,i)\subseteq【\psi】$

语义性质

*CS*1 $f(\varphi,i)\subseteq【\varphi】$

*CS*2 如果 $i\in【\varphi】$,则 $f(\varphi,i)=\{i\}$

*CS*2′ 如果 $i\in【\varphi】$,则 $i\in f(\varphi,i)$

$CS3$　如果 $f(\varphi,i)=\varnothing$，则 $f(\psi,i)\cap【\varphi】=\varnothing$

$CS4$　如果 $f(\varphi,i)\subseteq【\psi】$且 $f(\psi,i)\subseteq【\varphi】$，则 $f(\varphi,i)=f(\psi,i)$

$CS5$　如果 $f(\varphi,i)\cap【\psi】=\varnothing$，则 $f(\varphi\wedge\psi,i)\subseteq f(\varphi,i)$

$CS6$　$f(\varphi,i)\subseteq【\psi】$或 $f(\varphi,i)\subseteq【\neg\psi】$

$CS7$　$f(\varphi\vee\psi,i)\subseteq f(\varphi,i)\cup f(\psi,i)$

对于条件句逻辑的公理系统。

推演规则

$RCEC$　从 $\varphi\leftrightarrow\psi$，推出 $(\chi>\varphi)\leftrightarrow(\chi>\psi)$

$RCK$　从 $(\varphi_1\wedge\cdots\wedge\varphi_n)>\psi$，推出 $[(\chi>\varphi_1)\wedge\cdots\wedge(\chi>\varphi_n)]\rightarrow(\chi>\psi)$

公理

$ID$　$\varphi>\varphi$

$MP$　$(\varphi>\psi)\rightarrow(\varphi\rightarrow\psi)$

$MOP$　$(\neg\varphi>\varphi)\rightarrow(\psi>\varphi)$

$CSO$　$[(\varphi>\psi)\wedge(\psi>\varphi)]\rightarrow[(\varphi>\chi)\leftrightarrow(\psi>\chi)]$

$CV$　$[(\varphi>\psi)\wedge\neg(\varphi>\neg\chi)]\rightarrow[(\varphi\wedge\chi)>\psi]$

$CEM$　$(\varphi\wedge\psi)\rightarrow(\varphi>\psi)$

$CA$　$[(\varphi>\psi)\wedge(\chi>\psi)]\rightarrow[(\varphi\vee\chi)>\psi]$

以下的每个条件句逻辑系统都包含分离规则，$RCEC$，$RCK$ 和古典命题演算的所有公理。它们的有关条件句的公理如下：

**VW**　$ID$，$MOP$，$CSO$，$MP$，$CV$

**SS**　$ID$，$MOD$，$CSO$，$MP$，$CA$，$CS$

**VC**　$ID$，$MOD$，$CSO$，$MP$，$CV$，$CS$

**C2**　$ID$，$MOP$，$CSO$，$MP$，$CV$，$CEM$

这些逻辑所满足的语义性质如下：

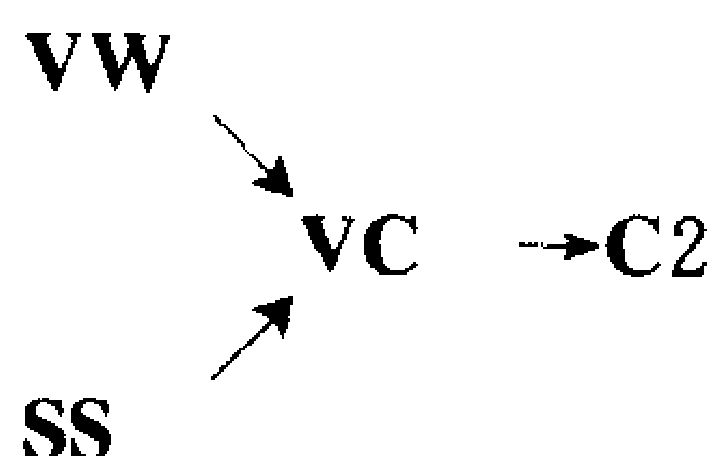
**VW**　$CS1$，$CS2'$，$CS3$，$CS4$，$CS5$

**SS**　$CS1$，$CS2$，$CS3$，$CS4$，$CS7$

**VC**　$CS1$，$CS2$，$CS3$，$CS4$，$CS5$

**C2**　$CS1$，$CS2$，$CS3$，$CS4$，$CS5$，$CS6$

这些逻辑之间的关系(箭头方向表示真扩充)。




(作者:刘壮虎)

## 参考文献

[1] Chisholm, R. "The contrary - to - fact conditional", Mind55, 289—307, 1946.

[2] Goodman, N. Fact, Fiction and Forecast, Harvard, Cambridge, Massachusetts, 1958.

[3] Sellars, W. S." Counterfarctuals, dispositions and the causal modalities", Minnesota Studies in the Philosophy of Science, Vol. 2, University of Minnesota, Minneapolis, 1958.

[4] Rescher, N. Hypothetical Reasoning, Rerdel, Dorarecht, 1964.

[5] Lewis, D. Gownterfactuals, Harvard, Cambridge, Massachusetts, 1973.

[6] Stalnaker, R. "A theory of conditionals", seudies in Logical Theory, American Philosophical Quarterly Monograph Series, No. 2, Blackwell, Oxford.

[7] Pollock, J. Knowledge and Justification, Princeton Univ Press, Princeton, 1971.

[8] Pollock, J. Subjunctive Reasoning, Reidel, Dordrecht, 1976.

[9] Åqvist, L. Modal Logic with Subjunctive, Conditionals, Uppsala, 1971.

[10] Nute, D. "Counterfactuals", Noter Dame J. Formal Logic 16, 476—

482,1975.

[11] Warmbrod,K."Cownterfactuals and substitution of equivalent antecedents",J. Philosphical Logic 10,267—289.

[12] Gabbay,D. M."A general theory of conditional in terms of a ternary operateo",Theoria 38,97—104.

[13] Butcher,K."Consequent—relative subjunctive inplication",in preparation,1983.

[14] Fetzer. J. H. and Nute,D."Syntax,semantics,and ontoloy:a probabilictic causal calculus",Synthese 40,453—495,1979.

[15] Fetzer,J. H. and Nute,K."A probabilistic causal calculus:conflicting conceptions",synthese44,241—246,1980.

[16] Nute,D."Causes,laws,and law statements",Synthese48,347—370,1981.

[17] Gardenfōns,P."Even if",Proceednigs from 5th Scandinavian Logic Symposium,Aalborg University Press,Aalborg,1979.

[18] Nute,D."Conditional logic",Handbook of Philosophical Logic,Vol. Ⅱ. 387—439,1984.

[19] 朱煜华,反事实条件句逻辑,现在逻辑科学导引上册,568—594,1987。

# [七] 命令句逻辑

按传统(形式)逻辑的说法,命令句不直接表达命题,是没有真假意义的语句。例如,"请打开灯!"就没真假意义可言,仅用真假概念是理解不了命令句的。命令句不在逻辑研究范围之内。

现代形式逻辑(数理逻辑)作为传统逻辑的发展,是标准的二值逻辑。由于它只考虑命题真假含义,不考虑命题其他内容,因而,它也不能处理像命令句这样的非陈述句。人们对现代逻辑的批评之一就包括它的这种局限性。

要丰富和发展现代逻辑,要在现代逻辑的内容中,建立一个命令句的逻辑以作为陈述句逻辑的补充,这就必须突破传统逻辑的语义分析局限,想办法将命令句处理为与陈述句一样能作出真值分析的句子,从而能将标准逻辑扩大应用于命令句。正是在这个意义上说,命令句也有逻辑,它是应用逻辑中伦理规范逻辑的一个分支学科。

## 1 命令句的逻辑语义分析

命令与行为有关,对命令句的语义分析必然涉及到语言行为的分析。言语行为理论适合于命令句的语义分析,运用它不仅能结合话语的语境因素将命令句处理为适合于真值条件分析的句子,而且还能够借助于可能世界理论实现对命令句的形式化处理。它是建立命令句逻辑的理论根据。

言语行为理论由日常语言哲学英国牛津学派的奥斯汀所提

出，为美国哲学家塞尔所发展。该理论的基本观点是：语言使用(说出或表达)本身就是一种行为，任何语言的意义与使用(行为)有关，意义由使用来定义(意义即使用)；语言的意义不是单一的，只有理解了语言运用者使用语言意图时，才能真正理解它们的意义。

我们运用言语行为理论来分析命令句的意图就是为了处理言语行为概念及其与自然语言语句的关系。目前看来，这种理论几乎运用在严格的陈述句意义分析之外，目的是根据可能的言语行为将非陈述句的意义处理为与陈述句一样能作出真值分析。在言语行为理论看来，命令句属于以言行事的言语行为，使用命令句的意图在于完成某一件事情(命令句属于完成行为式)，命令句的意义必须由以言行事的使用目的来定义。根据这种说法，我们在考虑命令句的使用目的时，首先就必须考虑说话者本人使用语句所完成的行为是一种什么样的行为？或者说说话者本人使用语言从事了什么事情？在这方面，B.F·契勒斯的分析为我们提供了有益的启示，他说，命令句发出即带来义务，例如："请拿咖啡来！"，即表达了咖啡被拿来这样一个义务。任何命令句的使用目的均是为了让听话者履行某种义务。因此，命令句与一般陈述句不一样，它的独特效用就在于说话者向听者传达某种信息，使之履行某种义务。命令带来义务，如果将命令句的分析与产生某种义务这样的事实联系起来，那么，命令句便总是同一个由它变形而来的将来时态的命题相关。"请拿咖啡来！"总是与"咖啡将被拿来"这样的命题相关。命令句的语义分析均可化归为将来时态的归结命题进行分析。这种将来时态的归结命题已具有了真值意义。

那么，怎么样给命令句的归结命题赋予真假值呢？我们知道：命令句发出以后，就听者的反应来说，命令的义务就有被履行(服从)与不被履行两种结果。履行了义务为真，没有履行义务为假。这样，将来时态的命题就可在是否被履行的这个意义上赋予真假值。但究竟在什么情况下被履行？什么情况下不被履行？这就需要考虑是什么人发出？什么人接受？什么时候和什么场合下使用命令

句？即必须考虑命令句的可能世界状况（也即语境）。这样命令句的语义从使用功能（行为论）这个角度说就可等同于对之进行表达的语境，等同于对说出的这种话所作出的反应，或等同于这两者。

如此看来，命令句除语句固有的语言内在意义之外，它还带有某种“言外力量”，即如奥斯汀所说，具有言外力量的话语含有明白措词之外的意义。从逻辑上说，我们所要关心的正是命令句这个明白措词之外意义的一般特征。依据这个特征，我们便能把命令句化归为将来时态的模态命题，命令句的语义分析就可以用模态逻辑的可能世界理论来进行说明；其真假逻辑值就可以在语境中引进时间因素，根据听者的反应来加以确定。下面，我们就借助于可能世界语义学工具，在言语行为理论中对命令句加以形式刻画。

一个言语行为概念导致将一个言外力量类型 $T$ 应用于一个命题内容 $P$。命令句的言外力量就是话语所带有的说话人想要听话人进一步领会的含义（即履行义务）。一个命令句的命题必须是一个未定命题（从可能世界到个体序列和真值序偶的函项），例如，“请打开灯！”它在某个有个体 $\alpha$ 和 $\beta$ 的可能世界中成立，我们就得到个体序列 $\alpha$ 和 $\beta$ 以及这个命题的真值 $t$ 所构成的序偶。这就是一个未定命题。

现在我们假定，每一个实际行为都有某个据以行动的概念，以及执行这个行为之前的世界状态。由此可以定义行为的结果。每一个言语行为也有结果。然而我们将会看到，在像“开灯”这样的非言语行为的结果，与像做出承诺这样的言语行为的结果之间，有着性质的不同。

首先，言语行为的结果在多数情况下依赖于说话者和听话者是谁，一般说来，在这样的条件下产生的活动属于一种相互作用。而非言语行为的“开灯”或许是一种自觉的行为，这种行为无所谓相互作用的结果。

其次，至少在多数场合，就说话人而言，命令句的言语行为会带来特定的义务。因为言语行为中既然存在着听者的参与，说话者

就必须给听者带来义务的信息。否则，听者就不会作出任何反响，也就无所谓相互作用。而非言语行为由于直接表现为个人的行为，它就无所谓义务的概念。

第三，与“开灯”这样的非言语行为不同，在言语行为中，我们可以将行为的成功与合适性条件分离开来。或者换句话说，言语行为的目的可以在“开灯”行为的成功之外。在实际行为中为了使灯开着，我们必须符合某种合适性条件，如房间黑而灯却关着，如果我们这样做了，我们即刻就会成功，并且我们行为的目的就会被满足。行为的成功或目的被满足与合适性条件是直接现实的（或一致的）。言语行为的情况则与此不同。从合适性条件来看，为了产生一个言语行为的确定结果，一个话语也必须符合某种合适性条件，否则结果就是不确定的或空的，根本就不可能有言语行为被执行。因而话语是没有意义的。例如，旅馆里某位房客的房间在他进门之前灯已是开着的，该房客却对服务员说：“开灯！”，这个话语就是没有意义的。因为在原则上我们不可能去开已经开着的灯，除非我们先去关上它。因此，该言语行为所必须符合的一种合适性条件就是灯必须是关着的，且需要进屋。在此范围内，它与非言语行为相同。不同的在于，在言语行为中，尽管我们已经满足了合适性条件，我们的话语会带来一种结果，根据这个话语可以说，我们已做出了请求或提出了问题，然而，不能说我们的实际行为已经成功了。请求通常所有的目的并没有被做出这个请求所满足，因为对请求或问题或许有一个回答，但在命令句这样的言语行为中，回答并不重要，重要的是要看行动结果。命令句的回响，不仅要听其言，更要观其行，命令句的行为目的是与行为结果相关联的。

一个命令句言语行为的目的被满足，当且仅当在命题内容（它是一个未定命题）中所指称的行动已由相关的听话人在话语时间之后的某个时刻执行，而不顾及它是一个要求，或是命令或是请求。仅当一个命令言语行为的目的被满足，我们才说未定的言语行为最终是成功的。这就是我们前面所说的，对于命令句我们最终可

根据命令和服从之间的关系来赋予其真假的含义。一个命令句下达之后，就有服从和不服从两种情况，一个命令得到服从，当且仅当成为事实，在这种情况下，我们就说命令句得到了满足，它是真的。反之便是假的。由此可以看到，一个言语行为的结果与未来可能的事件过程一致，在这些事件过程中，未定言语行为的目的将被满足，即每一个言语行为将事件的各种未来过程的全集分成两个子集，在第一子集中先前的言语行为的目的能被满足，第二子集则相反。如果说话者和听话者对相互合作感兴趣，他们当然将按照属于第一子集的行为方式来作出反应，反之则不然。

至此，我们在分析命令句的意义时，必须明确这样两点：第一，并非任何命令句的发话都产生义务。命令句的发话要产生义务，必需适当的条件。从话语要产生确定的行为结果来说，必需有能引起行为结果的合适性条件。从说话者与听话者的关系来说，像上级对下级、丈夫对妻子发出命令并不产生这种义务。这就是说，命令句的义务不同于法的义务、道德的义务。第二，命令句的命令可以分为指令(*directives*)和所谓严格的命令(*fiat*)。前者有特指的对象即命令句带有一个施动者的名字，例如，“张三，把灯关上！”；后者没有特指的施动者，例如，“别把光挡住！”。人们研究的一般是后者的逻辑。这样，确定命令句是否成立的两个必不可少的因素就是发话的状况和命令句的归结命题。

令 $X$ 是人的集合，$T$ 是时间点的集合，$W$ 是在时间中持续的可能世界集。所有人在所有世界中任何时刻都保持不变。在 ti 时刻世界 $w \in W$ 缩写为 $w_i$。与任一将来时间点 $t_o \in T$ 相联系的任一世界 $w \in W$，形成可能的将来集合 $F(W_o)$，使得每一个元素 $f \in F(w_o)$ 都是在时间中依次排列的可能世界的一个序列，且每两个元素 $f'$、$f'' \in F(w_o)$ 对所有过去的时间 $t \leqslant t_o$ 都是相同的。

令 $A$ 是包括“不做任何事情”的可能的行为概念集合，$R(x, w, t)$ 是一个人 $x \in X$ 在 $w \in W$ 在 $t \in T$ 时的全部内容，使得它是 $A$ 的一个非空子集。若 $a \in R(x, w, t)$，则 $x$ 在世界 $w$ 在时刻 $t$ 执行 $a$

的结果，可以由结果函项 $O(a,x,w,t)$ 来定义。令 $S$ 是一个形如 $Va[imp]$ 的简单命令句(如"关上灯!")此处的动词短语 $Va$ 指称一个行为概念 $a\in A$，把它翻译成语义学语言即是 $DIR(a(x_o))$。此处的"$DIR$"表示命令类型，$x_o$ 表示要由听话人 $\beta\in X$ 的名字来填充的一个自由空位。令 $Utt$—$S$ 指称说出 $S$ 的行为概念。

现在我们就可以把命令句 $S$ 的语义解释定义为如下的特征结果函项：

若 $S$ 是一个形如 $Va[imp]$ 的命令句，$C^o$ 是关于 $S$ 在 $t_o$ 时刻至少包括一个说话者 $\alpha$ 和一个听话者 $\beta$ 的核心语境，使得 $C^o$ 是 $w$ 在 $t_o$ 的一个真子集，则 $O(utt-S,\alpha,C^o,to)$ 是一个可能世界序列集，使得：

(1)$F'$ 是 $w$ 在 $t_o$ 的可能的将来集合 $F(w_o)$ 的一个真子集。

(2)对所有元素 $f\in F'$，有下列关系成立：$f$ 包括一个子序列 $(w',w'')$ 使得 $w''=O(a,\beta,w',t_i)$，此处的 $ti$ 限制在 $to<ti<to+\delta$ 且 $\delta$ 既依赖于语境 $C$($c$ 比 $C^o$ 丰富)又依赖于 $a$ 的性质。

$S$ 是一个未明确指出说话人和听话人是谁的不定指命题，$S$ 最终是成立的，当且仅当 $S$ 在 $to$ 时所指称的行为已由某个叫话人在 $t_i(t_o<ti)$ 时刻完成。因此，对命令句 $S$，我们可用某个将来时态的陈述句来代替 $S$。刻画该陈述句必须结合有关的命令言语行为结果 $O(a,x,wi,ti)$。即听话人 $x$ 在可能世界 $wi$ 在时刻 $ti$ 已执行了命令行为 $a$。这就是说，任何命令句都可以化归为一些普通模态命题，使得我们能在模态逻辑的基础上构造一个命令句的逻辑系统。这样一来，命令句之间的推理关系的正确性就可以在现代形式逻辑中得到验证。

## 2 命令逻辑的形式系统 *Imp*

所谓命令逻辑就是以逻辑演算为工具，研究命令句之间逻辑关系的一种应用逻辑分支。在过去的几十年时间里，逻辑学家们已

建立了不少的命令逻辑形式系统，但其中的许多系统都有缺陷。本文试图根据前面的语义分析，力求从直观上来解释一种命令句的模态命题逻辑系统——*Imp* 系统。

我们知道，命令句比陈述句复杂，真值分析不能简单地应用于命令句。分析命令句的真值必然要考虑到话语的言语境况，即可能世界序列集。因此，建立命令逻辑的基础，应当是模态逻辑。欲在模态逻辑基础上建立命令逻辑系统，关键是要在命令句中找出对等模态算子。根据第一部分的语义分析，一个命令句的未定命题是从可能世界到个体序列和真值的序偶的函项，即 $P(w)\rightarrow((\alpha,\beta),\{t,f\})$（此处的 $P$ 是命令内容，$w$ 是可能世界）。因此，一个命令句成立的充分必要条件是该命令句在关于我们现实世界命令的、理想的所有可能世界中成立，即命令句 $S$ 在 $t_0$ 时所指称的行动已由听话人在 $ti$（$to<ti$）时刻完成。这样我们就可以规定，任何命令句都带有命令算子。再根据一个命令句是否在所有命令可能世界中成立，可以把命令分为两种不同的强度，由此就可以得到两个命令模态算子。

（1）义务的命令算子：规定带义务命令算子的命题成立，当且仅当它在所有命令的可能世界中成立。

（2）许可的命令算子。规定带许可命令算子的命题成立，当且仅当它至少在某个命令的可能世界中成立。显而易见，义务的命令算子与模态逻辑中的必然算子相当，许可的命令算子与可能算子相当。

命令逻辑 *Imp* 系统如下：

（Ⅰ）*Imp* 的初始符号：

（1）有穷序列的原子命题：$p_1, p_2, \cdots$

（2）逻辑符号：$\neg$（否定），$\rightarrow$（蕴涵），！（义务的命令算子）

（Ⅱ）*Imp* 合式公式的形成规则：

（1）原子语句符号 $p_1, p_2, \cdots$ 是合式公式。

（2）如果 $A$ 是合式公式，则 $\neg A$、！$A$ 是合式公式。

(3)如果 $A$ 和 $B$ 是合式公式，则 $A \rightarrow B$ 是合式公式。

(4)只有符合以上三条规则的符号序列才是 *Imp* 的合式公式。

(Ⅲ)定义

(1)依据古典命题演算 *PC* 系统，由定义引入联结词：∧(合取)，∨(析取)，↔(等值)，即：

$Def\wedge: A\wedge B = df \neg(A \rightarrow \neg B)$

$Def\vee: A\vee B = df \neg A \rightarrow B$

$Def\leftrightarrow: A\leftrightarrow B = df \neg((A \rightarrow B) \rightarrow \neg(B \rightarrow A))$

(2)¡$A = df\neg ! \neg A$(“¡为许可的命令算子)

命令逻辑 *Imp* 系统就是在 *PC* 系统中增加下述公理和推理规则的形式系统。

(Ⅳ)*Imp* 的公理：

(*Imp*1)　!$(A \rightarrow B) \rightarrow (!A \rightarrow !B)$

(*Imp*2)　!$A \rightarrow$¡$A$

(*Imp*3)　!$A \rightarrow !!A$

(*Imp*4)　¡$A \rightarrow !$¡$A$

这些公理的直观意义是很明显的，例如 *Imp*2 的直观意义就是：“如果‘关上门!’，则‘可以关上门’”；*Imp*3 的直观意义是：“如果‘关上门!’，则‘关上要关的门!’”。

(Ⅴ)*Imp* 的推理规则：

$(R!) \vdash A \Rightarrow \vdash !A$

$(R!)$的意思是，如果 $A$ 可证，则! $A$ 可证，或者说，由定理 $A$ 可直接推导出! $A$。它相当于模态逻辑中的必然性规则。

显然，在以上的公理和规则中，若将“¡”解释为可能算子，“!”解释为必然算子，则 $Imp \subseteq S_5$.

**定理**：$Imp \subseteq S_5$

证明：刘易斯（*Lewis*）的模态命题演算 $S_5$ 的公理如下：

(1) $\Box p \rightarrow p$

(2) $\Box(p \rightarrow q) \rightarrow (\Box p \rightarrow \Box q)$

(3) $\neg\Box p \rightarrow \Box\neg\Box p$

$S_5$ 的推理规则是

$(R\Box) \vdash p \Rightarrow \vdash \Box p$

由于 *Imp* 的推理规则与 $S_5$ 的推理规则是同形的，所以，我们只需证明，*Imp* 的公理都是 $S_5$ 的公理或定理。

在 $S_5$ 中可以证明定理

(4) $\Box p \rightarrow \Box\Box p$[①]

(5) $\Box p \rightarrow \Diamond p$（由 $S_5$ 中的公理 $\Box p \rightarrow p$ 和 $S_5$ 中的定理 $p \rightarrow \Diamond p$ 运用假言三段论规则得到。）[②]

(6) $\Diamond p \rightarrow \Box\Diamond p$[③]

将以上(2)、(4)、(5)、(6)中的□、◇分别改为"！"、"¡"，即是 *Imp*1、*Imp*3、*Imp*2 和 *Imp*4，由此我们证明了 $Imp \subseteq S_5$。

这是一条元定理证明。

*Imp* 系统自身有如下一些定理：

*TH*1　$!\,A \leftrightarrow \neg ¡ \neg A$

*TH*2　$!\,(A \wedge B) \leftrightarrow (!\,A \wedge !\,B)$

*TH*3　$¡(A \vee B) \leftrightarrow ¡A \vee ¡B$

*TH*4　$(!\,A \vee !\,B) \rightarrow !\,(A \vee B)$

*TH*5　$¡(A \wedge B) \rightarrow (¡A \wedge ¡B)$

---

① 周礼全，模态逻辑引论，上海人民出版社，1986 年版，第 189 页。

② 同上书，第 121—122 页。

③ 周礼全，模态逻辑引论，上海人民出版社，1986 年版，第 188 页。

$TH6 \quad ! A \leftrightarrow !! A$

$TH7 \quad ! A \leftrightarrow \text{¡} ! A$

$TH8 \quad \text{¡} A \leftrightarrow \text{¡}\text{¡} A$

$TH9 \quad \text{¡} A \leftrightarrow ! \text{¡} A$

$TH10 \quad ! \neg A \leftrightarrow \neg \text{¡} A$

$TH11 \quad \neg ! A \leftrightarrow \text{¡} \neg A$

$TH12 \quad ! \text{¡} \neg A \leftrightarrow \neg \text{¡} ! A$

$TH13 \quad \text{¡} ! \neg A \leftrightarrow \neg ! \text{¡} A$

$TH14 \quad \neg \text{¡} (A \vee B) \leftrightarrow (\neg \text{¡} A \wedge \neg \text{¡} B)$

$TH15 \quad \neg ! (A \vee B) \rightarrow (\neg ! A \wedge ! \neg B)$

$TH16 \quad \vdash (A_1 \wedge \cdots \wedge A_n) \rightarrow B \Rightarrow \vdash (! A_1 \wedge \wedge ! A_n) \rightarrow B$

……

这些定理都是未经解释的形式证明的结果，它们的有效性是很直观的，下面我们选证 $TH1$—6。

$TH1 \quad ! A \leftrightarrow \neg \text{¡} \neg A$

证：(1) $\vdash ! A \leftrightarrow ! A$ $\quad (P)$

(2) $\vdash ! A \leftrightarrow \neg\neg ! A$ $\quad$ (1)双否置换

(3) $\vdash ! \neg A \leftrightarrow \neg\neg ! \neg A$ $\quad$ (2)代入 $A/\neg A$

(4) $\vdash ! \neg A \leftrightarrow \neg \text{¡} A$ $\quad$ (3)($D\text{¡}$)

(5) $\vdash ! \neg\neg A \leftrightarrow \neg \text{¡} \neg A$ $\quad$ (4)代入 $A/\neg A$

(6) $\vdash ! A \leftrightarrow \neg \text{¡} \neg A$ $\quad$ (5)双重否定置换

Q、E、D

$TH2 \quad ! (A \wedge B)/(! A \wedge ! B)$

证：(Ⅰ)先证 $! (A \wedge B) \rightarrow (! A \wedge ! B)$

(1) $\vdash (A \wedge B) \to A$ (P)

(2) $\vdash !((A \wedge B) \to A)$ (R!)(1)

(3) $\vdash !((A \wedge B) \to A) \to (!(A \wedge B) \to !A)$ (Imp1)

(4) $\vdash !(A \wedge B) \to !A$ (2)、(3)分离

(5) $\vdash !(A \wedge B) \to !B$ 同(1)--(4)

(6) $\vdash !(A \wedge B) \to (!A \wedge !B)$ (4)、(5)(P)

(Ⅱ)次证$(!A \wedge !B) \to !(A \wedge B)$

(1) $\vdash A \to (B \to (A \wedge B))$ (P)

(2) $\vdash !(A \to (B \to (A \wedge B)))$ (1)、(R!)

(3) $\vdash !(A \to (B \to (A \wedge B))) \to (!A \to !(B \to (A \wedge B)))$

(Imp1)(2)

(4) $\vdash !A \to !(B \to (A \wedge B)$ ((2)、(3)分离)

(5) $\vdash !(B \to (A \wedge B)) \to (!B \to !(A \wedge B))$ (Imp1)

(6) $\vdash !A \to (!B \to !(A \wedge B))$ (4)、(5)传递

(7) $\vdash (!A \wedge !B) \to (A \wedge B)$ (6)(P)Q、E、D

TH3 $¡(A \vee B) \leftrightarrow (¡A \vee ¡B)$

证:(1) $\vdash !(A \wedge B) \leftrightarrow (!A \wedge !B)$ (TH2)

(2) $\vdash \neg\neg!(\neg A \wedge \neg B) \leftrightarrow \neg\neg(!A \wedge !\neg B)$

(1)双否置换,代入 $A/\neg A$、$B/\neg B$

(3) $\vdash \neg\neg!\neg(A \vee B) \leftrightarrow \neg(\neg!\neg A \vee \neg!\neg B)$

(2)(P)

(4) $\vdash \neg¡(A \vee B) \leftrightarrow \neg(¡A \vee ¡B)$ (3)(D¡)

(5) $\vdash ¡(A \vee B) \leftrightarrow (¡A \vee ¡B)$ (4)(P)

Q、E、D

TH4 $(!A \vee !B) \to !(A \vee B)$

证:(1) $\vdash A \to (A \vee B)$ (P)

(2) $\vdash !(A \to (A \vee B))$ (1)(R!)

(3) $\vdash !(A\to(A\vee B))\to(!A\to!(A\vee B))$ (2)(Imp1)

(4) $\vdash !A\to!(A\vee B)$ (2)、(3)分离

(5) $\vdash !B\to!(A\vee B)$ 同(1)—(4)

(6) $\vdash (!A\vee!B)\to!(A\vee B)$ (4)(5)(P)

Q、E、D

*TH*5 $\text{¡}(A\wedge B)\to(\text{¡}A\wedge\text{¡}B)$

证:(1) $\vdash (!A\vee!B)\to!(A\vee B)$ (TH4)

(2) $\vdash \neg!(A\vee B)\to\neg(!A\vee!B)$ (1)(P)

(3) $\vdash \neg!(\neg A\vee\neg B)\to\neg(!\neg A\vee!\neg B)$ (2)代入 $A/\neg A$、$B/\neg B$

(4) $\vdash \neg!\neg(A\wedge B)\to(\neg!\neg A\wedge\neg!\neg B)$ (3)(P)

(5) $\vdash \text{¡}(A\wedge B)\to(\text{¡}A\wedge\text{¡}B)$ (4)(D¡)

Q、E、D

*TH*6 $!A\leftrightarrow!!A$

证:(1) $\vdash !A\to\text{¡}A$ (Imp2)

(2) $\vdash !!A\to!\text{¡}A$ (1)代入 $A/!A$

(3) $\vdash \text{¡}A\to!\text{¡}A$ (Imp4)

(4) $\vdash \neg!\text{¡}A\to\neg\text{¡}A$ (3)(P)

(5) $\vdash \neg!\text{¡}\neg A\to\neg\text{¡}\neg A$ (4)代入 $A/\neg A$

(6) $\vdash \neg!\neg\neg\text{¡}\neg A\to\neg\text{¡}\neg A$ (5)双否置换

(7) $\vdash \text{¡}!A\to!A$ (6)(D¡)

(8) $\vdash !!A\to!A$ (2)、(7)传递

(9) $\vdash !A\to!!A$ (Imp3)

(10) $\vdash !A\leftrightarrow!!A$ (8)(9)(P)

$Q、E、D$

$TH7$ 的直观意义是："关上门等值于可以关上门。"$TH8$ 的直观意义是："可以关上的门可以关上。"$TH9$ 的直观意义是："可以关上门等值于关上可以关上的门。"

由此看出，在命令句的模态命题逻辑中，越是在命题中添加"!"和"¡"的成分，就越是增大了从直观上觉察这种命题意义的正确性的困难程度。因此，开展其形式系统研究就变得十分必要。同普通模态逻辑一样，命令句逻辑也可形成多种多样的形式系统，有些是强的系统，有些则是弱的系统，也可以有等价的系统。

当然我们这里所讨论的命令句逻辑实际上只是真值模态逻辑的一种特殊解释，是一种广义的模态应用逻辑。它不同于真值模态逻辑的一个最重要特征是，它没有公理！$A\rightarrow A$，(但它有公理！$A\rightarrow$ ¡$A$)。如果我们要提出或证明刻画命令句之间的逻辑关系的特殊公理或定理，那么，我们就要从一个新的角度对命令句进行逻辑语义分析。这并非是办不到的事情。但不管怎样，我们要证明一个具体的命令句推理关系是否正确，就必须把它符号化为形式推理。如果它在某一个系统里是可证的，则它为该系统的定理，推理形式正确。例如，在 *Imp* 系统里，从"关上门！"可以推出"不可以不关门！"，它是正确的推理。因为其推理形式符合 $TH1$。

在命令句推理当中，若前提中有非命令句，能否得到命令句的结论呢？对这种情况有一条规则，如果推出命令句结论的一个推理是有效的，那么就至少有一个命令句前提对于该推理来说是不可缺少的。该规则禁止从"所有的门将被关上！"，推出命令句结论："关上所有的门！"

## 3 *Imp* 的形式语义解释

建立命令句逻辑语义模型的基本出发点，是如何用一个表示

将来完成行为的命题来代替命令句。因此，我们必须首先规定某可能世界 $W''$ 是某可能世界 $W'$ 命令代替的条件。

（1）某可能世界 $w''$ 是某可能 $w'$ 的命令的代替，$w''$ 和 $w'$ 必须具有同样过去的历史。

（2）有同样历史的过去世界都必须具有它们共同的命令的代替，即具有同样历史过去的世界，从命令的义务观点看是不可识别的。

（3）无论在任何时刻，任何世界都至少具有一个命令的代替。这一条是说明，一个命令句成立，仅当听话人 $\beta$ 在 $wi$ 在时刻 $ti$（$to<ti$）已执行命令行为 $a$。

现在我们把一个命令句是否成立定义为该命令句为真或为假，这样就可以利用真值函项语义学来分析命令句。在前面分析命令句的言语行为语义时我们曾指出：每一个言语行为将事件的各种未来过程的全集分成两个子集，一个是先前的命令言语行为目的在其中被满足，另一个是先前的命令言语行为目的在其中未被满足。因此，在命令发出后的未来某个时刻 $t$，在两个不同的可能世界 $wi$ 与 $wj$ 中，至少有一个事物情况是不同的。也就是说，$wi$ 中至少有一事物情况是 $wj$ 中所没有的，或者在 $wj$ 中至少有一事物情况是 $wi$ 中所没有的。因此，一个命令句所表达的命题就可以在某个时刻 $t$ 时，在一个可能世界中得真值（或假值），而在另一个可能世界中得假值（或真值）。根据这种情况，对命令句逻辑合式公式 $A$ 的赋值必须指出 $A$ 所在的那个可能世界和时刻，即必须写成：

$V(A,<wi,ti>)=1$ 或 $V(A,<wi,ti>)=0$。

根据上面所作的直观语义分析，我们可以为命令句逻辑 $Imp$ 构造一个形式语义解释。该解释是一个五元组的模型结构：

$<W,T<,R,V>$

$W$ 是一个由可能世界 $w_1,w_2,w_3,\cdots$ 组成的集，$T$ 是一个由依次排列的时间点 $t_1,t_2,t_3,\cdots$ 组成的集，$<$ 是 $T$ 集上二元关系，表示时间的先后关系，$R$ 是 $W$ 集上的二元延续、欧几里德性的关系，$V$

是对变项赋值。

$W$ 集上的 $R$ 关系表示在两个可能世界 $wi$ 与 $wj$ 之间的这样一种关系：在可能世界 $wi$ 中的命令能由 $wj$ 中的某个命题来代替。考虑到命令的代替者必须指称某个 $x$ 在可能世界 $wj$ 在时刻 $tj$（$tj$ 后于命令句发话时的 $ti$）已执行了命令行为，所以 $R$ 必须结合时间关系，以 $Rt$ 来表示，$Rt \subseteq W \times W$。$wiRtwj$ 表示在 $t$ 时 $wj$ 是 $wi$ 的命令的代替，$R$ 必须满足我们在本节开始时提出的关于命令代替的三个条件，即：

(1)如果 $wiktwj$，则 $wi$ 和 $wj$ 在 $t$ 中具有同样过去的历史。即对于 $ti<tj$ 的所有 $ti$ 来说，在 $ti$ 时 $wi$ 成立。在 $ti$ 时 $wj$ 也成立，反之，在 $ti$ 时 $wj$ 成立，在 $ti$ 时 $wi$ 也成立。

(2)如果 $wi$ 和 $wj$ 在 $t$ 中具有同样过去的历史，则 $wiRtwj$ 和 $wjktwi$ 等值。

(3)$wiktwj$ 中的 $wj$ 至少存在于一个 $W$ 集中($t$ 是任意的)，即无论在任何世界，任何时间点都至少有一个命令的代替。

根据上面的叙述可知，所谓命令逻辑的一个模型，就是由原子命题的集合 $S^A$ 和 $W \times T$ 的卡氏积映射到真值集$\{1,0\}$的函项 $M$，即：

$$M = \alpha f S^A \times (W \times T) \rightarrow \{1,0\}$$

对每一个模型 $M$，存在一个赋值 $V$ 和可能世界与时间点的序偶$\langle W,t\rangle$，使得我们能用$\langle(w,t),V\rangle$来代替 $M$，由此可以定义，命题 $A$ 在命令解释结构$\langle W,T<R,V\rangle$的某些$\langle w,t\rangle$中，相对于命令模型 $M$ 成立，或者说有一模型 $M$ 满足 $A$，当且仅当 $V(A,\langle w,t\rangle)=1$。命题 $A$ 常真，就是说 $A$ 在所有的命令模型中为真。由此可对任一命令模态公式作出解释，即可定义任一公式 $A$ 的赋值，记作[$V(A)$]。

下面我们给出 $Imp$ 系统中合式公式的赋值：

[$Vpi$]：对于任一命题变元 $pi$ 和任一 $wi \in W$ 且任一 $ti \in T$，$V(pi,\langle wi,ti\rangle)=1$ 或者 $V(pi,\langle wi,ti\rangle)=0$，但不能既为 1 又为 0。

$[V\neg]$：对于任一 *Imp* 合式公式 $A$ 和任一 $wi\in W$ 且 $ti\in T$，$V(\neg A,\langle wi,ti\rangle)=1$，当且仅当 $V(A,\langle wi,ti\rangle)=0$。

$[V\rightarrow]$：对于任两个 *Imp* 合式公式 $A$ 与 $B$ 和任一 $wi\in W$ 且 $ti\in T$，$V((A\rightarrow B),\langle wi,ti\rangle)=1$，当且仅当 $V(A,\langle wi,ti\rangle)=0$ 或 $V(B,\langle wi,ti\rangle)=1$。

$[V!]$：对于任一 *Imp* 合式公式 $A$ 和任一 $wi\in W$ 且 $ti\in T$，$V(!\ A,\langle wi,ti\rangle)=1$，当且仅当对于所有的 $wj\in W$ 和 $tj\in T$ 并且满足 $wiRtwj$ 和 $ti<tj$，有 $V(A,\langle wj,tj\rangle)=1$。否则，$V(!\ A,\langle wi,ti\rangle)=0$。

对于公式 $A\wedge B$，$A\vee B$ 和 $A\leftrightarrow B$ 的赋值，同 *PC*，皆可由 $[V\neg]$ 和 $[V\rightarrow]$ 来确定。

又¡ 可由！来定义，于是由 $[V\neg]$ 和 $[V!]$ 就可对 $¡A$ 的赋值如下：

$[V¡]$：对于任一 *Imp* 合式公式 $A$ 和任一 $wi\in W$ 且 $ti\in T$，$V[¡A,\langle wi,ti\rangle)=1$，如果存在一个 $wj\in W$ 和 $tj\in T$ 并且满足 $wiRtwj$ 和 $ti<tj$，有 $V(A,\langle wj,tj\rangle)=1$；否则 $V(¡A,\langle wi,ti\rangle)=0$。

接下来我们来证明 *Imp* 系统的可靠性，即证明定理：

$\vdash ImpA\Rightarrow\models ImpA$

*Imp* 系统是命题逻辑 *PC* 系统的扩展，已知 *PC* 系统是可靠的，因此，我们这里只需证明 *Imp* 的公理常真及推理规则保留常真性就可以了。

关于(*Imp*1)，假定 $V(!\ (A\rightarrow B)\rightarrow(!\ A\rightarrow!\ B),\langle wi,ti\rangle)=0$，那么，$V(!\ (A\rightarrow B),\langle wi,ti\rangle)=1$，$V(!\ A,\langle wi,ti\rangle)=1$ 且 $V(!\ B,\langle wi,ti\rangle)=0$。由 $V(!(A\rightarrow B),\langle wi,ti\rangle)=1$ 可知，对任一$\langle wj,tj\rangle)$，这里 $wj\in W$，$tj\in T$，$wiRtwj$ 且 $ti<tj$，都有 $V((A\rightarrow B),\langle wj,tj\rangle)=1$，所以，$V(A,\langle wj,tj\rangle)=0$ 或 $V(B,\langle wj,tj\rangle)=1$。再由 $V(!\ A,\langle wi,ti\rangle)=1$ 且 $V(!\ B\langle wi,ti\rangle)=0$ 可知，对任一$\langle wj,tj\rangle$，这里 $wj$

$\in W, tj\in T, wiRtwj$ 且 $ti<tj$，都有 $V(A,\langle wj,tj\rangle)=1$ 且存在一 $wj, wRtwj, ti<tj$，使得 $V(B,\langle wj,wi\rangle)=0$，这与前面的结论矛盾，所以，$(!(A\to B)\to(!A\to!B))$常真。

关于$(Imp2)$，设 $V((!A\to ¡A),\langle wi,ti\rangle)=0$，那么 $V(!A,\langle wi,ti\rangle)=1$ 且 $V(¡A,\langle wi,ti\rangle)=0$。据 $V(!A,\langle wi,ti\rangle)=1$ 可知，对所有 $wj\in W, ti\in T$，且 $wiRtwj, ti<tj$，都有 $V(A,\langle wj,tj\rangle)=1$；又据 $V(¡A,\langle wi,ti\rangle)=0$ 可知，对某些 $wj\in W, tj\in T$，且 $wiRtwj$，有 $V(A,\langle wj,tj\rangle)=0$，两个结论矛盾，所以$(!A\to ¡A$ 保持常真。

关于$(Imp3)$，设 $V((!A\to !!A),\langle wi,ti\rangle)=0$，则有 $V(!A,\langle wi,ti\rangle)=1$ 且 $V(!!A,\langle wi,ti\rangle)=0$，由 $V(!A,\langle wi,ti\rangle)=1$ 可知，对所有 $wj\in W, tj\in T$，且 $wiRtwj, ti<tj, V(A,\langle wj,tj\rangle)=1$，由 $V(!!A,\langle wi,ti\rangle)=0$ 可知，至少有一 $wk\in W, tk\in T$，且 $wiRtwk, ti<tk, V(!A,\langle wk,tk\rangle)=0$，由此又可得至少有一 $wj\in W, tj\in T$，且 $wkRtwj$，且 $tk<tj$，由于 $R$ 传递，则有 $ti<tj, V(A,\langle wj,tj\rangle)=0$。这与前面的结论 $V(A,\langle wj,tj\rangle)=1$ 矛盾，所以，$(!A\to !!A)$当真。

关于 $Imp4$，设 $V((¡A\to !¡A),\langle wi,ti\rangle)=0$，则有 $V(¡A,\langle wi,ti\rangle)=1$ 且 $V(!¡A,\langle wi,ti\rangle)=0$。根据 $V(!¡A,\langle wi,ti\rangle)=0$，有一 $wj\in W, wiRtwj, V(¡A,\langle wj,tj\rangle)=0$，由此又可得，对任一 $wk\in W, wjRtwk, V(A,\langle wk,tk\rangle)=0$。又据 $V(¡A,\langle wi,ti\rangle)=1$。有一 $wk\in W, wiRtwk, V(A,\langle wk,tk\rangle)=1$。这与前面的结论相矛盾。所以，$(¡A\to !¡A)$常真。

关于$(R!)$，设 $V(!A,\langle wi,ti\rangle)=0$，则有一 $wj\in W, wiRtwj, V(A,\langle wj,tj\rangle)=0$。根据$(R!)$的假定，因为 $A$ 常真，所以对任一 $wj\in W, tj\in T$，都有 $V(A,\langle wj,tj\rangle)=1$，这与前面的结论矛盾，所以$(R!)$规则保持常真。

由于 *Imp* 的所有定理都是由 *Imp* 的公理，根据（*R*!）规则推出来的，因此由公理和（*R*!）规则的常真就保证了 *Imp* 定理的常真。至此，我们就完成了对 *Imp* 系统可靠性的证明。

## 4 命令句逻辑的理论意义和现实意义

早在20多年前，莱蒙（E. J. Lemmon）就认为：像谈道义逻辑那样来谈命令（句）的逻辑的不同牌号是不合适的，因为在这一领域还没有一个一致的意见。并且，在他看来，只有一个形式系统（不同于提纲的）是可取的，即由霍夫斯塔特（Hafstadter）和麦金赛（Mekinsey）在《命令（句）逻辑》一文中提出的。时至今日，情况又怎样呢？从《命令（句）逻辑》（1939年）发表到1966年雷谢尔（N. Rescher）《命令逻辑》一书的完成，尽管有许多的逻辑学家从不同角度构造了不同的逻辑，但总的说来，仍没有一个系统能够被人们普遍地接受。人们对命令句逻辑的认识尚不一致，这既有其理论根据上的疑惑，也有其实际应用上的困难。因此，研究命令句的逻辑不仅能够丰富、深化现代逻辑的理论成果，而且还助于解决像人工智能等现代科技发展中所遇到的理论难题。

（1）命令句逻辑的理论意义

第一，补充了命题逻辑理论研究的不足，扩展了现代逻辑的理论研究范围。

命令句同陈述句一样是日常生活中广泛使用的一种语句。然而由于传统逻辑把非陈述句的逻辑研究拒之门外，逻辑的范围仅仅局限于能作简单真值分析的陈述句。现代逻辑中的标准逻辑（命题逻辑和谓词逻辑）从根本上说，也只是陈述句的逻辑推理系统。要补充命题逻辑的不足，丰富和深化现代逻辑的理论成果，这就必须将标准逻辑应用于原来不适合作形式处理的非形式推理语句。命令逻辑就是将标准逻辑（在这里是将命题逻辑）扩大到运用于命令句的一种非标准逻辑（从这个角度说，有人也称它为非标准逻辑

中的一种"扩展"逻辑),这种命令句命题逻辑系统不但扩展了命题逻辑的语言,而且还扩充了命题逻辑的公理、定理和推理规则。它的建立无疑是现代逻辑发展的新内容之一。

第二,补充了二值逻辑实际应用的不足,扩展了现代逻辑的实际应用范围。

通过言语行为语义分析而建立起来的命令句逻辑尽管仍是一种真值分析的二值逻辑,但它不是一种简单真值分析的二值逻辑,而是在结合语境因素的情况下,引进"可能世界"的概念,将语境因素转化成为真值条件分析的二值逻辑。这种二值逻辑分析的范围不但适合于命令句,而且适合于其他所有非陈述句。因此,命令句逻辑的建立使得我们能把二值逻辑实际应用的范围扩大到非陈述句使用。

(2)命令句逻辑的现实意义

现代科技发展的中心课题之一就是开展对于人工智能的研究。由于人工智能要对人脑智能进行功能模拟,它必然要涉及智能活动过程中的逻辑过程。而人类的逻辑思维过程又是与语言的运用分不开的。随着人工智能对于较复杂的智能和智能机器人的研究,对自然语言的研究也相应提到重要位置上。这倒不是说,人工智能装置直接需要使用什么自然语言,而是说人工智能研究需要扩大与自然语言相适应的形式语言。因为就目前看来,人工智能的技术装置只能是电子计算机,先进的智能机器研制即第五代机的研制,而电子计算机所必需的语言只能是形式化的人工语言。事实表明:人工语言、形式化公理系统和递归算法是研制计算机语言、发展软件和扩大硬件功能不可缺少的逻辑理论和方法。因此,如何将丰富多彩的自然语言形式化和模型化(即解决机器思维的知识表达问题),以便实现思维过程的机械化和自动化,这便是目前人工智能研究的核心课题或方法论基础之一。命令句逻辑在为实现命令句的形式化(扩大形式语言)、建立非陈述句形式化公理系统方面作出了有益的尝试,它的进一步研究必将有助于人工智能等

现代科技的进一步发展。

（作者：陈祖军）

## 参考文献

[1] [日]内田种臣，样相の论理，第五章：命令法の论理，早稻田大学出版部。

[2] 周礼全，模态逻辑引论，上海人民出版社，1986。

[3] 王雨田，现代逻辑科学导引，上、下册，中国人民大学出版社，1987。

[4] [日]末木刚博，逻辑学——知识的基础，孙中原等译，中国人民大学出版社，1984。

[5] 尚志英，思维的镜子——现代逻辑概述，湖南教育出版社，1988。

[6] 胡耀鼎，正规模态命题逻辑，《哲学研究》，1986年第6期。

[7] [美]威廉·阿尔斯顿，语言哲学，牟博等译，三联书店，1988。

[8] [美]查尔斯沃斯，哲学与语言分析，四川人民出版社，1987。

[9] 陈宗明，逻辑与语言表达，上海人民出版社，1984。

# [八] 问题逻辑

## 1 问题及其种类

问题是个语义概念，它由语形上的疑问句(问句)表达，语用上用来提问。同时，问题还常间接地用来断言和指使；另一方面，由陈述句表达的命题和由祈使句表达的命令也可间接地用来提问，或者被说成:问题可由陈述句和祈使句来表达。这样，应该说，问题逻辑与问句逻辑，是两个互相交叉的议题。我们将着重联系问句和提问行动来讨论问题逻辑。

一个人提出问题(提问)通常都是向别人或自己寻求回答的，但有时也并不真求答，只不过表示怀疑或有疑问。我们感兴趣的是求答的提问。因此，这里所说的问题在语用上总是由某个提问者向某个回答者提出的。提问者和回答者通常都是单个的人，也可以是其他某种个体(如计算机等)和某种集体(团体)。提问者和回答者可以是同一个体或集体。对同一问题，因语境不同而可有不同的提问。

对问题的讨论总须联系对它们的回答来进行。“回答”一词在日常汉语中有多种含意。在一种意义上，“回答”与“反应”同义，例如下句中的“回答”:“对新纳粹主义蠢动的回答应该是给予迎头痛击。”又如，对提问者的询问不予理睬或“顾左右而言它”，也可以说是一种“回答”。我们所说的对问题的回答是指给予所提问题的语言应对。这又可以加以区分，许多类回答从回答者的观点看会是适

当的，而从提问者的观点看适当的一类回答，亦即问题所希求的回答，被特别叫做“解答”。对一个提问的并非解答的回答，其明显的例子如：“不知道”，“无可奉告”，“说来话长”，“问题提得好”，以及反问“你说呢”，“你是问我吗”，“你说的‘为什么’是什么意思”，等等。与问题逻辑有密切关系的是解答。“解答”，与“问答”一样，既可用作动词，又可用作名词；当它用来指所作解答的内容时可特别称为“答案”。作为答案的解答都表达为语句。

人们又从各种角度对问题的解答（答案）加以区分。在各种各样类型的解答中，最重要的、起主导作用的是所谓“直接解答”，那就是，其内容不多不少正好是一问题所希求的那种类型的解答。举例说，对

(1)水在标准条件下的冰点是几华氏度？

这个问题的直接解答（假定只要求考虑整数度）是

(2)水在标准条件下的冰点是 32°F；

(3)水在标准条件下的冰点是 0°F；

等等。而下面这些对(1)的解答都不是直接解答：

(4)水在标准条件下的冰点可在《理化手册》中查到；

(5)在标准条件下水的冰点高于氯的冰点 211 华氏度；

(6)水在标准条件下的冰点是$(2^5)$°F；

(7)水在标准条件下的冰点是 32°F，而其沸点是 212°F；

(8)水在标准条件下的冰点是 0°F 或 4°F；

(9)水在标准条件下的冰点不是 10°F 或－10°F；

(10)水在标准条件下的冰点不是 10°F 或不是－10°F。

由(4)和(5)不能立即知道水在标准条件下的冰点究竟是几华氏度；在更严格的意义上，(6)也如此。(7)逻辑蕴涵(1)的一直接解答，但包括了超出问题(1)所要求的内容，(8)只为(1)的某直接解答所蕴涵，(9)蕴涵(1)的某直接解答的否定。(10)为(1)的某直接解答的否定所蕴涵，它们也都不是(1)的直接解答。这里还须指出，在日常言谈中，人们常答以某词项（包括词组或短语）作为对一问

题的解答;例如,作为对(1)的解答而答以"32°F"或"0°F 或 4°F",乃至"32"或"0 或 4"。不用说,一词项之被当作一问题的解答,是依赖于上下文或语境的,就所举的例子说,作为对(1)的解答的上述词项,理应被看成不过分别是(2)和(8)的两种简说。特别出于形式分析的需要,我们只把完整的句子算作问题的解答。

从上面的例子可以看出,直接解答是对问题的最简捷,自然而合格的解答。还不难看出,问题的直接解答常具有某种固定的语法(语形)形式而且可由问题的问句形式通过简单的能行的语形变换得到。就(1)说,只需把其中的问词"几"换成给定范围内的某个数字就得到它的一个直接解答。问题与其直接解答的这种联系,直接解答的这一特点,具有重要意义。这使人们在研究问题逻辑理论时能够有效地就直接解答采取所谓"解答集方法论",即把一问题看成逻辑上相当于它的某种解答集,认为了解了什么算作其解答就等于了解了该问题;进而甚至可以实行"解答集归约",即把一问题等同于其解答集。

一般地说,问题可以首先分为两大类。一类是为了寻求知识的,其解答是命题,可称事实问题,如(1)就是。另一类则是为了寻求决策的,其解答是广义的命令,常称审议问题,例如:"我现在该干什么呢?","你明天去不去郊游?","让谁当经理?",等等。我们这里只限于考虑事实问题。事实问题的解答,作为命题,乃有真假之分。以下谈到"问题"都是指事实问题,虽说有些说法(如下面关于问题分类的大部分论述)也适用于审议问题。

对问题可以从不同的角度加以分类。语言学中通常都结合疑问句的语形和语义把问题(或用来提问的问句)分为三类,即是非问题(又称一般问题),选择问题和特指问题。这种分类法有其道理,我们就从它谈起。

是非问题,就汉语说,通常表达为由一陈述句加语气词"吗"构成的问句。一个是非问题只能有两个互相矛盾的直接解答。例如,对"你是教师吗?"这个是非问题的仅有的直接解答是"我是教师"

和“我不是教师”。是非问题常可简略地用“是”、“是的”或“不”、“不是”等词语来直接解答。要注意的是，按汉语习惯，对“他还没有去吗?”这样的内含一个否定词的是非问题，当用“是”“是的”来解答时，是指“他还没有去”，而用“不”、“不是”来解答时，则是指“并非他还没有去”，亦即“他去了”。可是对于有些民族，例如英、美等英语民族，对用现代英语表达的这同一问题“Hasn't he gone yet?”，如答以“yes(是)”，则是指他去了，答“no(不)”是指他还没有去。还须注意，就表达疑问语气的两个主要语气词“吗”和“呢”说，与选择问题和特指问题相比，是非问题只能用“吗”不能用“呢”，而另两类问题只能用“呢”不能用“吗”。当然，对于所有这三类问题，都可以不用语气词，而是通过内容和语调表示。

选择问题在汉语中通常表达为用“还是”联结两个或两个以上(一般是有穷多个)陈述句或同类结构成分再加上(也可不加)“呢”构成的问句；例如：“你胜了还是他胜了呢?”，“李晶是汉族人还是满族人还是回族人?”。后面这个例子中的第一个(一般地说，除最后一个外其他所有的)“还是”可以省去而代之以一顿号，而且从修辞上说常须这样做。省去“还是”的情况还如：“这这个月月大月小?”，“新房布置了没有?”。逻辑上最简单的选择问题是提出若干供选择的命题，让回答者抉择(断定)其一作为他的直接解答。因此，这样一种有 $n$ 个供选命题的选择问题恰好有 $n$ 个直接解答。还可以有其他种类的选择问题，暂不详谈。

表达特指问题的问句里一般都含有表示疑问的词语，就汉语说，如“谁、哪、几、多少、什么、怎么”等等。例如：“冠军是谁?”，“上哪儿能买到这本书?”，“现在几点了?”，“来了多少观众?”，“你为什么不乘地铁?”，“这种天线怎么调整?”。如上所述，这类问句的末尾常可加“呢”，但不能加“吗”，否则会成为表达某是非问题的问句。例如，“谁都知道吗?”，“有谁知道吗?”，“你有什么事吗?”都属于是非问题，这里的两个“谁”，前者表示任指，后者表示虚指，“什么”也是表示虚指的，它们都不是用来发问的。又如，“冠军是谁吗?”则等

于说“你(或你们——指对话者)是问(想知道)冠军是谁吗?”。一并在此指出,表达选择问题时误用语气词也会得到一个是非问题,如“这个月月大月小吗?”其含意与刚才最后一个例子相似(顺便说说,“这个月月大或月小吗?”则等于问:这个月只有月大、月小这两种可能吗?自然属是非问题)。另一方面“他来了呢?”并不表达一是非问题,而可以理解为是说“要是他来了,那么怎么样呢(或者,怎么办呢)?”,这是一种带假设的特指问题。

特指问题可以结合所用疑问词语根据所问范畴分为许多种类。在我们看来,主要就汉语说,特指问题可以概括地说成是“什么”问题,所问的和要求回答者指明的可以是:什么东西,什么事情,什么人(谁),什么时候(哪时),什么地方(哪里,哪儿),什么数量(多少,几),什么原因(为什么),什么理由(因为什么),什么目的(为了什么),什么手段(用什么),什么方式方法(怎么,怎样)等。对于这些范畴,逻辑上还可以根据需要而又合理地确定它们的各种各样的子范畴,例如:什么书,什么战争,什么军人,什么季节,什么国度,什么整数,什么主观原因,等等。进一步分析,“什么”作为疑问词可以作两种理解。例如,对“住在隔壁的那个人是谁(什么人)?”,就既可理解为要求回答者说出那个人的姓名,指明那是哪一个人,又可以理解为要求回答者说出那个人的某种或某些特性,如职业,家族关系,社会身份等,即要求给予部分或完全的描述,指明他具有哪(些)个性质。这里所说的其他各类“什么问题”也都可以作类似的区分。这样,在能以作类似的逻辑处理的意义下,整个特指问题又可以归结为一般的“哪(些)个问题”;然后再根据逻辑类型分为“哪(些)个个体问题”,“哪(些)个一阶性质和关系问题”,等等。

不难理解,所述三大类问题有着内在联系。是非问题可以看成一种特殊的选择问题,例如,“他来了?”显然等于“他来了还是没有来?”。是非问题不过是未明说地给出易见的两种互相矛盾的供选命题,让回答者择其一而且只择其一作为他的直接解答。特指问题

实际上也是让回答者在某种条件下做选择。例如"哪个正整数是素数?"这种最简单的特指问题,根据平常的理解,它假定了如下供选命题:"1是素数","2是素数","3是素数",……;共有可数无穷多个。此问题要求回答者抉择其一作为他的直接解答。当然,回答者为了能正确地解答这个问题,首先必须知道什么是正整数。由此可见,特指问题与选择问题的主要区别在于,前者本身没有明确列出供选命题(而且与是非问题不同,也不能真接由问题确定地得知那些供选命题),而只是暗示了可据以限定供选命题范围的某种条件,某种"范畴条件"。另一个值得注意的区别是,通常所说的选择问题都只提出有穷多个供选命题,而对于特指问题,供选命题可以多至无穷。我们这里不考虑那种可设想的,有无穷多个供选命题的选择问题,因为那需要用到非经典的(其语句或公式可以)无穷长的语言和逻辑。

正由于这三类问题有着内在联系,见仁见智,丹麦语言学家叶斯柏森1933年提出,把上述是非问题叫做(主语和谓语的)"联系问题",把选择问题与特指问题合为一类称为"X问题",因为在其中,"正如在代数方程中那样,我们有个未知量X",而"此X的语言表达是一疑问代词或疑问副词"。[①]选择问题被特别叫做"限定性X问题"。由于在英语中用于"X问题"的疑问词语其典型形式都以wh打头,故而又常称"wh问题"。有的语言学家,如喀茨,则基于底层短语结构分析而把选择问题归为"联系问题",让"X问题"等同于特指问题。[②]总之,语言学家的上述三分分类以及两种二分分类都着眼于自然语言研究,而且限于考虑基本的、单纯的问句形式。

---

① Jespersen, O.: Essentials of English Grammar, Henry Holt and Co., New York, 1933, pp. 304—305.

② Katz, J.: 'The logic of questions', in B. van Rootselaar and J. Staal (eds.), logic, Methodology and Philosophy of Sciences Ⅲ, North-Holland, Amstedam, 1968, pp. 463—493.

另一方面，逻辑学家出于逻辑分析的目的，又有他们关于问题类型的种种说法和讨论。这里只大致介绍对问题逻辑有重要贡献的小N.D·贝尔纳普提出的一种观点。如今得到较充分的逻辑研究的问题，是一般所谓的“抑或(英文是 whether)问题”和“哪(些)个(which)问题”。前者就是指上述选择问题，并在实际上包括是非问题。后者被认为只是所说特指问题的一种(这与我们的前述看法不同)。贝尔纳普在他的问题逻辑理论中，首先把问题区分为“初等问题”和“复合问题”两大类。初等问题包括单纯的抑或问题和哪(些)个问题，后者实际上只是我们所说的“哪(些)个个体问题”。复合问题则指由初等问题以及命题构成的复合，例如两问题的合取，假设问题(即前面提到过的带假设的问题)，等等。关于问题逻辑，如今还没有形成一种在基本点上一致公认的理论，由于现有理论都不甚如人意，下面主要介绍作者的一种考虑[①]，其中将采取贝尔纳普的许多说法，特别如初等问题与复合问题的划分，但在细节上有所不同。

## 2 抑或问题

我们的问题逻辑理论要考虑的也是单纯的抑或问题和哪(些)个个体问题这两类初等问题以及以它们为成分的各种复合问题。为了精确地表达各种问题和研究它们之间的逻辑关系，需要制订某种形式语言。由前面的讨论不难看出，可以通过对命题或命题函项施行某种运算而得到一个问题。我们这里使用的形式语言将以带等词的经典一阶语言**L**为基础。**L**的符号包括常用的联结词、量词和等词，可数无穷多个个体变元，以及有穷或可数无穷多个个体常元和谓词。这里要求，对论域中的每一个体，都有一个体常元作

① 适值本书行将排印之际，作者又设想了一个新的看来较为理想的问题逻辑理论系统。很遗憾，已经来不及对本文作大的改动了。

为它的名称。在这样的语言中可以定义出数目量词。这里要用到的是“至少有 $k$ 个 $x$”和“恰好有 $k$ 个 $x$”($k\geqslant 1$)，根据习惯分别记为 $\exists_k x$ 和 $\exists_k!x$，并定义如下：

$$\exists_k xA(x)=_{\mathrm{df}}\exists x_1\cdots\exists x_k(A(x_1)\wedge\cdots\wedge A(x_k)\wedge(x_1\neq x_2)\\ \wedge(x_1\neq x_3)\wedge\cdots\wedge(x_{k-1}\neq x_k))$$

$$\exists_k!xA(x)=_{\mathrm{df}}\exists x_1\cdots\exists x_k(A(x_1)\wedge\cdots\wedge A(x_k)\wedge(x_1\neq x_2)\\ \wedge(x_1\neq x_3)\wedge\cdots\wedge A(x_{k-1}\neq x_k)\wedge\forall x(A(x)\\ \rightarrow((x=x_1)\vee(x=x_2)\vee\cdots\vee(x=x_k))))$$

其中的 $x_i(1\leqslant i\leqslant k)$不在 $A(x)$中自由出现；还让$\exists_1 x$ 就等于$\exists x$。

除了 **L** 中的符号，还需要增加一个表示疑问的符号“?”。利用疑问号“?”通过加或不加某种下标或者还与 **L** 中的某些符号(包括定义出的符号“!”)结合，可以构成我们要用到的各种疑问算子。称我们的形式语言为 $\mathbf{L_Z}$。我们准备在深入分析我们要考虑的各种“问题”之后，再严格给出 $\mathbf{L_Z}$ 的公式的形成规则。目前需要说明的是，$\mathbf{L_Z}$ 中包括的所有的公式，这样的公式，亦即不含“?”的公式，称普通公式。含“?”的公式称疑问公式。不含自由个体变元的公式称闭公式；否则称开公式，视其中所含不同的个体变元的数目 $n(\geqslant 1)$而定，称 $n$ 元开公式。以后将说明，疑问公式也有开公式和闭公式之分。普通的闭公式称陈述句。表达问题的公式(亦即“疑问闭公式”)称疑问句。往后，我们还常变通地把“陈述句”就说作“命题”，把“疑问句”说作“问题”。

现在先来讨论通常所说的“抑或问题”和“哪(些)个(个体)问题”，说明可以如何用形式语言来表达它们。我们往后分别简称这两类问题为“抑问题”和“孰问题”。上文已提到，任何问题都可看成无非是要求回答者在某种供选题材范围内做出某种选择，构成他的直接解答。任何问题都可以从结构上分为两部分，即供选题材和选择要求。在供选题材上，抑问题明白列出全部有穷多个供选命题，而孰问题只暗示了可据以限定供选命题的范围的某种条件，而且其供选命题的数目可多至无穷。就抑问题说，例如‘李晶是汉族

人，满族人还是回族人？"，通常可看成是问："（下列情况）哪一个成立（或，下列命题哪一个是真的）：李晶是汉族人，李晶是满族人，李晶是回族人？"。其中，"哪一个成立"表达选择要求，冒号后的三个命题共同构成供选题材。抑问题的供选题材可考虑一般地表示为$(A_1, A_2, \cdots, A_n)$，其中的每个$A_i$都是普通闭公式即命题，允许它们不止一个乃至全部是真的。前述是非问题"$A$吗？"的供选题材则表示为$(A, \neg A)$，即一种特殊形式的$(A_1, A_2)$。作为极限情况，我们还允许$n=1$，这是一种不同于是非问题的、很特别的抑问题。孰问题的供选题材以后再谈。

至于说到选择要求，则可以分为四个方面：选择数量、完全性、差别性和问项数量。首先，简单地说，我们不仅可以问"哪一（个）"还可以问"哪二"，"哪三"，……，一般地是，"哪$k$"。此外，还可有其数不定的"哪些（个）"，意指"哪一或哪二或哪三或……"，其上限视问题的供选题材而定，等于问题的供选命题的数目。这些都是选择的数量要求上的区别。

其次，拿"哪$k$"说，例如"哪$k$个成立：$A_1, A_2, \cdots A_n$？"$(1 \leqslant k \leqslant n)$，这是有歧义的，既可以理解为要求回答者从$n$个供选命题中，作为例子任意举出$k$个真命题，又可以理解为要求全部列出其中仅有的那$k$个真命题。这种区别，简言之即要求举例还是要求全列的区别，就是选择的完全性要求上的区别。为了确切地表达是否要求完全，笼统的"哪$k$"需要分为"至少有哪$k$"和"恰好有哪$k$"（亦即"哪恰好$k$"或"哪总共$k$"）两种。由于有这样的区分，前面提到过的"那个正整数是素数？"，应该是指（而且应该确切地表达为）"至少有哪一个正整数是素数？"。如果我们明里暗里提出"恰好有哪一个正整数是素数？"这样的问题，那就是不恰当的或错误的了，也无法要求回答者给出正确的直接解答。说起来，"哪些"也可有举例和全列、"至少有哪些"和"恰好有哪些"的区别。但是"至少有哪些"与"至少有哪一个"是逻辑等值的，因此这里只考虑"恰好有哪些"。"恰好有哪些"意指"恰好有哪一或恰好有哪二或……"，其上限等

于问题的供选命题的数目。

第三，无论“恰好有哪 $k$”还是“至少有哪 $k$”，当 $k\geqslant 2$ 时，其中的“哪 $k$”通常是指“哪（两两）不同的 $k$”，即要求所涉及的 $k$ 个东西彼此都不相同。但是，有时则允许那 $k$ 个东西中至少可以（不是必须）有两个彼此相同，乃至可以 $k$ 个全相同，这可以确切地表达为“哪可以相同的 $k$”。这种区别就是选择的差别性要求上的区别。今后我们将把“哪不同的 $k$”就简说成“哪 $k$”。“哪些”的情况也类似。说起来，就“哪 $k$”说，还可以细分为“哪其中至少（恰好）有 $l$ 个不同的至少（恰好）$k$ 个”，“哪其中至少（恰好）有 $l$ 个彼此相同的至少（恰好）$k$ 个”，“哪其中至少有 $l_1$ 个不同、至少有 $l_2$ 个彼此相同的恰好 $k$ 个”，其中，$2\leqslant l\leqslant k$，$2\leqslant l_1, l_2\leqslant k$，$l_1+l_2\leqslant k+1$。

最后，例如“至少有哪一个男孩是哪恰好三个女孩的哥哥?”，其中含有两个疑问词语，我们称这样的问题为“二问项问题”。一般地说，可有 $n(\geqslant 1)$ 问项问题。这方面的区别，就是选择的问项数量上的区别。我们这里把上述“至少有哪 $k$”，“恰好有哪 $k$”和“恰好有哪些”这三种疑问词语分别用符号表示为 $?_k$，$?_k!$，和 $?^c$；这里的 $k$，当 $k=1$ 时，可以省略，就是说把 $?_1$ 和 $?_1!$ 分别就记为 ? 和 ?!，而 $c$ 表示“全列”。要注意的是，我们所说的“问项”或“问词”并不就等于这些词语，下面会说明。

容易看出，所说的抑问题只能有一个问项，因此可以根据上述疑问词语分为三大类。我们把 $(A_1,\cdots,A_n)$ 简记为 $(A_i)^n$，而把这三类问题就分别表示为 $?_k(A_i)^n$，$?_k!\,(A_i)^n$ 和 $?^c(A_i)^n$，$1\leqslant k\leqslant n$。拿 $?_k(A_i)^n$ 说，要读为：“至少有哪 $k$ 个成立：$A_1,\cdots,A_n$?”。在这个意义下，我们说 $?_k$（现在是“至少是哪 $k$ 个成立”）是问题 $?_k(A_i)^n$ 的问词。与此类似，称 $?_k!$ 和 $?^c$ 分别是其他两类抑问题的问词。

最常见的抑问题是 $?_1(A_i)^n$。如上所述，我们可以很合理地规定，它的一直接解答就是此问题的一供选命题 $A_i$，$1\leqslant i\leqslant n$。因此，其直接解答集就是其供选命题集。至于 $?_2(A_i)^n$，我们可以规定，它的一直接解答是一个具如下形式的命题：$A_{i_1}\wedge A_{i_2}$，其中，$1\leqslant i_1\leqslant$

$n$，$1\leqslant i_2\leqslant n$，并且 $i_1\neq i_2$。一般地说，对于 $?_k(A_i)^n$，我们可以规定，它的一直接解答是一个具如下形式的命题：$A_{i_1}\wedge\cdots\wedge A_{i_k}$，其中，$1\leqslant i_1,\cdots,i_k\leqslant n$，并且 $i_1,\cdots,i_k$ 两两不相等。容易看出，这类问题的直接解答都是可以能行地确定的，其数目大于或等于 $n$，而小于或等于 $n^k$（只有当 $k$ 或 $n$ 等于1时，才等于 $n$ 和 $n^k$）。由于我们允许供选命题可以有不止一个乃至全部是真的，因此这类问题都可以有不止一个直接解答乃至一问题的全部直接解答都是真的。

要指出的是，在上面关于 $?_k(A_i)^n$ 问题的直接解答的规定中，之所以要求 $i_1\cdots,i_k$ 必须两两不相等，是因为，以 $?_3(A_i)^{10}$ 为例，我们不承认 $A_3\wedge A_3\wedge A_3$，$A_5\wedge A_5\wedge A_{10}$，$A_7\wedge A_9\wedge A_7$，$A_6\wedge A_3\wedge A_3$，等等也都是此问题的直接解答。而这又因为，一般的 $?_k(A_i)^n$ 是问："（下列情况）至少有哪不同的 $k$ 个成立：$A_1,\cdots,A_n$?"。把上述 $A_3\wedge A_3\wedge A_3$ 等命题也算作 $?_3(A_i)^{10}$ 的直接解答，那么，比如说，当 $A_3$ 和 $A_6$ 碰巧是真的时，$A_3\wedge A_3\wedge A_3$ 和 $A_6\wedge A_3\wedge A_3$ 还会成为此问题的真直接解答（真解答）；此外还会产生我们不愿有的别的结果。另一方面，上述规定表明，就刚才的例子说，$A_1\wedge A_2\wedge A_3$，$A_3\wedge A_2\wedge A_1$，$A_1\wedge A_3\wedge A_2$ 这些明显地逻辑等值但形式上不同的命题都是 $?_3(A_i)^{10}$ 的不同的直接解答，这也符合直观。顺便在这里说明，我们要研究的、平常所问的"哪 $k$"问题（"哪些"问题的情况类似），当 $k\geqslant 2$ 时，并不要求其直接解答中必须包含某种顺序。同时，就抑问题说，"哪 $k$"或"哪不同的 $k$ 个"，实际上只是指"哪在形式上不同的 $k$ 个"，因为在日常言谈中并不过于严格地、一般地要求抑问题的诸供选命题必须互不逻辑等值，也不要求其一不逻辑蕴涵另一个。但是，通常都要求抑问题的供选命题必须至少是形式上两两不同的。这很自然，因为，比如说，$?_2(A,B,A,C,B)$ 直观上显然与 $?_2(A,B,C)$ 是一回事，而且实际上不会真有人严肃地提出像前一个那样的（虽说是无害的）问题。有了这样的要求，也就能使得根据上述规定得到的 $?_k(A_i)^n$ 问题的直接解答，以及根据下面将说到的规定得到的其他抑问题的直接解答，都是至少在形式上互不相同的。

对于$?_k!(A_i)^n$问题，我们自然可以一般地规定它们的直接解答都具有如下形式：

$$A_{i_1} \wedge \cdots \wedge A_{i_k} \wedge \neg A_{i_{k+1}} \wedge \cdots \wedge \neg A_{i_n},$$

其中，$1 \leqslant i_1, \cdots, i_n \leqslant n$，并且$i_1, \cdots, i_n$各不相等。因此其总数大于或等于$n$，而小于或等于$n^n$（只有当$n=1$时，才等于$n^n$）。与$?_k(A_i)^n$问题类似，这类问题的直接解答集里也包括明显逻辑等值但形式上不同的命题。

对于$?_k(A_i)^n$和$?_k!(A_i)^n$问题，为了便于形式处理，也可以另行规定其直接解答集，使得其中不包括上述明显逻辑等值的命题。为此，对于$?_k(A_i)^n$，只需把它的直接解答的一般形式中的两个条件（即$1 \leqslant i_1, \cdots, i_n \leqslant n$和$i_1, \cdots, i_n$各不相等）改为这样一个条件：$1 \leqslant i_1 < i_2 \cdots < i_n \leqslant n$。而对于$?_k!(A_i)^n$则可保留$i_1, \cdots, i_n$各不相等这一条件，但把原先的$1 \leqslant i_1, \cdots, i_n \leqslant n$这一条件改为这样两个条件：$1 \leqslant i_1 < i_2 < \cdots < i_k \leqslant n, 1 \leqslant i_{k+1} < i_{k+2} < \cdots < i_n \leqslant n$。这样一来，这两类问题的直接解答集的总数都是$C_n^k$，即从$n$个不同元素中取出$k$个元素的所有组合的个数。这样规定这两类问题的直接解答无论理论上还是应用上也都说得通，而且对于形式研究无影响。我们决定采取这种办法。

$?^c(A_i)^n$的直接解答集显然可规定为$?_1!(A_i)^n, \cdots, ?_n!(A_i)^n$的直接解答集的并；就是说，后面这些问题的直接解答都是，而且只有它们才是$?^c(A_i)^n$的直接解答。

不难理解，在明确规定了上述三类抑问题的直接解答之后，就可以把所有三类抑问题都归约为$?(A_i)^n$即$?_1(A_i)^n$问题。一般地说，这只需要在按规定得出一问题的所有直接解答之后，以它们作为供选命题，构造一个$?(A_i)^n$问题。这是能够做到的，因为任一抑问题的直接解答集都是完全确定的，而且其直接解答的总数都是有穷的。很容易看出，一命题是原问题的直接解答当且仅当它是据以构造的那个$?(A_i)^n$问题的直接解答；从而，这两个问题的真直接解答集也完全相同。在这个意义上，很自然地可以认为这两个问题

在逻辑上是等同的。为了便于作一般性的处理，往后我们允许$?(A_i)^n$问题中有形式相同的供选命题，这显然并没有什么妨害。

## 3 哪(些)个问题

现在来集中讨论“哪(些)个(个体)问题”，即孰问题。先看

(11)至少有哪一个正整数是素数？

这是最简单的一种孰问题。它可以看成是问：

(12)至少有哪一个$x$使得：$x$是正整数并且$x$是素数？

其中的“至少有哪一个$x$使得”表达选择要求，可用符号表示为$?_1x$(或简单的$?x$)。而“$x$是正整数并且$x$是素数”则提供了规定供选题材的条件，可表示为，比如说“$(Z(x)\wedge S(x))$”，即一个一元普通开公式。此问题整个地表示为：

(13)$?_1x(Z(x)\wedge S(x))$，

其中的$?_1x$称为此问题的问词。一般地说，孰问题可具有如下形式的问词：$?_kx$，$?_k!x$，$?^cx$。这里规定，逐一用一个个体常元代换开公式$(Z(x)\wedge S(x))$中的自由的$x$而得到的所有闭公式(命题)构成此问题的全部供选命题。视语言$\mathbf{L}_Z$中的个体常元的数目而定，这些公式的总数可能是有穷的，也可能是无穷的。此问题的直接解答集自然就是它的供选命题集。

再看

(14)至少有哪一个男孩是至少(有)哪一个女孩的哥哥？

这可以看成是问：

(15)至少有哪一个$x_1$，至少有哪一个$x_2$使得：$x_1$是男孩并且$x_2$是女孩并且$x_1$是$x_2$的哥哥？

在(15)中，表达选择要求的是“至少有哪一个$x_1$，至少有哪一个$x_2$使得”，可考虑表示为“$(?_1x_1?_1x_2)$”，而供选题材条件可表示为比如说“$(N(x_1)\wedge U(x_2)\wedge G(x_1,x_2))$”，即一个二元普通开公式。此问题可整个地表示为：

(16)$(?_1x_1?_1x_2)(N(x_1)\wedge U(x_2)\wedge G(x_1,x_2))$。

现在我们自然应该规定，将$(N(x_1)\wedge U(x_2)\wedge G(x_1,x_2))$中的自由的$x_1$和$x_2$分别代以任一个体常元，如此得到的所有闭公式构成此问题的全部供选命题。设语言中个体常元的总数为$J$，$J$是正整数或可数无穷基数，则此问题的供选命题的总数是$J^2$。这样，此问题也是要求回答者在此问题的供选命题中选择一个命题作为他的直接解答，此问题的直接解答集也就是它的供选命题集，其直接解答的总数也是$J^2$。

这个问题与前一问题类型上不同之处主要在于其中含有两个$?_1x$形的问词，相应地，表示其供选题材条件的是二元普通开公式(或者说二元命题函项)。其实，不难看出，一个含有$n(\geqslant 1)$个随便什么形式的问词的孰问题，其供选题材条件须表示为一个$n$元普通开公式。现在，一个含有$n$个$?_1x$形的问词的问题具有如下形式：

(17)$(?_1x_1\cdots ?_1x_n)A(x_1,\cdots,x_n)$，

其中的$A(x_1,\cdots,x_n)$是一$n$元普通开公式。(17)，一般地说，任何有$n$个无论哪一种问词的问题，其供选命题是将$A(x_1,\cdots,x_n)$中的$n$个自由个体变元分别代以任一个体常元的结果。而(17)的直接解答集就是它的供选命题集，其供选命题和直接解答的总数都是$J^n$(当$J$是无穷基数时，$J^n=J$)。

从以上的讨论可以看出，按照所说的分析处理办法，孰问题的供选命题，虽然不像抑问题那样是直接明白列出的，但是可以能行地确定。我们还看到，在同一$\mathbf{L}_Z$中，有相同数目的问项的各个孰问题其供选命题的总数也都相同，尽管命题本身自然会不同。这一结果的一个可谓不如人意的方面是，使得例如(11)以及“至少有哪一个整数能被3整除?”和“至少有哪一个在10到20之间的正整数是素数?”这类问题的供选命题的数目都相同。不仅如此，在一个适当大的论域中，直观上它们还同时分别有“$-2/3$是正整数并且是素数”、“$-2/3$是整数并且能被3整除”和“$-2/3$是在10到20之

间的整数并且是素数”这样的供选命题，甚至有“希特勒是正整数并且是素数”，……这类甚觉荒谬的供选命题。不过，这是一般的形式处理难以避免的，而且由于我们这里主要研究问题间的逻辑语形和语义关系，并不研究实际上如何具体回答某个问题，以后会看得更清楚，这并不影响我们的问题逻辑研究。其实，普通的只研究命题（陈述句）的逻辑就首先有类似的问题，常需考虑大量的上述直观上甚感别扭的命题。我们只需把它们看成假命题就是了，而供选命题自然可以是假命题。

为了多少改变这种状况，包括为了进一步限制某些孰问题的供选题材范围，一种可行的办法是采用“多种类的”形式语言，大致说那就是，进一步把个体常元集和个体变元集（从而个体域）相应地分为两两不相交的许多子集，实即分成上文所说的某种层次的“范畴”。设一多种类语言中的第 $i$ 个“范畴”要解释为正整数集，那么，在此语言中，“至少有哪一个正整数是素数？”就可以看成是问：

(18)至少有哪一个 $x^i$ 使得：$x^i$ 是素数？。

而现在它的供选命题只是把比如说 $S(x^i)$中的 $x^i$ 代以解释为某正整数的一个体常元 $a^i$ 而得到的那些命题。这样，形式相似但被认为属于不同“范畴”的孰问题就可能有不同数目的供选命题。事实上，这种做法，以及其基本思想类似的其他做法，对于问题逻辑的形式研究都谈不上有什么实质性积极作用。而在应用方面，它们也都只有相对意义，因为无论如何，很难设想在一形式语言中规定一个要解释为“在10到20之间的整数”的“范畴”或“种类”。当然，我们在实际回答“至少有哪一个在10到20之间的整数是素数？”时，可以而且应该只考虑十来个供选命题。

我们还发现，(17)可以改记为

(19)$?x_1\cdots?x_nA(x_1,\cdots,x_n)$。

注意，这里主要是把整个问词序列前后的括号去掉了。这不只是个记法问题，而且包含了新概念。(19)形式上类似于一种普通量化式只不过代替量词的是问词。(19)暗示了我们如同构成相似形式的

量化命题那样，通过在一 $n$ 元普通开公式之前逐步添加 $n$ 个任意的孰问题问词来构成一个孰问题。就(19)而言，这又是说，我们将允许有具如下形式的公式：

(20) $?x_i ?x_{i+1} \cdots ?x_{n-1} ?x_n A(x_1, \cdots, x_n)$，

其中，$1<i\leqslant n$。这些公式都不表达问题，而可以说是表达“问题函项”。其实，孰问题问词如同量词似的，可用来约束其辖域中的个体变元，使某个自由变元变成约束的。我们知道，一个 $n$ 元命题函项亦即 $n$ 元普通开公式 $A(x_1, \cdots, x_n)$，如果将其中的某一个自由的 $x_i$ 统一代以一个体常元或者在其前加一量词 $Qx_i$，包括全称、存在和数目量词($1\leqslant i\leqslant n$)，就得到一个 $n-1$ 元命题函项；如此继续做下去，最后可得到一个闭公式亦即命题(亦即 0 元命题函项)。类似地，如在 $n$ 元命题函项 $A(x_1, \cdots, x_n)$之前加任一孰问题问词 $Wx_i$ ($W$ 是$?_k$，$?_k!$ 或$?^c$，$1\leqslant i\leqslant n$)得到一个疑问公式

(21) $Wx_i A(x_1, \cdots, x_i, \cdots, x_n)$，

则(21)被认为只含有 $n-1$ 个自由个体变元，是一个 $n-1$ 元疑问开公式，表达 $n-1$ 元问题函项。称之为“$n-1$ 元问题函项”是合理的，因为，与命题函项的情况相同，将(21)中的 $n-1$ 个自由个体变元 $x_1, \cdots, x_{i-1}, x_{i+1}, \cdots, x_n$ 都代以一个个体常元，显然就得到一个疑问闭公式，亦即得到一个问题。不难理解，只将(21)中的一自由个体变元 $x_j$(因此 $x_j\neq x_i$)代以一个体常元，或者在(21)前加一量词 $Qx_j$ 或问词 $Wx_j$，就得到一个 $n-2$ 元问题函项，如此继续做下去，也能得到一个问题。

(21)不是一个问题，当然谈不上供选命题，但是可以谈供选命题函项，那就是只将其中的 $A(x_1, \cdots, x_i, \cdots, x_n)$中的 $x_i$ 代以任一个体常元的结果，总共是 $J$ 个 $n-1$ 元命题函项。如果从(21)出发，通过以个体常元代换其中一自由个体变元或者在其前加一量词的办法得到一个 $n-2$ 元问题函项，则此问题函项的供选的 $n-2$ 元命题函项的总数仍为 $J$。如果从(21)出发，通过在其前加一上述问词 $Wx_i$，得到一个 $n-2$ 元问题函项

(22)$WxjWxiA(x_1,\cdots,x_n)$,

那么,无论 $j<i$ 还是 $j>i$.(22)的供选的 $n-2$ 元命题函项都是把(21)的每个供选的 $n-1$ 元命题函项中的自由个体变元 $x_j$ 代以任一个体常元的结果,因此其总数是 $J^2$。这与直接把 $A(x_1,\cdots,x_n)$中的自由的 $x_i$ 和 $x_j$ 分别代以任一个体常元的结果相同。依此类推。回过头来看,以上的讨论说明我们把(17)改记为、实际上是看成为(19)乃是完全合理的。我们以后将采取象(19)那样的形式来处理和表达多问项的孰问题,这样做显然优越得多。

以上只讨论了只含$?_1x$ 即$?x$ 形问词的问题。下面在讨论其他种种孰问题时,我们一开始就尽量设法把它们归约为只含若干个$?x$ 形问词的问题——以下将暂时简称之为基本形(式的)问题,——如同前面把各种抑问题都归约为$\chi(A_i)^n$ 即$\chi(A_1,\cdots,A_n)$问题那样。

先看$?_2xA(x)$。如上所述,它的供选命题是诸 $A(a_i)$,$a_i$ 是任一个体常元,其总数是 $J$。我们很自然地可以类似于对待抑问题$?_2(A_i)^n$ 的第一种办法那样,规定它的直接解答是如下形式的命题:

(23)$(A(a_{i_1})\wedge A(a_{i_2}))$,

其中的 $a_{i_1}$和 $a_{i_2}$都是个体常元,$i_1\neq i_2$。当 $J$ 是大于1的正整数时,其直接解答的总数大于 $J$ 而小于 $J^2$,当 $J$ 是无穷基数时,就等于 $J$。要注意的是,这里规定 $i_1\neq i_2$,只能防止 $a_{i_1}$和 $a_{i_2}$(从而 $A(a_{i_1})$和 $A(a_{i_2})$)形式上相同,不能保证它们实际上不同。因为,我们知道,一般地说,对一形式语言加以解释时,允许给不同的符号以相同的解释。就个体常元说,两个甚至更多个不同的个体常元可以被解释为指同一个个体(如同同一个人可以有若干个不同的名字)。而“$?_2x$”本来是指“至少有哪不同的两个个体 $x$ 使得”。这样,为了防止 $a_{i_1}$与 $a_{i_2}$($A(a_{i_1})$与 $A(a_{i_2})$)事实上相同,只能对形式语言的解释提出某种限制条件,而就我们的 **L**z 说,可以要求论域中个体的数目与个体常元的数目相同(而一般地我们只要求前者不大于后者),对个体常元作一一对应的解释。我们也可以类似于对待$?_2$

$(A_i)$"的第二种办法那样来规定所说问题的直接解答，不过，那样做并不能带来什么好处。

另一方面，不难理解，$?_2xA(x)$也就等于问：

$(24)?x_1?x_2(A(x_1)\wedge A(x_2)\wedge(x_1\neq x_2))$。

这是一个二问项问题，而它的两个问词都是$?x$形的。这就是说，它是一个基本形问题。要注意的是，如上所述，(24)的直接解答都具形式：

$(25)(A(a_{i_1})\wedge A(a_{i_2})\wedge(a_{i_1}\neq a_{i_2}))$，

其中的$a_{i_1}$和$a_{i_2}$是任一个体常元；而它们的总数是$J^2$。乍看这在形式上和数量上都与(23)有所不同。仔细看，形如(25)的公式，当$i_1\neq i_2$时是与所有形如(23)的公式一一对应的，而且相对应的公式，在个体常元与其解释即个体一一对应的条件下，是逻辑等值的。因此，这两类公式中的真公式也是一一对应地逻辑等值的。现在，(24)多出来的直接解答都是形如

$(26)(A(a_i)\wedge A(a_i)\wedge(a_i\neq a_i))$

的公式($a_i$是任一个体常元)，亦即当$ai_1=ai_2$时的形如(25)的公式。这些公式都显然是恒假式(矛盾式)，不可能真。它们算不算(24)的直接解答都无关紧要。总起来说，视为属于问题$?_2xA(x)$的所有形如(23)的真直接解答，与问题(24)的所有形如(25)的真直接解答是一一对应地逻辑等值的。在这个意义上，我们也能说这两个问题是逻辑等值的。而这就进一步说明我们可以合理地把$?_2xA(x)$归约为基本形的(24)。

一般地说，$?_kxA(x)$逻辑等值于并可归约为：

$(27)?x_1\cdots?x_k(A(x_1)\wedge\cdots\wedge A(x_k)\wedge(x_1\neq x_2)\wedge(x_2\neq x_3)$
$\wedge\cdots\wedge(x_{k-1}\neq x_k))$。

显然，(27)中的$(x_1\neq x_2)\wedge(x_1\neq x_3)\wedge\cdots\wedge(x_{k-1}\neq x_k)$是用来表示所述的$k$个个体是两两不同的。以后我们非正式地把它简记为"$[(x_r\neq x_s)]$"，并把这种简写办法应用于类似的公式。(27)的直接解答都具有形式：

$$(28)(A(a_{i_1})\wedge\cdots\wedge A(a_{i_k})\wedge[(a_{i_r}\neq a_{i_s})]),$$

$a_{i_1},\cdots,a_{i_k}$是任意个体常元。其直接解答的总数是$J^k$。顺便在这里指出，如果我们只把仅含?$x$形的问词的公式，例如(27)，算作我们形式语言中的公式，而比如说把$?_k xA(x)$看成(27)的简写（亦即通过定义引进的表达式），那么就首先有这样一个好处，那就是，不必再对形式语言的解释提出上述限制条件。因为现在(27)的形如(28)的直接解答中的条件$[(a_{i_r}\neq a_{i_s})]$，经过解释，就是指：$a_{i_1},\cdots,a_{i_k}$所指的个体两两不同。如果事实上它们所指的个体有的相同，那么该直接解答就自动地是假的。不像当$k=2$时的(23)那样，如果不对解释提出所说的限制条件，而其中的$a_{i_1}$和$a_{i_2}$又虽然形式不同却在某一解释下指同一个个体，那就可能碰巧成为真的，尽管它根本不符合问题的要求，应该算作假的或错误的解答。

需要在这里提请注意的是，例如“至少有哪两个人同岁?”，不能表示为比如说$?_2 x(R(x)\wedge T(x))$（$T$代表“同岁”），而应直接表示为

$$(29)?x_1?x_2(R(x_1)\wedge R(x_2)\wedge T(x_1,x_2)\wedge(x_1\neq x_2)),$$

因为“同岁”是一种关系而不是通常所说的性质。(29)中之所以有$(x_1\neq x_2)$，是因为我们前面规定过，当简单地说“至少有哪$k$个”($k\geqslant 2$)时，是指“至少有哪不同的$k$个”。但是我们显然还可以正确地问：“至少有哪可相同的两个人同岁?”。这个问题应直接表示为：

$$(30)?x_1?x_2(R(x_1)\wedge R(x_2)\wedge T(x_1,x_2))$$

就是说，从(29)中去掉$(x_1\neq x_2)$这个合取支。一般地说，与“至少有哪不同的$k$”相比，表示问“至少有哪可相同的$k$”的问题的公式中应去掉简写为$[(x_r\neq x_s)]$的那些个合取支。又如“至少有哪可相同的两个非负整数相加等于0?”，其中的“可相同的”甚至是必要的（即不能换为“不同的”），也就是说其中绝对不能附加上述$(x_1\neq x_2)$形式的合取支，否则就是一个不正确的问题。

再看平时说的“至少有哪两个男孩是至少哪一个女孩的哥

哥?"。这又可以有两种不同的理解,一种是把其中的"是"看成"都是",另一种是把"是"看成"分别是"(或"各是")。这构成两个不同的问题,可分别表示为:

$$(31)?x_1?x_2?y_1(N(x_1)\wedge N(x_2)\wedge U(y_1)\wedge G(x_1,y_1)\wedge G(x_2,y_1)\wedge(x_1\neq x_2)),$$

$$(32)?x_1?x_2?y_1?y_2(N(x_1)\wedge N(x_2)\wedge U(y_1)\wedge U(y_2)\wedge G(x_1,y_1)\wedge G(x_2,y_2)\wedge(x_1\neq x_2)\wedge(y_1\neq y_2))。$$

至于平时说的"至少有哪两个男孩是至少哪两个女孩的哥哥?",那么,它首先可以理解为就是指(32)。然后又至少可有下面两个公式所表明的两种不同的理解:

$$(33)?x_1?x_2?y_1?y_2(N(x_1)\wedge N(x_2)\wedge U(y_1)\wedge U(y_2)\wedge G(x_1,y_1)\wedge G(x_2,y_1)\wedge G(x_1,y_2)\wedge G(x_2,y_2)\wedge(x_1\neq x_2)\wedge(y_1\neq y_2)),$$

$$(34)?x_1?x_2?y_1?y_2?y_3?y_4(N(x_1)\wedge N(x_2)\wedge U(y_1)\wedge U(y_2)\wedge U(y_3)\wedge U(y_4)\wedge G(x_1,y_1)\wedge G(x_1,y_2)\wedge G(x_2,y_3)\wedge G(x_2,y_4)\wedge(x_1\neq x_2)\wedge[(y_r\neq y_s)])。$$

(33)可以说是把上述用自然语言表达得不确切的问题中的"是"理解为"都是"的结果。可是,甚至把那个"是"换成"分别是",那也不是对(34)的确切的自然语言表达,因为那样的问句至少也可以理解为是指(32)。

应该指出,如果我们把$?_k xA(x)$看成是(27)的简写,而且把$?_{k_1}x?_{k_2}yA(x,y)$看成是通过在$?_{k_2}yA(x,y)$之前加上$?_{k_1}x$形成的,那么(31)和(33)就可以分别简写为:

$$(35)?_2x?y(N(x)\wedge U(y)\wedge G(x,y)),$$

$$(36)?_2x?_2y(N(x)\wedge U(y)\wedge G(x,y))。$$

而目前(32)和(34)是无法作类似的简写的,除非我们再引进新的简写办法。有人曾试图这样做过,这里不作介绍了。其实,还可以有其他的复杂情况,例如,在(34)中不要求$[(y_r\neq y_s)]$而只要求$(y_1\neq y_2)\wedge(y_3\neq y_4)$,等等。又如,上面例子中说的是"男孩"与"女

孩”，自然无须考虑在(31)—(34)中是否要加上某些形如$(x_i \neq y_j)$的要求这一课题。但是，如果把其中的“男孩”和“女孩”都换成“人”，那么，为了更确切地表达所要问的问题，就有了这样的课题。而所说的这类要求是不同于上述“差别性要求”的。

现在来看$?!\,xA(x)$。它很自然地可以归约为

(37)$?x_1(A(x_1) \wedge \forall x(A(x) \to (x = x_1)))$。

一般地说，$?_k!\,xA(x)$可归约为

(38)$?x_1 \cdots ?x_k(A(x_1) \wedge \cdots \wedge A(x_k) \wedge [(x_r \neq x_s)]$

$\wedge \forall x(A(x) \to (x = x_1) \vee \cdots \vee (x = x_k)))$。

它的直接解答是具如下形式的闭公式(命题)：

(39)$(A(a_{i_1}) \wedge \cdots \wedge A(a_{i_k}) \wedge [(a_{i_r} \neq a_{i_s})] \wedge \forall x(A(x)$

$\to (x = a_{i_1}) \vee \cdots \vee (x = a_{i_k})))$。

至于$?\,xA(x)$，那么，它们的直接解答集是$?_1!\,x(x)$，$?_2!\,xA(x)$，……(它们的极限都是语言中个体常元的总数$J$)的直接解答集的并。如果我们要把这类问题归约为只含$?x$形问词的问题(事实上我们也准备这样做)，那么，当$J$是一(有穷的)正整数时，它要首先归约为：

(40)$(?_1!\,xA(x) \vee ?_2!\,xA(x) \vee \cdots \vee ?_J!\,xA(x))$。

而(40)却是我们下面即将讲到的一种复合问题。这就是说，如果作这种归约，那么它们实际上被看成复合问题，而不再是“初等问题”。即便如此，当$J$是可数无穷基数时，它们也不能作类似的归约，因为我们的形式语言不是某种(其公式可)无穷长的语言。不过，此时，它们仍可通过以后再说的一种方式归约为我们语言中的一种问题。

最后，当然，一般地说，我们可有笼统的“至少有(或恰好有)哪$k_1$个(或哪些)(不同或可相同的)$B_1$，……，至少有(或恰好有)哪$k_m$个(或哪些)(不同或可相同的)$B_m$，它们具有$m$项关系$A^m$?”这样的问题。对此还可附加额外的要求。

## 4 复合问题

根据前两节的说明,现在我们可以把"初等问题"严格规定为上述前两类抑问题以及所有上述可归约为形如(19)(即仅由一连串? $x$ 形问词随之以一命题函项构成)的问题的那些问题,并在新的意义上称后一类问题为孰问题。这样,含有"哪些"即含有全列要求的问题,就不是这种严格意义下的初等问题和孰问题。我们把可在我们的语言中表达的、所有可设想的、不属于初等问题的问题统称之为复合问题。

令 $E$、$E_1$、$E_2$,…表示问题(疑问闭公式)令 $E(x_1,\cdots,x_n)$等表示 $n$ 元问题函项(疑问开公式)。令 $d(E)$表示 $E$ 的任一直接解答。首先我们可以有问题的析取,一般的形式是$(E_1 \vee E_2 \vee \cdots \vee E_m)$它可以理解为表示析取地列出 $E_1,\cdots,E_m$ 诸问题,又可以理解为表示一复合问题,例如上面看作$?^c xA(x)$的(40)。作为复合问题,它的直接解答集是 $E_1,\cdots,E_m$ 的直接解答集的并。其他的例子还如"至少有哪 3—5 个 $F$ 是 $G$?","张山去图书馆,实验室,还是去哪一间教室了?";后者可看成其一般形式是:$(?(A_1,A_2) \vee ?\ !xA(x))$。这样的复合问题可称析取问题。

问题的合取$(E_1 \wedge E_2 \wedge \cdots \wedge E_m)$,除了可以理解为表示合取地列出 $E_1,\cdots,E_m$ 诸问题外,还可看成表示一合取问题,例如"至少有哪 $k_1$ 个 $F_1$ 是 $G_1$,又恰好有哪 $k_2$ 个 $F_2$ 是 $G_2$?"。作为复合问题,它的直接解答是形如$(d(E_1) \wedge d(E_2) \wedge \cdots \wedge d(E_m))$的命题。

我们还可以有$\neg E$,这可以理解为断言问题 $E$ 没有真直接解答,亦即其所有直接解答都是假的(这一点以后还要细谈),也可以看成表示一复合问题,即否定问题。作为否定问题,它的直接解答是由 $E$ 的所有直接解答构成的析取之否定,亦即由 $E$ 的所有的直接解答的否定构成的合取,而孰问题如$?_k xA(x)$和$?_k!\ xA(x)$的否定问题$\neg ?_k xA(x)$和$\neg ?_k!\ xA(x)$,其直接解答则分别就是唯一的

$\neg\exists_k\ xA(x)$和$\neg\exists_k\ !xA(x)$。对于$\neg E$，当我们把它看作复合问题时，找不到自然语言中的疑问句来表达。拿$\neg ?(A_1,\cdots,A_n)$和$\neg ?_k xA_1(x)$来说，它们分别相当于$?(\neg(A_1\vee\cdots\vee A_n))$和$?(\neg\exists_k xA(x))$，一般地说就是一个$?(A)$或$?A$问题。$?A$是一种很特别的抑问题，也就是所谓"霍布森选择问题"，它直观上相当于"告诉我$A$(亦即，确实是$A$，或者，$A$是真的)"。它不同于$?(A,\neg A)$，它只有一个供选命题和直接解答，即$A$。

至于$(E_1\rightarrow E_2)$和$(E_1\leftrightarrow E_2)$，它们就分别等于$(\neg E_1\vee E_2)$和$((E_1\rightarrow E_2)\wedge(E_2\rightarrow E_1))$。拿$(E_1\rightarrow E_2)$说，作为复合问题称条件问题，更确切地说是充分条件问题，它的直接解答就是$E_2$的全部直接解答外加$\neg E_1$的唯一的那个直接解答。为了清楚地说明什么是条件问题，让我们先来看这样三个问题：

(41)已知这个一元二次方程有两个不相等的实数根，此方程的根的判别式大于0，小于0还是等于0?

(42)假设这个一元二次方程有两个不相等的实数根，那么此方程的根的判别式大于0，小于0还是等于0?

(43)如果这个一元二次方程有两个不相等的实数根的话，此方程的根的判别式大于0，小于0还是等于0?

这三个问题都显然不是初等问题。(41)确定了一个前提，要求回答者根据该前提来回答问题，这样的问题通称"给定问题"。(42)提出了一个假设，无论该假设是真是假，要求据该假设回答问题，这样的问题称"假设问题"。(43)在汉语中可以理解为它提出了一个条件，要求回答者首先判定该条件是否成立；如果不成立，就答以该条件的否定(在这里就是"并非这个一元二次方程(恰好)有两个不相等的实数根")作为直接解答；如果该条件成立，则再在该条件下直接解答后面的问题(即"该方程的根的判别式大于0，小于0还是等于0?)。这才是我们所说的"(充分)条件问题"。现在的问题是，(43)作为条件问题需要迂回地表示为(比如说)

$$(?A\rightarrow ?(A_1,A_2,A_3)),$$

这里的 $A$ 代表“这个一元二次方程有两个不相等的实数根”，$A_1$，$A_2$，$A_3$ 分别代表“这个一元二次方程的根的判别式大于 0”，“……小于 0”，“……等于 0”。这样做岂不是很别扭吗？很遗憾，这是我们的形式处理难以避免的。再举一例，如“至少有哪 $k$ 个 $F$ 是 $G$，如果至少有 $k$ 个这样的 $F$ 的话？”可表示为

$$(?_k x(F(x) \wedge G(x)) \rightarrow ?_k x(F(x) \wedge G(x)))。$$

现在“并非至少有 $k$ 个 $F$ 是 $G$”也是它的一个直接回答。相应地，我们还可以谈“必要条件问题”和“双条件问题”，如何说法留给读者考虑。

以上只涉及问题与问题的联结，另一类复合问题表现为命题与问题的联结。暂时令 $A, A_1, A_2, \cdots$ 只表示命题，$A(x_{\cdot}\cdots, x_n)$ 等只表示 $n$ 元命题函项。首先我们可以有 $(A \vee E)$。作为复合问题，它的直接解答是形如 $(A \vee d(E))$ 的命题。这样的问题可称“外加(命题)析取支问题”。其例子如：“他或许上赵家串门去了，还或许会去哪家呢？”

$(A \wedge E)$，作为复合问题，其直接解答是形如 $(A \wedge d(E))$ 的命题。这就是上述以(41)为例的“给定问题”，也可称“外加(命题)合取支问题”。又如，“你戒烟了吗？”应该表示为：“$A \wedge ?(A_1, \neg A_1)$”，其中的 $A$ 代表“你过去吸烟成习”，$A_1$ 代表“你现在停止吸烟了”。

$(A \rightarrow E)$，作为复合问题，其直接解答是形如 $(A \rightarrow d(E))$ 的命题。这就是上述以(42)为例的“假设问题”，也可称“外加(命题)前件问题”。它也就等于 $(\neg A \vee E)$。相应地，可有“外加(命题)后件问题”即 $(E \rightarrow A)$，它等于 $(\neg E \vee A)$，以及“外加(命题)等值支问题”即 $(A \leftrightarrow E)$。

此外，还可有另一大类复合问题，它们都是通过在问题函项前加适当的量词或问词构成的。首先可有形如 $\forall x E(x)$ 和 $\exists x E(x)$ 的问题，分别称全称量化问题和存在量化问题，实际上是上述合取问题和析取问题的简述和推广。其中的 $E(x)$ 可以是比如说 $?_k x_1 A(x, x_1)$ 以及 $?_k(A_1, \cdots, A_l, A_{l+1}(x), \cdots, A_n(x))$（其中，$0 \leqslant l < n$，

$A_1,\cdots,A_l$ 中不含自由的 $x$，所谓 $l=0$，是指在广义的供选题材中不包括任何命题而全都是命题函项；当 $l\neq 0$ 时，这是一个抑问题函项。当个体常元的个数无穷时，拿 $\forall x?_k x_1 A(x,x_1)$ 说，它是指：

$$(44)?_k x_1 A(a_1,x_1)\wedge ?_k x_1 A(a_2,x_1)\wedge\cdots。$$

而例如 $\exists x?_k(A_1,\cdots,A_l,A_{l+1}(x),\cdots,A_n(x))$，则是指

$$(45)?_k(A_1,\cdots,A_l,A_{l+1}(a_1),\cdots,A_n(a_1))$$
$$\vee ?_k(A_1,\cdots,A_l,A_{l+1}(a_2),\cdots,A_n(a_2))\vee\cdots。$$

这两个无穷长公式本身原本都不是我们语言中的公式。

上面说到，当个体常元个数无穷时，$?^c xA(x)$ 形的问题是无法仿照(40)归约为我们语言中的公式的，因为那将是无穷长公式。但是，现在我们可以另辟蹊径，把它们表示为

$$(46)(?xA(x)\wedge\forall x?(A(x),\neg A(x))),$$

其中的 $\forall x?(A(x),\neg A(x))$ 的直接解答是具如下形式的无穷长命题：

$$(47)d(?(A(a_1),\neg A(a_1)))\wedge d(?(A(a_2),\neg A(a_2)))\wedge\cdots,$$

其中的任一 $d(?(A(a_i),\neg A(a_i)))$ 都或是 $A(a_i)$ 或是 $\neg A(a_i)$。这些直接解答中包括

$$(48)\neg A(a_1)\wedge\neg A(a_2)\wedge\cdots\wedge\neg A(a_n)\wedge\cdots。$$

而这种样子的可能真的命题，亦即 $\forall x\neg A(x)$，根据我们以上对其他各种问题处理，是不能算问题 $?^c xA(x)$ 的直接解答的。正是为了使得它的直接解答集中不包括(48)，我们才把它表示成像(46)那样的问题。现在，作为(46)的直接解答，代替(48)的将是形如

$$(49)A(a_i)\wedge(\neg A(a_1)\wedge\neg A(a_2)\wedge\cdots\wedge\neg A(a_n)\wedge\cdots)$$

的命题。显然，其数共 $J$ 个的这类命题都不等于(48)而且都是矛盾式。容易看出，(46)的直接解答集中还包括其他样式的矛盾式。但是，(46)的直接解答集中实际上包括了 $\forall x?(A(x),\neg A(x))$ 的除(48)外的所有直接解答（更确切地说，是与它们显然逻辑等值的命题），而它们的确构成我们所想要的全部直接解答，多出来的都是可有可无的矛盾式。

最后，我们还有通过在并非初等的孰问题函项之前添加$?x$形问词构成的复合问题，例如

(50)$?x_1\forall x_2(A(x_2)\wedge ?x_3(x_1,x_2,x_3))$。

我们这里甚至允许用$?x$形问词施行空的疑问化。但是我们不准备考虑（原本就不必有的）含重叠的？算子的公式以及$?x$与？两种算子相重叠的公式。

在结束这一节时还要说明一个要点。我们看到，$?(A_1,\cdots,A_n)$与$(?A_1\vee\cdots\vee ?A_n)$两者的直接解答集显然是完全相同的。特别出于下一节中论述的形式处理的需要，我们将把前者定义为后者，也就是说，一般地把抑问题都归结为$?A$形问题的析取。

## 5 问题逻辑系统 Z

在这一节中，我们首先正式给出形式语言 $\mathbf{L_Z}$，陈述它的语形和语义，然后给出一个最简单的问题逻辑 **Z**。$\mathbf{L_Z}$ 的初始符号，如上所述，包括带等词的经典一阶语言 **L** 的初始符号，特别是否定词$\neg$，蕴涵词$\rightarrow$，全称量词符号$\forall$ 和等词$=$；此外，还增加疑问号？。疑问号用来构成两种初始的问词即抑问词？和（一阶）孰问词$?x$。前者可一般地读作“（下列公式序列中）有哪一个公式成立”，后者读作“有哪一个 $x$ 使得”。

$\mathbf{L_Z}$ 的公式只根据下列规则形成：

(a)如果 $F$ 是一 $n$ 元谓词，$t_i$ 是个体常元或个体变元，则 $F(t_1,\cdots,t_n)$和$(t_1=t_2)$是 $\mathbf{L_Z}$ 公式；

(b)如果 $A$ 和 $B$ 是 $\mathbf{L_Z}$ 公式，$x$ 是任一个体变元，则$\neg A$，$(A\rightarrow B)$和$\forall xA$ 是 $\mathbf{L_Z}$ 公式；

(c)如果 $A$ 是不含疑问号？的 $\mathbf{L_Z}$ 公式，则$?A$ 是 $\mathbf{L_Z}$ 公式；

(d)如果 $A$ 是不含抑问词？的 $\mathbf{L_Z}$ 公式、$x$ 是任一个体变元，则$?xA$ 是 $\mathbf{L_Z}$ 公式。

要注意的是，我们此后将一般地以 $A$、$B$，或加下标表示任意

的 $L_Z$ 公式，即包括普通公式和疑问公式。这两个概念，以及闭公式、开公式等概念，我们将继续使用，其含意同前，不赘述。我们今后谈到“问题”和“问题函项”都是指可在 $L_Z$ 中表达的，亦即上面着重讨论过的问题和问题函项。

我们这里也按照通常方式引进定义出的符号 $\wedge$，$\vee$，$\leftrightarrow$，$\exists$，$\exists_k$ 和 $\exists_k!$；并对 $\wedge$ 和 $\vee$ 采用左结合约定。此外，我们还可有如下定义：

(a) $?(A_1,\cdots,A_n)=_{df}(?A_1\vee\cdots\vee?A_n)$

(b) $?_k(A_1,\cdots,A_n)=_{df}?((A_{1_1}\wedge\cdots\wedge A_{1_k}),$
$(A_{2_1}\wedge\cdots\wedge A_{2_k}),\cdots,(A_{l_1}\wedge\cdots\wedge A_{l_k}))$

其中，$A_1,\cdots,A_n$ 各不相同，$l=C_n^k$，$1\leqslant i_1<i_2<\cdots<i_k\leqslant n(1\leqslant i\leqslant l)$。这里显然有：$?_1(A_1,\cdots,A_n)$ 与 $?(A_1,\cdots,A_n)$ 相同。

(c) $?_k!(A_1,\cdots,A_n)=_{df}?((A_{1_1}\wedge\cdots\wedge A_{1_k}\wedge\neg A_{1_{k+1}}\wedge\cdots$
$\wedge\neg A_{1_n}),\cdots,(A_{l_1}\wedge\cdots\wedge A_{l_k}\wedge\neg A_{l_{k+1}}\wedge\cdots\wedge\neg A_{l_n}))$

其中，$A_1,\cdots,A_n$ 各不相同，$l=C_n^k$，$i_1,\cdots,i_n(1\leqslant i\leqslant l)$ 各不相等，$1\leqslant i_1<i_2<\cdots<i_k\leqslant n$，$1\leqslant i_{k+1}<i_{k+2}<\cdots<i_n\leqslant n$。

(d) $?^c(A_1,\cdots,A_n)=_{df}(?_1!(A_1,\cdots,A_n)\vee\cdots$
$\vee ?_n!(A_1,\cdots,A_n))$

(e) $?_kxA(x)=_{df}?x_1\cdots?x_k(A(x_1)\wedge\cdots\wedge A(x_k)\wedge(x_1\neq x_2)$
$\wedge(x_1\neq x_3)\wedge\cdots\wedge(x_{k-1}\neq x_k))$

其中的以及下面(*f*)中的 $x_i$ 不在 $A(x)$ 中自由出现。我们还让 $?_1x$ 就等于 $?x$。

(f) $?_k!xA(x)=_{df}?x_1\cdots?x_k(A(x_1)\wedge\cdots\wedge A(x_k)$
$\wedge(x_1\neq x_2)\wedge(x_1\neq x_3)\wedge\cdots\wedge(x_{k-1}\neq x_k)\wedge\forall x(A(x)$
$\rightarrow((x=x_1)\vee(x=x_2)\vee\cdots\vee(x=x_k))))$

(g) $?^cxA(x)=_{df}(?xA(x)\wedge\forall x?(A(x),\neg A(x)))$

为了说明 $L_Z$ 的语义，首先必须讨论与问题关系密切的另一重要概念，即问题的预设这一概念。提出这一概念的一种广为通行的想法，大致说，是要每个问题都恰好预先假定它的直接解答中至少有一个是真的。据此，一个问题的预设可以一般地说成是指一个命

题，它之为真是该问题有真直接解答的必要条件。一个问题通常可有不止一个预设。于是，一问题的某一预设不真，该问题就没有真直接解答；一问题有真直接解答蕴涵该问题的所有预设都真。这也就是说，一问题的所有直接解答都蕴涵该问题的所有预设。因此，一问题的预设也可看成是该问题的所有直接解答都蕴涵的那些命题。这里所说的"蕴涵"，包括"逻辑蕴涵"和"语义蕴涵"两者。前者是指某种逻辑上的蕴涵，后者是指据语义（更确切地说是词汇意义）分析而蕴涵。在对所说"蕴涵"作这种区别的情况下，或者说，在把所说"必要条件"的决定方式分为逻辑的和语义的两种这一情况下，我们可以相应地把问题的预设区分为"逻辑预设"和"语义预设"两种。举例说，任一形如?($A_1$，$A_2$)($A_1$，$A_2$是命题)的问题都逻辑上预设($A_1 \vee A_2$)，或者说以($A_1 \vee A_2$)作为一个逻辑预设。因为，显然，?($A_1$，$A_2$)仅有的两个直接解答$A_1$和$A_2$都逻辑蕴涵($A_1 \vee A_2$)；如果($A_1 \vee A_2$)不真，则$A_1$和$A_2$都不真。但是，看

(51)张山戒烟了没有?

这个问题，它除了逻辑上预设

(52)张山戒烟了或张山没有戒烟。

外，根据问题预设的上述一般定义以及通常的理解，它还预设

(53)张山原先经常吸烟。

(51)的仅有的两个直接解答"张山戒烟了"和"张山没有戒烟"，无论哪一个得以为真，都以(53)为真作为必要条件。而这是因为"戒烟了"语义上等于"原先经常吸烟而现在（或从某时起）已停止吸烟"，而"没有戒烟"语义上等于"原先经常吸烟而现在仍未停止吸烟"。如果某人原本不吸烟，则答他"已戒烟"或"未戒烟"都不能算真解答。(51)的两个直接解答都语义上蕴涵(53)，但显然都不在逻辑上蕴涵(53)。因此，我们说(53)是(51)的语义预设，但不是它的逻辑预设。我们还看到，如果把(51)换成与它语义上等值但逻辑上不等值的

(54)张山原先经常吸烟而现已停止吸烟，还是原先经常吸烟

而现在仍未停止吸烟？

或者

(55)张山原先经常吸烟，他现在停止吸烟了没有？

那么，(54)和(55)分别逻辑上预设

(56)张山原先经常吸烟而现在停止吸烟，或者，张山原先经常吸烟而现在仍未停止吸烟。

(57)张山原先经常吸烟，并且他现已停止吸烟或仍未停止吸烟。

此外，它们显然还都逻辑上预设(53)。这个例子清楚地表明了逻辑预设和语义预设的区别和联系。逻辑预设也都是语义预设，但语义预设不必是逻辑预设。往下将看出，与问题逻辑直接紧密相关的是逻辑预设，而语义预设只是我们在应用问题逻辑时要注意的。

除了上述逻辑预设和语义预设外，人们还提出各种语用预设的概念。语用预设特别关系到语言的使用者和语境，存在于实际交际活动中，而且事实上被看成说话者的预设。首先，有一种一般性的语用预设概念，大意是：一个说话者在说出某一语句(包括陈述句、疑问句和祈使句)时预设一命题(陈述)$A$，当且仅当他在说该语句时看似他认为$A$当然真，也看似他假定了他的听众与他一样地认为$A$当然真。就问题说，则有如下的语用预设概念：命题$A$是一问题的、相对于一人$M$在时间$T$内的语用预设，当且仅当该人$M$在时间$T$内相信命题$A$是真的。这里的命题$A$通常是该问题的逻辑预设或语义预设。还有这样的问题语用预设概念：在时间$T$内一人$M_1$向一人$M_2$提出的一问题，其语用预设就是该$M_1$在时间$T$内确信$M_2$能够回答该问题。所有这些语用预设，与我们目前的问题逻辑讨论都没有什么关系。

在一问题的诸逻辑预设中，被认为总会有某个(常不止一个)逻辑预设，它之为真不仅是该问题有真直接解答的逻辑必要条件，而且是该问题有真直接解答的逻辑充分条件。例如，拿问题？$(A_1, A_2)$说，$(A_1 \vee A_1 \vee A_3)$也是其逻辑预设，但是，一般地说，当$A_1$，

$A_2$,$A_3$ 各不相等时,它之为真不是此问题仅有的两直接解答 $A_1$ 和 $A_2$ 中至少有一为真的充分条件。而($A_1 \vee A_2$)之为真则是 $A_1$ 和 $A_2$ 中至少有一为真的既必要又充分的条件。而且,不用说,与($A_1 \vee A_2$)逻辑等值的($A_2 \vee A_1$)也如此,乃至与它们逻辑等值的其数无穷的命题也都如此。进一步,我们发现,还可以由所说问题的表达式出发,用能行的方法亦即通过简单的和严格规定的有限序列的变形来唯一地决定一个这样的逻辑预设,我们称之为该问题的唯一的"那个"主预设。我们很自然地可以把?($A_1$,$A_2$)的主预设规定为($A_1 \vee A_2$),那是简单地去掉($?A_1 \vee ?A_2$)中的问词的结果。与此相比,?($A_2$,$A_1$)亦即($?A_2 \vee ?A_1$)的主预设是($A_2 \vee A_1$)。显然,这种做法立即可以推广到问题?($A_1$,…,$A_n$)。一般地说,如果在一形式语言中,对于一问题(即疑问闭公式)$E$,有给定的能行方法由 $E$ 出发,唯一确定一命题(普通闭公式)$A$,而 $A$ 之为真是 $E$ 有真直接解答的充分必要条件,则称 $A$ 是 $E$ 的主预设。我们把 $E$ 的主预设记为 $Pres(E)$。容易看出,$?xA(x)$的主预设很自然地可定为$\exists xA(x)$,即把$?xA(x)$中的?换为$\exists$ 的结果。上述各种复合问题也都不难合理地规定它们的主预设。这就是说,我们要讨论的各种问题都有其主预设。

我们知道,命题都可以谈真假(真值),那么对于问题,能否谈它们的真假呢?如果可以谈的话,又该在什么意义上说一个问题是真的或假的呢? 由于我们对于所着重讨论的各种问题都可以能行地确定它们的直接解答,而知道了什么算作一问题的直接解答就等于知道了该问题,于是人们出于形式处理需要为问题定义真值如下:一问题是真的当且仅当该问题有真直接解答;不真则为假。而在有了逻辑预设概念特别是可以谈主预设之后,则可以甚至更确切地说,一问题是真的当且仅当该问题的主预设是真的;不真则为假。有了这样的关于问题的真值的概念,我们就可以把问题的真假亦即问题有无真直接解答归结为作为问题的主预设的命题的真假。需要在这里说明,以上说到的直接解答、逻辑预设、主预设等概

念也适用于问题函项，即疑问开公式。

现在，$\mathbf{L}_Z$ 的逻辑语义可以简述如下。$\mathbf{L}_Z$ 的模型（结构）、解释和赋值都与 $\mathbf{L}$ 的相同。只是关于 $\mathbf{L}_Z$ 的一个解释下的一个赋值 $V$ 满足一公式 $A$ 的定义，与 $\mathbf{L}$ 的相比，需增加下列条件：

(a) $V$ 满足 $?A$ 当且仅当 $V$ 满足 $A$；

(b) $V$ 满足 $?xA$ 当且仅当有一赋值 $V'$ 满足 $A$，而 $V'$ 与 $V$ 基本上相同，至多只是赋给 $x$ 以不同的值。

此外，逻辑有效（逻辑真）、逻辑矛盾、逻辑蕴涵（逻辑后承）和逻辑等值等概念的定义亦如 $\mathbf{L}$。

由上面的可满足性定义中的(a)我们有：$?A$ 逻辑等值于 $A$。由(b)则有：$?xA$ 逻辑等值于 $\exists xA$。一般地说，对任何疑问公式（问题或问题函项）都可根据可满足性定义中的条件递归地最后得到与它逻辑等值的唯一的一个普通公式（命题或命题函项），我们称如此得到的那个普通公式是该疑问公式的主预设。一疑问公式 $E$ 的主预设是逻辑有效的，当且仅当 $E$ 必有真直接解答。疑问公式 $(E_1 \rightarrow E_2)$ 还是说：如果疑问公式 $E_1$ 有真直接解答则疑问公式 $E_2$ 必有真直接解答。而这也就是我们这里所说的，$E_1$ 逻辑蕴涵 $E_2$ 含意。其他种种疑问公式的情况依此类推。

现在，很容易把上述问题逻辑理论系统化，给出一个公理系统 $\mathbf{Z}$。$\mathbf{Z}$ 包括一个适当的带等词的经典一阶逻辑公理系统 $\mathbf{Q}$ 的所有公理和推演规则，此外还增加如下两个公理模式：

[1] $?A \leftrightarrow A$。

[2] $?xA \leftrightarrow \exists xA$。

由于在 $\mathbf{Z}$ 中等值置换定理显然成立，因此只需从 $\mathbf{Q}$ 的一个形式定理出发，逐步对其中的子公式任意地进行依据[1]和[2]的等值置换，就能得到一个关于问题的形式定理。值得提请注意的形式定理（模式）还有：

[3] $?(A_1, \cdots, A_n) \leftrightarrow (?A_1 \vee \cdots \vee ?A_n)$。

[4] $?(A, B) \leftrightarrow ?(B, A)$。

[*5] $?(A_1,\cdots,A_n)\leftrightarrow(A_1\vee\cdots\vee A_n)$。

[6] $\neg?A\leftrightarrow?\neg A$。

[7] $?(A,\neg A)$。

[8] $\neg?(A\wedge\neg A)$。

[*9] $A\rightarrow?(B,\neg B)$。

[10] $?(A\wedge\neg A)\rightarrow B$。

[*11] $?(A_1,\cdots,A_n)\leftrightarrow?(A_1\vee\cdots\vee A_n)$。

[12] $?(A_1,\cdots,A_n)\rightarrow?(A_1,\cdots,A_m)$ $(m\geqslant n\geqslant 1)$。

[13] $?_k(A_1,\cdots,A_n)\rightarrow?_l(A_1,\cdots,A_n)$ $(n\geqslant k\geqslant l\geqslant 1)$。

[14] $?_k!(A_1,\cdots,A_n)\rightarrow?_k(A_1,\cdots,A_n)$ $(n\geqslant k\geqslant 1)$。

[15] $?_k!(A_1,\cdots,A_n)\rightarrow?^{c}(A_1,\cdots,A_n)$ $(n\geqslant k\geqslant 1)$。

[16] $?(A_1,\cdots,A_i,A_{i+1},\cdots,A_n)\leftrightarrow?(A_1,\cdots,A_i)$
$\vee?(A_{i+1},\cdots,A_n)$ $(n>i\geqslant 1)$。

[17] $?(A_1\wedge\cdots\wedge A_n)\leftrightarrow(?A_1\wedge\cdots\wedge?A_n)$。

[*18] $(?A\vee?(B_1,\cdots,B_n))\leftrightarrow(A\vee?(B_1,\cdots,B_n))$。

[*19] $(?A\rightarrow?(B_1,\cdots,B_n))\leftrightarrow(A\rightarrow?(B_1,\cdots,B_n))$。

[*20] $(?A\rightarrow?(B_1,\cdots,B_n))\leftrightarrow(?A\rightarrow(B_1\vee\cdots\vee B_n))$。

[*21] $(?A\leftrightarrow?(B_1,\cdots,B_n))\leftrightarrow(A\leftrightarrow?(B_1,\cdots,B_n))$。

[*22] $(?A\wedge?(B_1,\cdots,B_n))\leftrightarrow(?A\wedge(B_1\vee\cdots\vee B_n))$。

[*23] $(A\wedge?(B_1,\cdots,B_n))\leftrightarrow?(A\wedge(B_1\vee\cdots\vee B_n))$。

[*24] $(A\vee?(B_1,\cdots,B_n))\leftrightarrow?(A\vee(B_1\vee\cdots\vee B_n))$。

[*25] $(A\rightarrow?(B_1,\cdots,B_n))\leftrightarrow?(A\rightarrow(B_1\vee\cdots\vee B_n)$。

[*26] $(A\rightarrow?(B_1,\cdots,B_n))\leftrightarrow(?A\rightarrow(B_1\vee\cdots\vee B_n))$。

[*27] $(A\leftrightarrow?(B_1,\cdots,B_n))\leftrightarrow?(A\leftrightarrow(B_1\vee\cdots\vee B_n))$。

[*28] $\forall x\neg A\leftrightarrow\neg?xA$。

[29] $\neg?xA\rightarrow?x\neg A$。

[30] $?x\forall yA\rightarrow\forall y?xA$。

[31] $(A\vee?xB)\leftrightarrow?x(A\vee B)$ （$x$ 不在 $A$ 中自由出现）。

[32] $(A\wedge?xB)\leftrightarrow?x(A\wedge B)$ （$x$ 不在 $A$ 中自由出现）。

[33]　$(A \rightarrow ?xB) \leftrightarrow ?x(A \rightarrow B)$　　（$x$ 不在 $A$ 中自由出现）。

[34]　$(?xB \rightarrow A) \rightarrow ?x(B \rightarrow A)$　　（$x$ 不在 $A$ 中自由出现）。

[35]　$(?xB \rightarrow A) \leftrightarrow \forall x(B \rightarrow A)$　　（$x$ 不在 $A$ 中自由出现）。

[36]　$(A \leftrightarrow ?xB) \rightarrow (?x(A \rightarrow B) \wedge ?x(B \rightarrow A))$

（$x$ 不在 $A$ 中自由出现）。

[*37]　$(?xA \vee ?xB) \leftrightarrow ?x(A \vee B)$。

[38]　$?x(A \wedge B) \rightarrow (?xA \wedge ?xB)$。

[39]　$(?xA \rightarrow ?xB) \rightarrow ?x(A \rightarrow B)$。

[*40]　$?x(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\forall xA \rightarrow ?xB)$。

[41]　$?x(A \leftrightarrow B) \rightarrow (?x(A \rightarrow B) \vee ?x(B \rightarrow A))$。

[42]　$?_k xA \rightarrow ?_l xA$　　（$k \geqslant l \geqslant 1$）。

[43]　$?_k !xA \rightarrow ?_k xA$。

[44]　$?_k !xA \rightarrow ?^c xA$。

不难证明，相对于上述 $\mathbf{L}_E$ 的语义理论，**Z** 是可靠的和完备的。事实上，**Z** 完全坍塌为 **Q**。我们还看到，通过分别只考虑问词？或？$x$，并作相应的变动，我们还可以从 **Z** 中分出一个只涉及抑或问题的子系统和一个只涉及哪(些)个个体问题的子系统。**Z** 可以说是一种一阶的问题逻辑系统，这种系统的主要作用是帮助我们识别正确的和错误的（即有无真直接解答的）问题，避免提出错误的问题以及避免逻辑上错误地解答正确的问题。

## 6　问题逻辑理论概述

由于 **Z** 的可靠性定理成立，由上面的以→或↔为主联结词的定理可知它们的前件分别逻辑蕴涵或逻辑等值于它们的后件。如上所述，当前后件都是疑问公式时，这里所谓的逻辑蕴涵，是指如果作为前件的问题有真直接解答，则作为后件的问题逻辑上必有真直接解答。而所谓逻辑等值，是指：作为前件的问题有真直接解答，逻辑上当且仅当作为后件的问题有真直接解答。逻辑等值也就

是相互逻辑蕴涵。拿逻辑蕴涵说，这是一种较广意义的、问题之间的逻辑蕴涵概念。此外，还可有两种较狭意义的逻辑蕴涵概念。一种是说：问题 $E_1$ 逻辑蕴涵问题 $E_2$，当且仅当 $E_1$ 的每个直接解答都逻辑蕴涵 $E_2$ 的某一直接解答。另一种则是说：$E_1$ 逻辑蕴涵 $E_2$，当且仅当 $E_1$ 的直接解答集包含于 $E_2$ 的直接解答集。易于看出，这三种逻辑蕴涵概念，正好在外延上依次在先的比在后的广，第三种最狭。其中以第二种最为适用并被广泛采纳。因为，如果问题 $E_1$ 在这种意义上逻辑蕴涵问题 $E_2$，那么正确地直接解答了 $E_1$ 逻辑上就意味着正确地直接解答了 $E_2$，提出了 $E_1$ 逻辑上就意味着提出了 $E_2$。人们把这种意义的逻辑蕴涵特别称为“包涵”(*contain*)。

相比之下，**Z** 理论中的逻辑蕴涵概念失之过广。我们看到，在上节列出的 **Z** 的形式定理中，除去比较特别的[9]外，所有以→为主联结词的定理，它们的前件都的确包涵它们的后件。然而，且不说作为[9]的特例的

[9′] $?(A_1,A_2)\rightarrow ?(B_1,B_2)$，

它的前件并不包涵其后件，而且例如作为[11]的一个方面的

[11′] $?(A_1\vee\cdots\vee A_n)\rightarrow ?(A_1,\cdots,A_n)$，

虽然当其前件有真直接解答亦即 $A_1\vee\cdots\vee A_n$ 真时，其后件必有真直接解答，即 $A_1,\cdots,A_n$ 中必定至少有一个是真的。但是，显然，其前件的唯一的直接解答 $A_1\vee\cdots\vee A_n$ 并不(在命题上)逻辑蕴涵其后件的任一直接解答，即不逻辑蕴涵 $A_1,\cdots,A_n$ 中的任何一个，因此其前件并不包涵其后件。[11]以及[18]—[21]，[37]，[40]，乃至[2]和[28]，其前件都只是包涵后件，而并不与后件相互包涵。至于[22]—[27]以及[5]这些等值式，当其中的 $n>1$ 时，它们的前件也只是包涵后件，而并不与后件相互包涵。很遗憾，我们做不到：对 **Z** 的定理，一般地给出能把它们所表示的逻辑蕴涵作“包涵”理解的充分必要条件。我们能得到的是，**Z** 的一个形如 $E_1\rightarrow E_2$ 的、而且其逆不成立的定理，其中的问题 $E_1$ 包涵问题 $E_2$ 的充分但非必要的条件是：$E_2$ 的子公式都不是定理(逻辑有效式)。

在以 $L_Z$ 作为形式语言来表达问题的条件下，我们仍可从语义上考察各种问题间的包涵关系，但是难以给出一个令人满意的相应的形式演绎系统。刚才对 **Z** 的定理的讨论，实际上也就在给出问题间这种包涵关系的重要例子。总的说，问题 $E_1$ 在 **Z** 中逻辑蕴涵问题 $E_2$，乃是(尽管还只是)$E_1$ 包涵 $E_2$ 的必要条件。这就是 **Z** 理论的另一个重要作用所在。

问题逻辑的研究可以追溯到亚里士多德。柯恩(F. Cohen)的《什么是问题》(1929)被认为是借助现代形式逻辑来处理问题逻辑的开端。现代问题逻辑的大力的和系统的研究则开始于本世纪 50 年代，这在很大程度上是由普莱尔(M. Prior 和 A. Prior)(1955)，斯塔尔(G. Stahl)(1956)，韩勃林(C. Hamblin)(1958)以及库宾斯基(T. Kubinski)(1960)等人的工作推动起来的。目前，逻辑学者们已提出了多种出于不同的目的和用不同的观点和方法研究的问题逻辑理论以及多方面的有待深入研究的论题。

从研究的观点和方法看，或者说从如何看待"问题"来看，大致说主要有三种类型的问题逻辑理论。第一类就是把一问题看成逻辑上相当于它的某种解答集，更一般地说则是把问题归结为一个视为其某种解答的命题集。这种观点可称"解答集观点"。其中，如斯塔尔 1962 年提出的理论，是把问题等同于他所说的其充分解答的集合。我们这里论述的问题逻辑理论也属于这一类。如上所述，在把问题归结为其直接解答集的情况下，主要的可有三种意义的问题间逻辑蕴涵概念。由此又可有相应的三种问题逻辑理论。贝尔纳普的理论，旨在提出合理地提出和解答问题的准则，并适用于人与计算机的交流。由于其中提出了许多广为适用的概念，它被认为是一种重要的理论。他的理论只涉及类似上述第二种意义的逻辑蕴涵，他也并没有能给出一个形式演译系统。此外，还有人提出一种把问题等同于其真直接解答集的问题逻辑系统。

D・哈拉在 1961—1963 年间提出的问题逻辑理论属于第二类。他把问题直接等同于"主预设"(用我们的话说)，这实际上是把

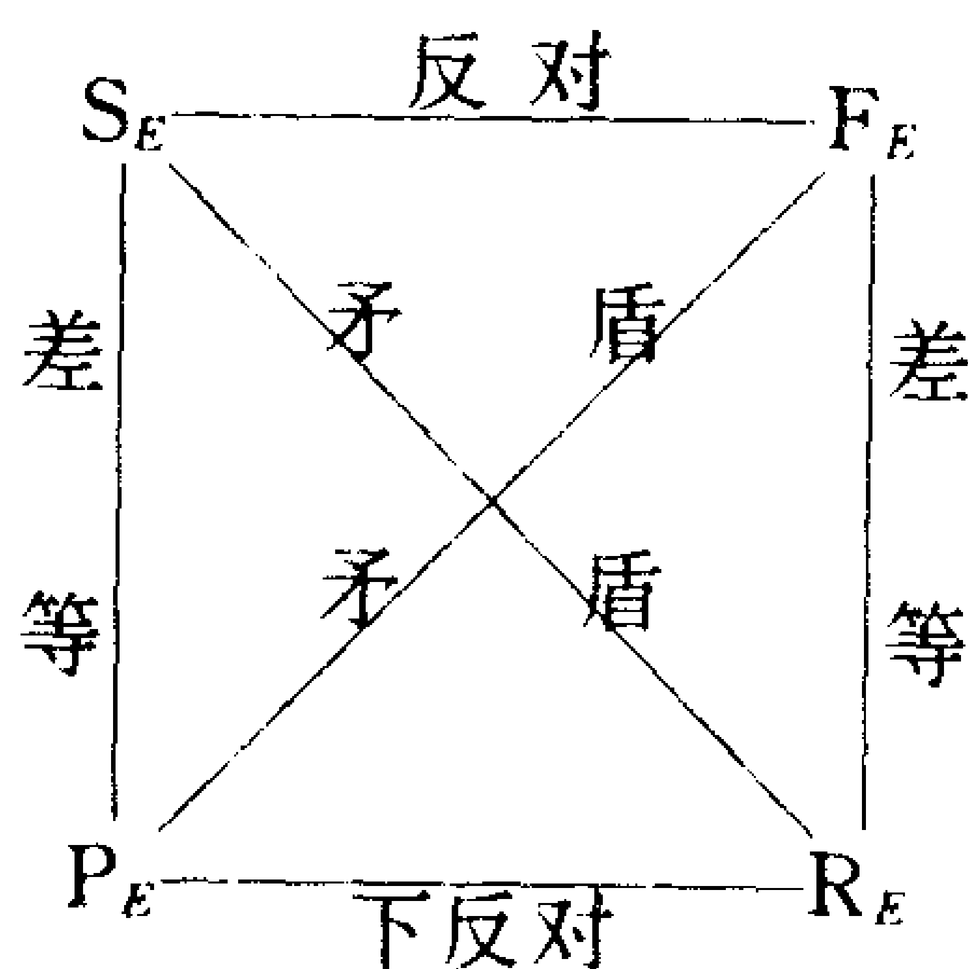
问题等同于一个命题。这种观点被称为“预设观点”。与我们的系统 **Z** 的观点和方法有所不同，他把一个抑或问题就看成一个互斥的析取命题，其直接解答是诸析取支。一个哪(些)个(个体)问题就看成一个存在量化命题，其直接解答是该量化基式(即作为该存在量词的辖域的公式)的代入例。此理论的预定目的是用于把问题交际解释为信息比赛博奕的场合。提问者先做一断定(如($A_1 \vee A_2$))，然后回答者作为解答而做另一断定(如 $A_1$)，此断定须给出关于议题的更多的信息。在这里，一个命题(陈述句)什么时候算作用来提问题，什么时候算作只用来做断定，并无明确标志。因此，这种分析处理不适合于那些较广泛的，不能把人们的交际解释为问答局面因而是信息比赛博奕的场合。

第三类问题逻辑理论可称持命令观点或祈使句观点或“让我知道”观点，就是说，把问题归结为一种特殊类型的命令或祈使句，要求受令者(即回答者)提供能满足发令者(提问者)获得某一知识的愿望的信息。这种观点是语言学者早就主张的观点。以这种观点构造问题逻辑理论的代表是芬兰逻辑学者 L. 阿奎斯特。简略说来，他提出的逻辑系统由一个带等词的经典一阶谓词演算补充以算子 $K$(“我知道”)和!(“请使得”)构成。$K$ 可施于任何不含!的公式，!只施于不含!和自由个体变元的公式。如，我们的?($A_1,\cdots,A_n$)被定义为!($KA_1 \vee \cdots \vee KA_n$)。$?_k xA$ 被定义为!$\exists x_1 \cdots \exists x_k K(A(x_1) \wedge \cdots \wedge A(x_k) \wedge [(x_r \neq x_s)])$。$?' xA$ 被定义为!$(\exists x KA(x) \wedge K \forall x(A(x) \rightarrow \exists y((y=x) \wedge KA(y))))$。这是一个公理系统。作为此系统的子系统的知道命题逻辑系统，如果把其中的 $K$ 换成真势模态算子□，就是一个 **S4** 系统。语义上加于命令可能世界间可达关系 $R$ 的条件有：两可能世界 $w_i$ 和 $w_j$ 如果 $w_i R w_j$，那么，如果!$A$ 在 $w_i$ 中真则 $A$ 在 $w_j$ 中真。!还只是在施于含 $K$ 的公式时才起真正的命令算子的作用；如果 $w_i R w_j$，那么，如果普通公式(即不含 $K$ 和!的公式)$A$ 在 $w_i$ 中真则 $A$ 在 $w_j$ 中真。此系统中的问题间的逻辑蕴涵概念基本上相当于上述“包涵”。此系统被认为适于作为自

然语言中问答过程的经验模型。

所谓问题逻辑，主要是研究问题之间的逻辑关系的理论。在上述三类问题逻辑理论中，除了第三类理论如阿奎斯特的理论可以不考虑解答外，其他两类理论都依赖于对问题的解答的分析。此外，属于广义的问题逻辑，还有所谓解答逻辑，侧重研究问题的各种类型的解答，它们之间的关系以及它们与各种性质的问题之间的关系。下面介绍若干可由问题的直接解答和主预设定义出的关于问题和解答的其他重要概念，它们都主要是由哈拉和贝尔纳普提出的。

一问题 $E$ 是保险的，当且仅当 $E$（或 $Pres(E)$）是逻辑真的；否则是不保险的，或有风险的。一问题 $E$ 是愚蠢的，当且仅当 $E$（$Pres(E)$）是逻辑假的；否则是可能的。令 $S_E$，$R_E$，$F_E$ 和 $P_E$ 分别表示 $E$ 是保险的，不保险的，愚蠢的和可能的。那么显然有如下的“逻辑方阵”：




其中 $S_E$，$F_E$，$P_E$，$R_E$ 之间的逻辑关系完全相当于亚里士多德三段论理论中 A，E，I，O 之间的关系。

对问题 $E$ 的一解答 $A$ 是无所谓的，当且仅当 $E$（或者是 $Pres(E)$ 即 $E$ 的主预设，或者是每一 $d(E)$ 即 $E$ 的直接解答都）蕴涵 $A$，否则是有所谓的。对一问题的无所谓的解答，也可称对该问题的回避。对问题 $E$ 的一解答 $A$ 是愚蠢的，当且仅当 $A$ 是逻辑假的；否

则是可能的。如果问题 $E$ 不是逻辑假的，那么，其一解答是“无所谓的”蕴涵该解答是“可能的”，而“愚蠢的”蕴涵“有所谓的”。贝尔纳普还证明了：提出一个愚蠢的问题，只能得到愚蠢的解答。

对问题 $E$ 的一解答 $A$ 是纠正的，当且仅当 $A$ 蕴涵 $E$（或 $Pres(E)$，或每一 $d(E)$）的否定；否则是非纠正的。对一问题 $E$ 作纠正的解答，也可称对该问题的回绝或回驳。对问题 $E$ 的纠正解答，如果它正好是 $\neg Pres(E)$，则称对 $E$ 的标准的纠正，记为 $Corr(E)$，$Corr(E) = \neg Pres(E)$。

一命题 $A$ 是问题 $E$ 的完满解答，当且仅当 $A$ 蕴涵某一 $d(E)$；$A$ 是 $E$ 的部分解答，当且仅当某一 $d(E)$ 蕴涵 $A$；$A$ 是 $E$ 的排除解答，当且仅当 $A$ 蕴涵某一 $d(E)$ 的否定；$A$ 是 $E$ 的拟排除解答，当且仅当某一 $d(E)$ 的否定蕴涵 $A$。$A$ 是 $E$ 的刚好完满的解答，当且仅当 $A$ 等值于某一 $d(E)$；$A$ 是 $E$ 的真正部分解答，当且仅当某一一致的（非矛盾的）$d(E)$ 蕴涵 $A$。回头看早先关于水的冰点的问题(1)，那里的(7)—(10)就可以说分别只是(1)的完满解答、(真正)部分解答、排除解答和拟排除解答，而都不是直接解答。要注意的是，根据上述定义，直接解答又都是一种特殊的(刚好)完满解答和部分解答。我们还看到，$A$ 是 $E$ 的部分解答，当且仅当 $\neg A$ 是 $E$ 的排除解答，无所谓的解答都是部分解答，等等。

现在，问题 $E_1$ 在上述第二种意义上逻辑蕴涵问题 $E_2$，又可定义为：$E_1$ 的每一直接解答都在逻辑上是 $E_2$ 的完满解答。此外，还可以有一种其广狭程度介乎上述第二种和第三种之间的问题逻辑等值概念：问题 $E_1$ 逻辑等值于问题 $E_2$，当且仅当在逻辑上 $E_1$ 的直接解答都是 $E_2$ 的刚好完满的解答，而且 $E_2$ 的直接解答都是 $E_1$ 的刚好完满的解答。这也就是说，当且仅当对于每一 $d(E_1)$ 都有一个与其等值的 $d(E_2)$，同时，对于每一 $d(E_2)$ 都有一个与其等值的 $d(E_1)$。

以上这些概念都还可以相对化，即相对于某一公式集 $H$ 而言。例如，问题 $E$ 是 $H$ 保险的，当且仅当 $H$ 蕴涵 $E$；$A$ 是 $E$ 的 $H$

完满解答，当且仅当 $H\cup\{A\}$蕴涵某一 $d(E)$。应用时，$H$ 可以当成一个公理集，也可以当成提问者的信念集。此外，许多概念还可以是所谓“哈拉”型的（哈拉就是上述著名的问题研究者 D. Harrah 的姓）。例如，$A$ 是 $E$ 的哈拉 $H$ 完满解答，当且仅当$\{E\}\cup H\cup\{A\}$蕴涵某一 $d(E)$。其根本想法是，通常提问者都相信 $E$ 是真的，从而把 $Pres(E)$包括在他的背景知识中。例如，令 $E$ 是$?((A\vee B),(C\wedge D))$。那么，$\neg C$ 不是 $E$ 的完满解答，但它是 $E$ 的哈拉完满解答。

此外，如库宾斯基，则由直接解答另行定义了间接的、几乎直接的、真正间接的、部分的以及相对于一预设的解答等概念。人们还提出了其他的、多少有所不同的解答概念。

（作者：宋文淦）

# 参考文献


[1] Å qvist, L.: A New Approach to the Logical Theory of Interrogatives; Almqvist & Wiksell, Vppsala, 1965.

[2] Belnap, N. and Steel, T.: The Logic of Questions and Answers; Yale, New Haven, 1976.

[3] Harrah, D.: Communication: A Logical Model; MIT, Cambridge, MA, 1963.

[4] Harrah, D.: The Logic of Questions; in D. Cabbay and F. Guenthner (eds.), Handbook of Philosophical Logic, Vol. Ⅱ, D. Reidel, Dordrech, 1984, pp. 715--764.

[5] Kubinski, T.: An Ontline of the Logical Theory of Questions; Akademie-Verlag, Berlin, 1980.

[6] Stahl, G.: Fragenfolgen; in M. Käsbauer and F. Kutschera (eds.), Logik und Logikkalkül, Alber, Freiburg/Munich, 1962, pp. 149—157.

# [九] 道义逻辑

道义的（$\delta\varepsilon o\upsilon$）一词是由希腊语动词 $\delta\varepsilon o\mu\alpha\iota$（使受约束）和 $\delta\varepsilon\iota\gamma$（必须）派生的。它含有义务、必须等意思。在日常生活中，人们常常用含有词项“必须”、“允许”、“禁止”的命题约束人们的行为。现代逻辑把这类词项看作道义词项或道义算子。把含有这类词项的语句称做道义命题。如，“人类必须保护自己的生存环境”，“禁止任何侵犯人权的行为”，“允许一部分人先富起来”等就是这样的命题。**道义逻辑** *Deontic Logic*）就是研究道义命题形式和构造相应的形式逻辑理论的科学。

由于道义命题控制或影响人们的行为，即它们总是从一定规范的角度约束着人们的行动，因而又把它们称做规范命题。正是在这种意义上，又把道义逻辑称做规范逻辑。

道义逻辑跟命令逻辑或指挥逻辑密切相关；事实上，许多学者把这三个逻辑分支看作本质相同的学科。有时也把道义逻辑称做必须逻辑或义务逻辑。

道义逻辑作为现代逻辑的一个重要分支来研究是始于芬兰逻辑学家冯·赖特（G. H. von Wright）的经典性论文“道义逻辑”（1951）发表。然而道义逻辑的历史可以回溯到中世纪。当时一些学者已发现道义概念“必须”和“允许”分别与模态概念“必然”和“可能”相似。到了近代德国哲学家莱布尼茨（G. W. Leibniz）已经注意到“允许”、“不允许”和“必须”与“可能性”，“不可能性”和“必然性”之间的类似，而且他也意识到这两个三元组还类似于量词“有的”、“没有”和“所有”。但他没有特别注意到这三元组内部元素

之间的互相可定义性，即采用一个作为初始的来定义其他两个。这一工作由霍夫勒(Aloist Höfler)完成了(1880)。

英国哲学家边沁(Jeremy Bentham)从另一个方向推动着对道义逻辑的研究。他试图从表达立法者意愿的规范观点出发建立命令或意愿逻辑。命令、禁止和允许是这种逻辑的三个基本概念。实际上边沁的逻辑是以基本道义概念间相互关系为基础的。允许是禁止的不出现，而禁止等于不命令。边沁还认识到这样的原则：(对于同一个意愿)没有行动可以既是命令的又是禁止的。冯·赖特认为这个原则是道义逻辑第一个真正的"公理"。

第一位试图建立道义概念形式理论的哲学家是奥地利哲学家迈农(Alexius Meinong)的学生麻里(Ernst Mally)。在他发表于1926年的《意愿的根本规律—意愿逻辑纲要》一书中提出了必须概念的公理系统。按照麻里的意见，判断和意愿是对待事物的两种不同态度。古典逻辑是判断的逻辑，它制定区分正确判断和不正确判断的标准。他提出构造关于对给定事态意愿态度的逻辑。他把这种逻辑称做道义的(*Deontik*)。一个人对给定事态 $p$ 的意愿可以用"$p$ 是必须的"形式的命题来表达。这种必须概念是麻里系统的道义初始概念。他的系统包含了后来的道义逻辑许多内容。据冯·赖特讲"道义逻辑"这个名称是麻里于1951年提供给他的。

在本世纪50年代头3年，冯·赖特(1951)、贝克尔(O. O. Becker 1952)，加列诺夫斯基(G. Kalinowski 1953)先后独立地建立了自己的道义逻辑理论。他们都是沿着莱布尼茨的路线建立自己道义逻辑的。

在道义逻辑进一步发展中安德森(A. R. Anderson)、普赖尔(A. N. Prior)、莱蒙(E. J. lemmon)、辛提卡(J. Hintikka)、奇泽姆(R. M. Chisholm)、阿奎斯特(L. Åqvist)、汉森(W. H. Hanson)、斯迈利(T. J. Smiley)、雷谢尔(N. Rescher)、克里普克(S. A. Kripke)、伊文(A. A. Ивин)、希尔派安(R. Hilpinen)等人做出了有价值的贡献。70年代有人把时间概念引入道义逻辑，构造基于时态逻

辑的道义逻辑。

# 1　一元道义逻辑

## 1.1　一元道义命题形式

道义命题的基本形式是必须命题、允许命题和禁止命题。

必须命题是陈述必须履行的行动或必须实现的事件状态的命题。在汉语中“必须”作为必须模态词。含这个词项的命题，如“每个公民必须遵守国家法律”，就属这类命题。在汉语中，语词“应该”、“一定”、“有…义务”的涵义与“必须”相似，因而可以把它们作为必须模态词来使用。含这些语词的语句一般都表达必须命题。如，“青年学生应努力学习”、“我们一定要把国民经济搞上去”、“每个公民都有保卫祖国的义务”。

在日常语言中，“必须”与“应该”在涵义上是有差别的，“必须”比“应该”的约束力强，具有强制性，而“应该”则不具有强制性。但是在法律上它们具有同等约束性。法律中关于义务的规定都是用必须命题来陈述。

允许命题是陈述允许履行的行动或允许实现的事件状态的命题。一般用“允许”作允许模态词，含该词的命题，如“允许优秀生跳级”，就属这类命题。在汉语中“可以”、“准予”、“有权”等语词与“允许”有相似的涵义，因而也可以把它们当做允许模态词使用。所以，像“公民可以立遗嘱将个人财产赠给国家、集体或者法定继承人以外的人”、“准予当事人为自己辩护”、“被告有权上诉”等也是允许命题。

由法律条文明文规定的权利都用允许命题来陈述，如“夫妻有相互继承遗产的权利”。

禁止命题是陈述禁止履行的行动或禁止实现的事件状态。一般用“禁止”作为禁止模态词。汉语中“不得”、“不准”、“不许”等与

“禁止”有相似的涵义，因此也可以把它们看作禁止模态词。所以，像“禁止贩卖黄色书刊”、“不得侵犯别人财产”、“不许闯红灯”、“不准在公共场合吸烟”等都是禁止命题。

由法律条文明文规定的犯罪或侵权行为都是禁止的，因而经常用禁止命题来制止这些行为。各民族风俗习惯中对某些行为的忌讳也常常用禁止命题来表达。

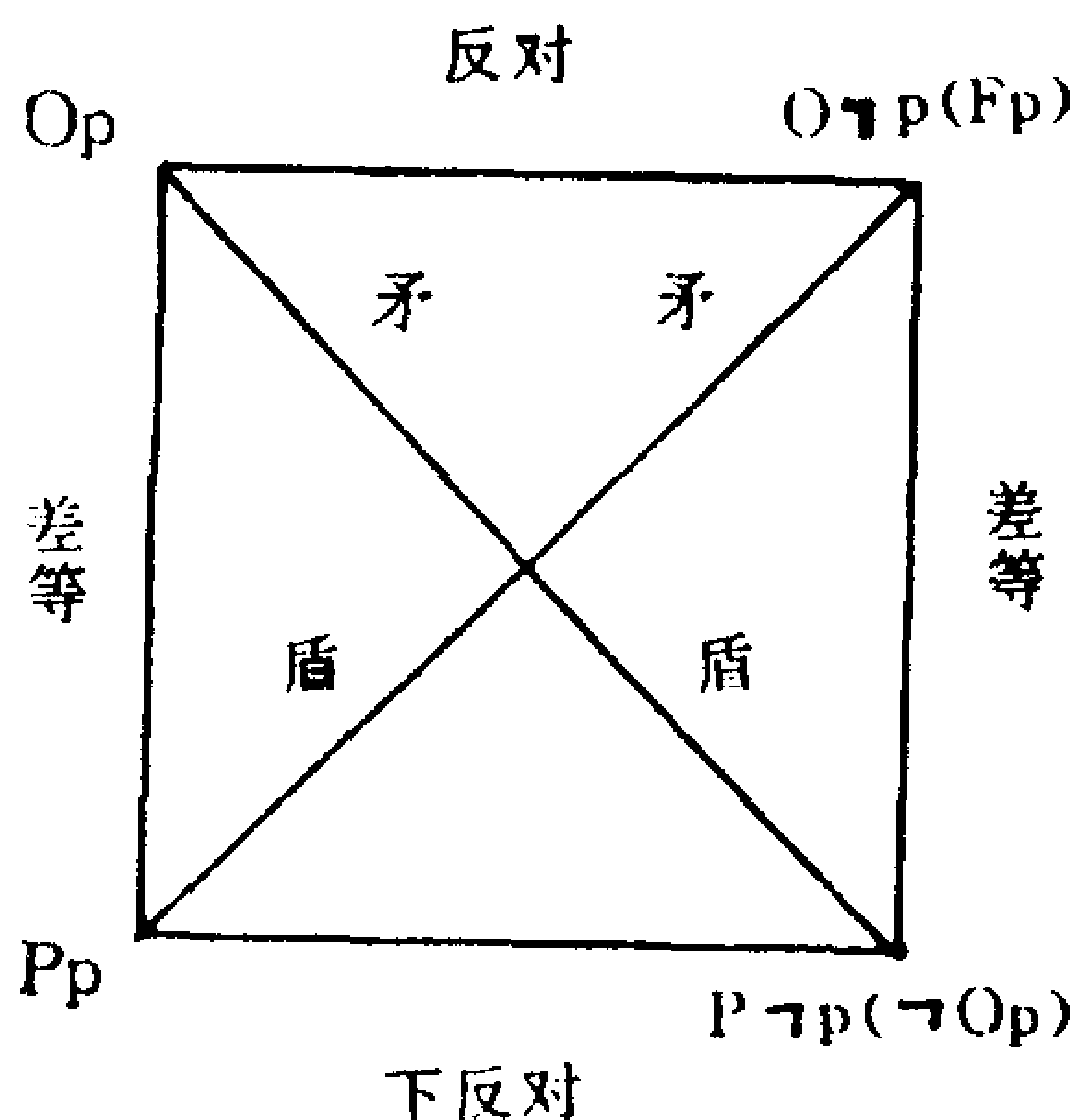
逻辑学不研究一个个具体命题，而是研究各类命题形式。为了准确陈述各种命题形式的逻辑结构，我们使用小写拉丁字母 $p,q,r,s,\cdots$ 表示陈述行为或事件状态的命题，把它们称做命题变项；用大写拉丁字母 $O,P,F$ 分别表示词项“必须”、“允许”、“禁止”，把它们称做道义模态算子。于是，公式 $Op,Pp$ 和 $Fp$ 分别读做：“$p$ 是必须的”、“$p$ 是允许的”和“$p$ 是禁止的”。它们是原子道义命题形式。我们可以用命题联结词把原子命题形式结合为复合命题形式。如，“禁止破坏婚姻自由、禁止虐待老人、妇女和儿童”可以写成命题形式

$$Fp \wedge F(q \wedge r \wedge s)$$

“父母有抚养教育子女的义务，成年子女有赡养扶助父母的义务”可写作命题形式

$$Op \wedge Oq$$

我们可以用逻辑方阵来说明算子 $O,P,F$ 之间的逻辑关系。




根据这个方阵可以得出下述论断：如果一种行动是必须的，那么它是允许的；如果一种行动是禁止的，那么它是不必须的；任何一种行动不能同时是必须的又是禁止的；一种行动或是必须的或是不必须的；一种行动是禁止的，就不

是允许的；一种行动是允许的，就不是禁止的。

根据上面的讨论，下述公式在绝大多数道义系统中都成立：

$$Op \rightarrow Pp \quad (1.1.1)$$

$$Pp \leftrightarrow O\neg p \quad (1.1.2)$$

$$Op \leftrightarrow P\neg p \quad (1.1.3)$$

$$Pp \vee P\neg p \quad (1.1.4)$$

$$(Op \wedge O\neg p) \quad (1.1.5)$$

在这里需要指出：道义算子所涉及(或所运算)的非模态命题是陈述行为或事件状态的命题，而不是陈述事物具有某属性的命题。例如，我们不可以说"允许乌鸦是黑的"、"今天必须是星期五"、"禁止曹操是曹丕的父亲"等，因为这样的命题是没有意义的。

## 1.2 一元道义逻辑系统 $OK$

现代逻辑一个重要特征是建立形式公理系统。从 1951 年冯·赖特建立第一个道义逻辑形式系统以来，已建立起众多的道义系统。在这里不可能一一介绍。我们只好介绍几个有代表性的系统。现在介绍冯·赖特型的道义逻辑系统 $OK$。

1.2.1 $OK$ 的基础

(1)$OK$ 的语言

①符号：

(Ⅰ)命题变元：$p, q, r, s, p_1, q_1, r_1, s_1 \cdots$；

(Ⅱ)初始逻辑常项：$T$(真)，$\bot$(假)，$\neg$(否定)，$O$(必须)，$P$(允许)，$\wedge$(合取)，$\vee$(析取)，$\rightarrow$(实质蕴涵)和$\leftrightarrow$(实质等值)；

(Ⅲ)括号(，)。

②合式公式

(Ⅰ)命题变元是合式公式；

(Ⅱ)$T$ 和 $\bot$ 是合式公式；

(Ⅲ)如果 $A$ 是合式公式，那么$\neg A$，$OA$ 和 $PA$ 是合式公式；

(Ⅳ)如果 $A$ 和 $B$ 是合式公式,那么 $(A\wedge B)$,$(A\vee B)$,$(A\rightarrow B)$ 和 $(A\leftrightarrow B)$ 是合式公式;

(Ⅴ)只有(Ⅰ)—(Ⅳ)是合式公式。

③逻辑常项的度:$T$ 和 $\perp$ 是 0 度的,$\neg$,$O$,$P$ 是 1 度的,其余是二度的。

④定义

$Df_F$　$FA=_{Df}\neg PA$(或 $O\neg A$)

$Df_I$　$IA=_{Df}PA\wedge P\neg A$

(2)$OK$ 的演绎基础

①公理模式:

(A0)所有真值函项的重言式都是公理,

(A1)$PA\leftrightarrow\neg O\neg A$

(A2)$O(A\rightarrow B)\rightarrow(OA\rightarrow OB)$

②证明规则:

$R1$　$\dfrac{A,A\rightarrow B}{B}$　(*modus ponens*)

$R2$　$\dfrac{A}{OA}$　($O$-必然化)

这里使用公理模式代替单个公理,也能保证 $OK$ 是闭于命题变元一致代入规则。因此,代入规则在这里不是证明的初始规则。

1.2.2　$OK$ 的定理及其证明

为了证明下述一些定理方便,我们可由公理模式和初始证明规则推导出一些导出规则。

$OK_a$　$\dfrac{A\rightarrow B}{OA\rightarrow OB}$　($O$ 引入律)

推导过程:

| | |
|---|---|
| (1)$A\rightarrow B$ | 假设 |
| (2)$O(A\rightarrow B)$ | (1)、$R2$ |
| (3)$O(A\rightarrow B)\rightarrow(OA\rightarrow OB)$ | $A1$ |
| (4)$OA\rightarrow OB$ | (2)、(3)、$R1$ |

同样可以推导出导出规则

$$\frac{A\leftrightarrow B}{OA\leftrightarrow OB}$$

$OK$ 的一些重要定理模式：

$OK1.\ OA\leftrightarrow\neg P\neg A$

证明：

(1)$O\neg\neg A\leftrightarrow\neg\neg O\neg\neg A$　　$A0$

(2)$OA\leftrightarrow\neg P\neg A$　　(1)、$A1$

$OK2.\ OA\leftrightarrow F\neg A$

证明：

(1)$OA\leftrightarrow\neg P\neg A$　　$OK1$

(2)$OA\leftrightarrow F\neg A$　　(1)、$Df_F$

$OK3.\ PA\leftrightarrow\neg FA$

证明：

(1)$PA\leftrightarrow\neg\neg PA$　　$A0$

(2)$PA\leftrightarrow\neg FA$　　(1)、$Df_F$

$OK4.\ FA\leftrightarrow\neg PA$

证明：

$OK3$ 假言易位得此定理模式。　　$A0$

$OK5.\ FA\leftrightarrow O\neg A$

证明：

(1)$O\neg A\leftrightarrow\neg P\neg\neg A$　　$OK1$

(2)$O\neg A\leftrightarrow\neg PA$　　(1)双重否定置换

(3)$FA\leftrightarrow\neg PA$　　$OK4$

(4)$FA\leftrightarrow O\neg A$　　(2)、(3)置换

$OK6.\ O\neg A\leftrightarrow\neg PA$

$OK7.\ P\neg A\leftrightarrow\neg OA$

$OK8.\ F\neg A\leftrightarrow\neg P\neg A$

$OK9.\ IA\leftrightarrow PA\wedge P\neg A$

证明：

(1) $PA \wedge P\neg A \leftrightarrow PA \wedge P\neg A$ A0

(2) $IA \leftrightarrow PA \wedge P\neg A$ (1)、$Df_I$ 置换

此定理模式表明：$A$ 是道义无差别的（或道义中立的）当且仅当 $A$ 是允许的并且非 $A$ 也是允许的。

$OK10.\ OT$

$OK11.\ O\neg A \rightarrow \neg OA$

$OK12.\ \neg PA \rightarrow P\neg A$

$OK13.\ FA \rightarrow \neg OA$

$OK14.\ FA \rightarrow \neg F\neg A$

$OK15.\ F\neg A \rightarrow PA$

$OK16.\ O(A \vee \neg A)$

$OK17.\ F(A \wedge \neg A)$

证明：

(1)$O(A \vee \neg A)$ $OK16$

(2)$O\neg(A \wedge \neg A)$ (1)等值置换

(3)$F(A \wedge \neg A)$ (2)、$Df_F$ 置换

$OK18.\ IA \leftrightarrow \neg OA \wedge \neg O\neg A$

$OK19.\ OA \vee IA \vee FA$

$OK9$、$OK18$ 和 $OK19$ 都是关于道义上中立的模态算子的定理模式。$OK9$ 表明，道义中立的行为既允许实现，又允许不实现。$OK18$ 表明，道义中立的行为既不必须实现也不必须不实现。$OK19$ 陈述道义完全性原则。

$OK20.\ PA \vee P\neg A$

$OK21.\ \neg(OA \wedge FA)$

$OK22.\ O(A \wedge \neg A) \rightarrow OB$

证明：

(1)$A \wedge \neg A \rightarrow B$ A0

(2)$O(A \wedge \neg A) \rightarrow OB$ (1)$OKa$

$OK23. OA \to O(A \vee B)$

证明：

(1) $A \to A \vee B$ $A0$

(2) $OA \to O(A \vee B)$ (1)、$OKa$

$OK24. PA \to P(A \vee B)$

证明：

(1) $\neg(A \vee B) \to \neg A$ $A0$

(2) $O\neg(A \vee B) \to O\neg A$ (1)、$OKa$

(3) $\neg O\neg A \to \neg O\neg(A \vee B)$ (2)、假言易位

(4) $PA \to P(A \vee B)$ (3)、$A1$ 置换

$OK25. FA \to F(A \wedge B)$

证明：

(1) $A \wedge B \to A$ $A0$

(2) $\neg A \to \neg(A \wedge B)$ (1)、假言易位

(3) $O\neg A \to O\neg(A \wedge B)$ (2)、$OKa$

(4) $FA \to F(A \wedge B)$ (3)、$Df_F$ 置换

$OK26. F(A \vee B) \to FA$

证明：

(1) $A \to A \vee B$ $A0$

(2) $\neg(A \vee B) \to \neg A$ (1)、假言易位

(3) $O\neg(A \vee B) \to O\neg A$ (2)、$OKa$

(4) $F(A \vee B) \to FA$ $Df_F$ 置换

$OK27. O(A \wedge B) \leftrightarrow OA \wedge OB$

证明：

(1) $A \wedge B \to A$ $A0$

(2) $O(A \wedge B) \to OA$ (1)、$OKa$

(3) $O(A \wedge B) \to OB$ 同(1)、(2)

(4) $O(A \wedge B) \to OA \wedge OB$ (2)、(3)$A0$

(5) $A \to (B \to A \wedge B)$ $A0$

(6) $OA \to O(B \to A \wedge B)$ (5)、$OKa$

(7) $O(B \to A \wedge B) \to (OB \to O(A \wedge B))$ $A2$

(8) $OA \to (OB \to O(A \wedge B))$ (6)、(8)、$R1$

(9) $OA \wedge OB \to O(A \wedge B)$ (9)、$A0$

(10) $O(A \wedge B) \leftrightarrow OA \wedge OB$ (4)、(9)、$A0$

$OK28.\ P(A \vee B) \leftrightarrow PA \vee PB$

$OK29.\ F(A \vee B) \leftrightarrow FA \wedge FB$

$OK30.\ O(A \vee B) \to PA \vee PB$

证明：

(1)$O(A \vee B) \to P(A \vee B)$ $OK10$

(2)$P(A \vee B) \to PA \vee PB$ $OK28$

(3)$O(A \vee B) \to PA \vee PB$ (1)、(2)、$R1$

$OK31.\ P(A \vee B) \to PA \wedge PB$

证明：

(1)$P(A \wedge B) \to P((A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B))$ $OK24$

(2)$P(A \wedge B) \to PA$ (2)、$A0$

(3)$P(A \wedge B) \to PB$ 同上

(4)$P(A \wedge B) \to PA \wedge PB$ (2)、(3)、$A0$

$OK32.\ OA \vee OB \to O(A \vee B)$

证明：

(1)$OA \to O(A \vee B)$ $OK23$

(2)$OB \to O(A \vee B)$ 同上

(3)$OA \vee OB \to O(A \vee B)$ (1)、(2)、$A0$

$OK33.\ FA \to O(A \to B)$

$OK34.\ OB \to O(A \to B)$

$OK35.\ OA \wedge O(A \to B) \to OB$

证明：

(1)$A \wedge (A \to B) \to B$ $A0$

(2)$O(A \wedge (A \to B)) \leftrightarrow OA \wedge O(A \to B)$ $OK27$

(3)$O(A\wedge(A\to B))\to OB$ (1)、$OKa$

(4)$OA\wedge O(A\to B)\to OB$ (2)、(3)置换

$OK36.\ PA\wedge O(A\to B)\to PB$

$OK37.\ FB\wedge O(A\to B)\to FA$

$OK38.\ (FB\wedge FC)\wedge O(A\to B\vee C)\to FA$

$OK39.\ \neg(O(A\vee B)\wedge(FA\wedge FB))$

证明：

(1)$\neg(O(A\vee B)\wedge F(A\vee B))$ $OK21$

(2)$F(A\vee B)\leftrightarrow FA\wedge FB$ $OK29$

(3)$\neg(O(A\vee B)\wedge(FA\wedge FB))$ (2)、(3)、置换

$OK40.\ OA\wedge O(A\wedge B\to C)\to O(B\to C)$

$OK41.\ O(A\to B\vee C)\wedge(O\neg B\wedge O\neg C)\to O\neg A$

道义系统 $OK$ 闭于导出规则 $OK_a$,$OK_b$,$OK_c$ 和 $OK_d$。我们已推导出 $OK_a$。现在我们推导 $OK_c$

(1) $A\to B$ 假设

(2) $\neg B\to\neg A$ (1)、假言易位

(3) $O\neg B\to O\neg A$ (2)、$OK_a$

(4) $\neg O\neg A\to\neg O\neg B$ (3)、假言易位

(5) $PA\to PB$ $OK18$ 置换

于是我们有

$$OK_c\quad \frac{A\to B}{PA\to PB}$$

分别重复应用 $OK_a$ 和 $OK_c$ 可相应导出：

$$OK_b\quad \frac{A\leftrightarrow B}{OA\leftrightarrow OB}$$

$$OK_d\quad \frac{A\leftrightarrow B}{PA\leftrightarrow PB}$$

系统 $OK$ 是个较弱的系统，因为像 $OA\to PA$ 这样的模式的示例并非在 $OK$ 中都可证。所以它比文献 2 中所陈述的系统 $DT$ 和

文献 3 中的系统 $OT^*$ 都弱。但它不是极小系统。如果把公式

$$(A3)\quad OA\rightarrow PA$$

作为公理加到 $OK$ 中去，我们就获得系统 $OK^+$，下述定理模式在 $OK^+$ 中可证：

$OK^+1\quad OA\rightarrow\neg O\neg A$

$OK^+2\quad \neg(OA\wedge O\neg A)$

$OK^+3\quad PA\vee P\neg A$

$OK^+4\quad PT$

$OK^+5\quad \neg()(A\vee B)\wedge(O\neg A\wedge O\neg B)$

$OK^+$ 闭于导出规则

$OK^+a.\quad \dfrac{A}{PA}$

### 1.3 冯·赖特型道义逻辑系统

冯·赖特的经典性文章"道义逻辑"发表是道义逻辑发展中迈出的重要一步。自 1951 年以后，许多关于道义逻辑的论著直接或间接地受到冯·赖特的影响，形成了冯·赖特型道义逻辑类型。

处理道义逻辑冯·赖特的方法是基于这样的观察：道义概念"必须"和"允许"跟模态概念"必然"和"可能"的相似。像必然和可能那样，必须与允许也是彼此相关的：一个命题是必然的，当且仅当它的否定是不可能的；同样一个事件状态或行动 $p$ 是必须的，当且仅当 $\neg p$ 不是允许的。按照冯·赖特的意见，道义逻辑是模态逻辑的一个分支。他把"必须"和"允许"称做道义模态(*deontic modalities or modes*)[①]

冯·赖特把"允许"作为初始概念，通过下述定义引入必须模态：

---

① 见 G. H. von Wright, An essay in Modal Logic, PP2－4, PP36—41, 1951, North－Holland Publishing Company.

$(7)\quad O(B\rightarrow A\wedge B)\rightarrow(OB\rightarrow O(A\wedge B))\qquad A2$

$Df_0$ $OA =_{Df} \neg P \neg A$

冯·赖特系统 $vW^*$ 的演绎基础是：

(1)公理

$(A1) p \to (q \to p)$

$(A2) (p \to (q \to r)) \to ((p \to q) \to (p \to r))$

$(A3) (\neg q \to \neg p) \to (p \to q)$

$(A4) P(p \vee q) \leftrightarrow Pp \vee Pq$

(2)规则：

($R1$)一致代入规则

($R2$)分离规则

($R3$)从 $A \leftrightarrow B$ 可推出 $PA \leftrightarrow PB$($P$ 推广规则)

这是一个极小的道义逻辑系统。

冯·赖特在1951年论文中的道义公理是 $Pp \vee P \neg p$。他把它称做"允许原则"。它的变形是 $\neg(Op \wedge O \neg p)$，它等值于 $Op \to \neg Fp$。冯·赖特把后一个公式称做"边沁律"。把"边沁律"加到极小系统 $vW^*$ 中作为新的公理，就获得冯·赖特所说的"古典道义逻辑系统"。[1] 这个系统有下述重定理：

(1)$O(p \to q) \to (Op \to Oq)$

(2)$Op \vee Oq \to O(p \vee q)$

(3)$\neg O(p \wedge \neg p)$

(4)$Op \to Pp$

(5)$Op \wedge O(p \wedge q \to r) \to O(p \to r)$

(6)$O(p \wedge q) \leftrightarrow (Op \wedge Oq)$

(7)$P(p \wedge q) \to (Pp \wedge Pq)$

(8)$Pp \wedge O(p \to q) \to Pq$

(9)$O(p \to q \vee r) \wedge \neg Pq \wedge \neg Pr \to \neg Pp$

---

① R. Hilpinen. New Studies in Deontic Logic. P5, 1981, D. Reidel Publishing Company。

(10)$\neg(O(p\vee q)\wedge\neg Pp\wedge\neg Pq)$

其中(2),(6),(7)和 $A4$ 是冯·赖特的道义算子分解四原则,而(1),(5),(8),(9),(10)是"承诺律"(*laws on commitment*)。

按照冯·赖特的意见,道义算子是前置于行动的名称,而不是前置于事件状态的描述。冯·赖特看到了"行动"一词的含混性,它既可以用于指涉"行动所具有的性质",即行动的一般特征(例如"偷"),也可指涉个体的行动,例如个体的偷窃行为。在前一个意义上的行动可以称做一般行动(*generic act*),在后一个意义上的行动称做"行动个体"(*act-individuals*)。在冯·赖特系统中道义算子前置于一般行动名称。于是,符号 $p,q,r,\cdots$代表一般行动的名称或"行动谓词"。

自从冯·赖特构造第一个道义逻辑形式系统起,到现在,逻辑学家们已构造了数目众多的道义系统。为了给读者一个概括的印象,在这里简述一下具有代表性的 10 个冯·赖特型系统,即斯迈利-汉森系统。[①]

我们有下述公理模式和推理规则:

($A0$)所有真值函项重言式

($A1$)$PA\leftrightarrow\neg O\neg A$

($A2$)$O(A\rightarrow B)\rightarrow(OA\rightarrow OB)$

($A3$)$OA\rightarrow PA$

($A4$)$OA\rightarrow OOA$

($A5$)$POA\rightarrow OA$

($A6$)$O(OA\rightarrow A)$

($A7$)$O(POA\rightarrow A)$

($R1$)$\dfrac{A,A\rightarrow B}{B}$

---

① D. Gabbay and F. Guenthner(ed), Handbook of Pnilosophica Logic, Vol. Ⅱ, PP665—666, 1984, D. Reidel Publishing Company.

$(R2)\frac{A}{OA}$

这 10 个道义逻辑系统是 $OK,OM,OS4,OB,OS5,OK^+$，$OM^+$，$OS4^+$，$OB^+$和 $OS5^+$。前 5 个系统的公理是

$OK = A0—A2$

$OM = A0—A2, A6$

$OS4 = A0—A2, A4, A6$

$OB = A0—A2, A6, A7$

$OS5 = A0—A2, A4, A5$（$A6$ 和 $A7$ 可在 $OS5$ 中导出）

设 $\mathscr{L}$ 是这 5 个系统任何一个。于是：

$\mathscr{L}^+ = \mathscr{L}, A3$

即是对 $OK$，$OM$，$OS4$，$OB$ 和 $OS5$ 分别加（$A3$）就获得系统 $OK^+$，$OM^+$，$OS4^+$，$OB^+$和 $OS5^+$

这 10 个系统中，$OK$ 相当于汉森（1965）的系统 $F$，$OK^+$ 相当于他的 $D$，$OB^+$相当于他的 $DB$。$OB$ 既未被汉森，也未被斯迈利讨论过。其他 6 个系统是斯迈利在其著作（1963）中命名的。[①]

其中 $OS4$ 类似路易斯（C. I. Lewis）的模态系统 $S4$，它有如下重要定理模式：

$O4.1 \quad PPA \rightarrow PA$

$O4.2 \quad POPA \rightarrow PA$

$O4.3 \quad OPA \rightarrow OPOPA$

$O4.4 \quad OPA \leftrightarrow OPOPA$

$O4.5 \quad POA \leftrightarrow POPOA$

借助这些定理可以把该系统的任何一种道义模态形式归约为 14 种不可归约的道义模态之一。它们是$\varnothing$（空模态）。$O,P,OP$，$PO,OPO,POP,\neg,\neg O,\neg P,\neg OP,\neg PO,\neg OPO,\neg POP$。

道义逻辑系统 $OS5$ 类似于路易斯的模态系统系 $S5$，它有如

① Handbook of Philosophical Logic, Vol. Ⅱ, PP. 665—666.

下重要定理模式：

$OS5.1 \quad PA \leftrightarrow OPA$

$OS5.2 \quad OA \leftrightarrow POA$

$OS5.3 \quad PA \leftrightarrow PPA$

$OS5.4 \quad OA \leftrightarrow OOA$

根据这些定理，可把该系统的任何一种模态形式归约为下述6种模态：$\varnothing$，$\neg$，$O$，$\neg O$，$P$，$\neg P$。

### 1.4 安德森型道义逻辑系统

道义逻辑与真势模态逻辑之间的关系问题是一直存在着争论的问题。这种争论原则上是围绕着下述问题进行，康德(I. Kant)首先提出“必须蕴涵着可能”，即 $OA \rightarrow \Diamond A$。如果把这个公式作为新的公理加到模态系统 $T$ 中去，就会得到一个混合的模态系统。它的公理模式是(1)$\Box A \rightarrow A$，(2)$\Box(A \rightarrow B) \rightarrow (\Box A \rightarrow \Box B)$，(3)$OA \rightarrow \Diamond A$。在这个系统中，$\Box A \rightarrow PA$ 是可证的，即“必然蕴涵着允许”而且由(3)可获得$\neg \Diamond A \rightarrow \neg OA$，即“不可能蕴涵着不必须。”同时还可证明 $OA \rightarrow \Box(A \rightarrow OB)$。这些公式是值得商榷的。

也有人提出更强的命题“必然蕴涵着必须”，即$\Box p \rightarrow Op$，或“允许蕴涵着可能”，即 $Pp \rightarrow \Diamond p$。后者根据假言易位规则可变换为$\neg \Diamond p \rightarrow \neg Pp$，再根据定义变换为$\neg \Diamond p \rightarrow Fp$，即“不可能蕴涵着禁止”，这也是值得商榷的。

1958年安德森试图把道义逻辑归约为模态逻辑。冯・赖特认为安德森的尝试是“现代道义逻辑历史上最重大事件之一”。[①]。从此出现了安德森型的道义逻辑系统。

现在我们概述一下这类系统的情况。

(1)语言，类似 $OK$ 的语言，只是增加：

① E. Agazzi, Modern Logic—A Survy, P. 406, D. Reidel Publishing Company, 1981。

①符号：

(Ⅰ)$\Box$(必然)和$\Diamond$(可能)代替 $O$ 和 $P$；

(Ⅱ)增加 0 度符号 $Q$，它是命题常项(表示“最适宜的”或“可采纳的”)。

②形成规则：

($a$)每个命题变项是合式公式；

($b$)$\top$，$\bot$ 和 $Q$ 是合式公式；

($c$)如果 $A$ 是合式公式，那么$\neg A$，$\Box A$ 和$\Diamond A$ 是合式公式。

③定义

$Df_O \quad OA =_{Df} \Box(Q \rightarrow A)$

$Df_P \quad PA =_{Df} \Diamond(Q \wedge A)$

$Df_F \quad FA =_{Df} \Box(Q \rightarrow \neg A)$

在这里命题常项 $Q$ 是安德森的 $S$(惩罚)的否定。安德森的 $S$ 是来源于坎格(S. Kanger)。安德森原来的定义是：$OA =_{Df} \Box(\neg A \rightarrow S)$，$FA =_{Df} \Box(A \rightarrow S)$，$PA =_{Df} \neg\Box(A \rightarrow \neg S)$。这两组定义是一致的。

(2)演泽基础

①公理：

($B0$)所有真值函项重言式

($B1$)$\Diamond A \leftrightarrow \neg\Box\neg A$

($B2$)$\Box(A \rightarrow B) \rightarrow (\Box A \rightarrow \Box B)$，

($B3$)$\Diamond Q$

($B4$)$\Box A \rightarrow \Box\Box A$

($B5$)$\Diamond\Box A \rightarrow \Box A$，

($B6$)$\Box A \rightarrow A$，

($B7$)$\Diamond\Box A \rightarrow A$

②推理规则：

($R1$)$\dfrac{A, A \rightarrow B}{B}$(*modus ponens*)

规则 $R1$ 和 $R2$ 对下述 10 个带 $Q$ 的模态系统成立，于是这 10 个系统可定义为：

$K_Q = B0—B2$

$M_Q = B0—B2, B6$

$S4_Q = B0—B2, B4, B6$

$B_Q = B0—B2, B6, B7$

$S5_Q = B0—B2, B5, B6$（$B4$ 和 $B7$ 可在 $S5_Q$ 中导出）

设 $\mathscr{R}$ 是上述 5 个系统中任何一个。于是：

$$\mathscr{R}^+ = \mathscr{R}, B3$$

即是对 $K_Q, M_Q, S4_Q, B_Q$ 和 $S5_Q$ 分别加上 $B3$ 作为公理，就会分别获得模态系统 $D_Q^+, M_Q^+, S4_Q^+, B_Q^+$ 和 $S5_Q^+$。[①]

对这种归约不是没有异议的，有人反对这种理论。他们认为，破坏必须性（即不尽义务）和由此产生的"惩罚"之间的联系或"最适宜的"（"可采纳的"）与必须性之间的联系不是逻辑关系。因此，不能同意引入命题常项 $S$ 或它的否定 $Q$。

也有人认为 *alethic* 模态和道义模态是两种不同质的模态，因此不能把一种模态归约为另一种模态。

尽管对这种归约理论有这种或那种批评，但是这种理论对道义逻辑发展有积极意义。它揭示出道义系统与真势模态系统间的本质联系，表明了道义逻辑发展的丰富源泉。

在这里还应当指出，尽管道义逻辑与真势模态逻辑之间存在着许多类似点，但不应忽视它们之间的差别，正如希尔派安所指出的那样，"（Ⅰ）规范概念一般用于人类行为，它们属于实践的论述，因而行动概念的逻辑应该形成规范概念逻辑研究的基本部分。（Ⅱ）已经表明，跟'自然的'必然性不同，一个义务可以跟其他义务相冲突，而这种规范冲突的解决是道德论述的重要部分。（Ⅲ）如果道义语句被用于指导和控制人们的行动，那么它的本质是'向前看

① Handbook of Philosophical Logic, Vol. Ⅱ, PP. 675-676.

的'；于是就出现了道义概念（或必须概念）和时间模态之间有趣的联系。这已经使人想到道义逻辑许多问题和悖论可以通过研究道义概念时间相对性加以解决。"①

## 2 二元道义逻辑

### 2.1 二元道义命题形式

上一章讨论的道义命题是无条件的。而有些道义命题所陈述的行为是有条件的。例如，一座桥梁当它濒临倒塌危险时，就要禁止通行，人们可以用下述命题来陈述这一情况："如果这座桥有坍塌危险，那么就禁止通行。"我们把这类道义命题称做条件道义命题或二元道义命题。

我们用表达式 $O(p/q)$ 表示二元必须命题。它表示：在命题 $q$ 所描述的情况下，命题 $p$ 所描述的行动是必须的。$O(p/q)$ 可以读做："在条件 $q$ 下，$p$ 是必须的"（或"在环境 $q$ 下，$p$ 是必须的"）。例如，"如果数罪中有判处附加刑的，附加刑必须执行。"

用表达式 $P(p/q)$ 表示二元允许命题。它表示：在命题 $q$ 所描述的情况下，命题 $p$ 所描述的行动是允许的。$P(p/q)$ 可读做："在条件 $q$ 下，$p$ 是允许的"。例如，"如果大学生修完所规定的课程并且成绩优良，允许其提前毕业"。

用表达式 $F(p/q)$ 表示二元禁止命题。它表示：在命题 $q$ 所描述的情况下，命题 $p$ 所描述的行动是禁止的。$F(p/q)$ 读做："在条件 $q$ 下，$p$ 是禁止的"。例如，"如果战争暴发，就禁止敌国飞机飞越领空。"

用 $I(p/q)$ 表示道义无差别（或道义中立）命题。$I(p/q)$ 表示：

① R，Hilpinen(ed)，New studies in Deontic Logic，P. Ⅶ，1981，D. Reidel Publishing Company.

在命题 $q$ 所描述的情况下，命题 $p$ 所描述的行动可以履行也可以不履行。它读做："在条件 $q$ 下，$p$ 是道义上无差别的"。例如，"如果这件事已结束了，你可以来也可以不来。"

同样，我们可用命题联结词把二元的原子道义命题结合为复合命题。例如，"在夏天，允许进山从事生产活动，而在进入防火期后就禁止入山"。该命题可用符号记写为 $P(p/q)\wedge F(r/s)$。

二元道义命题的另一些记法是：$O_qp, P_sr, F_gh$ 或 $qOp, sPr, gFh$，它们分别相当于 $O(p/q), P(r/s), F(h/g)$。①

## 2.2 二元道义系统 $S$

### 2.2.1 系统 $S$ 的基础

(1)语言

①符号：

($a$)$p, q, r, s, \cdots$；

($b$)一元常项 $T$(真)，$\perp$(假)，$\neg$(否定)；

($c$)二元常项 $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, O(/); P(/)$；

($d$)括号(,)。

②合式公式(用 $\sum_0^2$ 表示该语言合式公式集)

($a$)命题变元是合式公式；

($b$)$T$ 和 $\perp$ 是合式公式；

($c$)如果 $A$ 是合式公式，那么 $\neg A$ 是合式公式；

($d$)如果 $A$、$B$ 是合式公式，那么 $(A\wedge B)$，$(A\vee B)$，$(A\rightarrow B)$ 和 $(A\leftrightarrow B)$ 是合式公式；

($e$)如果 $A$ 和 $B$ 是合式公式，那么 $O(A/B)$ 和 $P(A/B)$ 是合式公式。

我们可以用二元道义算子来定义一元道义算子如下：

$OA =_{Df} O(A/T)$

① Handbook of Philosophical Logic, Vol. Ⅱ, PP. 688—689.

$PA =_{Df} P(A/T)$

$FA =_{Df} \neg P(A/T)$（或 $O(\neg A/T)$）

我们也可以用 *alethic* 模态来定义二元道义模态如下：

$O(A/B) =_{Df} \Box(QB \to A)$

$P(A/B) = Df \Diamond(QB \wedge A)$

$F(A/B) = Df \Box(QB \to \neg A)$

(2)$S$ 的演绎基础[①]

①公理模式：

$A1$. 真值函项重言式

$A2$. $\neg O(\perp/C)$

$A3$. $O(B/A) \to (A \to O(B/T))$

$A4$. $(O(B/A) \wedge O(B/A')) \to O(B/A \vee A')$

$A2$ 说的是，在任何条件下假都不是必须的（或不可能决不是必须的）。

$A3$ 说的是，某行为在某种条件下是必须的，那么当获得这个条件时，则在永真的（或重言的）条件下它也是必须的。

$A4$ 说的是，在 $A$ 条件下 $B$ 是必须的并且在 $A'$ 条件下 $B$ 也是必须的，那么在给定 $A$ 或给定 $A'$ 条件下 $B$ 是必须的。

②推理规则：

$R0 \quad \dfrac{A, A \to B}{B}$

$R1 \quad \dfrac{A \wedge B \to D}{O(A/C) \wedge O(B/C) \to O(D/C)}$

$R2 \quad \dfrac{A \leftrightarrow A'}{O(B/A) \leftrightarrow O(B/A')}$

2.2.2 导出规则和定理模式

为了证明定理方便，我们先推导出这两个导出规则。

---

① 该系统是 Azizah al-Hibri 在文献 Azizah al-Hibri, Deontic Logic, 1978, University Press of America 中所给出的公理系统。

$DR1 \quad \dfrac{A \rightarrow B}{O(A/C) \rightarrow O(B/C)}$

其推导过程如下：

(1) $A \rightarrow B$ 假设

(2) $A \wedge A \rightarrow B$ (1)、$A0$

(3) $O(A/C) \wedge O(A/C) \rightarrow O(B/C)$ (2)、$R1$

(4) $O(A/C) \rightarrow O(B/C)$ (3)、$A0$

$DR2. \quad \dfrac{A \leftrightarrow A'}{O(A/C) \leftrightarrow O(A'/C)}$

其推导过程如下：

(1) $A \leftrightarrow A'$ 假设

(2) $A \rightarrow A'$ (1)、$A0$

(3) $A' \rightarrow A$ (1)、$A0$

(4) $O(A/C) \rightarrow O(A'/C)$ (2)$D$、$R1$

(5) $O(A'/C) \rightarrow O(A/C)$ $D$、$R1$

(6) $O(A/C) \leftrightarrow O(A'/C)$ (4)、(5)、$A0$

$S$ 的重要定理模式如下：

$S1. O(A/C) \wedge O(B/C) \rightarrow O(A \wedge B/C)$

证明：

(1)$A \wedge B \rightarrow A \wedge B$ $A0$

(2)$O(A/C) \wedge O(B/C) \rightarrow O(A \wedge B/C)$ (1)、$R2$

$S2. O(A \wedge B/C) \rightarrow O(A/C) \wedge O(B/C)$

证明：

(1)$A \wedge B \rightarrow A$ $A0$

(2)$O(A \wedge B/C) \rightarrow O(A/C)$ (1)、$DR1$

(3)$A \wedge B \rightarrow B$ $A0$

(4)$O(A \wedge B/C) \rightarrow O(B/C)$ (3)、$DR1$

(5)$O(A \wedge B/C) \rightarrow O(A/C) \wedge O(B/C)$ (2)、(3)$A0$

$S3. O(A \vee B/C) \wedge O(\neg B/C) \rightarrow O(A/C)$

证明：

(1)$(A \vee B) \wedge \neg B \rightarrow A$ $A0$

(2)$O((A \vee B) \wedge \neg B/C) \rightarrow O(A/C)$ (1)、$R1$

(3)$O((A \vee B) \vee \neg B/C) \rightarrow O(A \vee B/C) \wedge O(\neg B/C)$ $S2$

(4)$O(A \vee B/C) \wedge O(\neg B/C) \rightarrow O((A \vee B) \wedge \neg B/C)$ $S1$

(5)$O(A \vee B/C) \wedge O(\neg B/C) \leftrightarrow O((A \vee B) \wedge \neg B/C)$

(3)、(4)、$A0$

(6)$O(A \vee B/C) \wedge (\neg B/C) \rightarrow O(A/C)$ (2)、(5)、置换

$S4. \neg(O(A/C) \wedge O(\neg A/C))$

证明:

(1)$\neg O(A \wedge \neg A/C)$ $A2$

(2)$O(A/C) \wedge O(\neg A/C) \rightarrow O(A \wedge \neg A/C)$ $S1$

(3)$\neg O(A \wedge \neg A/C) \rightarrow \neg(O(A/C) \wedge O(\neg A/C))$ 假言易位

(4)$\neg(O(A/C) \wedge O(\neg A/C))$ (1)、(3)、$R1$

$S5. O(A/C) \rightarrow \neg O(\neg A/C)$

证明:

(1)$\neg(O(A/C) \wedge O(\neg A/C))$ $S4$

(2)$\neg O(A/C) \vee \neg O(\neg A/C)$ 德·摩根律

(3))$(A/C) \rightarrow \neg O(\neg A/C)$ 等值变换

$S6. (O(A/C) \wedge (O(A/T) \rightarrow O(B/T)) \rightarrow (C \rightarrow O(B/T))$

证明:

(1)$O(A/T) \wedge (O(B/T) \rightarrow O(B/T)) \rightarrow O(B/T)$ $A0$

(2)$O(A/C) \rightarrow (C \rightarrow (A/T))$ $A3$

(3)$O(A/C) \wedge C \rightarrow (A/T)$ (2)、$A0$

(4)$O(A/C) \rightarrow ((O(A/T) \rightarrow O(B/T)) \rightarrow O(B/T))$ (1)、$A0$

(5)$O(A/C) \wedge C \rightarrow ((O(A/T) \rightarrow O(B/T)) \rightarrow O(B/T))$

(3)、(4)、$A0$

(6)$O(A/C) \wedge C \wedge (O(A/T) \rightarrow O(B/T)) \rightarrow O(B/T)$ (5)、$A0$

(7)$O(A/C) \wedge (O(A/T) \rightarrow O(B/T)) \wedge C \rightarrow O(B/T)$ $A0$

(8)$O(A/C) \wedge (O(A/T) \rightarrow O(B/T)) \rightarrow (C \rightarrow O(B/T))$ (7)、$A0$

$S7.\quad O(\bot/T)$

证明：

此定理模式由 $A2$ 直接导出。

$S8. O(A/B\vee C)\wedge O(A/\neg B\vee C)\rightarrow O(A/C)$

证明：

(1) $O(A/B\vee C)\wedge O(A/\neg B\vee C)\rightarrow O(A/(B\vee C)\vee(\neg B\vee C))$ $A4$

(2) $O(A/B\vee C)\wedge O(A/\neg B\vee C)\rightarrow O(A/(B\vee\neg B)\vee C)$ (1)、$A0$ 置换

(3) $O(A/B\vee C)\wedge O(A/\neg B\vee C)\rightarrow O(A/C)$ (2)、$A0$ 置换

## 2.3 二元道义逻辑系统种种

最早的二元道义系统是冯·赖特于 1956 年构造的。[①]他构造这个系统的目的是想说明导出必须(*derived obligation*)思想。

他的系统是以二元允许算子 $P(A/B)$ 作为初始算子。而二元算子 $O(A/B)$ 定义为

$O(A/B)=_{Df}\quad P(\neg A/B)$

该系统有两条公理：

$(I1) P(p/r)\vee P(\neg p/r)$

$(I2) P(p\wedge q/r)\leftrightarrow P(p/r)\wedge P(q/r\wedge p)$

公$(I1)$和$(I2)$蕴涵着

(1) $P(p\vee q/r)\leftrightarrow P(p/r)\vee P(q/r)$

根据$(I1)$和(1)在条件固定时，$P(p/r)$和 $O(p/r)$满足冯·莱特提出的系统 $vW^*$(1951)的公理 $A4$。

① G. H. Von Wright, 'A Note on Deontic Logic and Derived Obligation', Mind 65(1956)PP. 507—509.

1964年冯·莱特提出了另一个二元道义逻辑系统。[①]他把该系统称做道义逻辑新系统。该系统有如下三条公理：

$B1$　$\neg(O(A/B)\wedge(\neg A/B))$

$B2$　$O(A\wedge B/C)\leftrightarrow O(A/C)\wedge O(B/C)$

$B3$　$O(A/B\vee C)\leftrightarrow O(A/B)\wedge O(A/C)$

苏联逻辑学家伊文在《规范逻辑》(1973)中构造二元道义系统 $OI'1$。他称这个系统是极小的二元道义系统。其公理如下：

$A1.$　$O(p/a)\wedge O(q/a)\rightarrow O(p\wedge q/a)$

$A2.$　$O(p/a\vee b)\rightarrow O(p/a)\vee O(p/b)$

$A3.$　$O(p/a)\wedge O(p/b)\rightarrow O(p/a\vee b)$

$A4.$　$O(p/q\wedge a)\wedge O(q/a)\rightarrow O(p/a)$

$A5.$　$O(p\vee q/a)\vee I(p\vee q/a)\leftrightarrow O(p/a)\vee O(q/a)\vee I(p/a)\vee I(q/a)$

$A6.$　$I(p/a)\rightarrow I(\neg p/a)\wedge\neg O(p/a)$

$A7.$　$I(p/a\vee b)\rightarrow I(p/a)\vee I(p/b)$

$A8.$　$I(p/a)\wedge I(p/b)\rightarrow I(p/a\vee b)$

该系统公理较多，而且是个弱系统。现在我们介绍两个强系统 $O_{dy}S4$ 和 $O_{dy}S5$。$O_{dy}S4$ 的公理模式和推理规则如下：

(1)公理模式：

$(a0)$　所有真值函项重言式

$(a1)$　$P(A/B)\leftrightarrow\neg O(\neg A/B)$

$(a2)$　$O(A\rightarrow C/B)\rightarrow(O(A/B)\rightarrow O(C/B))$

$(a3)$　$O((O(A/B)\rightarrow A)/B)$

$(a4)$　$O(A/B)\rightarrow O(O(A/B)/C)$

(2)推理规则：

---

① G. H. von Wright, 'A New Syxten of Deontic Logic', Danish Yearbook of Philosophy 1(1964)；文献 6. PP. 105—115.

$$(R1)\quad \frac{A, A\rightarrow B}{B}$$

$$(R2)\quad \frac{A}{O(A/B)}$$

对 $O_{dy}S4$ 增加公理

$(a5)\quad P(O(A/B)/C)\rightarrow O(A/B)$

和删去$(a3)$就获得 $O_{dy}S5$。而$(a3)$可以由 $O_{dy}S5$ 推导出。因此。$O_{dy}S5$ 是 $O_{dy}S4$ 的扩充。

我们对二元道义语言增加一元模态算子 $N$ 和 $M$，它们分别表示"泛必然性"(*universal necessity*)和"泛可能性"(*universal possibility*)，就获得一种新的语言。加上下述演绎基础就获新的道义系统 $O_{dy}S5^N$；

(1)公理模式：

$(a0)$　所有真值函项重言式

$(a1)\quad P(A/B)\leftrightarrow\neg O(\neg A/B)$

$(a2)\quad O(A\rightarrow C/B)\rightarrow(O(A/B)\rightarrow O(C/B))$

$(a6)\quad O(A/B)\rightarrow NO(A/B)$

$(a7)\quad NA\rightarrow O(A/B)$

$(a8)$　关于 $N$ 和 $M$ 的 $S5$ 一模式的适当集合(如 $B1,B2,B5$ 和 $B6$，其中以 $N$ 和 $M$ 分别代替$\Box$和$\Diamond$)

我们把 $O_{dy}S5^N$ 作为二元道义逻辑的基本系统，并且在一定意义上它也是一极小系统。对于它增加下述公理模式一个或几个就获得一些新系统：

$\alpha0.\quad N(A\leftrightarrow B)\rightarrow(O(C/A)\leftrightarrow O(C/A))$

$\alpha1.\quad O(A/A)$

$\alpha2.\quad O(C/A\wedge B)\rightarrow O(B\rightarrow C/A)$

$\alpha3.\quad MA\rightarrow(O(B/A)\rightarrow P(B/A))$

$\alpha4.\quad P(B/A)\rightarrow(O(B\rightarrow C/A)\rightarrow O(C/A\wedge B))$

我们获得一系列新系统，其中重要的有：

$E = O_{dy}S5^N$ 的公理，$\alpha0, \alpha1, \alpha2$

$F = O_{dy}S5^N$ 的公理，$\alpha0, \alpha1, \alpha2, \alpha3$

$G = O_{dy}S5^N$ 的公理，$\alpha0, \alpha1, \alpha2, \alpha3, \alpha4$

$G$ 是一个强系统，它包含着丰富的道义论题。

有人认为一元道义逻辑可以归约为二元道义逻辑，即上面我们已提到，可用二元道义算子来定义一元道义算子。而且从表达和演绎能力方面看二元道义系统 $O_{dy}S5^N$ 和 $G$ 比上面我们提到过的斯迈利-汉森的一元道义系统有更丰富的定理。然而这种逻辑的奠基者之一冯·赖特却说："我现在不太确信，过去所认为的二元道义逻辑的价值。现在可以建立更充分的条件规范理论，使用更简单更方便的逻辑工具。我想实质蕴涵概念将实际服务于这个目的。可以用 $p \rightarrow Oq$ 来表示，当给定 $p$ 时，$q$ 是必须的。"[①]

## 3 道义逻辑语义学

逻辑语义学是关于逻辑表达式与它所指称的对象之间关系的理论。道义逻辑与古典逻辑不同就在于它的表达式含有道义模态算子。因此对道义模态算子的解释就成为道义逻辑语义学的核心内容。

我们在这里采用可能世界语义理论。用"道义可能世界"概念来解释道义算子。所谓道义可能世界是这样的可能世界，它们中每个道义世界都是以在其中存在某一规范为特征。

### 3.1 一元道义逻辑语义学

#### 3.1.1 冯·莱特型道义逻辑语义学

(1)模型

模型是三元组 $U = \langle W, R, V \rangle$，在这里：

① Modern Logic-A Survy, P. 411.

（Ⅰ）$W$ 是非空集合。可以解释作可能世界或可能状态的集合。

（Ⅱ）$R \subseteq W \times W$。$R$ 是在 $W$ 上的二元关系，可以把它解释作道义选择关系或道义彼此相容关系。

（Ⅲ）$V$ 是一种指派，它把真值 1 或 0 跟每个有序偶 $\langle p, x\rangle$ 联结起来。在这里 $p$ 是命题变元，而 $x$ 是 $W$ 的元素；用技术性术语来说，$Prop \times W \to \{1, 0\}$。

在道义模型中"$xRy$"表示"$x$ 与 $y$ 有关系 $R$"或"$x$ 是对 $y$ 选择的"等。

(2)真的条件

设 $U = \langle W, R, V\rangle$ 是任意模型，令 $x, y, \cdots$ 是 $W$ 的任意元素，令 $A$ 是集合 $\sum$ 的元素（在这里 $\sum$ 是道义语言中的语句或公式的集合）。我们用符号 $\overset{u}{\underset{x}{\models}} A$ 表示：$A$ 是在 $u$ 中的 $x$ 上是真的，即是 $A$ 是在模型 $u$ 中的世界 $x$ 上是真的。一般说来，我们关于真的定义是按 $A$ 的长度递归的：

(1) $\overset{u}{\underset{x}{\models}} p$ 当且仅当 $V(p, x) = 1$（对于 $Prop$ 中的任意 $p$。$Prop$ 表示命题的集合。）

(2) $\overset{u}{\underset{x}{\models}} T$。

(3)并非 $\overset{u}{\underset{x}{\models}} \perp$

(4) $\overset{u}{\underset{x}{\models}} \neg A$ 当且仅当并非 $\overset{u}{\underset{x}{\models}} \perp A$。

(5) $\overset{u}{\underset{x}{\models}} OA$ 当且仅当对于 $W$ 中的每个使得 $xRy$ 的 $y$，$\overset{u}{\underset{y}{\models}} A$。

(6) $\overset{u}{\underset{x}{\models}} PA$ 当且仅当对于 $W$ 中的某个使得 $xRy$ 的 $y$，$\overset{u}{\underset{y}{\models}} A$。

(7) $\overset{u}{\underset{x}{\models}} (A \wedge B)$ 当且仅当 $\overset{u}{\underset{r}{\models}} A$ 并且 $\overset{u}{\underset{x}{\models}} B$。

(8) $\overset{u}{\underset{x}{\models}} (A \vee B)$ 当且仅当 $\overset{u}{\underset{x}{\models}} A$ 或 $\overset{u}{\underset{x}{\models}} B$（或二者）。

(9)$\overset{u}{\underset{x}{\models}}(A\rightarrow B)$当且仅当如果$\overset{u}{\underset{x}{\models}}A$，那么$\overset{u}{\underset{x}{\models}}B$。

(10)$\overset{u}{\underset{x}{\models}}(A\leftrightarrow B)$当且仅当($\overset{u}{\underset{x}{\models}}A$ 当且仅当$\overset{u}{\underset{x}{\models}}B$)。

(3)$R$ 在模型中的条件(或性质)

关系 $R$ 是有一定性质的。一个含道义算子的公式只是在 $R$ 具有某种性质的模型中真。我们现在列出对应于斯迈利-汉森系统的5个公理模式 $A3$—$A7$ 在模型中，关系 $R$ 的五种条件(在这里我们假定变元"$x$"，"$y$"，"$z$"的值域为 $W$，并且使用符号 $\wedge$，$\rightarrow$，$\forall$ 和$\exists$ 作元语言记号)：

($R3$)$R$ 在 $W$ 中是串行的：$\forall x\exists y(xRy)$

($R4$)$R$ 在 $W$ 中是传递的：$\forall x\forall y\forall z(xRy\wedge yRz\rightarrow xRz)$

($R5$)$R$ 在 $W$ 中是欧几里德的：$\forall x\forall y\forall z(xRy\wedge xRz\rightarrow yRz)$

($R6$)$R$ 在 $W$ 中是准自反的：$\forall x\forall y(xRy\rightarrow yRy)$

($R7$)$R$ 在 $W$ 中是准对称的：$\forall x\forall y\forall z(xRy\rightarrow(yRz\rightarrow zRy))$

(4)模型的分类

现在，我们根据关系 $R$ 的性质把各系统的模型进行归类：

$OK$－模型的类＝(对 $R$ 未加任何限制)所有模型的类。

$OM$－模型的类＝所有具有准自反的 $R$ 的模型的类。

$OS4$－模型的类＝所有具有传递和准自反的 $R$ 的模型的类。

$OB$－模型的类＝所有具有准对称和准自反的 $R$ 的模型的类。

$OS5$－模型的类＝所有具有欧几里德和传递的 $R$ 的模型的类。

$OK^+$－模型的类＝所有具有串行的 $R$ 的模型的类。

$OM^+$－模型的类＝所有具有串行的和准自反的 $R$ 的模型的类。

$OS4^+$－模型的类＝所有具有串行的、传递的和准自反的 $R$ 的模型的类。

$OB^+$－模型的类＝所有具有串行的、准对称的和准自反的 $R$

的模型的类。

$OS5^+$—模型的类=所有具有串行的、欧几里德的和传递的 $R$ 的模型的类。

在这些定义中，我们把对 $R$ 的有关限制跟在模型中的可能世界集合 $W$ 关联起来。例如，“串行的”意谓着“在 $W$ 中串行的”等等。

(5)公式有效性的语义证明

令 $\mathscr{L}$ 是 10 个系统 $OK$，$OM$，$OS4$，$OB$，$OS5$，$OK^+$，$OM^+$，$OS4^+$，$OB^+$，$OS5^+$ 中的任何一个。我们说公式 $A$ 是 $\mathscr{L}$—有效的(用符号 $\models_{\mathscr{L}} A$ 表示)，当且仅当对于所有 $\mathscr{L}$—模型 $u$ 和对于 $W$ 中的所有 $x$，$\models_x^u A$。同样，我们说命题(或公式)的集合 $S$ 是 $\mathscr{L}$—可满足的当且仅当存在 $\mathscr{L}$—模型 $u$ 和 $W$ 的元素 $x$，使得对于 $S$ 中的所有命题 $A$，$\models_x^u A$。显然，我们有，$\models_{\mathscr{L}} A$ 当且仅当单元集合 $\{\neg A\}$ 不是 $\mathscr{L}$—可满足的。

为了说明语义证明方法，我们举两个证明的示例。

证明公理模式 $A5$ 所有示例都是 $OS5$—有效的，即

$\models_x^u POA \rightarrow OA$

假定 $A5$ 不是有效的，即存在公式 $A$，使得对于某个 $OS5$—模型 $U=\langle W,R,V\rangle$ 和对于 $W$ 中的某个 $x$，我们有：

(1)并非 $\models_x^u POA \rightarrow OA$

把相关的真的条件，多次运用于(1)，就可把它归约为：

(2) $\models_x^u POA$ 和 $\models_x^u P\neg A$(即 $\models_x^u \neg OA$)。

运用关于 $P$ 的真的条件，我们由(2)获得：

(3)对于具有 $xRy$ 的 $W$ 中的某个 $y$，$\models_x^u OA$。

同样，我们有

(4)对于具有 $xRz$ 的 $W$ 中的某个 $z$，$\models_x^u \neg A$。

因为 $u$ 是 $OS5$－模型，$R$ 是在 $W$ 中是欧几里德的；所以我们获得

(5)$yRz$（因为，根据(3)和(4)有 $xRy$ 和 $xRz$）。

于是，把关于 $O$ 真的条件应用于(3)，我们由(5)得到：

(6)$\overset{u}{\underset{z}{\models}}A$

把关于 $\neg A$ 真的条件运用于(4)，我们有：

(7)并非$\overset{u}{\underset{z}{\models}}A$

于是(6)与(7)矛盾，所以我们有

$\overset{u}{\underset{x}{\models}}POA\rightarrow OA$

证明公理模式 $A1$ 的所有示例都是 $OK$－有效的，即

$\overset{u}{\underset{x}{\models}}PA\leftrightarrow\neg O\neg A$

(1)$\overset{u}{\underset{x}{\models}}PA$ 前提假设

把关于 $P$ 真的条件应用于(1)，我们就得到

(2)对于具有 $xRy$ 的 $W$ 中某个 $y$，$\overset{u}{\underset{y}{\models}}A$

换个说法是

(3)对于具有 $xRy$ 的 $W$ 中某个 $y$，$\overset{u}{\underset{y}{\models}}\neg\neg A$。

把关于 $\neg A$ 真的条件应用于(3)，我们就得到

(4)对于具有 $xRy$ 的 $W$ 中某个 $y$，并非$\overset{u}{\underset{y}{\models}}\neg A$。

由(4)我们得到

(5)并非对于具有 $xRy$ 的 $W$ 中每个 $y$，$\overset{u}{\underset{y}{\models}}\neg A$。

把关于 $O$ 真的条件应用于(5)，我们就得到

(6)并非对于具有 $xRy$ 的 $W$ 中每个 $x$，$\overset{u}{\underset{x}{\models}}O\neg A$。

由(6)我们得到

(7)对于具有 $xRy$ 的 $W$ 中的每个 $x$，并非$\overset{u}{\underset{x}{\models}}O\neg A$。

把关于 $\neg A$ 真的条件应用于(7)，我们获得

(8)$\overset{u}{\underset{x}{\models}}\neg O\neg A$

3.1.2 安德森型道义逻辑语义学

安德森型道义逻辑中包含命题常项 $Q$,因此在其语义学中包括对 $Q$ 的语义解释。于是,我们有新的模型。

它的模型是下述有序四元组

$U=\langle W,R^{+},opt,V\rangle$

在这里:

(Ⅰ)$W$ 是非空的集合。

(Ⅱ)$R^{+}\subseteq W\times W$ 是 $W$ 上的二元关系("真势选择的"或"真势可达的")。

(Ⅲ)$opt\subseteq W$(直观地说,$opt$ 可以解释作"最适宜的"、"最好的"或"是够好的"等等)。

(Ⅳ)$V: Prop\times W\rightarrow\{1,0\}$。

现在我们陈述公式真的条件:

令 $U$ 是任意真势的模型,$x$ 是 $W$ 的任意元素,$A$ 是语言 $\sum$ 中公式(或命题)。$A$ 在 $u$ 中的 $x$ 上真的定义跟 3.1.1 节中的定义相比,只有下述变化(用下述条目代替关于 $O$ 和 $P$ 的条目):

(5′)$\overset{u}{\underset{x}{\models}}\Box A$ 当且仅当对于具有 $xR^{+}y$ 的 $W$ 中的每个 $y$,$\overset{u}{\underset{y}{\models}}A$

(6′)$\overset{u}{\underset{x}{\models}}\Diamond A$ 当且仅当对于具有 $xR^{+}y$ 的 $W$ 中的某个 $y$,$\overset{u}{\underset{y}{\models}}A$。

我们又增加一个关于 $Q$ 的真的条件:

(11)$\overset{u}{\underset{x}{\models}}Q$ 当且仅当 $x\in opt$。

关于在真势模型中 $R^{+}$ 和 $opt$ 的条件如下:对应于 5 个公理模式 $B3$—$B7$,我们列出在真势模型中 $R^{+}$ 和 $opt$ 的五种条件:

($r3$)$R^{+}$是在 $W$ 中 $opt$-串行的:$\forall x\exists y(xR^{+}y\wedge y\in opt)$

($r4$)$R^{+}$是在 $W$ 中传递的:$\forall x\forall y\forall z(xR^{+}y\wedge yR^{+}z\rightarrow xR^{+}z)$

($r5$)$R^{+}$是在 $W$ 中欧几里德的:$\forall x\forall y\forall z(xR^{+}y\wedge xR^{+}z\rightarrow yRz)$

(r6)$R^+$是在 $W$ 中自反的:$\forall x(xR^+x)$

(r7)$R^+$是在 $W$ 中对称的:$\forall x\forall y(xR^+y\rightarrow yR^+x)$

真势模型可归类如下:

$K_Q$ 的模型类=对 $R^+$和 $opt$ 未加限制。

$M_Q$ 的模型类=$R^+$是 $W$ 中自反的模型的类。

$S4_Q$ 的模型类=具有自反的和传递的 $R^+$的模型的类。

$B_Q$ 的模型类=具有对称的和自反的 $R^+$的模型的类。

$S5_Q$ 的模型类=具有欧几里德的和自反的 $R^+$的模型的类。

$K_Q^+$ 的模型类=具有 $opt$—串行的 $R^+$的模型的类。

$M_Q^+$ 的模型类=具有 $opt$—串行的和自反的 $R^+$的模型的类。

$S4_Q^+$ 的模型类=具有 $opt$—串行的,传递的和自反的 $R^+$的模型的类。

$B_Q^+$ 的模型类=具有 $opt$—串行的,对称的和自反的 $R^+$的模型的类。

$S5_Q^+$ 的模型类=具有 $opt$—串行的,欧几里德的和自反的 $R^+$的模型的类。

公式的有效性的语义证明与 3.1.1 中一样。例如,我们证明公理模式 $B3$ 是 $K_Q^+$—有效的,即是

$\overset{u}{\underset{x}{\models}}\Diamond Q$

假定它不是 $K_Q^+$—有效的。于是对于某 $K_Q^+$—模型 $u=\langle W, R^+, opt, V\rangle$和某个在 $W$ 中的 $x$,我们有:

(1)并非$\overset{u}{\underset{x}{\models}}\Diamond Q$

根据关于◇和关于 $Q$ 的真的条件和(1),我们有;

(2)并非$\exists y(xR^+y\wedge y\in opt)$。

而根据 $R^+$在 $K_Q^+$—模型中的 $opt$—串行性,我们有:

(3)$\exists y(xR^+y\wedge y\in opt)$

(2)和(3)矛盾。于是 $B3$ 是 $K_Q^+$ —有效的。

## 3.2 二元道义逻辑语义学

3.2.1 系统 $S$ 的语义学

(1)模型[①]

二元模态逻辑系统 $S$ 的模型是三元组

$\mathscr{M}=\langle W,R,V\rangle$

(Ⅰ)$W$ 是非空集合。

(Ⅱ)$V$ 是由 $Prop\times W$ 到真值集合$\{1,0\}$的函项。

(Ⅲ)$R$ 是从语句集合 $\sum_0^2$ 到 $W$ 上的所有二元关系集合的函项。用符号表示为:$R:\sum_2^0\rightarrow\mathscr{P}(W\times W)$

对关系 $R$ 加以限制,使它对任意 $x,y\subseteq W$,和对于任意 $\alpha\in W$ 满足

$(a)$并非 $R(\alpha,W,\varnothing)$;

$(b)$如果 $\alpha\in X$ 并且 $R(\alpha,X,Y)$,那么 $R(\alpha,W,Y)$;

$(c)$如果 $R(\alpha,X,Y)$和 $R(\alpha,X',Y')$,那么 $R(\alpha,X\cup X',Y\cup Y')$。

$(d)$如果 $R(\alpha,X,Y)$和 $R(\alpha,X,Y')$,那么 $R(\alpha,X,Y\cap Y')$。

我们注意到,在 $R(\alpha,X,Y)$中世界的集合 $Y$ 是相对于集合 $X$ 而言对 $\alpha$ 道义选择的集合,而 $X$ 确定必须的特定条件。也就是说,$R$ 把每个世界 $\alpha$ 跟条件 $c$ 及世界 $Y$ 的集合联系起来。

限制$(a)$排除了这样的可能性:在给定集合 $X$ 时,世界 $\alpha$ 可以没有道义选择的集合。

限制$(b)$说的是:如果 $\alpha$ 是这样的世界集合的元素,它确定着 $Y$ 是对 $\alpha$ 道义选择的集合的条件,那么 $Y$ 无条件地是对 $\alpha$ 道义选择的集合。

限制 $c$ 说的是:如果 $R$ 依据被 $X$ 确定的条件 $c$ 把世界的集合

---

① 参看 Handbook of Philosophical Logic, Vol Ⅱ, PP. 688-703.

$Y$ 跟世界 $\alpha$ 联系起来，并且如果 $R$ 又依据被 $X'$ 所确定的另一条件 $c'$ 把世界的集合 $Y$ 跟世界 $\alpha$ 联结起来，那么当给定确定条件 $c$ 和 $c'$ 的集合 $X \cup X'$ 时，$R$ 就把集合 $Y \cup Y'$ 中所有世界的集合跟 $\alpha$ 联结起来。

限制($d$)说的是：如果 $R$ 依据被集合 $X$ 所确定的条件把世界的集合 $Y$ 跟世界 $\alpha$ 联结起来，并且它又依据被 $X$ 所确定的相同的条件把另一个集合 $Y'$ 跟 $\alpha$ 联结起来，那么 $R$ 依据 $X$ 所确定的条件把 $Y$ 和 $Y'$ 二者跟 $\alpha$ 联结起来。

(2)真的条件

为了叙述方便，我们再引入两个缩写记号：

$\| A \|^{\mu} = \{y \in W : \overset{\mu}{\underset{y}{\models}} A\}$(即是 $\| A \|^{\mu}$ 是 $A$ 在其上为真的模型 $\mu$ 中的世界的集合)。

$\overset{\mu}{\underset{y}{\models}} A$ 表示 $A$ 是在模型 $\mu$ 中的世界 $y$ 上是真的。

系统 $S$ 中公式真的条件如下：

①$\overset{\mu}{\underset{y}{\models}} \mathbf{P}_n$ 当且仅当对于任 $n, \alpha \in P_n$；(在这里，$P_n$ 是原子命题 $\mathbf{P}_n$ 在其上真的可能世界的集合。)

②$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}} T$；

③并非$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}} \perp$

④$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}} \neg A$ 当且仅当并非$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}} A$；

⑤$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}} O(A/C)$ 当且仅当存在着集合 $X, Y \subseteq W$，使得 $R(\alpha, X, Y)$，$Y \subseteq \| A \|^{\mu}$ 和 $X = \| C \|^{\mu}$；

⑥$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}} (A \wedge B)$ 当且仅当$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}} A$ 并且$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}} B$；

⑦$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}} (A \vee B)$ 当且仅当$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}} A$ 或$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}} B$(或二者)；

⑧$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}} (A \rightarrow B)$ 当且仅当如果$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}} A$，则$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}} B$；

⑨$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}}(A\leftrightarrow B)$当且仅当($\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}}A$ 当且仅当$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}}B$)。

关于(5)做一点直观地说明：(5)说的是："在条件 $C$ 之下，$A$ 是必须的"是在 $\alpha$ 上真的，当且仅当 $A$ 是在每个这样的世界上是真的，这些世界是属于在条件 $C$ 下 $R$ 联合于 $\alpha$ 的那些可能世界的集合。

(3)$S$ 的公式有效性的证明

我们说公式 $A$ 是 $S$－有效的(即$\underset{S}{\models}A$)，当且仅当对于所有 $S$－模型 $\mu$ 和对于 $W$ 中的所有 $\alpha$，$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}}A$。

现在我们举几个证明的示例。

证明$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}}\neg O(\bot/C)$

①对于任意模型 $\mu$ 和任意世界 $\alpha$，并非$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}}\neg O(\bot/C)$(反论题)；

根据条件(4)，我们由(1)得出

②$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}}\ O(\bot/C)$

根据条件(5)，我们由(2)得到

③存在着 $X,Y\subseteq W$，使得 $R(\alpha,X,Y)$，$Y\subseteq\|\bot\|^{m}$。

我们知道 $\|\bot\|^{\mu}=\varnothing$，因此根据集合论，我们有

④$Y\subseteq\varnothing$，因而 $Y=\varnothing$。

由(4)得出

⑤$R(\alpha,X,\varnothing)$

(5)与我们关于 $R$ 的限制($a$)相矛盾，故(1)不成立。于是，$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}}\neg O(\bot/C)$。由于 $\mu$ 是任意模型和 $\alpha$ 是 $W$ 的任意元素，所以，$\models\neg O(\bot/C)$。

现在证明 $S$ 的 $A3$ 的有效性，即证明

$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}}O(B/A)\rightarrow(A\rightarrow O(B/T))$

①$\models^{\mu}_{\alpha} O(B/A)$　　　　（第一个前提）假设

②$\models^{\mu}_{\alpha} A$　　　　（第二个前提）假设

根据真的条件(5)，由(1)得出

③存在集合 $X, Y \subseteq W$，使得 $R(\alpha, X, Y)$，$Y \subseteq \|B\|^{\mu}$ 和 $X = \|B\|^{\mu}$。

根据真的条件(1)和上面论述中 $X = \|A\|^{\mu}$ 的事实，我们有

④$\alpha \in X$

根据限制 $R$ 的限制($b$)、上面论述(3)中的事实 $R(\alpha, X, Y)$ 及(4)，我们得到

⑤$R(\alpha, W, Y)$

根据真的条件(1)、(2)、(5)，我们有

⑥$W = \|T\|^{\mu}$

由(3)(5)(6)得出

⑦存在集合 $X, Y \subseteq W$，使得 $R(\alpha, W, Y)$，$Y \subseteq \|B\|^{\mu}$ 和 $X = \|T\|^{\mu}$。

根据真的条件(5)，我们由(7)得出

⑧$\models^{\mu}_{\alpha} O(B/T)$。由于 $\mu$ 是任意模型和 $\alpha$ 是 $W$ 的任意元素，所以 $\models O(B/A) \rightarrow (A \rightarrow O(B/T))$。

证明 $A4$ 的有效性如下：

①$\models^{\mu}_{\alpha} O(B/A) \wedge O(B/A')$　　　　前提假设

根据真的条件(6)，我们有

②$\models^{\mu}_{\alpha} O(B/A)$ 和 $\models^{\mu}_{\alpha} O(B/A')$

根据真的条件(5)和 $\models^{\mu}_{\alpha} O(B/A)$，我们有

③存在集合 $X, Y \subseteq W$，使得 $R(\alpha, X, Y)$，$Y \subseteq \|B\|^{\mu}$ 和 $X = \|A\|^{\mu}$。

同样有

④存在着集合 $X', Y' \subseteq W$，使得 $R(\alpha, X', Y')$，$Y' \subseteq \| B \|^{\mu}$ 和 $X' = \| A' \|^{\mu}$。

根据对 $R$ 的限制($c$)，由(3)和(4)得出

⑤$R(\alpha, X \cup X', Y \cup Y')$

由上面论述(3)和(4)，我们有 $Y \subseteq \| B \|^{\mu}$，所以我们有

⑥$Y \cup Y' \subseteq \| B \|^{\mu}$。

同样我们有

⑦$X \cup X' = \| A \|^{\mu} \cup \| A' \|^{\mu} = \| A \vee A' \|^{\mu}$。

根据真的条件(5)，由(7)得出

⑧$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}} O(B/A \vee A')$。

于是，$\overset{\mu}{\underset{\alpha}{\models}} O(B/A) \wedge O(B/A') \rightarrow O(B/A \vee A')$。又由于 $\mu$ 是任意模型和 $\alpha$ 是 $W$ 中任意元素，所以，

$\models O(B/A) \wedge O(B/A') \rightarrow O(B/A \vee A')$

3.2.2 其他二元道义逻辑系统语义学

道义系统 $O_{dy}S4$ 的模型是下述有序三元组：

$u = \langle W, R, V \rangle$

在这里

(Ⅰ)$W$ 是非空集合，而 $V$ 是由 $Prop \times W$ 到真值集合$\{1, 0\}$的函项。

(Ⅱ)$R$ 是从命题集 $\sum_0^2$ 到 $W$ 上的所有二元关系的集合的函项，用符号表示是：$\sum_0^2 \rightarrow \mathscr{P}(W \times W)$。换句话说，对于 $\sum_0^2$ 中的每个命题公式 $B$，$R_B \subseteq W \times W$，于是 $R_B$ 是 $W$ 上的二元关系。

同样模型中的 $R$ 具有不同性质决定着在该模型中真的公式的类。对应于 $O_{dy}S4$ 的公理模式 $a3$ 和 $a4$，对 $R$ 应分别加上如下限制：

(3)对于在 $\sum_0^2$ 中的每个 $B$ 和任意 $x, y \subseteq W$：$xR_By \rightarrow yR_By$。

(4)对于在 $\sum_0^2$ 中的任意的 $B$ 和 $C$ 和对于 $W$ 中的任意的 $x$，

$y,z$：$xR_cy \wedge yR_Bz \to xR_Bz$。

$O_{dy}S5$ 的模型类似于 $O_{dy}S4$ 的模型，只是对 $R$ 加上如下限制以对应公理模式 $a5$：

(5)对于在 $\sum_0^2$ 中的任意 $B,C$ 和对于 $W$ 中的 $x,y,z$：$xRcy \wedge xR_Bz \to yR_Bz$。

(这里的 $xRcy$ 相当于 $R(x,y/c)$或 $R(x,y,c)$)

道义公式真的条件：

(1)$\overset{\mu}{\underset{x}{\models}} O(A/B)$当且仅当对于 $W$ 中的每个使得 $R(x,y/B)$的 $y$，$\overset{\mu}{\underset{y}{\models}} A$。

(2)$\overset{\mu}{\underset{x}{\models}} P(A/B)$当且仅当对于 $W$ 中的某个使得 $R(x,y/B)$的 $y$，$\overset{\mu}{\underset{x}{\models}} A$。

道义逻辑系统 $O_{df}S5^N$ 是有序三元组

$u=\langle W,R,V\rangle$

其中 $W$ 和 $V$ 跟上述系统的相同。而 $R$：$\sum_{O,N}^2 \to \mathscr{P}(W\times W)$是由命题集合 $\sum_{O,N}^2$到 $W$ 上的二元关系的函项。

其真的条件是

$\overset{\mu}{\underset{x}{\models}} NA$ 当且仅当对于 $W$ 中的每个 $y$，$\overset{\mu}{\underset{y}{\models}} A$。

$\overset{\mu}{\underset{x}{\models}} MA$ 当且仅当对于 $W$ 中的某个 $y$，$\overset{\mu}{\underset{y}{\models}} A$。

## 4 道义悖论

这里所说的“悖论”不是像“罗素悖论”那样的逻辑悖论，它们不揭示演算系统内的逻辑矛盾，而是指在一些逻辑系统中可证的，但在直观上似乎不能接受的那些论断。有人把它们称做“怪论”以示与真正的悖论相区别。逻辑学家汉森认为“道义逻辑系统某些定

理被称做悖论。当然，这意谓着它们似乎是反直观的，虽然它们是从直观上可接受的公理推导出来的"。[1]

### 4.1 一些著名的道义悖论

#### 4.1.1 罗斯悖论(Ross' Paradox)

丹麦法律哲学家罗斯(Alt Ross)于1941年提出这一悖论。[2]他把这个悖论作为反对建立规范逻辑的论据。他提出这样的命题："如果必须邮信，那么必须邮它或烧掉它！"在他看来，这一命题不仅是可疑的而且是不正确的，它与关于逻辑推断的直观理解不相容。

现在，我们知道公式 $OA \to O(A \vee B)$ 是某些道义逻辑系统的定理。而罗斯的命题正是这个公式的一个示例。也就是说罗斯的命题在一些道义逻辑系统中是可接受的，但是从命题所陈述的内容看又是直观上难于接受的。这就形成了"悖论"。

罗斯悖论的另一示例是：

(1)阿瑟帮助琼斯是必须的。

现在令 $A$ 代表："阿瑟帮助琼斯"，又令 $B$ 代表："阿瑟杀死琼斯。"

我们有

| | |
|---|---|
| (1′) $OA$ | (1)的形式表达。 |
| (2′) $OA \vee OB$ | 由(1′)据命题逻辑规则得出。 |
| (3′) $OA \vee OB \to O(A \vee B)$ | 道义逻辑定理 $OK32$。 |
| (4′) $O(A \vee B)$ | 根据分离规则由(2′)和(3′)得出。 |

而(4′)的一个代入示例是

(2)阿瑟帮助琼斯或阿瑟杀死琼斯是必须的。

---

① R. Hilpinen (ed) Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings, PP. 130-131, 1981, D. Reidel Publishing Company.

② Alf Ross, "Imperatives and Logic", Theoria (1941) PP53—71。

显然被(2)所表达的必须性可被阿瑟杀死琼斯所满足。这是荒谬的。

4.1.2 阿奎斯特悖论(Åqvist,s Paradox)

这是跟义务相反的必须的悖论的一种表达形式。1967年阿奎斯特表达了这个悖论。[①]现陈述如下:

(1)史密斯制止抢劫琼斯是必须的。

(2)史密斯抢劫琼斯。

(3)如果史密斯抢劫琼斯,那么他必须因抢劫而受惩罚。

(4)如果史密斯不抢劫琼斯,那么就不会因抢劫而受惩罚,这是必须的。

把这些命题形式表达如下:

(1′)$O\neg A$

(2′)$A$

(3′)$A\rightarrow OB$

(4′)$O(\neg A\rightarrow\neg B)$

从(2′)和(3′)我们可以推导出 $OB$。而 $OB$ 说的是:史密斯必须抢劫琼斯。

由道义逻辑定理

$O(A\rightarrow B)\rightarrow(OA\rightarrow OB)$

和(4′)得出

(5′)$O\neg A\rightarrow O\neg B$

由(1′)和(5′)得出

$O\neg B$

$O\neg B$ 说的是:史密斯必须不抢劫琼斯,于是得出两个相反的义务。$OB$ 和 $O\neg B$ 在标准的道义逻辑中是矛盾的。

如果把(3′)改成(3″):$O(A\rightarrow B)$;(4)改成(4″):$\neg A\rightarrow O\neg B$,

---

① 见 L. Åqvist, 'Good Samaritans, Contrary—to—Duty Imperatives and Epistemic obligations', Nors (1967) PP. 361—379.

其结果也是直观上难以接受的。

4.1.3 善良的撒玛利亚人悖论(The Good Samaritan Parados)[1]

这一悖论包含着这样原则:蕴涵着禁止的命题本身也是禁止的。它基于下述两个前提:

(1)如果善良的撒玛利亚人帮助被抢劫的人琼斯,那么琼斯被抢劫了。

(2)禁止抢劫琼斯。

令 $A$ 表示:善良的撒玛利亚人帮助琼斯;令 $B$ 表示:抢劫琼斯。于是上述论断可以形式地表述如下:

(1′)$(A \wedge B) \rightarrow B$

(2′)$FB$

根据禁止原则:$(A \rightarrow B) \rightarrow (FB \rightarrow FA)$。由(1′)得出

(3′)$FB \rightarrow F(A \wedge B)$

由(2′)和(3′)可得出

(4′)$F(A \wedge B)$

说的是:禁止善良的撒玛利亚人帮助被抢劫的琼斯。这显然是荒谬的。

苏联逻辑学家伊文认为善良的撒玛利亚悖论应理解为[2]

$FA \rightarrow F(A \wedge B)$

它是

$FA \wedge \Box(B \rightarrow A) \rightarrow FB$

的逻辑后承。"如果禁止说粗鲁话,那么就禁止说粗鲁话和道歉"是前一个公式的代入示例。

---

① A. N. prior Escapism:"The Logical Basis of Ethics"A. I. Melden(ed)《Essays in Moral Philosophy》,seattle:University of Washington Press,1958,PP. 135—146.

② A. A. NBNH〈ΛΟΓNKA HOPM〉,PP. 72-73.

4.1.4 强盗悖论(The Robber's Paradox)[1]

这个悖论也包含这样的原则:禁止的东西的后承是禁止的。它可以陈述如下:

(1)强盗悔悟他的抢劫行为蕴涵着曾发生过抢劫。

(2)禁止发生抢劫。

根据禁止原则:$(A\rightarrow B)\rightarrow(FB\rightarrow FA)$,我们能够获得

(3)如果禁止发生抢劫,那么就禁止强盗悔悟他的抢劫行为。

根据分离规则,由(2)和(3)就得到

(4)禁止强盗悔悟他的抢去行为。

(4)显然是道义上不能接受的。

4.1.5 牺牲者悖论(The Victim's Paradox)[2]

这个悖论与前一个悖论类似。现简要地陈述如下:

(1)如果抢劫曾发生过。

(2)禁止发生抢劫。

根据禁止原则,由(1)可得出

(3)如果禁止发生抢劫,那么就禁止抢劫的牺牲者哀叹他被抢劫的命运。

根据分离规则,由(2)和(3)得出

(4)禁止抢劫的牺牲者哀叹他被抢劫的命运。显然,(4)是道义上不能接受的。

4.1.6 柏拉图悖论(Plalo's Paradox)[3]

这个悖论包含这样原则:必须不是冲突的,在冯·赖特的道义逻辑系统中,用公理模式$\neg(OA\wedge O\neg A)$来表述这一原则。莱蒙曾陈述该悖论的一种特定形式。现引述如下:

---

① P. H. Howell-Smith and E. J. Lemmon, "Escapism: The Logical Basis of Ethics", Mind 69(1960), PP. 289—300.

② 同上页②。

③ E. J. Lemmon, "Moral Dilemmas." Philosophical Review, 71(1962)PP. 139—158.

一个朋友把他的枪交给我保存，并且说在晚上他回来时取走它。而且我也答应他，一旦他来取时我就还给他。他在异常激动状态下来了，要取走他的枪并且声称要杀死他的妻子，因为她对他已不忠。根据事先承担的义务，我必须把枪还给他。然而，由于那样做应负杀人的直接责任，所以我必须不还给他，而且我们的道德原则也使我相信那样做是错误的。

于是我们就有

(1)$AO$

(2)$O\neg A$

由(1)和(2)可得出

(3)$OA \wedge O\neg A$

(3)是道义冲突的。

4.1.7 萨特悖论(Sartre's Paradox)

这个悖论是法国著名哲学家萨特(Jean-Paul Sartre)构造的，他使用了被道义逻辑所使用的并且为道义逻辑公理$\neg(OA \wedge O\neg A)$所表述的原则。[1]这个悖论是类似柏拉图悖论。但是莱蒙把它与柏拉图悖论区别开来。柏拉图悖论属于情况这样的类：一个人即必须做又必须不做某事。而萨特悖论属于情况的这样的类：有一些但不是确实的证据，使某人必须做某事，而且也有一些但不是确实的证据，使某人必须不做某事。

萨特悖论涉及到萨特的一个学生。他在反法西斯战争中失去了他的哥哥并且想参加自由法国军队为哥哥报仇。这位年青人还有位母亲，她为大儿子牺牲而深深痛苦而且深深地依恋这个儿子。这个悖论的难题是：有很好的但不令人信服的论据支持萨特的学生必须留在母亲的身边。同样，有很好的但不令人信服的论据支持他必须参加自由法国军队。然而后一个必须陈述与前一个相冲突。

① Bas van Fraassen, "Values and the Heart's Command", Journal of Philosophy, 70(1993)PP. 5—19.

在标准的道义逻辑系统中可以形式地表述这样两个必须陈述的冲突。

4.1.8 反义务命令悖论(The Paradox of the contrary－to－Duty)[①]

接受公理模式$\neg(OA \wedge O\neg A)$的道义逻辑学家会发现，如果他接受下述两个事实

(Ⅰ)我们偶然疏忽了我们的义务，并且

(Ⅱ)我们尽量把由(Ⅰ)引起的坏事减轻到最小程度，

那么他将发现这个悖论提出的特殊挑战。这个悖论的一种形式是：

(1)琼斯抢劫史密斯。

(2)琼斯必须不抢劫史密斯。

(3)如果琼斯不抢劫史密斯，那么他就不受到惩罚这是必须的。

(4)如果琼斯抢动史密斯，那么他就必须受到惩罚。

奇泽姆把(4)称做反义务命令(contrary－to－duty imperative)。它告诉我们，如果我们疏忽了某一义务，那么我们必须做些什么。

莫特(Peter. L. Mott)指出，任何用符号表达(1)—(4)都要满足的三个适宜条件：[②]

($a$・1)表示是一致的。

($a$・2)保持(1)和(4)与"琼斯必须受惩罚"之间的衍推关系。

($a$・3)"如果琼斯不抢劫史密斯，那么他要受到惩罚"这个表述是假的。

给出这些条件之后，中心的问题是如何在道义逻辑中表达(3)

---

① L. Mott Peter,"on chisholm's Paradox",Journal of Philosophical logic,2 (1973),P. 197.

② Peter L. Mott,"On chisholm's Paradox",Joural of Philosophical logic 2 (1973),PP. 197—211.

和(4)。(3)不能表达为($\neg A \to O\neg B$)，根据(1)，它与($a \cdot 3$)相反，它是真的。而且(4)不能表达为$O(A \to B)$，因为它违背($a \cdot 2$)；在任何标准的道义逻辑中，$OB$都不是$A$和$O(A \to B)$的后承。

还存在着拒绝$O(A \to B)$的表述的另一个论据，从逻辑中知道：

(1′)对于任意的$B$，有$\neg A \to (\neg A \vee B)$

(2′)有$(\neg A \vee B) \leftrightarrow (A \to B)$

由(2)和$\neg A \to \neg A \vee B$能得出

(3′)$\neg A \to (A \to B)$

再根据道义逻辑规则$OK_a$，由(3)得出

(4′)$O\neg A \to O(A \to B)$对于任意$B$成立。

即是，如果必须非$A$，那么不管$B$如何，我们都可以断定：如果$A$那么$B$是必须的。

奇泽姆用下述论断表明这个结论是不可接受的：

让我们假定我们希望想起一个承担返还所偷财产义务的潜在的贼。表达必须条件的特别表达方式"如果你偷盗了，那么你把钱送回去，这是必须的"不适于表达我们所要说的东西。因为如果偷盗是错误的，那么这种特殊的表达方式"O(如果$A$那么$B$)"采取上面那样的解释不是唯一的解释。也允许我们把它解释做"如果你偷盗了，那么你就不要把钱送回去，这是必须的"，而且还可以解释为"如果你偷盗了那么你再偷，一直偷到你的罪恶生命结束，这是必须的。"

因此，(3)和(4)在道义逻辑中一定有不同的形式表达。另一种可能的形式表达是把(3)表达为$O(\neg A \to \neg B)$和把(4)表达为($A \to OB$)。这样表达是行不通的。因为由(1)和(4)可以得出

(5)琼斯受惩罚是必须的。

根据定理$O(A \to B) \to (OA \to OB)$，由(2)和(3)能得出

(6)琼斯不受惩罚是必须的。

(5)和(6)矛盾，故这种表达也不行。

关于(3)和(4)形式表述的两种可能的选择都失败了。这就是该悖论的难点所在。我们需要找到在道义系统中表达(3)和(4)的适当的形式表达式。

4.1.9 认知必须悖论(The Epistemic Obligation Paradox)[1]

这个悖论产生于道义逻辑系统的认知扩充的范围内。也就是说,把认知算子 $K$(读做"知道")增加到道义系统中去,就会产生认知悖论。

在认知逻辑中下述定理有效

$KA \rightarrow A$

我们现在考察直观上协调的集合:

(1)必须制止史密斯抢劫琼斯。

和

(2)必须知道史密斯抢劫琼斯。

我们把上面的集合形式地表述如下:

(1')$O\neg A$

(2')$OKA$

把道义规则 $OK_a$ 运用于定理 $KA \rightarrow A$ 就得到

(3')$OKA \rightarrow OA$

根据分离规则,由(2')和(3')可得到

(4')$OA$

(4')说的是:史密斯必须抢劫琼斯,这与(1')相冲突

## 4.2 关于道义悖论研究的一些情况

上述 9 个悖论是道义逻辑文献中著名的悖论。前 8 个悖论的中心点是涉及道义原则有效性的问题。因为我们要求道义逻辑的原则准确无误,所以就需要研究和处理这些悖论。

---

[1] Lennart Åqvist "Good Samaritans, Contrary—to—Duty Imperative, and Epistemic obligations"(1967)PP. 361—379.

由于解决道义悖论的方案众多，本文不可能一一介绍，在这里只讨论上述悖论的归类和“罗斯悖论”与“反义务命令悖论”的若干解决方案。①

4.2.1 道义悖论的归类

上一节所陈述的悖论，看上去似乎是种类繁多内容庞杂，然而如果仔细观察关于它们的若干关键性的事实，就会发现并非如此。它们都是围绕道义逻辑的关键性原则展开的。

首先，在大多数道义系统中都包含一元算子 $F$，而且下定义作 $O\neg$。（当然，辛提卡的系统是例外，在它那里拒绝 $F=O\neg$。）在共同定义的条件下，道义原则 $P$（必须行为的后承是必须的）和道义原则 $P'$（蕴涵着禁止的行为的行为是禁止的）是等价的，即它的形式副本 $\frac{A\to B}{OA\to OB}$ 和 $\frac{A\to B}{FB\to FA}$ 是等价的。作为其结果的是，阿奎斯特悖论和善良的撒玛利亚人悖论本是同一个悖论的两个不同的变形。而且强盗悖论和牺牲者悖论是善良的撒玛利亚人悖论的特殊场合。因此，当我们已记住了这些不同变形之后，我们可集中考虑一种形式。阿奎斯特悖论是原来的善良的撒玛利亚人悖论的 $O$—变形。而且我们所处理的道义系统都是以 $O$ 为初始算子并且把 $F$ 定义为 $O\neg$，所以，我们可以选择阿奎斯特悖论作为这类悖论的代表。

其次，柏拉图悖论和萨特悖论可以用一个相同的一般的名称来称谓。这个名字就是“义务冲突悖论”(the Conflicg of Duty)。用共同名字命名它们的理由是：第一，它们都讨论义务冲突，而哲学家们在讨论义务冲突时并不区分这两种场合的不同点。第二，这两个悖论都涉及这样的原则：必须的陈述不应是互相冲突的。第三，这两个悖论的解也是非常相似的。

第三，反义务命令悖论对道义逻辑提出严重的挑战，这是需要

① 对此问题有兴趣的读者可去读参考文献[4]“道义逻辑”第Ⅰ节和参考文献[11]第四章和第Ⅳ章。

认真对待的。然而，它又与义务冲突悖论有关。

根据上面理由，我们可把前 8 个悖论划分为 3 个群：

Ⅰ 包含着原则 $P$ 的悖论。它又可分两类：

$a$. 罗斯悖论，

$b$. 善良的撒玛利亚人悖论。

Ⅱ 包含公理 $\neg(OA \land O\neg A)$ 的悖论。它包括：

$a$. 柏拉图悖论，

$b$. 萨特悖论。

Ⅲ 反义务命令悖论

第九个悖论虽然是著名的悖论，但它在道义逻辑发展中不起关键作用。我们不认为这个悖论在讨论道义逻辑时值得特别注意，因为"必须知道"用 $OK$ 来表达未必准确。例如，根据认知逻辑定理，可由"你头痛，你就应该知道你头痛"可推导出荒谬的结论。

令 $A$ 表示：你头痛。

(1) $A \rightarrow OKA$

(2) $KA \rightarrow A$ 认知逻辑定理。

(3) $OKA \rightarrow OA$ 据 $OK_a$ 由(2)得出。

(4) $A \rightarrow OA$ (1)、(3)、三段论。

(4)说的是：如果你头痛，那么你就应该头痛。"

因此认知必须悖论主要是涉"必须知道"的形式表达问题，即用 $OK$ 表达它是否合适问题。这和前 8 个悖论不同，对于解决道义逻辑中原则性问题关系不大。

4.2.2 几个悖论的若干解

我们先讨论罗斯悖论。这个悖论也以"析取必须悖论"而称著。它是定理 $OK32$ 为依据的。而 $OK32$ 是凭借 $OK_a$ 导出的。现在，我们证明：$OK_a$ 可以借助 $OK32$ 导出。

在任何道义系统中都包含命题逻辑重言式和等值置换规则。

现在我们依据置换规则和命题逻辑工具可以推导出 $OK_a$

$(\frac{A\to B}{OA\to OB})$:

| | |
|---|---|
| (1)$A\to B$ | 假设 |
| (2)$OA\vee OB\to O(A\vee B)$ | $OK32$ |
| (3)$B\to A\vee B$ | $A0$ |
| (4)$B\to B$ | $A0$ |
| (5)$A\vee B\to B$ | (1)、(4)$A0$ |
| (6)$A\vee B\leftrightarrow B$ | (3)、(5)$A0$ |
| (7)$OA\vee OB\to O(B)$ | (2)、(6)等值置换 |
| (8)$OA\to OA\vee OB$ | $A0$ |
| (9)$OA\to OB$ | (7)、(8)三段论 |

可见 $OK32$ 和 $OK_a$ 之间是可互推的。于是，我们得出这样的结论：包含 $OK32$、等值置换规则和命题逻辑的系统等值于包含 $OK_a$、等值置换规则和命题逻辑的系统。这一结果表明罗斯悖论对道义逻辑有重大意义。

汉森认为一些道义悖论都表现出两个重要的方面：第一，它们似乎制造出许多种义务；第二某些义务在道义逻辑系统中不能符号化。后来被命名的罗斯悖论说明了第一点。定理

$OA\to O(A\vee B)$

为什么被看作悖论呢？他做了如下说明：

令 $A$ 表示"你帮助 $A$ 先生"，$B$ 表示"你杀死 $A$ 先生"。如果甲告诉乙"你必须帮助 $A$ 先生"，那么上述定理似乎认为乙的下述考虑是正当的：甲告诉我的话蕴涵着"我帮助 $A$ 先生或杀死 $A$ 先生是必须的"。现在这个义务可以通过杀死 $A$ 先生来履行。因此我将杀死 $A$ 先生，然后告诉甲我履行了义务。

可以这样来直接反驳上述结论：乙履行义务"$O(A\vee B)$"而不是甲告诉他的义务，即"$OA$"。况且，他执行 $B$，而 $B$ 是被禁止的。在我们的道义逻辑中这种禁止跟 $O(A\vee B)$ 是相容的。于是乙是错误的。因为($a$)他没有履行向他指出的义务；($b$)他以同时履行被禁止

的行为的这种方式来履行这一义务。所以，刚才履行的义务是不充分的，还必须履行不属于被禁止所约束的行为。[①]

阿尔-希布赖(Azizah al-Hibri)在《道义逻辑》一书中提出对罗斯悖论的一种解。她认为观察具有形式$O(A \vee B)$的义务得到的基本事实是：实际上这项义务可以通过实现$A$或通过实现$B$来履行。但是这一事实并不否定$O(A \vee B)$的真。相反它引起我们注意到：由于根据道德律"阿瑟杀死琼斯是被禁止的"，所以只能通过$OA$来履行义务$O(A \vee B)$。用公式表述如下：

根据$OK27$，我们有

$(1)O(A \vee B) \wedge O\neg B \rightarrow O((A \vee B) \wedge \neg B$

其中$O\neg B \leftrightarrow FB$，即"禁止阿瑟杀死琼斯"。

根据命题逻辑定理和等值置换规则，(1)可归约为

$(2)OA$

记起析取的义务这一简单的事实，就为我们揭示了选择怎样履行我们义务的方式。在任何时候我们都应当选择通过避免另一个义务来实现一个义务的方式。这一基本事实得到了$OK27$的保证。

汉森说："某人认定一项义务并不意谓他赞成使表达该义务的公式成为真的的每种方式。"这种观点跟阿尔-希布赖的看法一致，即他们都认为：在实现某项义务时，"我们不仅必须看一看所表达的或所断定的义务，而且要看一看作为整体的道义系统。"[②]

冯·赖特认为，最好对罗斯悖论来取"放宽"态度。他所谓的"放宽态度"是这样的，命令某人去邮信，而是做别的事代替它，他就没有履行这个命令。如果命令意义重大，他可能因玩忽职守而遭受灾难。他就不能因为他实现了他自作主张的被命令邮信所衍推出的另一个命令而原谅自己。命令的发出者可以同意被衍推出的

---

① Deontic Logic，PP. 130—132.

② Deontic Logic，P. 132.

那个命令；问题是它是否与他发出的命令执行情况有关。也许动因所做的另一件事情是某种被禁止的事情，那么他就可以因为做了邮信以外的事而受到指责或处罚。他再不能以他在做禁止的事情时履行了根据蕴涵给予他的命令而为自己辩护。他应当实际上也履行另一个命令，即邮信，而不做其他事情。我们允许 $OA$ 衍推出 $O(A \vee B)$ 对于命令的执行方式或对由于它们造成的结果是不重要的。[①]

对于善良的撒玛利亚人悖论也有不同的解决办法。卡斯塔尼达(Hector-Neri Castañeda)在“道义逻辑悖论”一文中提出解决这类悖论的新办法。[②] 他认为一个比较复杂的道义语句中往往存在着两类描述行动的语句。例如道义语句：

“阿尔乔龙应该做下述事情：如果伯利金送给他他们最近合写的论文第二稿，**他修改它**，并且**写出他们合写的下一篇文章的草稿**，当且仅当伯利金叫他去报告他将去科帕卡巴纳。”

**标有黑点**的语句是表达必须的行为，它们是受前面的道义算子的约束，并且是作为“道义焦距”(*deoneic focus*)来考察的行为。这种语句被称做“实践”(*practition*)。而未**标黑点**的语句虽然也陈述行为，但它们是做为实践的环境或条件(即必须实现的行为的环境或条件)，它们不受前面的道义算子的约束。这种语句被称做命题，它们可以移出道义算子的辖域。

如果我们用大写拉丁字母 $A,B,C,\cdots$ 标示实践，用小写拉丁字母标示命题，那么上述语句可写成形式

$$O((p \rightarrow A) \wedge (B \leftrightarrow q)) \quad (1)$$

根据卡斯塔尼达所陈述的“蕴涵原则”，公式(1)可变换为

$$O(p \rightarrow A) \wedge O(B \leftrightarrow q) \quad (2)$$

进一步变换为

① New studies in Deontic Logic, PP. 37—85.

② New studies in Deontic Logic, PP. 37—85.

$(p \to OA) \land (OB \leftrightarrow q)$ (3)

于是，我们把陈述环境或条件的语句移到道义算子辖域之外。

卡斯塔尼达正是用这种办法来解决善良的撒玛利亚人悖论和其他悖论的。

他先简要地叙述了这类悖论是怎样产生的，假定下述原则有效

($P'$)如果 $X$ 履行 $A$ 衍推 $Y$ 履行 $B$，那么 $X$ 必须做 $A$ 衍推 $Y$ 必须做 $B$。

而($P'$)直接导致善良的撒玛利亚人悖论。例如，假定，阿瑟今天法律地(道德地)必须包扎他的雇主琼斯，而一个星期后阿瑟将杀死琼斯。于是有

(1)阿瑟法律地(道德地)必须履行行动 $C$，即包扎一个星期后他将杀死的人。显然，

(2)阿瑟做 $C$ 衍推他做一个星期后的杀人的行动。

因此，根据($P'$)从(1)和(2)得出

(3)阿瑟法律地(道德地)必须在一个星期后杀人。

从上述困难中可以看出，(1)，(2)和($P'$)中至少有一个在逻辑上是假的。在这儿许多道义哲学家采取了令人绝望的标准。例如，原则($P'$)只能用于这样的行动：它们是关于未来的行为或是只由一个动因实现的行动，而不能由其他动因实现。像($P'$)这样的一些标准就适用于证实善良的撒玛利亚人难题原来的例子为正当的。这类困难之所以产生，只是由于人们使道义陈述间的蕴涵链条模仿关于事实的相应的陈述间的蕴涵链条。而解决这类难题的办法就在于分清实践和命题间的区别。我们的例子中，"阿瑟包扎他的雇主琼斯"是实践，它受前面的道义算子约束。而"下星期阿瑟杀死琼斯"是命题，它陈述道义实践的条件或环境，并且它不受道义算子约束。所以它可以移到道义算子辖域之外。因此就得不出"阿瑟必须在一个星期后杀人"的结论。于是困难就消失了。

现在我们讨论反义务命题悖论。

阿奎斯特在论文"善良的撒玛利亚人，反义务命令和认知义务"中引入辛提卡的系统的变形。在那里道义算子不是一个而是无穷多，它们可以是$O_1, O_2, O_3, \cdots$。第一个道义算子表示初始的义务，第二则用于表示由违背初始的义务而引起补充的或补救的义务。当补救的义务本身被违反时，就引起新义务。$O_3$就是用于表达这个新的义务的。这个义务链可继续下去，乃至无穷多。

这种方法为反义务命令悖论提供了解决办法。现在，这个悖论可以重新表述如下：

(1) $A$

(2) $O_1 \neg A$

(3) $O_1(\neg A \rightarrow \neg B)$

(4) $A \rightarrow O_2 B$

由于阿奎斯特的系统包含$OK_a(\frac{A \rightarrow B}{OA \rightarrow OB})$，我们根据命题演算规则可由上述前提获得

(5)$O_1 \neg B$

和

(6)$O_2 B$

于是冲突消失了。

但是这个解又引起与反义务命令有关的另一个问题。这个问题最先被鲍尔斯(Lawrence Powers)注意到。[①]假定约翰违背了下述两项初始的义务：

$O_1$(约翰不使詹妮未婚先孕)

$O_1$(约翰不能使詹妮生育)

由违背这两个初始义务而使下述表达补救的义务的命题成为真的：

$O_2$(约翰跟詹妮结婚)

① Lawrence Powers, "Some Deontic Logicians" Nous 1(1967)P386.

$\neg O_2$(约翰跟詹妮结婚)。

于是,我们又得到了类似柏拉图悖论的那种义务冲突悖论。借助把义务区分为表面的(*prima facie*)和实际的(*actual*)来解这个悖论。上面提到的跟詹妮结婚的义务不是实际的义务,而只是表面的义务。当引入詹妮已经死了这一事实时,就揭示出这项义务的表面性。况且,因为$\neg(OA \wedge O\neg A)$是阿奎斯特系统的定理,所以它对$O_i$都有效。阿奎斯特表述的是实际义务的逻辑。因而表面的义务-陈述$O_2$(约翰跟詹妮结婚)就落在阿奎斯特的逻辑辖域之外。这就解了这个悖论。

虽然通过把表面义务和实际义务的区别跟初始义务和补救义务的区别结合起来解决了反义务命令悖论,但是解决不了义务冲突悖论的其他形式。

冯·莱特于1964年试图通过构造二元道义逻辑来解决反义务命令悖论。这个悖论迫使他修改他的旧系统并用新系统来代替旧系统。他用$O(A/T)$和$O(B/\neg A)$分别表示两种命令。第一种是在任何环境下的直言的或无条件的命令;而第二种是假设的或条件的命令,它是在情况$\neg A$下的命令。

很容易证明,直言的命令不衍推假设的命令,而且这两种命令都是逻辑上独立的。直言命令可以表达为:$O((A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)/(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B) \vee (\neg A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B))$。而假言命令则等值于$O((A \vee B) \wedge (\neg A \vee B)/(\neg A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg A))$。

用$O(B/\neg A)$表达反义务命令。这里的$\neg A$不是表示忽视初始义务,而是表示事件状态,是作为忽视义务而出现的结果。反义务命令悖论是假设的命题的特殊场合。按照冯·赖特的意见,可以用$O(B/\neg A)$来表达反义务命令,而不是他的旧系统的公式$O(\neg A \rightarrow B)$,也不是奇泽姆所提出的公式$\neg A \rightarrow OB$。

莫特(Peter L. Mott)通过引入新算子的办法来解决反义务命

令悖论。[1]他提出了一个称作 $SDLC$ 的新的条件道义逻辑系统。这个新系统把道义算子跟算子$\Box\!\!\rightarrow$结合起来。按照莫特的意见，后者表达更强的条件性概念。4.1.8 中的命题(1)—(4)可重新表述如下：

(1′)$A$

(2′)$O\neg A$

(3′)$\neg A\Box\!\!\rightarrow O\neg B$

(4′)$A\rightarrow OB$。

莫特系统有公理模式

$(A\Box\!\!\rightarrow B)\rightarrow(A\rightarrow B)$

并且分离规则有效

根据莫特的公理模式，我们有

(5′)$(\neg A\Box\!\!\rightarrow O\neg A)\rightarrow(\neg A\rightarrow O\neg B)$

运用分离规则由(5′)得到

(6′)$\neg A\rightarrow O\neg B$。

而且因为我们在前提中仅有 $O\neg A$，而没有$\neg A$，所以我们分离出 $O\neg B$ 并且不能重新出现悖论。

通过对道义悖论的简单考察，我们可以得出下面几点结论。

(Ⅰ)道义悖论的发现说明我们现有的关于道义逻辑的理论和形式工具尚不完备。从我们上面的讨论中可以看出：道义悖论主要涉及两类问题。一类是由道义逻辑的公理或定理推导出的某些论题是直观上难于接受的。二是由正当的道义前提得出的用自然语言陈述的道义命题找不到合适的道义公式表达。第一类问题表明我们现有的道义理论和道义逻辑系统本身包含着与人们的直观不相容的因素。怎样看待人们的日常直观呢？历来就有两种不同的观点。一种观点认为人们的日常直观是衡量一种理论是否正当的

① Peter L. Mott, "On Chisholm's Paradox", Journal of Philosophical Logic 2 (1973), PP. 197—211.

主要标准。如果一个理论能推出人们直观上不能接受的命题，就认为这种理论是有毛病的或者是无用的。我国逻辑界有些人依据数理逻辑命题演算中包含悖论性命题，就断言数理逻辑有缺点并且不能表达人们的日常思维。就是这种观点的实例。

另一种观点认为，人们的日常直观是重要的，人们在构建某种理论时要适当考虑直观的因素，但是，直观必竟是有局限性的，特别是人类的理论思维已发展到如此高的阶段，就不能因循常规囿于直观。爱因斯坦相对论已成为现代物理的理论基础，可是从相对论推导出的一些结论却未必与直观相容。

第二类问题表明我们已有的道义逻辑形式工具还不够，不足以表达该领域某些思维形式。

（Ⅰ）道义悖论的发现和解决推动着道义逻辑发展。上文已经提到，正是为了解决道义逻辑“悖论”，人们才去构造二元道义逻辑，试图用这种新的形式工具去表达一元逻辑不能表达的正当的道义命题，同时，为了解决“悖论”，不少逻辑学家对一元道义逻辑做出种种修正。有人提出新算子，有人提出新公理，有人构造新系统等等。于是，我们可以毫不夸张的说，道义“悖论”的发现和解决是推动道义逻辑向前发展的重要动力。

作为现代逻辑理论而高度抽象的分支道义逻辑，并不直接涉及实际的社会规范，后者是伦理学和法律等学科所研究的对象；它也不直接研究哪些行为或事件状态是允许的，哪些是禁止的等具体问题。它只是运用现代逻辑工具研究道义命题间的逻辑关系。并在此基础上建立种种道义逻辑系统。然而，任何科学都离不开社会实践，社会的实际需要是科学发展的决定性动力。道义逻辑也不例外。道义逻辑研究与人类活动规范的研究密切相关。而后者对人类各种实践活动是十分重要的。特别是处于向法治的社会过渡的国家和民族尤为重要。人们在制订、改变或逐步完善各种法律系统和其他规范系统时会遇到种种逻辑问题。而道义逻辑正是把现代形式逻辑的思想、方法和技术工具运用于分析表达道德、法律、经

济、政治等方面规范命题的结果。

从逻辑学角度看，一个规范系统最重要的问题是它的一致性（无矛盾性）问题。如果一个规范命题 $A$ 和它的否定 $\neg A$ 都是某规范系统的元素，那么这个系统就是不一致的。而所有不一致的系统在逻辑上是等价的。而在这样的系统中，每种行为都可以是允许的，因而它的规范就不能指导人们的行动。

但是，建立一致的规范系统是比较困难的，例如，西方一些国家的民法一般都包含4000至6000项法律条文。这样的民法系统就可能包含着明显的或隐含的逻辑矛盾。所以立法者应通晓逻辑，特别是应能通晓初等的道义逻辑。

同时对表达规范的命题进行精确的逻辑分析，对于理解和执行某一规范来说也是很重要的。例如，我国法律明文规定“子女有赡养扶助父母的义务”。它是一个必须命题 $Op$。根据道义逻辑定理：

$$Op \leftrightarrow \neg P \neg p$$

于是，我们有“不允子女不赡养扶助父母”，而根据

$$\neg P \neg p \leftrightarrow F \neg p$$

我们就有“禁止子女不赡养扶助父母”。后面这个命题内容表明，不赡养扶助父母是违法的。因此，要准确理解各项规范的涵义和要求，学习一点道义逻辑知识是有益的。

现在道义逻辑正迅速地发展着，并且与研究人类行为的其他科学互相渗透，互相促进，提出了这些科学共同关心的新课题、新方法和新的技术工具。这些都表明作为研究人类行为规范的和研究人类思维特定形式的科学道义逻辑是具有广阔前景的新兴学科。为了繁荣我国的逻辑科学，使其更好地为四化建设服务，我们有必要开展道义逻辑研究。

（作者：弓肇祥）

# 参考文献

[1] 周礼全，模态逻辑引论，上海人民出版社，1986。

[2] 王雨田，现代逻辑科学导引，中国人民大学出版社，1988。

[3] 何秀煌，规范逻辑导论，三民书局，1970。

[4] D. Gabbay and F. Guenthner (ed), Handbook of Philosophical Logic, Vol. Ⅱ, 1984, D. Reidel Publishing Company.

[5] Witold Marciszewski (ed), Dictionary of Logic as applied in the study of language, 1981, Martinus Nijhoff Publishers.

[6] Risto Hilpinen (ed), Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings, 1981, D. Reidel Publishing Company.

[7] Risto Hilpinen (ed), New studies in Deontic Logic, 1981, D. Reidel Publishing Company.

[8] G. H. von Wright "Deontic Logic", Mind 60(1951) PP1—15.

[9] G. H. von Wright, An Essay in Modal lógic, 1951, North-Holland Publishing Company.

[10] G. H. von Wright, An Essay in Deontic logic and the General Theory of Action, 1972 Horth-Holland Publishing Company.

[11] Azizah al-Hibri, Deontic Logic: A Comprehensive Appraisal and a New Proposal, 1978, University Press of America.

[12] A. A. Ивин, Логика Норм, 1973, Издательство Московского Университета.

[13] В. Н. Костюк, Элементы Модальной Логики, 1978, Издательство《Наукова думка》.

[14] B. F. Chellas, Modal logic: An Imtroduction, 1980, Cambridge University Press.

[15] D. Paul Snyder, Modal logic and its Applications, 1971, Van Nostrand Reinhold Company.

[16] E. Agazzi, Modern logic -- A Survy, D. Reidel Publishing Company, 1981.

[17] N. Rescher, Topics in Philosophical Logic, 1968, D. Reidel Publishing Company.

[18] Saul A. Kripke, 'A Completeness Theorem in Modal Logic', 1959, Journal of Symbolic Logic 35, 355.

# [十] 评价逻辑

评价逻辑是研究评价论断的形式以及由评价论断构造的推理的有效性的逻辑理论。

评价是人们对对象(包括主体自己)各方面作出的价值性估计。评价也就是利用评价词建立评价论断。以下是一些评价论断:

这支钢笔是好的。

他善于下棋。

我的视力很好。

偷盗是坏事,它损害他人利益。

对这些评价论断可以做各种角度的讨论。如从语法修辞的角度,从社会的角度,从伦理道德的角度等等。评价逻辑研究评价论断的形式结构,它们之间的形式关系。它借助现代逻辑的工具,利用形式语言,根据各种背景下对评价词的不同理解,建立评价概念的不同定义,刻划和讨论利用评价概念所表征的种种关系,讨论评价论断间的关系。评价逻辑表现为各种不同的形式系统,它们的语义,以及元逻辑讨论。评价逻辑是一种应用逻辑,它具有逻辑这门科学应有的一切特点和重要性质。

评价逻辑的研究是在本世纪三四十年代开始的,它的研究开始和道义逻辑有关,在道义逻辑中提出了若干与评价逻辑相关联的问题,从而逐步开展对评价这一领域的专门研究。目前看,这一学科取得了一定成绩,已建立了种种评价系统。评价逻辑目前的研究,是建立合适的语义学,和讨论这些已建系统的元逻辑问题,否则这些系统的可靠性还是尚待确定的。

本文着重介绍绝对评价逻辑的一些系统，并讨论其中一些系统的语义学和它们的可靠性和一致性。

## 1 评价的结构

评价的结构和评价语句的结构不尽相同。评价结构指一个完整的评价所包括的成分，它是思维中的命题形态。评价语句是评价的语言表达，在表达中评价的某些成分则可以省掉。一个完整的评价有四个必要成分，它们是：评价的主体，评价的客体，评价的性质，评价的根据。

评价的主体指作出评价的人。在实际生活中，如果离开了背景，人们往往无法确定一个主体的评价是否恰当或是否真实。一种评价，在甲是合适的，在乙就未必合适。这和关于事实的命题不同。不同的人对同一事实可能有不同的认识，但互相矛盾或互相反对的认识却不可能同真。在评价领域，不但允许不同主体对同一情况作出不同的甚至相反的评价，并且也可以确认这些不同评价对各自的评价主体都是恰当的，而且，甚至在有些问题上还要求人们能有不同的评价，例如，在阶级社会，有时还得帮助人们认识自己的利益和地位，从而对事物作出自己应有的不同的评价。但是，也并非说，人们所做的一切评价都是相对的。有的评价论断是主体对客体对象的评价，这种评价应有其客体性和客观性，一种事物或情况是好是坏，有确定的客观标准。此外，也还有一些评价甚至适合所有人，例如，虐待儿童被普遍认为是恶劣的行为。

本文介绍的评价逻辑中，没有专门表示主体的符号，因而这里的评价语句没表示出评价的主体。但这不表明评价是无主体的。这时则是假定，所有评价都是同一主体的或为所有主体所认可的。

评价对象指对其价值加以评估的东西。它们可以是事物本身，也可以是事物的属性、情况，还可以是人的心理活动、心理现象，包括评价主体自己的感受。当然，评价本身也可以成为评价的对象，

这一切都给评价和弄清评价对象带来种种复杂情况。

例如，被评价的是事物本身，还是事物的某一性质，抑或是事物性质的总体，往往必须借助对语境的具体分析。“这把刀子是好的”，被评价的是刀子本身，例如不缺刃、无损坏，还是刀子的某些性质，例如做工精美，锋利，不分析语境就难以弄清。再如“这苹果是好的”被评价的是苹果本身的好坏，例如有没有腐烂变质、污染抑或是指苹果的味道、口感，也需借助语境背景确定。再如“这药是好的”，被评价的是药本身还是药的效力呢？当大夫给病人介绍这种药时，或者在商业广告中时，这一评价肯定是评价药的效力，但当这一评价是出自药房或医院发药者之口时，则有可能是指这药没有过期失效或者指不是假药。因而被评价的是药本身。有些评价像是无争议的，例如“对穷人施舍是好的”。但如果被评价的是施舍这种行为引起的社会效果，则就会出现争议。因之，对同一评价的评价对象可以作不同理解。不区别这中的差异，会导致人们对同一对象作出不同的评估。

评价的性质指赋予评价对象的价值值。这里评价的价值是多方面的价值属性，如使用价值、欣赏价值、道德价值、效用价值、食用价值等等。评价的价值值在不同领域有不同的表达语词。在伦理道德领域为善、恶、好、坏；在经济领域，为方案举措的可取、不可取、有效、不有效；在工效操作领域为善于、不善于、有效率、无效率；在评价器械方面有能用、好用、不能用；在心理感受方面有快乐、痛苦等等。这些不同的评价词语，可最后概括为在各个领域通用的最高的评价范畴词，即“好”、“坏”或“善”、“恶”。它们也是评价逻辑的最基本的概念。

由于评价对象不同，这些最高的价值范畴不仅有不同的语词表达，而且有不同的含义和关系，含有它们的评价语句也处在不同关系中。评价逻辑要研究评价论断间的形式关系，也需考虑这些评价词的内涵方面。在这点上，评价逻辑属于一种内涵逻辑。

可以对最高评价范畴善、恶作如下区分：

(1)器具的善、恶。在器具领域,使用的评价词善、恶有不同的名称和含义。当用于器具本身时,善、恶的首要标准是能用还是不能用。评价词“善”的语词表达就是“好的”,“恶”的表达就是“坏的”。好的就是能用的,坏的就是不能用的。这里的好、坏具有矛盾性质。好就是不坏,不好就是坏。当我们在这种意义评价一器械、器具时,比如一只好灯泡,就是能够发亮的可用的灯泡,而坏灯泡就是断了丝或有其他损坏因而不能使用的灯泡。

但我们还在另一种意义上评价器具的好坏,即从器具的性能方面评价的好坏。例如“一部好的赛车”,“一只准时的手表”,这时器具的善相当于精良的意思,而器具的恶或坏,则可能包括有损坏的意思(不能使用的),也可能指性能不好,但却不是破损的。

前一种器具方面的好坏,是两个矛盾概念,由它们构造的一对命题如:

这是一只好灯泡。

这是一只坏灯泡。

是相互矛盾的关系。后一种器具方面的好坏,即器具性能方面的好坏,是两个相对立的概念,由它们构成的一对命题,如:

这是一部好赛车。

这是一部坏赛车。

是互相对立或反对的关系。因为不能说不好的赛车就一定是有损坏的,也不能说,无损坏的赛车一定是一部好赛车。

(2)技能的善、恶。用善、恶来评价人从事某项活动、操作的技能时,“善”、“恶”就具有技能的善和技能的恶的含义。当评价一个人的某项技能时,人们首先考虑的是他是否是这方面的能手。当一个人根本不会下棋时,人们一般不会去评价他下棋的技能。因之在作技能评价时,常常需要制定一个适度的标准,达到这一标准的称之为能手,不够这一标准的属于非能手。能手便是技能的善,非能手则是技能的恶。能手和非能手是一种矛盾关系。

(3)生理的善、恶。用善、恶去评价生物机体的生理和心理功能

时，“善”、“恶”就具有生理的善、恶的含义。这时人们首先想到的是被评价对象是病态的还是非病态。例如一个人有心脏病和没心脏病。视力正常还是不正常。生理的好，就是生理上是非病态的，生理的坏就是生理上是病态的。显然，这种意义上的生理善恶是一种矛盾关系。

当然，实际上生理的善恶常常是相对的，好非绝对的好，坏非绝对的坏，而有一种好中有坏，坏中有好，时好时坏，半好半坏的中间状态。这样就有生理善、恶的第二种含义，即反对或对立的含义，这时，生理上不好，并非就是坏，而不坏，也并非就是好。

(4)功利的善、恶。功利的善、恶指事物对他物来说的好坏。这则是把被评价对象当作一种手段来评价，即它作为手段(包括计划、方案、措施)对其他事物的好坏。这时我们常常用“有益”，“合用”、“有害”等作具体的评价词语。当被考察对象是从合适、合乎需要，合用的观点来作这种功利评价时，合用便是功利的善，不合用便是功利的恶。这时，功利的善恶是一对矛盾概念。

但手段和目的之间常常也有另一种即二者相反的关系。当一种手段对某种目的具有确定的因果关系时，它能使达成某种目的或能使远离这一目的，手段和目的之间便具有一种互相反对的“有益”、“有害”的意义。而在有益和有害之间存在着一种中间状态，即该手段既不促成这一目的的实现也不妨碍这一目的的实现。这时，我们可以说，对一确定目的来说，一措施手段可能是有益的，有害的和既无益又无害的。这种意义上的功利善恶，则是一种相反对的概念。

(5)感受的善、恶。这用以评价人心灵感受上的好坏。如高兴、赞赏、愉快的感受或痛苦、憎恶、伤感等感受。发自个人的这类感受一般带有主观因素，同一情景，不同人会有不同感受。在一个热闹欢快的场面里，有人高兴，但也会有人伤感。感受的善、恶间是一种对立关系。感受的善包括高兴、愉快、赞赏等，而痛苦、痛楚、伤感、憎恶则属于感受的恶。在二者之间，有一种中间状态，既不高兴、也

不悲伤，既不愉快，也不痛苦、即不赞赏，也不憎恶，一种淡淡的淡漠的感受。当然，在高兴和不高兴，愉快和非愉快等之间则是一种相矛盾的关系。

(6)人性的善、恶。这指用来评价人们品质、精神、志趣、行为等方面的好坏。对人性善恶的评价也带有主观性，如民族情感的因素、阶级的因素等。人性的善和恶之间是一种反对关系，例如，在好的品质和坏品质之间有某种程度等级的中间状态。

上面讨论的评价词"善""恶"的划分和根据这种划分所确立的各种领域的善、恶之间的关系，对于建立评价逻辑的系统有重要的意义。我们可以建立善恶是矛盾关系的评价逻辑系统，这种评价逻辑系统中，评价命题遵守的是一种二值评价原则，以这种原则为基础的评价命题的逻辑实质相同于我们现有的二值逻辑。可以建立这样的评价逻辑以讨论评价论断之间的关系，但由于这样的逻辑可以用类同于二值逻辑那样的方法来建立，包括它的元逻辑讨论，因之这样的逻辑系统从逻辑的角度看是意义不大的。本文建立的评价逻辑是一种建立在三值评价即"好""坏"、"不好不坏"基础上的逻辑系统。还可以建立这样的评价逻辑，它的子系统讨论不同的评价领域的评价论断关系。

评价的根据是进行评价时所依据的理由。根据不同，对同一事物会有不同的评价。

评价的根据有几种情况。一是看待事物的角度、立场、观点等。例如，一场雨，从不同角度会有不同的评价。这雨对农作物的关系，这雨对防洪或防旱的关系，这雨对城市居民的影响，如蔬菜供应的影响等等。二是根据对象的不同性质会有不同的评价。同一盘菜，可从色香味几方面评价。三是把评价对象同什么做比较，可以同其他相关的东西比较，也可以同人们关于该对象的一般的观念相比较，或同它应有的标准、规格、规范相比较，例如一个好医生、一个优秀教师的好坏都有客观的标准。这些标准、规范都可成为评价的依据。但由于事物的标准在不同情况下、或不同人眼里并不尽相

同、一律,因此也能有不同的评价。四是还可以有纯主观的根据,即依据个人的感受,个人好恶、嗜好、个人臆断来进行评价。

评价的根据也可以成为评价的对象。例如,我们把偷盗评价为坏事,其根据是偷盗损害他人利益。这里,损害他人利益是评价偷盗的依据,同时,它也是被评价的对象,人们把损害他人利益当作坏事。正因为有了这一评价,才能以它作根据来评价偷盗。这种以另一个评价作为根据的评价被称作功利的评价。功利评价是说一个评价是从一事物对它事物的功利方面来评定的。

除以上评价因素外,还有评价中的时间因素。时间不同,对同一事物可能有不同评价。这往往由于,被评价的事物有变化发展,而且评价涉及的社会观念也在发展。例如,唐朝时视女人较胖为美,清时妇女缠足为美,这在后来都发生了变化。在评价逻辑中可以不考虑时间因素,勿须置专门的时间符号。可以把不同时期的评价对象当作不同对象来处理。

评价因素和评价语句、评价命题的结构成分是不同的。建立评价逻辑,有时要考虑评价的因素,但也并非每一评价因素都是评价命题中的结构成分,因而也不都是评价逻辑必要的考察对象。例如,评价的主体、评价的时间。在有的逻辑中也不考虑评价的根据。这时我们则是把评价当作在同一根据上作出的。但有两种评价因素是评价论断的必有成分,即评价对象和评价的性质。建立在命题逻辑上的评价逻辑,它们就是表示被评价情况的命题和作为评价命题谓语的评价词。建立在谓词逻辑上的评价逻辑,还需对表示被评价情况的命题再作结构分析,这种情况类似于一般的模态逻辑。

根据评价词的不同,可建立不同的评价逻辑系统,如带或不带零价值(不善不恶)评价词的逻辑。评价逻辑最主要的划分,是分为绝对评价逻辑和相对评价逻辑。绝对评价逻辑使用的评价词是"善"(好)"恶"(坏)"不善不恶"。相对评价逻辑的评价论断使用的是相对的或有比较意味的评价词,如"较善""较好"、"较恶"(较坏"、"一样善恶"(一样好坏)。相对评价词或评价算子是一种二元

的算子，它是给两个对象作比较评价时用的。

## 2 评价词的作用

评价论断有没有真假呢?评价论断如果有真假，其真假和评价词有什么关系呢?

一个评价论断，可能包含着关于对象情况的描述，如“这位歌手的嗓音太尖，不好听”。这是一个评价歌手的嗓音的描述。评价论断更主要的是对于评价对象价值的评定，即断定对象好还是坏。这里有一个问题，评价对象的价值实际也构成对象的一种属性，这种属性是对象本身具有的抑或只是评价的主体所赋予的?换言之，评价是一种客观反映抑或只是由评价者纯主观臆断作出的?

解决这个问题，就要进一步考虑评价词在语句中的作用。评价词“善”(“好”)、“恶”(“坏”)在语言中起着多种不同作用。如它们可以充当主语或谓词，如在下面语句中就是：

“好”是一个评价词。

他们的评语都是好。

评价词还可充当主语和宾语的修饰语，以及礼貌用语和应酬用语，如见面时说声“您好”。评价词在语言中更主要的和普遍的功用是表达作用和替换作用。正是这两种作用决定着一个评价的意义，决定着一个评价语句是客观反映抑或仅只是主观断定，准确些说是，决定着一些评价应该有其客观反映，而另一些评价则可纯由人们主观作主。

(1)评价词的表达作用。我们看以下语句：

我喜爱春游。

我欣赏这个人的风采。

我讨厌下雨。

她很漂亮。

他的行为令我愤慨。

这些语句都表达着人们的某种心态，即喜欢、讨厌着什么。对这样的心理状态、感受、情绪等，也可以使用另外的语句表达，如

我觉得春游好。

我觉得他的风采好。

我认为下雨不好。

她脸蛋好看。

我认为他的行为很坏。

也可以省掉上面语句中的评价主体而把以上语句表达成更一般的评价句；

春游好。

他的风采好。

下雨不好。

她相貌容颜好。

他的行为坏。

在日常生活中，人们也常用其他方式表达这类心态。如用手势、拍手、点头、摇头等表达他们对某事物的赞同、批评、满意。但在生活中更经常和主要的则是使用评价词来表达人们的上述心态。

当评价词在语言中起着这类表达心态的作用时，评价词乃是人们主观感受的表露、表达。这种表露和表达一般是个人的事。一个人喜欢什么讨厌什么，往往只是个人的事，可以不受外界方面的影响。例如，一个人不喜欢下雨，说下雨不好，即便在大旱之年他有这样的表露也不为过。而相对于这种情况，我们既不能说这类语句真，也不能说这类语句假。甚至也不好说这类语句是否恰当、是否合适。例如对于一个喜爱春游的人来说，即便在某些情况下，多数人反对春游，他表达他喜欢春游的心情或说春游好都不能算不恰当。这样，当评价词起着这类表达作用时，由它们构成的评价论断则是无真假的。

(2)评价词的替换作用。评价词的另一种功能是替换功能。我们考察以下语句：

这支钢笔是好的。

他是位好医生。

北京大学是所好大学。

他在看一本坏书。

在这些语句中,"好"、"坏",不是用来表达人的某种心理感受,而是表示了某种特定的内涵。这些内涵是说者和听者都能共同理解的。因之在这样的语句中,评价词所具有的内涵具有普遍性、社会性。包含这样评价词的语句是要表明,被评价对象具有某种完全确定的性质。例句"这支钢笔是好的"是要表明,所说的钢笔是没有损坏的,或者是要表明所说的钢笔是非常好用的。"他是位好医生",用意在指明这位医生医术高明或者医德高尚。因之,评价词在这类语句中起着替换实质内涵的作用,即用这类评价词替换表示确定内涵确定属性的语词。人们不说"他是位医术精良医德高尚的医生",而说"他是位好医生"。评价词"好",在这里替代了词语"医术精良医德高尚",并实际具有了该词语的意义。

评价词在起替换作用时,它所替换的究竟是什么呢?为什么人们能对这种起替换作用的评价词有一确定的了解呢?一般认为,评价词起替换作用时,它们所替换的是人们关于某事物的标准的、典范的观念或称作理念。一个好事物是它应是的事物,一个坏事物是与好事物相悖的事物。事物是分为类别类型的,每一类型类别都有其标准的好和标准的坏。这些标准就是评价词所替代或表徵的那些性质。所以人们也才能对这样的评价词和评价语句有共同理解并能确定或判定这样的评价语句的真假。例如一位医术精良、医疗态度认真的医生,由于客观上的其他原因他治疗的一个病人死了。如果病人家属由此而说这位医生是一坏医生,人们会认为这是做出的错误评价。

这样,评价词在其中起替换作用的评价语句是有真假的。这类语句,它们可以转化为一种描述性的语句。

但在实际中,这类语句的真假仍是一个复杂问题,有若干情况

和因素需得考虑。

第一,要注意评价词所替换的事物的情况和性质的变化。例如,对一个军事将领的评价,古时人们的观念和今天的观念就有很大不同。在古代,一个军事将领要求他武艺高强,能身先士卒。而今天对军事将领的要求则是他的指挥才能、运用军事知识的才能等等。因之对同一事物的评价,在不同时代里可能不相同,甚至相矛盾,但它们却可能都是真的。

其次,有些事物,甚至是相当多的事物,它们的标准典范不好确定,比较模糊。比如,什么是好电影,好小说,好作品,好天气?因之,对涉及这类东西的评价是难以判定其真假或妥当与否。有的事物可以从多种角度去看待,它们的好坏评价因而也具有相对性质。

最后,还有一些事物根本就没有这种典型标准。这种所谓典型标准,往往是从对人们的关系的角度确定的,有些东西离我们人类的实际利益太遥远,对它们作出好的或坏的评价其实际意义不大,例如,什么是好山峰?什么是好星球?比如当我们说火星是一个好星体时,这句话有真假吗?

因之,也像评价词起表达作用的评价语句不好说真假一样,有些评价词起替代作用的语句,它们或者不好说真假,或者不易确定其真假。而且一个评价语句,其中的评价词起什么作用,起表达作用还是起替换作用,也远不是能一目了然的。因之,我们说,评价语句的真假是一个语言和思想方面的难题。

以上我们说的评价语句真假是指最初始的评价语句而言的。这类评价语句相当于逻辑中说的原子语句。正像逻辑中不讨论原子命题、原子语句的真假,概率逻辑中不讨论初始概率一样,在评价逻辑中不考察初始的评价语句的真假。评价逻辑中,有时也把一初始评价语句当作真的或当作假的,这是一种真值指派。

评价逻辑还给出思维中原子命题以价值指派,如给一命题评价好,或给一命题评价坏,这也像给原子命题指派真的值和假的值一样。不过我们确定每一命题(命题所表达的情况)可能有三种评

价值,即好、坏、不好不坏。因之,在评价逻辑中的价值值的指派是三值指派。

## 3 绝对评价逻辑公式的赋值条件

评价逻辑因使用的评价词(这里也常称评价算子)不同,而首先分为绝对评价逻辑和相对评价逻辑,绝对评价逻辑使用“善”、“恶”、“不善不恶”这样的评价词。相对评价逻辑的评价算子是“较善”、“较恶”、“一样善恶”。这是一种二元的算子,包含这样算子的命题考虑的是两个事件或情况间的比较。本文只讨论绝对评价逻辑,并且是建立在命题逻辑上的评价逻辑。命题逻辑的评价逻辑依据的主要是评价命题的评价值和命题联结词的逻辑关系。

绝对评价逻辑使用以下符号。

命题变项:$p,q,r,\cdots$

命题逻辑公式(简称命题公式)$A$、$B$、$C\cdots$(语法符号)

评价逻辑公式(也简称评价公式):$\alpha$、$\beta$、$\gamma\cdots$(语法符号)

评价逻辑联结词:$\neg,\vee,\wedge,\rightarrow,\leftrightarrow$,它们只联结评价公式,它们的定义同于二值的命题逻辑。

命题联结词:$\neg,\vee,\wedge,\rightarrow,\leftrightarrow$,它们作三值解释,具体定义由系统给出。

括号。

评价词,$G$,解释为善(好),$H$,解释为恶(坏),$I$,解释为不善不恶。

由以上符号构成评价逻辑公式。评价逻辑公式有多种构成方法。

(1)由命题逻辑公式加评价词构成。如

$Gp$ 读作 $p$ 善(好)。

$Hp$ 读作 $p$ 恶(坏)。

$Ip$ 读作 $p$ 不善不恶(不好不坏)。

以上称作评价命题逻辑的原子公式。

$G\neg p$ 读作 $\neg p$ 善(好)。

$H\neg p$ 读作 $\neg p$ 恶(坏)。

$G(p\vee q)$读作 $p\vee q$ 善(好)

$H(p\rightarrow q)$读作 $p\rightarrow q$ 恶(坏)。

$I(p\leftrightarrow q)$读作 $p\leftrightarrow q$ 不善不恶(不好不坏)。

$G(p\vee\neg p)$读作 $p\vee\neg p$ 善(好)

$H\neg(p\vee\neg p)$读作$\neg(p\vee\neg p)$恶(坏)

$G(((p\wedge q)\rightarrow r)\rightarrow(p\rightarrow(q\rightarrow r)))$

以上均称评价逻辑的基本公式,简称评价基本公式,评价基本公式就是由评价词和命题公式结合成的。在评价基本公式中,所有命题变项都处在评价词的辖域之中,因而都受评价词约束。它们称评价约束变项。评价约束变项的值都是评价值,即是说,在评价逻辑中,评价约束变项的值不是真值而是评价值。由于评价逻辑是在命题逻辑的基础上建立的,因之评价逻辑的证明中也引进命题逻辑的公式、定理。它们在未代入评价公式以前都只是命题逻辑的公式。因而其中的变项不是评价约束变项,它们的值是真值。在评价逻辑中,不出现又有评价约束变项又有非评价约束变项的公式,如$Gp\rightarrow p$,$Hp\vee\neg p$。

(2)评价逻辑公式还可由评价基本公式借评价联结词而构成,如

$\neg Gp$(读作并非 $p$ 善)

$Gp\vee Gq$(读作 $p$ 善或 $q$ 善)

$G(p\wedge q)\rightarrow Gp\wedge Gq$(读作 $p\wedge q$ 善蕴涵 $p$ 善且 $q$ 善)。

$Hp\rightarrow H(p\wedge q)$(读作 $p$ 恶蕴涵 $p\wedge q$ 恶)。

$\neg(Gp\wedge Hp)$(读作并非 $p$ 善且 $p$ 恶)。

评价逻辑还可以有对评价公式再进行评价的公式,如 $G(Gp)$(读作 $p$ 善是善)。再如$\neg H(Gp)$(读作并非 $p$ 善是恶)。以及 $GGp\rightarrow Gp$,$HGp\rightarrow\neg Gp$ 等等。在 $GGp$,$HGp$ 中,$p$ 是受双重约束的。本

文的评价逻辑不考虑这样的评价公式，虽然这样的公式也可以找到解释。

下面我们一般地讨论一下评价逻辑的语义，主要是给出评价逻辑公式的真假条件。

前面谈到，评价词“善”、“恶”视不同的评价领域而可有不同的关系，如反对关系和矛盾关系。可以建立善恶是矛盾关系的评价逻辑，也可建立善恶是反对关系的评价逻辑。

我们先考虑建立善恶是矛盾关系的评价逻辑。

在这里命题变项代表的命题或者被评价为善，或者被评价为恶，善、恶称作评价值(评价的值)。善是正面的评价值，恶是反面的评价值。任一命题变项表示的命题(原子命题)都只有评价值而不考虑它们的其他属性。因之任一命题变项也只有评价值这一属性而无其他属性，比如真假属性。这是说，在评价命题逻辑中，命题变项不具有真值而只有评价值。当然，在二值评价逻辑中它们只有二值评价值，即它们或指派为善，或指派为恶。

联结这种只具有评价值的命题变项从而构成复合命题的联结词，虽相同于命题逻辑的联结词，如$\neg$，$\vee$，$\wedge$，$\rightarrow$，$\leftrightarrow$。但它们和命题逻辑的联结词有别，它们不是从真值角度定义而是从评价值角度定义的。我们考虑在二值评价值的评价逻辑中这些联结词的含义。

①善和非善，恶和非恶是一对矛盾，因之这里联结词$\neg$有在命题逻辑中同样的逻辑性质。

②$p$或者$q$是善，是说或者$p$是善或者$q$是善。$p$或者$q$是恶则是说$p$恶且$q$恶。

③$p$并且$q$是善，必须$p$，$q$二者都是善，$p$且$q$是恶，则是$p$恶或$q$恶，而勿须$p$、$q$都是恶。

④$p$蕴涵$q$是善是说当$p$善时$q$不能是恶，$p$蕴涵$q$是恶是说，当$p$善时$q$是恶。

⑤$p$互蕴$q$是善是说或者$p$、$q$都是善，或者$p$、$q$都是恶。$p$互

蕴 $q$ 是恶则是 $p$、$q$ 不同善恶。

这样可以有从评价值方面定义的评价值表，它类同于二值命题逻辑的真值表，只需将其中的真值改为评价值。

用 $g$ 表示命题的正面价值值(善)，用 $h$ 表示命题的反面的价值值(恶)。$g$,$h$ 都是语义符号，用来讨论评价公式语义的。用 $\sigma(A)=g$ 表示命题 $A$ 有评价值善，$\sigma(A)=h$ 表示命题 $A$ 有评价值恶。我们有以下评价值表，它们也是用评价值定义的联结词表。

$\sigma(\neg A)$

| $\sigma(A)$ | $\sigma(\neg A)$ |
|---|---|
| $g$ | $h$ |
| $h$ | $g$ |

$\sigma(A\vee B)$,$\sigma(A\wedge B)$,$\sigma(A\rightarrow B)$,$\sigma(A\leftrightarrow B)$的评价值表如下

| $G(A)$ | $\sigma(B)$ | $\sigma(A\vee B)$ | $\sigma(A\wedge B)$ | $\sigma(A\rightarrow B)$ | $\sigma(A\leftrightarrow B)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g$ | $g$ | $g$ | $g$ | $g$ | $g$ |
| $g$ | $h$ | $g$ | $h$ | $h$ | $h$ |
| $h$ | $g$ | $g$ | $h$ | $g$ | $h$ |
| $h$ | $h$ | $h$ | $h$ | $g$ | $g$ |

借助上面五个评价值表，我们可以得到任一命题公式的评价值赋值，并且任一命题公式都可以是一评价值函项。例如可以有以下函项。

$$G(p\wedge q)\rightarrow Gp\wedge Gq$$

| | | |
|---|---|---|
| $ggg$ | $g$ | $g$ |
| $ghh$ | $g$ | $h$ |
| $hhg$ | $h$ | $g$ |
| $hhh$ | $h$ | $h$ |

$$Hp\rightarrow H(p\vee q)$$

| | |
|---|---|
| $g$ | $g\ g\ g$ |
| $g$ | $g\ g\ h$ |
| $h$ | $h\ g\ g$ |
| $h$ | $h\ h\ h$ |

$$G(p\rightarrow(q\rightarrow p))$$

| | |
|---|---|
| $g\ g$ | $g\ g\ g$ |
| $g\ g$ | $h\ g\ g$ |
| $h\ g$ | $g\ h\ h$ |
| $h\ g$ | $h\ g\ h$ |

评价值还不是真值，不表明评价公式的真值情况。要得到评价公式的真值赋值，还需把评价值和评价命题的真值赋值结合起来。

首先要确定评价逻辑基本公式的真值赋值。我们考虑 $GA$ 的真值值。显然，当 $A$ 的评价值为 $g$ 时，$GA$ 有真的真值。这是说，如果 $A$ 的评价值为 $g$(善)，则 $GA$($A$ 是善)显然是真的。当 $A$ 的评价值为 $h$(恶)时，则 $GA$ 显然是假的。这是说，如果 $A$ 被评价为恶，说 $A$ 是善即 $GA$ 显然是假的。同样，如果 $A$ 的评价值为 $h$，则 $HA$ 的真值赋值为真，这是说，当 $A$ 被评价为恶时，说 $A$ 是恶(即 $HA$)这当然是真的。如果 $A$ 的评价值为 $g$，则 $HA$ 是假的，即说 $A$ 是恶显然为假。

有了对评价基本公式的赋值，我们就可以根据二值命题逻辑联结词的真值定义，给由评价基本公式借联结词构造的各种评价命题逻辑公式赋值。例如

$$G(p\wedge q)\rightarrow Gp\wedge Gq$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $T$ | $g$ | $TTg$ | $TTg$ |
| $F$ | $h$ | $TTg$ | $FFh$ |
| $F$ | $h$ | $TFh$ | $FTg$ |
| $F$ | $h$ | $TFh$ | $FFh$ |

再如

$$
\begin{array}{ccccccccc}
H(p & \wedge q) & \rightarrow & H & p & \wedge & H & q \\
F & g & & T & F & g & F & F & g \\
T & h & & F & F & g & F & T & h \\
T & h & & F & T & h & F & F & g \\
T & h & & T & T & h & T & T & h
\end{array}
$$

这样我们得到，$G(p \wedge q) \rightarrow Gp \wedge Gq$ 是评价逻辑的永真公式，而 $H(p \wedge q) \rightarrow Hp \wedge Hq$ 则不是。

根据上面的评价逻辑公式的赋值条件，我们可以建立对评价逻辑公式的判定方法。这种方法就是上面实际上已介绍过的评价公式赋值表。由此我们可以确定任一二值（评价值）评价逻辑公式的真值，和这类公式的有效性。

我们还可以根据这种二值关系建立评价逻辑公式的合取范式和析取范式，并用它们来讨论评价逻辑二值系统的元逻辑问题。

还可以借助命题演算和自然演算的方法建立评价命题逻辑的公理系统。

这样建立的评价命题逻辑和二值命题逻辑并不相同，并未塌变为二值命题逻辑。例如

$$Gp \rightarrow G(p \vee q)$$

是评价逻辑的永真公式，但

$$Hp \rightarrow H(p \vee q)$$

则不是。同样

$$Gp \rightarrow G(p \wedge q)$$

不是评价逻辑永真公式。但

$$Hp \rightarrow H(p \wedge q)$$

却是评价逻辑的永真式。这种情况，在二值命题逻辑中是不存在的。

下面我们考虑评价词“善”、“恶”是反对关系的情况。我们现在假定每一命题公式有三值评价，即善、恶和不善不恶。

由于命题有三种可能的评价值，即善、恶、不善不恶，因之任一

原子命题有三种评价值指派，即指派为 $g$ 或指派为 $h$，或指派为 $i$（表示评价值不善不恶）。这样对于命题公式的评价赋值需借助命题联结词三值评价值定义。

定义三值评价值的联结词$\neg$，$\vee$，$\wedge$，$\rightarrow$，$\leftrightarrow$，可借用已有的三值命题逻辑对联结词的定义。下面是两种可用的定义，一种定义（称作甲类）是借用布茨瓦尔的三值逻辑的定义建立的。

$\sigma(\neg A)$

| $\sigma(A)$ | $\sigma(\neg A)$ |
|---|---|
| $g$ | $h$ |
| $h$ | $g$ |
| $i$ | $i$ |

$\sigma(A \vee B)$

| $\sigma(A)$ \ $\sigma(B)$ | $g$ | $h$ | $i$ |
|---|---|---|---|
| $g$ | $g$ | $g$ | $i$ |
| $h$ | $g$ | $h$ | $i$ |
| $i$ | $i$ | $i$ | $i$ |

$\sigma(A \wedge B)$

| $\sigma(A)$ \ $\sigma(B)$ | $g$ | $h$ | $i$ |
|---|---|---|---|
| $g$ | $g$ | $h$ | $i$ |
| $h$ | $h$ | $h$ | $i$ |
| $i$ | $i$ | $i$ | $i$ |

$\sigma(A \to B)$

| $\sigma(A)$ \ $\sigma(B)$ | $g$ | $h$ | $i$ |
|---|---|---|---|
| $g$ | $g$ | $h$ | $i$ |
| $h$ | $g$ | $g$ | $i$ |
| $i$ | $i$ | $i$ | $i$ |

$\sigma(A \leftrightarrow B)$

| $\sigma(A)$ \ $\sigma(B)$ | $g$ | $h$ | $i$ |
|---|---|---|---|
| $g$ | $g$ | $h$ | $i$ |
| $h$ | $h$ | $g$ | $i$ |
| $i$ | $i$ | $i$ | $i$ |

这样定义的三值评价联结词，只要原子公式被指派 $i$，命题公式评价值即为 $i$。

另一种定义（称作乙类）是利用卢卡什维茨的三值逻辑改造的。其中，关于¬的定义和前面¬的定义相同，其余定义如下：

$\sigma(A \vee B)$

| $\sigma(A)$ \ $\sigma(B)$ | $g$ | $h$ | $i$ |
|---|---|---|---|
| $g$ | $g$ | $g$ | $i$ |
| $h$ | $g$ | $h$ | $i$ |
| $i$ | $g$ | $i$ | $i$ |

$\sigma(A \wedge B)$

| $\sigma(A)$ \ $\sigma(B)$ | $g$ | $h$ | $i$ |
|---|---|---|---|
| $g$ | $g$ | $h$ | $i$ |
| $h$ | $h$ | $h$ | $h$ |
| $i$ | $i$ | $h$ | $i$ |

$\sigma(A \rightarrow B)$

| $\sigma(A)$ \ $\sigma(B)$ | $g$ | $h$ | $i$ |
|---|---|---|---|
| $g$ | $g$ | $h$ | $i$ |
| $h$ | $g$ | $g$ | $g$ |
| $i$ | $g$ | $i$ | $g$ |

$\sigma(A \leftrightarrow B)$

| $\sigma(A)$ \ $\sigma(B)$ | $g$ | $h$ | $i$ |
|---|---|---|---|
| $g$ | $g$ | $h$ | $i$ |
| $h$ | $h$ | $g$ | $i$ |
| $i$ | $i$ | $i$ | $g$ |

本文介绍的评价逻辑命题公式的联结词使用后一种定义。这就是说，在这种评价逻辑中，命题变项被指派为 $i$ 时，命题公式的评价值并不都是 $i$。使用这样定义的评价逻辑会使得有些评价逻辑公式的解释更合理和更自然些。

由于评价逻辑公式中命题变项使用三值(评价值)指派,命题公式也得到三值赋值,因之评价逻辑公式的真值赋值也不同于前面的二值赋值。并且也不同于二值命题逻辑的赋值。这里主要不同出现在对评价基本公式的真值赋值。具体的赋值是。当 $A$ 为 $g$ 时,$GA$ 为真,$IA$、$HA$ 均为假。当 $A$ 为 $h$ 时,$HA$ 为真,$GA$,$IA$ 均为假,当 $A$ 为 $i$ 时,$IA$ 为真,$GA$、$HA$ 均为假。这样我们可以有评价公式的以下真值赋值 $V$:

① $V(GA)=T$ 当且仅当 $\sigma(A)=g$

$V(GA)=F$ 当且仅当 $\sigma(A)=h$ 或 $\sigma(A)=i$

② $V(HA)=T$ 当且仅当 $\sigma(A)=h$

$V(HA)=F$ 当且仅当 $\sigma(A)=g$ 或 $\sigma(A)=i$

③ $V(IA)=T$ 当且仅当 $\sigma(A)=i$

$V(IA)=F$ 当且仅当 $\sigma(A)=g$ 或 $\sigma(A)=h$

④ $V(\neg\alpha)=T(F)$当且仅当 $V(\alpha)=F(T)$

⑤ $V(\alpha\vee\beta)=T$ 当且仅当 $V(\alpha)=T$ 或 $V(\beta)=T$

$V(\alpha\vee\beta)=F$ 当且仅当 $V(\alpha)=F$ 且 $V(\beta)=F$

显然根据真值赋值 $V$,评价逻辑公式是二值真值赋值的。

可以有这种评价公式的判定方法。这种判定方法就是根据前面的三评价值的价值表和二值命题逻辑的真值表来建立评价公式的真值赋值表。下面是使用这种真值赋值表的几个例子

例 1　求公式$\neg(Gp\wedge Hp)$的真值

$\neg(Gp \wedge Hp)$

$T\quad Tg\ F\ F\ g$

$T\quad Fh\ F\ T\ h$

$T\quad Fi\ F\ F\ i$

例2　$G(p\wedge q)\leftrightarrow Gp\wedge Gq$

$T\ g\ g\ g\ T\ Tg\ T\ Tg$

$F\ g\ h\ h\ T\ Tg\ F\ Fh$

$F\ g\ i\ i\ T\ Tg\ F\ Fi$

*F h h g T Fh F Tg*

*F h h h T Fh F Fh*

*F h h i T Fh F Fi*

*F i i g T Fi F Tg*

*F i h h T Fi F Fh*

*F i i i T Fi F Fi*

例3 $H(p \wedge q) \rightarrow Hp \wedge Hq$

*F g T F g F F g*

*T h F F g F T h*

*F i T F g F F i*

*T h F T h F F g*

*T h T T h T T h*

*T h F T h F F i*

*F i T F i F F g*

*T h F F i F T h*

*F i T F i F F i*

例1、例2是评价逻辑的有效式，而例3则不是。

我们也可以根据前面介绍的第一种三值评价值表（由布茨瓦尔三值逻辑改成）来建立评价公式的真值赋值表作判定方法。

求 $G(p \vee q) \leftrightarrow Gp \vee Gp$ 的真值

*T g g g T Tg T Tg*

*T g g h T Tg T Fh*

*F g i i F Tg T Fi*

*T h g g T Fh T Tg*

*F h h h T Fh T Fh*

*F h i i T Fh F Fi*

*F i i g F Fi T Tg*

*F i i h T Fi F Fh*

*F i i i T Fi F Fi*

根据这一赋值表，这一公式不是有效式。从这一赋值表也可看出，其中公式

$Gp \vee Gq \rightarrow G(p \vee q)$

不是有效的，而

$G(p \vee q) \rightarrow Gp \vee Gq$

则是有效式。但如果采用后一种即本文使用的三值(评价值)赋值，则公式

$G(p \vee q) \leftrightarrow Gp \vee Gq$

是有效式。从这一情况看出，本文采用的三值(评价值)评价逻辑，逻辑上强于用前一种三值(评价值)评价逻辑。

还可以建立简化的评价逻辑赋值方法。这种方法也像命题逻辑的简化真值表一样，采用归谬赋值方法，并且只适用于蕴涵式。它的做法类同于命题逻辑。不同点主要有二：(Ⅰ)这是一种真值赋值和评价赋值相结合的方法，因为评价公式赋值表也是这两种赋值的结合，(Ⅱ)这里有三种评价值，例如 $G(p \wedge q)$，如果在 $G$ 下有假值 $F$，则 $\wedge$ 下应有两种评价值，即 $h$ 和 $i$，因而要考虑到 $p$ 和 $q$ 的各种可能的评价值结合。这是说，$p \wedge q$ 的评价值为 $h$ 或 $i$，有八种可能的情况，即 $\langle g,h\rangle$，$\langle g,i\rangle$，$\langle h,g\rangle$，$\langle h,h\rangle$，$\langle h,i\rangle$，$\langle i,g\rangle$，$\langle i,h\rangle$，$\langle i,i\rangle$(前者为 $p$ 的值，后者为 $q$ 的值)。因而会出现一些复杂的情况。但理论上说这种方法是可能的。下面给出几个这种赋值的例证。

例1　$G(p \wedge q) \rightarrow Gp \vee Gq$

$$\begin{array}{ccccccc} G(p & \wedge & q) & \rightarrow & Gp & \vee & Gq \\ T & & & F & & F & \\ & g & & & Fh & & Fh \\ g & & g & & i & & i \end{array}$$

在这一赋值中，先假定公式假，因而在 $\rightarrow$ 下有 $F$ 值，在 $\vee$ 下有 $F$ 值，而在前件的 $G$ 下有 $T$ 值，同时 $p \wedge q$ 下都有评价值 $g$。但后件的 $GpGq$ 的 $G$ 下均为 $F$，同时在 $p$ 和 $q$ 下均为 $h$ 或 $i$。不管 $p,q$ 取 $h$ 或 $i$，都与前件的 $p,q$ 的评价值矛盾。因而此评价公式为有效式。

例2 $G(p \wedge q) \rightarrow Gp \wedge Gq$

$T\ g\ g\ g\ F\ FhF$

$i \quad Fh$

$i$

从前件得到 $p$ 和 $q$ 的评价值都为 $g$，但后件表明，无论 $Gp$ 假或 $Gq$ 假，其中的 $p$,$q$ 的评价值中总有一个不是 $g$，因而也有矛盾。

例3 $Hp \rightarrow H(p \wedge q)$

$T\ h\ F\ F\ \ g\ g\ g$

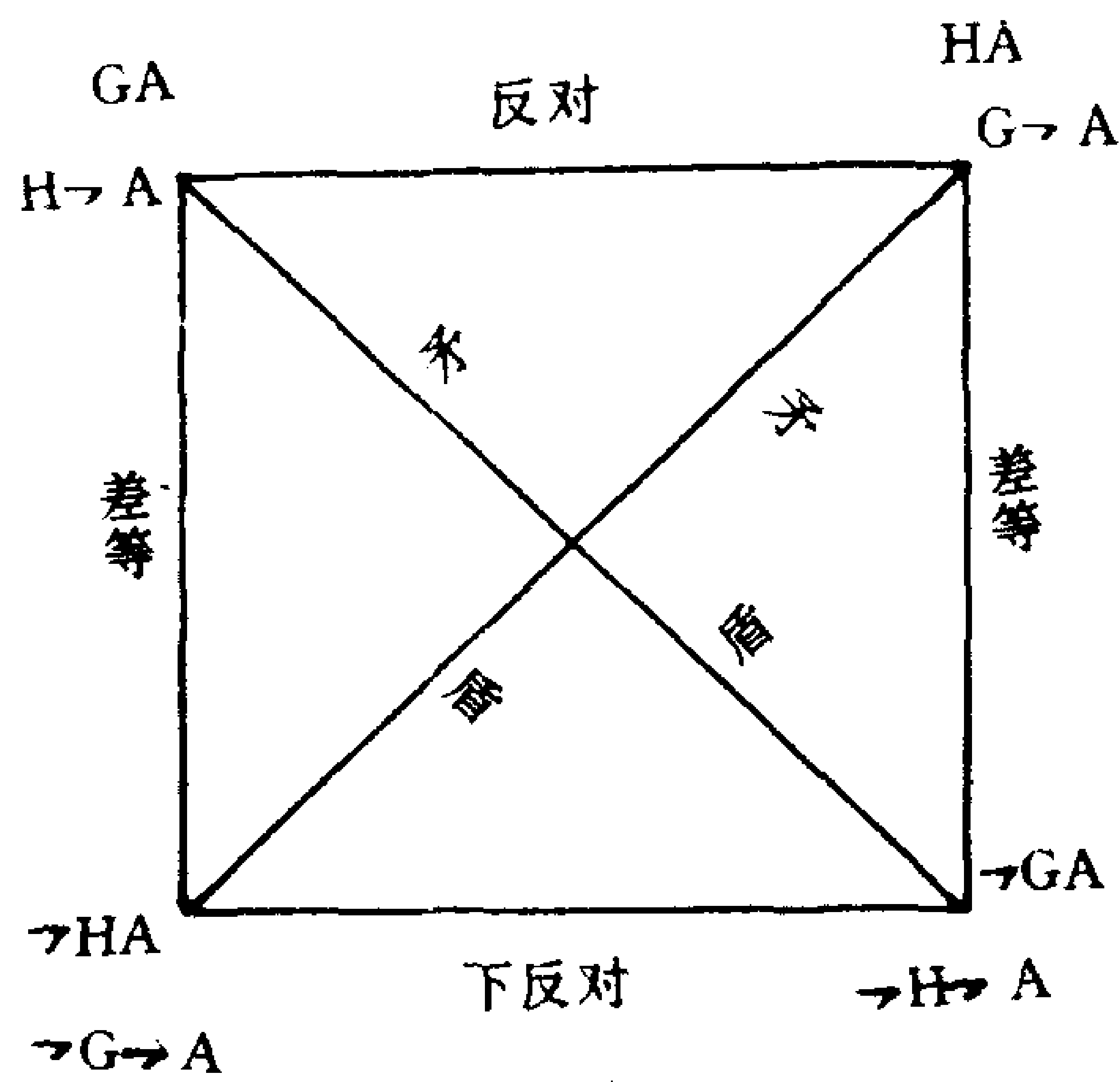
$i$

例3是说，前面得出 $p$ 的评价值为 $h$，但从后件不可能得出 $p$ 的评价值为 $h$。赋值出现矛盾。

对于非有效式，则或者出现不能赋值的情况，或者赋值中不出现矛盾。

还可以建立一种七值评价值的评价逻辑。这里对一个命题同时从善和恶两方面来看它的评价值。对一个命题从善方面说可以有三种评价，即善、不善、未知善，从恶方面说，有评价：恶、不恶、未知恶。同时从善和恶两方面看，则有九种组合，即〈好、坏〉,〈好，不坏〉,〈好、未知坏〉,〈不好、坏〉,〈不好、不坏〉,〈不好、未知坏〉,〈未知好、坏〉,〈未知好、不坏〉,〈未知好、未知坏〉。其中〈好，坏〉,〈不好、不坏〉是不相容的。其余都是相容的，这样共有七种相容的评价赋值，即命题有七种值。从这七种评价值可根据我们前面给出的赋值定义 $V$ 得到评价公式的真值。

还可以根据上面的三值评价值逻辑公式的真值条件建立一种类似二值逻辑中的逻辑方阵。




我们不难借助以下评价赋值表判明这一方阵中的逻辑关系是正确的。

| $GA$ | $H\neg A$ | $HA$ | $G\neg A$ | $\neg HA$ | $\neg G\neg A$ | $\neg GA$ | $\neg H\neg A$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $Tg$ | $Thg$ | $Fg$ | $Fhg$ | $TFg$ | $TFh$ | $FTg$ | $FThg$ |
| $Fh$ | $Fgh$ | $Th$ | $Tgh$ | $FTh$ | $FTg$ | $TFh$ | $TFgh$ |
| $Fi$ | $Fii$ | $Fi$ | $Fii$ | $TFi$ | $TFi$ | $TFi$ | $TFii$ |

由这一赋值表可以看到，评价词 $G$ 和 $H$ 是可以互相定义的。它们的定义是：

$$GA = dfH\neg A$$

$$HA = dfG\neg A$$

由此我们也可以有 $I$ 的定义

$$IA = df\neg GA \wedge \neg G\neg A$$

或者 $\quad = df\neg HA \wedge \neg H\neg A$

这样，可以建立只用某一种评价算子作初始概念的评价逻辑系统。

## 4 评价逻辑范式

评价命题逻辑有合取范式和析取范式。我们先讨论评价命题逻辑的合取范式和析取范式的构成。由评价词和命题变项直接结合构成的评价公式 $Gp$、$Gq$、$Hr$、$Hq$、$Ip$、$Iq$ 等称作评价原子公式，在不引起误解时亦简称原子公式，$G\neg p$，$H\neg p$，$I\neg p$，$H\neg q$ 等由评价词和命题变项的否定直接结合的公式称否定的原子公式，否定的原子公式也是评价逻辑的原子公式。$\neg Gp$，$\neg G\neg p$，$\neg Hp$，$\neg H\neg p$，$\neg I\neg q$ 等，称作评价原子公式的否定。

(1)合取范式。合取范式为一合取式，其中每一合取支都是一简单析取。简单析取为一析取式，其中每一析取支，或为评价原子公式，或为评价原子公式的否定。

以下公式都是评价公式的合取范式。

$(\neg Gp \vee \neg Gq) \wedge (Gp \vee G\neg p)$

$(Gp \vee Hp \vee Ip) \wedge (Hp \vee \neg Gp)$

(2)析取范式。析取范式是一析取式，其中每一析取支都是一简单合取。简单合取为一合取式，其中每一合取支或是原子公式，或是原子公式的否定。以下是评价公式的析取范式。

$(\neg Gp \wedge \neg Gq) \vee (Gp \wedge G\neg p) \vee (\neg G\neg p \wedge \neg Gq)$

$(Gp \wedge Hp) \vee (Hp \wedge \neg G\neg q)$

(3)评价逻辑中有一些重言等值式，依据这些等值式，使用置换方法，能够把任一评价逻辑公式，变为与其等值的评价逻辑范式。这些等值式有以下一些。

① $\neg\neg Gp \leftrightarrow Gp$

$\neg\neg Hp \leftrightarrow Hp$

② $Gp \rightarrow Gq \leftrightarrow \neg Gp \vee Gq$

$Hp \to Hq \neg \leftrightarrow \neg Hp \vee Hq$

③ $G(p \to q) \leftrightarrow G(\neg p \vee q)$

$H(p \to q) \leftrightarrow H(\neg p \vee q)$

④ $G(p \vee q) \leftrightarrow Gp \vee Gq$

$H(p \vee q) \leftrightarrow Hp \wedge Hq$

⑤ $G(p \wedge q) \leftrightarrow Gq \wedge Gq$

$H(p \wedge q) \leftrightarrow Hp \vee Hq$

⑥ $\neg(Gp \to Gq) \leftrightarrow Gp \wedge \neg Gq$

$\neg(Hp \to Hq) \leftrightarrow Hp \wedge \neg Hq$

⑦ $G\neg(p \to q) \leftrightarrow G(p \wedge \neg q)$

$H\neg(p \to q) \leftrightarrow H(p \wedge \neg q)$

⑧ $\neg G(p \wedge q) \leftrightarrow \neg(Gp \wedge Gq) \leftrightarrow \neg Gp \vee \neg Gq$

$\neg H(p \wedge q) \leftrightarrow \neg(Hp \vee Hq) \leftrightarrow \neg Hp \wedge \neg Hq$

⑨ $\neg G(p \vee q) \leftrightarrow \neg(Gp \vee Gq) \leftrightarrow \neg Gp \wedge \neg Gq$

$\neg H(p \vee q) \leftrightarrow \neg(Hp \wedge Hq) \leftrightarrow \neg Hp \vee \neg Gq$

⑩ $Gp \vee (Gq \wedge Gr) \leftrightarrow Gp \vee Gq \wedge Gp \vee Gr$

$Hp \vee (Hq \wedge Hr) \leftrightarrow Hp \vee Hq \wedge Hp \vee Hr$

⑪ $Gp \wedge (Gq \vee Gr) \leftrightarrow (Gp \wedge Gq) \vee (Gp \wedge Gr)$

$Hp \wedge (Hq \vee Hr) \leftrightarrow (Hp \wedge Hq) \vee (Hp \wedge Hr)$

还有一些等值式如$(\alpha \leftrightarrow \beta) \leftrightarrow \neg\alpha \vee \beta \wedge \neg\beta \vee \alpha$以及$(\alpha \leftrightarrow \beta) \leftrightarrow (\alpha \wedge \neg\beta) \vee (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$在求范式中也是需要的。

(4)评价逻辑的合取范式可以显示评价逻辑永真式。当然,它的析取范式则能显示永假式。

以下公式为永真的评价简单析取:

$Gp \vee \neg Gp, G\neg p \vee \neg G\neg p,$

$\neg Gp \vee \neg G\neg p, Hp \vee \neg Hp,$

$H\neg p \vee \neg H\neg p, \neg Hp \vee \neg H\neg p$

$\neg Gp \vee \neg Hp, \neg G\neg p \vee \neg H\neg q$

如果合取范式的每一合取支(简单析取)都包含上面的任一永真简

单析取、则该合取范式为永真式。

以下公式为永假的简单合取；

$Gp \wedge \neg Gp, G\neg p \wedge \neg G\neg p$

$\neg Gp \wedge \neg G\neg p, Hp \wedge \neg Hp$

$H\neg p \wedge \neg H\neg p, \neg Hp \wedge \neg H\neg p$

$\neg Gp \wedge \neg Hp, \neg G\neg p \wedge \neg H\neg p$

如果析取范式的所有析取支中都包含有上述永假简单合取，则析取范式就是永假式。

下面例举几个求范式例子。

例1　求 $G(p \wedge q) \to Gp \wedge Gq$ 的合取范式。

$\neg G(p \wedge q) \vee (Gp \wedge Gq)$

$\neg Gp \vee \neg Gq \vee (Gp \wedge Gq)$

$(\neg Gp \vee \neg Gq \vee Gp) \wedge (\neg Gp \vee \neg Gq \vee Gq)$

例2求 $(Gp \vee Gq) \leftrightarrow Gp$ 的析取范式

$((Gp \vee Gq) \wedge Gp) \vee (\neg (Gp \vee Gq) \wedge \neg Gp$

$(Gp \wedge Gp) \vee (Gq \wedge Gq) \vee (\neg Gp \wedge \neg Gq \wedge \neg Gp)$

$Gq \vee (Gp \wedge Gq) \vee (\neg Gp \wedge \neg Gq)$

评价逻辑的合取范式可以用来证明一评价逻辑系统的完全性。

## 5　绝对评价逻辑系统 $G$

为简化和易于认读，在讨论 $G$ 的语法时，我们要提到 $G$ 的语义和语义规则。

$G$ 系统使用以下初始符号。

命题变项：$p, q, r\cdots$。在 $G$ 中不研究初始评价，命题变项的值是指派值，并且它们的值是评价值而不是真值，$G$ 是三值指派。

命题联结词：$\neg, \vee, \wedge, \to, \leftrightarrow$。它们只联结命题公式，命题公式包括命题变项和由命题变项和命题联结词构成的公式，命题联

结词，只从评价值方面解释。它们的解释是提到的乙类三值评价表。

评价词：$G$，解释为“善”或“好”。

评价公式联结词：$\neg$，$\vee$，$\wedge$，$\rightarrow$，$\leftrightarrow$，它们在评价公式中联结的是评价基本公式和由基本公式构成的评价公式。它们只从真值方面解释，并且是二值的。它们的定义同于一般二值命题逻辑的基本真值表。

括号：用来表明命题公式的结构和评价公式的结构。

此外，在讨论 $G$ 时，我们还用到一些语法符号。它们有

$A$、$B$、$C$…表示命题公式。

$\alpha$、$\beta$、$\gamma$…表示评价公式。

定义 $HA = df G\neg A$

$G$ 系统不引进和使用评价词 $I$。$G$ 系统不处理重叠的评价算子。其中每一命题变项都是受评价词约束的。因而 $G$ 系统中没有像 $Gp \vee p$ 这样的公式。

$G$ 系统的合式公式构成规则：

①命题逻辑的合式公式是 $G$ 的合式公式。

②如 $A$、$B$ 是命题逻辑的合式公式，则 $GA$，$HA$ 是 $G$ 的合式公式，如 $G\neg p$，$G(p \vee q)$，$H(p \leftrightarrow q)$，$H(p \rightarrow (\neg q \rightarrow p))$ 等是 $G$ 的合式公式。它们称为评价公式。

③如 $\alpha$、$\beta$ 是 $G$ 的评价公式，则 $\neg\alpha$，$\alpha \vee \beta$，$\alpha \wedge \beta$，$\alpha \rightarrow \beta$，$\alpha \leftrightarrow \beta$ 是 $G$ 的合式公式。

$G$ 系统采取公理演算方法，它有以下公理：

$A0$ 二值命题演算的重言式。

$A1$ $Gp \rightarrow \neg G \neg p$

$A2$ $G(p \wedge q) \leftrightarrow Gp \wedge Gq$

$A3$ $G(p \vee q) \leftrightarrow Gp \vee Gq$

$A4$ $G(p \rightarrow q) \rightarrow (Gp \rightarrow Gq)$

$G$ 是在二值命题演算基础上建立的，二值演算的任一公理、定

理都可作为公理被引用。一是用来构成评价逻辑的公式。这是对命题逻辑重言式的代入,例如

$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$

是命题逻辑重言式,经代入:$Gp$ 代 $p$,$Gq$ 代 $q$ 可得

$((Gp \vee Gq) \wedge \neg Gp) \rightarrow Gq$

由于评价逻辑中的评价公式联结词和命题逻辑中的联结词都是二值真值联结词,它们采用相同的定义,因之,如果被代入的命题公式是有效式,则代入后得到的评价公式也是有效式。二是命题逻辑重言式还可被引用作为推演规则。当然这种规则在评价逻辑中也是导出规则。

$A1$是无相反评价原则。如果 $p$ 是善,则非 $p$ 不是善。使用等值置换,$Gp \rightarrow \neg G \neg p$ 可置换为$\neg(Gp \wedge G \neg p)$,也可置换为$\neg(Gp \wedge Hp)$和$\neg(Hp \wedge H \neg p)$。它们都是有效式,或评价逻辑的规律,它们都排除相反的评价。

$A2$是合取公理。合取公理是说两情况的合取的评价善等值于每一情况是善的评价的合取。合取公理不仅说善对合取是可扩散的(可分配的),而且也是可收敛的,即从 $Gp \wedge Gq$ 推出 $G(p \wedge q)$。

$A3$称作析取公理,析取公理说善对于析取也是可扩散和可收敛的。

$A4$称作蕴涵原则。这一原则说善对蕴涵是可分配的。但却不是可收敛。

上面的公理只是关于善的公理,这里没有关于恶的性质的刻划,但由于恶可通过善定义,故 $G$ 系统能够通过这些公理得到关于恶的定理,做出对恶的性质的刻划。

$G$ 系统的推演规则有三个。

$R1$分离规则:从断定公式 $\alpha \rightarrow \beta$ 和断定 $\alpha$,可断定 $\beta$。

$R2$代入规则:从断定命题公式 $A$ 可断定评价公式 $\alpha$,$\alpha$ 是用评价公式替换 $A$ 中某命题变项的每一出现而得到的。

$R3$置换规则:如公式 $\alpha$ 和 $\delta \leftrightarrow \gamma$ 是 $G$ 的定理(包括公理),则 $\beta$

是 $G$ 的定理，$\beta$ 是在 $\alpha$ 中用 $\delta$ 替换 $\gamma$ 的一次或多次出现而得到的。

这条规则只是处理评价公式的推演规则。由于评价逻辑演算是在命题逻辑基础上建立的。因之，在评价演算中也包括了命题演算，命题逻辑中处理命题公式的推理规则在这里也同样有效。如这里有时也需进行命题公式的分离代入和置换。

除上面规则外，还要用到一些导出规则，如假言易位，三段论等等。

前面说过，评价逻辑的语义是给出评价公式的真值条件。一个评价公式 $\alpha$ 是否是评价逻辑的真公式或有效式，要看该公式 $\alpha$ 是否有真的真值。$\alpha$ 真假则要看该公式中的评价基本公式 $GA$、$GB$、$HA$…的真值，而这又取决于对命题公式 $A$、$B$…的评价值。命题公式 $A$、$B$…的评价值依赖于对 $A$、$B$…中的命题变项的评价值指派及构成命题公式的联结词的定义。

$G$ 采取三值评价指派即善、恶、不善不恶，分别记作 $g$、$h$、$i$。其中的命题联结词只从评价值方面定义。$\sigma$ 表示命题公式的评价值。命题公式采用评价值表定义，$G$ 给出的定义是：

①关于 $\sigma(\neg A)$

$\sigma(\neg A)=g$ 当且仅当 $\sigma(A)=h$

$\sigma(\neg A)=h$ 当且仅当 $\sigma(A)=g$

$\sigma(\neg A)=i$ 当且仅当 $\sigma(A)=i$

②关于 $\sigma(A\vee B)$

$\sigma(A\vee B)=g$ 当且仅当 $\sigma(A)=g$ 或 $\sigma(B)=g$

$\sigma(A\vee B)=h$ 当且仅当 $\sigma(A)=h$ 且 $\sigma(B)=h$

$\sigma(A\vee B)=i$ 当且仅当 $\sigma(A)=i$ 且 $\sigma(B)=i$ 或

$\sigma(A)=h$ 且 $\sigma(B)=i$ 或 $\sigma(A)=i$ 且 $\sigma(B)=h$

③关于 $\sigma(A\wedge B)$

$\sigma(A\wedge B)=g$ 当且仅当 $\sigma(A)=g$ 且 $\sigma(B)=g$

$\sigma(A\wedge B)=h$ 当且仅当 $\sigma(A)=h$ 或 $\sigma(B)=h$

$\sigma(A\wedge B)=i$ 当且仅当 $\sigma(A)=i$ 且 $\sigma(B)=i$ 或

$\sigma(A)=g$ 且 $\sigma(B)=i$ 或 $\sigma(A)=i$ 且 $\sigma(B)=g$

④关于$\sigma(A\rightarrow B)$

$\sigma(A\rightarrow B)=g$ 当且仅当 $\sigma(A)=h$ 或 $\sigma(B)=g$ 或

$\sigma(A)=i$ 且 $\sigma(B)=i$

$\sigma(A\rightarrow B)=h$ 当且仅当 $\sigma(A)=g$ 且 $\sigma(B)=h$

$\sigma(A\rightarrow B)=i$ 当且仅当 $\sigma(A)=i$ 且 $\sigma(B)=h$ 或

$\sigma(A)=g$ 且 $\sigma(B)=i$

⑤关于$\sigma(A\leftrightarrow B)$

$\sigma(A\leftrightarrow B)=g$ 当且仅当 $\sigma(A)=g$ 且 $\sigma(B)=g$ 或

$\sigma(A)=h$ 且 $\sigma(B)=h$ 或 $\sigma(A)=i$ 且 $\sigma(B)=i$

$\sigma(A\leftrightarrow B)=h$ 当且仅当 $\sigma(A)=g$ 且 $\sigma(B)=h$ 或

$\sigma(A)=h$ 且 $\sigma(B)=g$

$\sigma(A\leftrightarrow B)=i$ 当且仅当 $\sigma(A)=i$ 或 $\sigma(B)=i$

但并非 $\sigma(A)=i$ 且 $\sigma(B)=i$

根据命题公式的评价值，可有评价公式的真值赋值，$G$ 的评价公式的真值赋值记为 $V$，其定义如下：

$V(GA)=T$ 当且仅当 $\sigma(A)=g$

$=F$ 当且仅当 $\sigma(A)=h$ 或 $\sigma(A)=i$

$V(HA)=T$ 当且仅当 $\sigma(A)=h$

$=F$ 当且仅当 $\sigma(A)=g$ 或 $\sigma(A)=i$

$V(\neg\alpha)=T(F)$当且仅当 $\sigma(\alpha)=F(T)$

$V(\alpha\vee\beta)=T$ 当且仅当 $\sigma(\alpha)=T$ 或 $\sigma(\beta)=T$

$V(\alpha\vee\beta)=F$ 当且仅当 $V(\alpha)=F$ 且 $V(\beta)=F$

$V(\alpha\wedge\beta)=T$ 当且仅当 $\sigma(\alpha)=T$ 且 $\sigma(\beta)=T$

$V(\alpha\wedge\beta)=F$ 当且仅当 $V(\alpha)=F$ 或 $V(\beta)=F$

$V(\alpha\rightarrow\beta)=T$ 当且仅当 $\sigma(\alpha)=F$ 或 $\sigma(\beta)=T$

$V(\alpha\leftrightarrow\beta)=F$ 当且仅当 $V(\alpha)=T$ 且 $V(\beta)=F$

一评价公式 $\alpha$ 任给赋值 $V$ 都有 $V(\alpha)=T$，则 $\alpha$ 为评价逻辑的有效式。或说 $\alpha$ 对 $G$ 有效。有效公式是评价逻辑的规律。

下面是 $G$ 的一些定理。

$T1$　$\neg Gp \vee \neg G \neg p$

证

① $(p \rightarrow q) \rightarrow \neg p \vee q$

② $(Gp \rightarrow \neg G \neg p) \rightarrow \neg Gp \vee \neg G \neg p$ 代入 $p/Gp$　$q/\neg G \neg p$

③ $Gp \rightarrow \neg G \neg p$　　$A1$

④ $\neg Gp \vee \neg G \neg p$　　2、3分离

$T2$　$Hp \rightarrow \neg H \neg p$

证

① $Gp \rightarrow \neg G \neg p$　　$A1$

② $G \neg p \rightarrow \neg G \neg \neg p$　　代入 $p/\neg p$

③ $Hp \rightarrow \neg H \neg p$　　定义置换

$T3$　$Gp \rightarrow \neg Hp$

$T4$　$Hp \rightarrow \neg Gp$

$T5$　$Gp \vee \neg Gp$

$T6$　$Hp \vee \neg Hp$

$T7$　$\neg (Gp \wedge \neg Gp)$

$T8$　$\neg (Gp \wedge G \neg p)$

证

① $\neg p \vee \neg q \rightarrow \neg (p \wedge q)$

② $\neg Gp \vee \neg G \neg p \rightarrow \neg (Gp \wedge \neg p)$　　$p/Gp$　$q/G \neg p$

③ $\neg Gp \vee \neg G \neg p$　　$T1$

④ $\neg (Gp \wedge G \neg p)$　　分离

$T9$　$\neg (Gp \wedge Hp)$

$T10$　$Gp \wedge Gq \rightarrow G(p \wedge q)$

$T11$　$G(p \wedge q) \rightarrow Gp \wedge Gq$

$T12$　$Gp \wedge Gq \rightarrow Gp$

$T13$　$G(p \wedge q) \rightarrow Gp$

证

① $G(p \wedge q) \to Gp \wedge Gq$

② $Gp \wedge Gq \to Gp$

③ $G(p \wedge q) \to Gp$ 1、2三段论

$T14$ $Hp \wedge Hq \to Hp$

$T15$ $H(p \vee q) \leftrightarrow Hp \wedge Hq$

证

① $G(p \wedge q) \leftrightarrow Gp \wedge Gq$

② $H\neg(p \wedge q) \leftrightarrow H\neg p \wedge H\neg q$

③ $H(\neg p \vee \neg q) \leftrightarrow H\neg p \wedge H\neg q$

④ $H(\neg\neg p \vee \neg\neg q) \leftrightarrow H\neg\neg p \wedge H\neg\neg q$

⑤ $H(p \vee q) \leftrightarrow Hp \wedge Hq$

$T16$ $H(p \vee q) \to Hp$

$T17$ $H(p \wedge q) \leftrightarrow Hp \vee Hq$

证

① $G(p \vee q) \leftrightarrow Gp \vee Gq$

② $H\neg(p \vee q) \leftrightarrow H\neg p \wedge H\neg q$

③ $H(\neg p \wedge \neg q) \leftrightarrow H\neg p \vee H\neg q$

④ $H(\neg\neg p \wedge \neg\neg q) \leftrightarrow H\neg\neg p \vee H\neg\neg q$

⑤ $H(p \wedge q) \leftrightarrow Hp \vee Hq$

$T18$ $Hp \to H(p \wedge q)$

$T19$ $G(p \to \neg p) \to G\neg p$

$T20$ $H(p \to \neg p) \to H\neg p$

$T21$ $Gp \to G(\neg p \to q)$

$T22$ $Gp \wedge Gq \to Gp \vee Gq$

$T23$ $Gp \to G(p \vee q)$

$T24$ $G(p \wedge q) \to Gp \vee Gq$

$T25$ $Hp \wedge Hq \to Hp \vee Hq$

$T26$ $H(p \vee q) \to Hp \vee Hq$

$T27$ $Gp \vee (Gq \wedge Gr) \leftrightarrow Gp \vee Gq \wedge Gp \vee Gr$

$T28 \quad Gp \wedge (Gq \vee Gr) \leftrightarrow (Gp \wedge Gq) \vee (Gp \wedge Gr)$

$T29 \quad \neg(G(p \vee q) \wedge Hp \wedge Hq)$

$T30 \quad \neg(H(p \vee q) \wedge Gp \vee Gq)$

证

① $\neg(Gp \wedge Hp)$

② $\neg(G(p \vee q) \wedge H(p \vee q))$

③ $\neg(Gp \vee Gq \wedge H(p \vee q))$

④ $\neg(H(p \vee q) \wedge Gp \vee Gq)$

$T31 \quad G(p \vee q) \wedge Hp \to Gq$

证

① $(p \to (q \to r)) \to (p \wedge q \to r)$

② $(G(p \to q) \to (Gp \to Gq)) \to G(p \to q) \wedge Gp \to Gq$

代入 $p/G(p \to q) \quad q/Gq \quad r/Gq$

③ $G(p \to q) \to (Gp \to Gq)$

④ $G(p \to q) \wedge Gp \to Gq$

⑤ $G(\neg\neg p \to q) \wedge G\neg p \to Gq$

⑥ $G(\neg p \vee q) \wedge G\neg p \to Gq$

⑦ $G(\neg p \vee q) \wedge Hp \to Gq$

$T32 \quad G(p \vee q) \to (Hp \to Gq)$

$T33 \quad H(p \to q) \to (Hp \to Hq)$

证

① $H(p \vee q) \to Hp \vee Hq$

② $H(\neg p \vee q) \to H\neg p \vee Hq$

③ $H(p \to q) \to Gp \vee Hq$

④ $Gp \to \neg Hp$

⑤ $Gp \vee Hq \to \neg Hp \vee Hq$

⑥ $H(p \to q) \to \neg Hp \vee Hq$

⑦ $H(p \to q) \to (Hp \to Hq)$

$T34 \quad H(p \to q) \wedge Hp \to Hq$

$T35 \quad H(p \vee q) \to (Gp \to Hq)$

$T36 \quad H(p \vee q) \wedge Gp \to Hq$

$T37 \quad G(p \wedge \neg q) \wedge G(q \wedge \neg p) \to G(p \wedge q)$

证

① $p \to p$

② $(p \to q) \to (p \wedge r \to q)$

③ $Gp \to Gp$

④ $(Gp \to Gq) \to (Gp \wedge G\neg p \to Gp)$

⑤ $Gp \wedge G\neg p \to Gp$

⑥ $Gq \wedge G\neg q \to Gq$

⑦ $(p \to q) \wedge (r \to s) \to ((p \wedge r) \to (q \wedge s))$

⑧ $(Gp \wedge G\neg p \to Gp) \wedge (Gq \wedge G\neg q \to Gq) \to ((Gp \wedge G\neg p \wedge Gq \wedge G\neg q) \to (Gp \wedge Gq))$

⑨ $(Gp \wedge G\neg p \to Gp) \wedge (Gq \wedge G\neg q \to Gq)$

⑩ $Gp \wedge G\neg p \wedge Gq \wedge G\neg q \to Gp \wedge Gq$

⑪ $Gp \wedge Gq \to G(p \wedge q)$

⑫ $Gp \wedge G\neg p \wedge Gq \wedge G\neg q \to Gp—Gq$

⑬ $G(p \wedge \neg p) \wedge G(q \wedge \neg q) \to G(p \wedge q)$

$T38 \quad G(p \wedge \neg q) \wedge G(q \wedge \neg p) \to G(p \wedge q)$

$T39 \quad G(p \wedge \neg p) \wedge G(q \wedge \neg q) \to G(\neg p \wedge \neg q)$

$T40 \quad G(p \wedge \neg q) \wedge G(q \wedge \neg p) \to G(\neg p \wedge \neg q)$

$T41 \quad Gp \wedge G\neg p \to Gp$

$T42 \quad Hp \wedge H\neg p \to Hp$

$T43 \quad G(p \wedge \neg p) \to Gp$

$T44 \quad Gp \to G(\neg p \to q)$

$T45 \quad H(p \wedge q) \to H(p \wedge \neg q) \vee H(q \wedge \neg p)$

$T46 \quad \neg(Gp \wedge Gq) \to \neg Gp \vee \neg Gq$

$T47 \quad \neg(Gp \wedge Gq) \leftrightarrow \neg Gp \wedge \neg Gq$

$T48 \quad \neg G(p \wedge \neg p)$

证

① $G(p\wedge q)\leftrightarrow Gp\wedge Gq$

② $\neg G(p\wedge q)\leftrightarrow\neg(Gp\wedge Gq)$

③ $\neg G(p\wedge\neg p)\leftrightarrow\neg(Gp\wedge G\neg p)$

④ $\neg G(p\wedge\neg p)\leftrightarrow\neg Gp\vee\neg G\neg p$

⑤ $\neg G(p\wedge\neg p)\leftrightarrow Gp\rightarrow\neg G\neg p$

⑥ $Gp\rightarrow\neg G\neg p$

⑦ $\neg G(p\wedge\neg p)$

下面讨论 $G$ 的一致性和完全性。

$G$ 系统的一致性我们只从语义方面讨论。这种一致性是说，凡 $G$ 可证的都是真的（有效的）。

$G$ 是一致的。$G$ 的公理都是有效的。$G$ 的推理规则具有保真性，从有效式必定推出有效式。所以凡 $G$ 的定理都是有效的。

$G$ 的公理的有效性，可用评价赋值表判定，也可利用前面给出的赋值定义用如下方式证明。

$A1\ \neg Gp\rightarrow\neg G\neg p$ 有效。其证明如下：

例用反证法，设 $A1$ 不有效，则 $\neg(Gp\rightarrow\neg G\neg p)$ 有效，则 $\neg(\neg Gp\vee\neg G\neg p)$ 有效，则 $Gp\wedge G\neg p$ 有效。然而 $Gp$ 和 $G\neg p$ 矛盾，因之 $\neg(Gp\rightarrow\neg G\neg p)$ 不有效。所以 $Gp\rightarrow\neg G\neg p$ 有效。

$A2\quad G(p\wedge q)\leftrightarrow Gp\wedge Gq$ 有效。证明① $G(p\wedge q)\rightarrow Gp\wedge Gq$ 有效，且② $Gp\wedge Gq\rightarrow G(p\wedge q)$ 有效。证明如下：

①任给 $G(p\wedge q)$，如 $V(G(p\wedge q))=T$ 则 $\sigma(p\wedge q)=g$，根据评价赋值定义则 $\sigma(p)=g$ 且 $\sigma(q)=g$、则 $V(Gp)=T$ 且 $V(Gq)=T$，则 $Gp\wedge Gq=T$ 所以 $G(p\wedge q)\rightarrow Gp\wedge Gq$。

②任给 $Gp\wedge Gq$，若 $V(Gp\wedge Gq)=T$ 则 $\sigma(p)=g$ 且 $\sigma(q)=g$，根据定义则 $\sigma(p\wedge q)=g$，则 $G(p\wedge q)=T$。所以 $Gp\wedge Gq\rightarrow G(p\wedge q)$。

$A3\quad G(p\vee q)\leftrightarrow Gp\vee Gq$ 有效。其证明同上。

$A4\quad G(p\rightarrow q)\rightarrow(Gp\rightarrow Gq)$ 有效。可用证明评价公式 $G(p\rightarrow q)$

$\wedge Gp \to Gq$ 有效。证明如下：

$G(p \to q) = T$ 则 $\sigma(p \to q) = g$ 则 $\sigma(p) = h$ 或 $\sigma(q) = g$（根据题意，排除 $\sigma(p) = i$ 且 $\sigma(q) = i$）。其中，$\sigma(p \to q) = g$ 且 $\sigma(p) = g$ 只有一种情况，这时，$\sigma(q) = g$，所以如果 $\sigma(p \to q) = g$ 且 $\sigma(p) = g$ 则 $\sigma(q) = g$，因之 $V(G(p \to q)) = T$ 且 $V(Gp) = T$ 则 $V(Gq) = T$。

$G$ 的处理评价公式的推理规则有三条。

分离规则，从 $\vdash \alpha \to \beta$，$\vdash \alpha$ 到 $\vdash \beta$。由于 $\alpha$、$\beta$ 是评价公式，因而它们只有真值而且是二值的，因之这一规则和命题逻辑的分离规则完全相同，其保真性或有效性的证明同命题逻辑中的证明一样。

代入规则。评价逻辑的代入规则，用于从命题逻辑的重言式经代入评价公式而得到评价公式。由于被代入的公式是重言式，被代入命题变项是二值真值的，而代入项评价公式也是二值真值的，因而命题逻辑的代入规则的保真证明在这里同样适用。

置换规则。置换规则的保真性证明也同于命题逻辑中的证明。

此外，在评价逻辑演算中还用到处理命题逻辑公式的规则，它们的有效性证明已在命题逻辑中证明。

评价命题逻辑系统的完全性是说，凡评价命题逻辑的的有效式皆可证。评价逻辑 $G$ 是完全的。

可以借助评价逻辑的合取范式来证明 $G$ 的完全性。

设 $\alpha$ 为评价逻辑的有效式。$\alpha$ 必有它的合取范式 $\delta$，$\delta$ 的任一合取支 $\delta_i$ 必为永真的评价简单析取。永真的评价简单析取可证。因而 $\alpha$ 可证。

还可以建立评价逻辑的其他系统。下面一个系统 $GH$，采用 $G$ 和 $H$ 作初始符号。其他初始符号和解释同 $G$。

$GH$ 有以下公理：

$A0$　二值命题逻辑的重言式。

$A1$　$G(p \to q) \to (Gp \to Gq)$

$A2$　$H(p \to q) \to (Hp \to Hq)$

$A3$　$Gp \to \neg Hp$

$GH$ 有以下推理规则：

$R1$ 分离规则(同 $G$)

$R2$ 代入规则(同 $G$)

$R3$ 置换规则(同 $G$)

$R4$ 如 $A \to B$ 是命题逻辑重言式，且 $B$ 的命题变项都在 $A$ 中，则 $\vdash GA \to GB$

$R4$，被称作后承原则。增加这一规则，可以使证明容易建立。利用后承原则，可以容易得到以下定理，如

$G(p \wedge q) \to Gp$

$G(p \wedge q) \to Gq$

$G(p \wedge q) \to Gp \wedge Gq$

$Gp \wedge G(q \vee r) \to G(p \wedge q) \vee G(p \wedge r)$

$Gp \to G(p \vee q)$

$G(p \to \neg p) \to G\neg p$

$Gp \to G(q \to p)$

$Gp \to G(\neg p \to q)$

等等。

还可以建立包含 $G$、$H$ 和 $I$ 作初始符号的评价逻辑系统，这可称作绝对评价逻辑 $GHI$。在这里需要给出关于刻画 $I$ 的特性的公理。例如：

$$I(p \wedge q) \to Ip \vee Iq$$

或

$$Ip \wedge Iq \to I(p \wedge q)$$

但由于在 $G$、$H$ 的系统中，或 $G$ 系统中，均可引入 $I$ 的定义

$$Ip = df \neg G \neg p \wedge \neg H \neg p$$

或

$$Ip = df \neg G \neg p \wedge \neg Gp$$

所以在 $GH$ 或 $G$ 中，关于 $I$ 的公理均可化为用 $G$ 或用 $G$、$H$ 记写的公理。由于公理是有效式、故在 $GH$ 或 $G$ 中它们均可证。因之设

有 $I$ 作公理的系统并不比 $GH$ 或 $G$ 扩大，而可以是和它们等价的。因之，这样的增加评价算子 $I$ 的绝对评价逻辑，并不意味着它更完全，或者说不意味着 $G$ 或 $GH$ 不是完全的。

从 $G$ 系统的定理我们看到一些有趣的逻辑现象。

(1)有些评价关系和命题逻辑的真值关系有类似性。

$G(p \wedge q) \rightarrow Gp$　　$Gp \wedge Gq \rightarrow Gp$

$G(p \wedge q) \rightarrow Gq$　　$Gp \wedge Gq \rightarrow Gq$

$Gp \rightarrow G(p \vee q)$　　$Gp \rightarrow Gp \vee Gq$

$Gq \rightarrow G(p \vee q)$　　$Gq \rightarrow Gp \vee Gq$

它们都是 $G$ 的定理，但是

$H(p \wedge q) \rightarrow Hp$

$H(p \wedge q) \rightarrow Hq$

$Hp \rightarrow H(p \vee q)$

$Hq \rightarrow H(p \vee q)$

则不是 $G$ 的定理，而

$Hp \wedge Hq \rightarrow Hp$

$Hp \wedge Hq \rightarrow Hq$

$Hp \rightarrow Hp \vee Hq$

$Hq \rightarrow Hp \vee Hq$

则是定理。相类似地，

$H(p \vee q) \rightarrow Hp$

$H(p \vee q) \rightarrow Hq$

$Hp \rightarrow H(p \wedge q)$

$Hq \rightarrow H(p \wedge q)$

也是 $G$ 的定理，但

$G(p \vee q) \rightarrow Gp$

$G(p \vee q) \rightarrow Gq$

$Gp \rightarrow G(p \wedge q)$

$Gq \rightarrow G(p \wedge q)$

则不是 $G$ 的定理。这里显示，$G$ 和 $H$ 有些特殊的规律性的性质。在这里 $G$ 类似于二值中的真值，$H$ 类似于二值中的假值。

$G(p \wedge q)$ 类似于 $p \wedge q$ 真。$p \wedge q$ 真须得 $p$ 真且 $q$ 真。类似地，$G(p \wedge q)$ 为真需得 $\sigma(p)=g$ 且 $\sigma(q)=g$。故而 $G(p \wedge q)$ 可推出 $Gp$，也可推出 $Gq$，因为当 $\sigma(p)=g$，$Gp$ 为真，$\sigma(q)=g$ 则 $Gq$ 为真。即是说 $G(p \wedge q) \to Gp$，$G(p \wedge q) \to Gq$ 为有效式。

$G(p \vee q)$ 类似 $p \vee q$ 真。因为 $p \vee q$ 为真，只需 $p$ 真或 $q$ 真。同样，$G(p \vee q)$ 为真则 $\sigma(p)=g$ 或 $\sigma(q)=g$。因之从 $G(p \vee q)$ 不能推出 $Gp$，不能推出 $Gq$。同时，由于只要 $p$ 和 $q$ 其中之一的评价为 $g$，则 $G(p \vee q)$ 为真，因之从 $Gp$ 可推出 $G(p \vee q)$，从 $Gq$ 可推出 $G(p \vee q)$，即 $Gp \to G(p \vee q)$ 有效，$Gq \to G(p \vee q)$ 有效。

$H(p \wedge q)$ 类似于 $p \wedge q$ 假。$p \wedge q$ 假只需 $p$ 假或 $q$ 假。同样 $H(p \wedge q)$ 为真，即 $(p \wedge q)$ 的评价值为 $h$ 则只需 $\sigma(p)=h$ 或 $\sigma(q)=h$，因之，从 $H(p \wedge q)$ 不能推出 $Hp$，也不能推出 $Hq$。但由于只要 $p$ 或 $q$ 其中之一的评价值为 $h$，则 $p \wedge q$ 的评价值即为 $h$，所以，从 $Hp$ 可推出 $H(p \wedge q)$，或从 $Hq$ 可推出 $H(p \wedge q)$。因之

$$Hp \to H(p \wedge q)$$

$$Hq \to H(p \wedge q)$$

为有效式，而

$$H(p \wedge q) \to Hp$$

$$H(p \wedge p) \to Hq$$

不是有效式。

$H(p \vee q)$ 类似于 $p \vee q$ 假。$p \vee q$ 必须是 $p$ 假且 $q$ 假，所以从 $p \wedge q$ 假可推出 $p$ 假，$q$ 假，即从 $\neg(p \vee q)$ 可推出 $\neg p$，$\neg q$。类似地 $H(p \vee q)$ 真，即 $p \vee q$ 的评价值为 $h(\sigma(p \vee q)=h)$ 则需 $p$ 和 $q$ 的评价值均为 $h$ 即 $\sigma(p)=h$，且 $\sigma(q)=h$，因之从 $\sigma(p \vee q)=h$ 可推出 $\sigma(p)=h$ 而且 $\sigma(q)=h$，因之从 $\sigma(p \vee q)$ 可推出 $Hp$，可推出 $Hq$，因之

$$H(p \vee q) \to Hp$$

$H(p \vee q) \to Hq$

是有效式。但从 $\sigma(p)=h$ 推不出 $\sigma(p \vee q)=h$，从 $\sigma(q)=h$ 也推不出 $\sigma(p \vee q)=h$，所以不能从 $Hp$ 推出 $H(p \vee q)$，也不能从 $Hq$ 推出 $H(p \vee q)$，即

$Hp \to H(p \vee q)$

$Hq \to H(p \vee q)$

不是有效式。

(2)评价逻辑的某些定理和我们实际评价中的直观理解是否一致的问题。

我们考虑 $G(p \wedge q) \to Gp$。这一定理是说，两情况的合取是善，则两情况中的任一情况分别是善。命题逻辑中有定理 $p \wedge q \to p$，经代入得到例如 $Gp \wedge Gq \to Gp$。前面谈到，命题逻辑中的命题变项是二值真值的，代入项 $Gp$、$Gq$ 也是二值真值的，因之这种代入不改变公式的真值，所以由 $p \wedge q \to q$ 经代入得到的评价公式仍是有效式。这种有效式的直观性并不被置疑，没有什么可讨论的。问题出在 $G(p \wedge q) \to Gp$ 和 $G(p \wedge q) \to Gq$，因为似乎可以找到一些例子，说明事情也许并不这样。例如，对于抽烟者来说，同时有香烟和有火柴才有肯定价值，但只有香烟而无火柴，或只有火柴而无香烟，就达不到肯定价值的效果，因此，从香烟和火柴在一起有价值推不出单独的香烟有价值，也推不出单独的火柴有价值。再如，两种药一起并用有医疗效果，推不出只用其中一种药也必会有疗效。

实际上这是对 $G(p \wedge q)$ 一种误解。$G(p \wedge q)$ 并不是像前面反例中说的那样，由于 $p$ 和 $q$ 的合取关联产生一种异于 $p$ 和 $q$ 的东西。而起作用的正是这种东西。像两种药的配合产生某种疗效一样。$G(p \wedge q)$ 不是这样。$G(p \wedge q)$ 必须 $\sigma(p)=g$ 且 $\sigma(q)=g$ 才有 $\sigma(p \wedge q)=g$，才有 $G(p \wedge q)$ 为真。因之，$G(p \wedge q)$ 就蕴涵 $Gp$，蕴涵着 $Gq$。所以有 $G(p \wedge q) \leftrightarrow Gp \wedge Gq$。也就是 $G(p \wedge q)$ 和 $Gp \wedge Gq$ 是一个意思。

上面的反例并不是反对 $G(p \wedge q) \to Gp$，上面反例实际是针对

以下公式：

$$G(p\wedge q)\rightarrow G(p\wedge\neg q)\wedge G(\neg p\wedge q)$$

这一公式是说 $p$ 和 $q$ 的合取是善，则 $p\wedge\neg q$ 是善，并且 $p\wedge\neg q$ 是善。用上面的反例解释就是：香烟和火柴的合取是善，则无火柴的香烟是善，且，无香烟的火柴是善。反例的提出，或者说对 $G(p\wedge q)\rightarrow Gp$ 的直观性提出置疑是由于把这两个公式即

$$G(p\wedge p)\rightarrow Gp, G(p\wedge q)\rightarrow Gq$$

$$G(p\wedge q)\rightarrow G(p\wedge\neg q)\wedge G(p\wedge\neg q)$$

弄混了。不应该把这两个公式混为一谈。而且后一公式实际上并非 $G$ 的有效式。我们可以用评价真值表确定它不有效。

| $G($ | $p$ | $\wedge$ | $q)$ | $\rightarrow$ | $G($ | $p$ | $\wedge$ | $\neg q)$ | $\wedge$ | $G($ | $q$ | $\wedge$ | $\neg p)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | g | g | g | F | F | g | h | h | F | F | g | h | h |
| F | g | h | h | | | g | g | g | | | h | | h |
| F | g | i | i | | | g | i | i | | | i | | h |
| F | h | h | g | | | h | h | h | | | g | | g |
| F | h | h | h | | | h | h | g | | | h | | g |
| F | h | h | i | | | h | h | i | | | i | | g |
| F | i | i | g | | | i | h | h | | | g | | i |
| F | i | h | h | | | i | i | g | | | h | | i |
| F | i | i | i | | | i | i | i | | | i | | i |

因而说明，直观并未否定 $G(p\wedge q)\rightarrow Gp$，而是否定并非定理的公式

$$G(p\wedge q)\rightarrow G(p\wedge\neg q)\vee G(q\wedge\neg p)$$

关于 $H$ 的有些定理的情况恰有相反情况，并且这种相反情况也和人们评价时的直观理解一致不悖。例如下面一些定理都和人们的直观评价相符的：

$$H(p\wedge q)\rightarrow Hp\vee Hq$$

$$H(p\wedge q)\rightarrow H(p\wedge\neg q)\vee H(q\wedge\neg p)$$

当两种情况一起发生被评价为恶时，并不一定是这两种情况单独

发生时都是恶的。因而上面公式都是有效的。而与此相反的推论则不有效：

$H(p \wedge q) \rightarrow Hp \wedge Hq$

现在介绍一下完全的绝对评价逻辑。

前面说过，任一评价都有根据，根据不同，对同一情况可做出不相同评价。现在我们分析附有说明评价根据的评价。这需引进新的符号手段。

表达式 $G(p/q)$ 表示情况 $p$ 从情况 $q$ 看是善，或者根据 $q$，$p$ 是善，$H(p/q)$ 表示情况 $p$ 从情况 $q$ 看是恶，或者，根据 $q$，$p$ 是恶。$I(p/q)$ 表示情况 $p$ 从情况 $q$ 看是不善不恶，或者，根据 $q$，$p$ 不善不恶。

我们把包含评价根据的评介逻辑称作完全的评价逻辑。只有算子 $G$ 和 $H$ 的完全的绝对评价逻辑记为 $GH/$。$GH/$ 的公式记法除上面的评价原子公式的记法不同于前面介绍的 $G$ 和 $GH$ 系统外，其余一样。

$GH/$ 有以下公理和推演规则。

$A0$ 通常二值命题逻辑的重言式

$A1$ $G(p \wedge q/r) \leftrightarrow G(p/r) \wedge G(q/r)$

$A2$ $H(p \wedge q/r) \leftrightarrow H(p/r) \vee H(q/r)$

$A3$ $G(p \vee q/r) \leftrightarrow G(p/r) \vee G(q/r)$

$A4$ $H(p \vee q/r) \leftrightarrow H(p/r) \wedge H(q/r)$

$A5$ $G(p/q) \rightarrow \neg H(p/q)$

$R1$ 分离规则

$R2$ 代入规则

$R3$ 置换规则

$R4$ 从命题逻辑重言式 $A \rightarrow B$ 得到 $G(A/r) \rightarrow G(B/r)$

$R5$ 从命题逻辑重言式 $A \rightarrow B$ 得到 $H(B/r) \rightarrow H(A/r)$

$GH/$ 是一种较简单的完全的评价逻辑。它的公理都只从一种根据出发，就是说，系统里的评价命题都是建立在同一根据之上

的。这和前面几个不带根据的评价逻辑并没有多少不同。因为在前面的系统里，也是一切评价被当作从同一根据上做出的。

$GH/$的公式的真值条件和 $G$,$GH$ 基本相同。

现不考虑作根据命题的值。此外任一命题变项都取三值评价值。即 $\sigma(p)$或为 $g$，或为 $h$，或为 $i$。对于命题基本公式评价赋值也相同于 $G$ 和 $GH$，即

$\sigma(\neg A/C)=\neg\sigma(A/C)$

$\sigma(A\wedge B/C)=\sigma(A/C)\wedge\sigma(B/C)$

$\sigma(A\vee B/C)=\sigma(A/C)\vee\sigma(B/C)$

$\sigma(A\rightarrow B/C)=\sigma(A/C)\rightarrow\sigma(B/C)$

$\sigma(A\leftrightarrow B/C)=\sigma(A/C)\leftrightarrow\sigma(B/C)$

它们的赋值规定采用前面介绍的后一种定义。

$GH/$对评价公式的赋值定义是

$V(GA/C)=T$ 当且仅当 $\sigma(A/C)=g$

$=F$ 当且仅当 $\sigma(A/C)=h$ 或 $i$

$V(\alpha\vee\beta/C)=T$ 当且仅当 $\sigma(\alpha/C)=g$ 或 $\sigma(\beta/C)=g$

由此我们不难得到 $\alpha\wedge\beta$,$\alpha\rightarrow\beta$ 和 $\alpha\leftrightarrow\beta$ 的真值规定。

完全的绝对评价逻辑和下面要介绍的功利评价逻辑有关。

## 6 功利评价逻辑

前面介绍过功利的善和恶。功利评价逻辑就是由这样的善和恶作算子建立的逻辑理论。

功利评价逻辑首先涉及的是，什么是功利的价值和什么是功利的评价。

可以一般地把价值分为两类。一类称作内在价值，这指事物因其本身具有的这样或那样的性质而有价值。例如，一件艺术品制作得很精美而受到称赞，一个人行为粗野而受到批评，一部很有艺术价值的作品等。内在价值一方面因被考察事物本身而有或没有价

值，另外，内在价值是只从被考察事物本身，孤立于其他事物、情况而被评定的。另一类价值称作外在价值。这指从被考察事物同其他事物之间的关系来评定该事物的价值，因而指该事物之作为手段而有价值。外在价值不考虑事物本身的价值属性，只从它对其他事物关系角度而获得价值属性。这样划分只是划分价值的一种角度。不过，实际中，任何内在价值都会具有这种外在价值属性。因为在评价任一事物时，事实上总会考虑到它同其他方面的关联。一件精美艺术品，其所以有“精美”这种价值属性，在于这种精美能达到人们的某种艺术欣赏价值。一把锋利的刀子，可因其锋利而有价值，但这种“锋利”价值之产生乃由于对人们有一种实用价值。同样，一物的外在价值也和它有内在价值有关。一部赛车如果它设计和制作得很糟糕，就不会有它能参赛甚至得胜这种外在价值。从这一角度说，事物的外在价值是一种派生的价值，第二性的价值。处在不同情况和关系下，一事物可能有不同的或多种的外在价值。例如，一只玻璃杯，可以是一件工艺品，它可能被评价为好，也可能评价为不好；它作为一只杯子也可能被评价为好用或不好用的，它也可作为一件镇纸用具，也可被评价为好用或不好用的。总之，因为它本身具有多方面的内在属性，因而可能具有多种的和不同的外在价值。

功利价值属外在价值。功利价值和外在价值、派生价值这两个概念还略有区别。

功利价值我们作三值理解，包括功利的善、功利的恶和功利的不善不恶。后者指在功利上有零价值。

我们就功利的善来讨论。功利的善可表述为：$A$ 是功利的善，因为 $A$ 能引起 $B$，而 $B$ 是善。这一命题也可表述为：$A$ 能引起 $B$，而 $B$ 是善。这后一表述并非仅是对 $B$ 作评价，而主要地是确定了 $A$ 的功利善，即表明 $A$ 作手段是善，因为它引起了善的结果。

这里所说的 $A$ 能引起 $B$，是说 $A$ 是 $B$ 的原因，$A$ 对 $B$ 有因果关系。这时，$A$、$B$ 可以是单一的因果联系，即 $A$ 唯一地引起 $B$，也

可能 A 只是 B 产生的部分原因。实际地看，绝对单一的因果联系是没有的。但这不属我们逻辑讨论的范围。我们在这里把 A 是 B 的部分原因也看作 A 对 B 有功利价值。

在功利评价的表述中，必须包含对 B 的价值的评定。如果 B 处在价值域之外，人们对它的价值毫不关心，那么也产生不了 A 的功利价值。因之，语句“A 功利上有价值，因为 A 是 B 的原因”或“A 善，A 能引起 B”都不是功利评价语句的完善表达。语句“A 是使 B 好的原因”也不是我们上面说的功利评价语句，而只表达了功利价值的某种特殊场合。这一语句的含义是①B 是好的，②A 是使 B 好的原因。但这一语句并未表明 A、B 是否有因果联系，A 是否引起 B。

从上述可看出，一个功利评价命题要包含两个基本部分：一个评价命题和一个表明因果联系的命题。如“违反交通规则会引起车祸，车祸是恶”，“刻苦学习能获得丰富知识，人有丰富知识是好的”等等。前句的形式是“A 能引起 B，B 坏”，后句形式是“A 能引起 B，B 好”。“A 能引起 B”是一个表明因果联系的命题，是一个经验或事实命题。“B 好”是一个评价命题。因之，功利评价命题是由一个经验命题和一个评价命题构成的。下面我们将只以这样形式的命题作为功利评价命题。

我们可以把外在价值(派生价值)同功利评价作出区分。外在价值外延要宽于功利价值。外在价值评价的一般形式是：“B 有价值，并且 A 同 B 有一定关系”。这里的关系既包括 A 同 B 的因果关系，也包括 A 是使 B 好或坏的原因，或包括其他类型的关系，如 A 是 B 的必要条件。

我们进一步说明 A 对 B 的因果关系。所谓 A 对 B 有因果关系，不仅有 A 引起 B，也包括 A 能使 B 消失，以及 A 能使 B 保持(继续)。这样，功利评价更确定的一般形式是：“B 有某种价值，并且 A 是产生或保持或消失 B 的手段。”

我们将依据上面关于功利价值的概念来建立功利评价逻辑的

公式和它的公理系统。

为了能刻划和描述功利评价命题，还需逐步再引进一些概念。

首先引进“时刻”、“后继时刻”两个术语。“时刻”指某一时刻，在其中一情况产生或保持或消失。“后继时刻”指一时刻之后随之而来的时刻，在其中一情况或产生或保持或消失。“后继时刻”是特指的，不是某时刻后的一切时刻。

借助这两个概念，我们可以刻划情况在时刻上的联系和变化。命题“在某一时刻有情况 $p$，在后继的时刻有情况 $q$”，可用符号表达为 $p \prec q$。这一命题可理解为由 $p$ 情况转变为 $q$ 情况。也可说成是在前后两个时刻里由 $p$ 世界转变为 $q$ 世界。$p \prec q$ 这个表达式刻划的是情况的变化。有四种基本类型的变化。

$p \prec p$，表示 $p$ 世界转变为 $p$ 世界。这是说，在被考察的前后相继的两个时刻里，$p$ 世界没有变化，或者说 $p$ 世界保持不变。这也可理解为世界在 $p$ 特点上保持不变。

$\neg p \prec p$，表示由非 $p$ 世界转变为 $p$ 世界。也可理解为 $p$ 世界的产生，由无 $p$ 到有 $p$。

$p \prec \neg p$，表示在考察的两个相继的时刻里，$p$ 世界转变为非 $p$ 世界。这也可理解为 $p$ 世界的消失，由有 $p$ 到无 $q$。

$\neg p \prec \neg p$，表示由非 $p$ 世界转变为非 $p$ 世界，这是说非 $p$ 世界保持不变。

这样，借助于上述对基本类型变化的刻划，可表述出“情况出现”，“情况消失”，“情况保持”这些词的含义。情况 $p$ 出现就是 $\neg p \prec p$，情况 $p$ 消失就是 $p \prec \neg p$，情况 $p$ 和 $\neg p$ 的保持就是 $p \prec p$，$\neg p \prec \neg p$。显然，情况 $p$ 出现就意味着情况非 $p$ 消失，而情况非 $p$ 出现也就意味着情况 $p$ 消失。

用表达式 $p \Rightarrow q$ 表示 $p$ 是 $q$ 的部分原因。对“部分原因”(以下简称“原因”)的有关性质可有以下一些刻划如：

①$(p \Rightarrow q) \rightarrow \neg(\neg p \Rightarrow q)$

如果 $p$ 是 $q$ 的原因，则非 $p$ 不是 $q$ 的原因。这也等于说

$\neg(p \wedge \neg p \Rightarrow q)$

矛盾情况不能是任何情况的原因。

②$(p \Rightarrow q) \rightarrow \neg(p \Rightarrow \neg q)$

如 $p$ 是 $q$ 的原因，则 $p$ 不是非 $q$ 的原因。这也等于说

$\neg(p \Rightarrow q \wedge \neg q)$

没有东西能是矛盾情况的原因。

利用“原因”，“变化”，“保持”，“消失”这些词项就可定义“能够使出现”、“能够使保持”、“能够使消失”这些概念，并因而能够刻划功利价值。

情况 $p$ 能使情况 $q$ 出现，当且仅当 $p$ 是使 $\neg q$ 世界转变为 $q$ 世界的原因。

情况 $p$ 能使情况非 $q$ 出现，当且仅当，$p$ 是使 $q$ 世界转变为非 $q$ 世界的原因。

情况 $q$ 出现就是由非 $q$ 转变为 $q$，这同时也就是情况非 $q$ 消失。同样，情况非 $q$ 出现就是由 $q$ 转变为非 $q$，这也意味着情况 $q$ 消失。因之，$p$ 能使 $q$ 出现，也就是 $p$ 能使非 $q$ 消失。$p$ 能使非 $q$ 出现，也就是 $p$ 能使 $q$ 消失。

情况 $p$ 能使情况 $q$ 保持，当且仅当，$p$ 是 $q$ 世界变化为 $q$ 世界的原因。

情况 $p$ 使情况非 $q$ 保持，当且仅当 $p$ 是使非 $q$ 变化为非 $q$ 的原因。

情况 $q$ 保持，也就是情况非 $q$ 被妨碍出现，情况非 $q$ 保持，也就是情况 $q$ 被妨碍出现。

因此，情况 $p$ 能妨碍情况 $q$ 出现，当且仅当，情况 $p$ 能使得非 $q$ 保持。

情况 $p$ 能妨碍非 $q$ 出现，当且仅当，情况 $p$ 能使得情况 $q$ 保持。

情况 $p$ 能妨碍 $q$ 保持，当且仅当，$p$ 能使非 $q$ 出现。情况 $p$ 能妨碍非 $q$ 保持，当且仅当，$p$ 能使 $q$ 情况出现。

利用符号，我们可以构造出刻划上面语句的种种表达式。

①$p$ 能使 $q$ 出现：$p\Rightarrow\neg q\prec q$

②$p$ 能使非 $q$ 出现：$p\Rightarrow q\prec\neg q$

③$p$ 能使 $q$ 保持：$p\Rightarrow q\prec q$

④$p$ 能使非 $q$ 保持：$p\Rightarrow\neg q\prec\neg q$

⑤$p$ 能妨碍 $q$ 出现：$p\Rightarrow\neg q\prec\neg q$

⑥$p$ 能妨碍非 $q$ 出现：$p\Rightarrow q\prec q$

⑦$p$ 能妨碍 $q$ 保持：$p\Rightarrow q\prec\neg q$

⑧$p$ 能妨碍非 $q$ 保持 $p\Rightarrow\neg q\prec\neg q$

从上面看出，①、⑧是一样的，$p$ 能使 $q$ 出现，也就是 $p$ 能妨碍非 $q$ 保持。②、⑦一样，$p$ 能使非 $q$ 出现，也就是 $p$ 能妨碍 $q$ 保持。③、⑥一样，$p$ 能使 $q$ 保持也就是 $p$ 能妨碍非 $q$ 出现。④、⑤一样，$p$ 能使非 $q$ 保持，也就是 $p$ 能妨碍 $q$ 出现。

借助上面的概念和表达式，可以做出关于功利评价的一系列定义。用 $Gu$ 和 $Hu$ 分别表示功利的善和功利的恶。

$DG1\quad Gu(p/q)=dfGq\wedge p\Rightarrow\neg q\prec q$

这是功利善的第一个定义。这定义说，$p$ 对 $q$ 是功利善（根据 $q$、$p$ 是功利的善），当且仅当，$q$ 是善，并且 $p$ 能使 $q$ 出现。

$DH1\quad Hu(p/q)=dfHq\wedge(p\Rightarrow\neg q\prec q)$

功利恶的第一个定义是说，$p$ 对 $q$ 是功利恶，当且仅当，$q$ 是恶，并且 $p$ 能使 $q$ 出现。

$DG2\quad Gu(p/q)=dfGq\wedge(p\Rightarrow q\prec q)$

这一定义是说，$q$ 是善，并且 $p$ 能使 $q$ 保持。

$DH2\quad Hu(p/q)=dfHq\wedge(p\Rightarrow q\prec q)$

$p$ 对 $q$ 是功利恶，当且仅当，$p$ 能使 $q$ 保持。

$DG3\quad Gu(p/q)=dfGq\wedge(p\Rightarrow\neg q\prec q)\vee(p\Rightarrow q\prec q)$

$p$ 对 $q$ 是功利善，当且仅当，$q$ 是善，并且 $p$ 能使 $q$ 出现或保持。这是把功利善第一和第二个定义综合而成。

$DH\quad Hu(p/q)=dfHq\wedge((p\Rightarrow\neg q\prec q)\vee(p\Rightarrow q\prec q))$

功利恶的这一定义也是综合了前两个功利恶的定义而成。

$DG4 \quad Gu(p/q)=dfGq\wedge(p\Rightarrow\neg q-\!\!<q)\wedge(p\Rightarrow q-\!\!<q)$

$DH4 \quad Hu(p/q)=dfHq\wedge(p\Rightarrow\neg q-\!\!<q)\wedge(p\Rightarrow q-\!\!<q)$

$DG5 \quad Gu(p/q)=dfHq\wedge(p\Rightarrow q-\!\!<\neg q)$

这是从排除功利恶的角度定义功利善。这一定义是说，$p$ 对 $q$ 是功利善，当且仅当，$q$ 是恶，并且 $p$ 能使 $q$ 消失（或 $p$ 能妨碍 $q$ 保持）。

$DH5 \quad Hu(p/q)=dfGq\wedge(p\Rightarrow q-\!\!<\neg q)$

$p$ 对 $q$ 是功利恶，当且仅当 $q$ 是善，并且 $p$ 能使 $q$ 消失。

$DG6 \quad Gu(p/q)=dfHq\wedge(p\Rightarrow\neg q-\!\!<\neg q)$

$DH6 \quad Hu(p/q)=dfGq\wedge(p\Rightarrow\neg q-\!\!<\neg q)$

$DG7 \quad Gu(p/q)=dfHq\wedge(p\Rightarrow q-\!\!<\neg q)\vee(p\Rightarrow\quad q-\!\!<\neg q)$

$DH7 \quad Hu(p/q)=dfGq\wedge(p\Rightarrow q-\!\!<\neg q)\vee(p\Rightarrow\neg q-\!\!<\neg q)$

还可以再从上面的定义综合出新的定义，如

$DG8 \quad Gu(p/q)=df(Gq\wedge p\Rightarrow\neg q-\!\!<q\vee p\Rightarrow q-\!\!<q)\vee Hq\wedge p\Rightarrow q-\!\!<\neg q\vee p\Rightarrow\neg q-\!\!<\neg q$

$DH8 \quad Hu(p/q)=df(Hq\wedge(p\Rightarrow\neg q-\!\!<q)\vee(p\Rightarrow q-\!\!<q))\vee(Gq\wedge(p\Rightarrow q-\!\!<\neg q)\vee(p\Rightarrow\quad q-\!\!<\neg q))$

$DG8$是 $DG3$和 $DG7$的结合，$DH8$是 $DH3$和 $DH7$的结合。

利用上面定义，可以建立评价逻辑的种种不同系统。下面是一个依据 $DG3$和 $DH3$建立的 $GuHu$—$D3$系统。

$A0$ 命题逻辑的重言式。简记为 $PL$

$A1 \quad (p\vee q)-\!\!<(r\vee s)\leftrightarrow p-\!\!<r\vee p-\!\!<s\vee q-\!\!<r\vee q-\!\!<s$

$A2 \quad (p\wedge q)-\!\!<(r\wedge s)\leftrightarrow p-\!\!<r\wedge p-\!\!<s\wedge q-\!\!<r\wedge q-\!\!<s$

$A3 \quad \neg(p-\!\!<\triangle)$ $\triangle$为命题逻辑重言式。

$A4 \quad \neg(\neg\triangle-\!\!<p)$

$A5 \quad \triangle-\!\!<\triangle$

$A6 \quad (p\Rightarrow q)\rightarrow\neg(\neg p\Rightarrow q)$

$A7 \quad (p\Rightarrow q)\rightarrow\neg(p\Rightarrow\neg q)$

$A8 \quad (p\Rightarrow q)\wedge(q\Rightarrow r)\rightarrow(p\Rightarrow r)$

$A9\quad (p\Rightarrow q)\wedge(p\Rightarrow r)\rightarrow(p\Rightarrow q\wedge r)$

$A10\quad (p\Rightarrow r)\wedge(q\Rightarrow r)\leftrightarrow(p\wedge q\Rightarrow r)$

$A11\quad (p\Rightarrow q)\vee(p\Rightarrow r)\leftrightarrow(p\Rightarrow q\vee r)$

$A12\quad G(p\wedge q)\leftrightarrow Gp\wedge Gq$

$A13\quad H(p\wedge q)\leftrightarrow Hp\vee Hq$

$A14\quad Gp\rightarrow\neg Hp$

*GuHu-D*3的推理规则有

*R*1 分离规则

*R*2 代入规则

*R*3 置换规则

*R*4 如 $A\rightarrow B$ 是命题逻辑重言式，则从 $A\rightarrow B$ 推出 $(A\Rightarrow C)\rightarrow(B\Rightarrow C)$。

*R*5 如 $A\rightarrow B$ 是命题逻辑重言式，则从 $A\rightarrow B$ 可推出 $(C\Rightarrow A)\rightarrow(C\Rightarrow B)$。

*R*6 如 $A\rightarrow B$ 是命题逻辑重言式且 $B$ 的变项都在 $A$ 中，则从 $A\rightarrow B$ 可得出 $GA\rightarrow GB$。

*GuHu*—*D*3还有一些定义。除命题联结词的三值定义、评价联结词的二值定义，此外，还有定义

$Gu(p/q)=dfGq\wedge(p\Rightarrow\neg q\prec(q)\vee(p\Rightarrow q\prec(q)$

$Hu(p/q)=dfHq\wedge(p\Rightarrow\neg q\prec(q)\vee(p\Rightarrow q\prec(q)$

公理 *A*1、*A*2是说，$\prec$对 $\vee$，$\wedge$ 都是可分配的。*A*1是说，$p\vee q$ 转化为 $r\vee s$，等价于 $p$ 转化为 $r$ 或 $p$ 转化为 $s$ 或 $q$ 转化为 $r$ 或 $q$ 转化为 $s$。*A*2是说，$p\wedge q$ 转化为 $r\wedge s$ 等价于 $p$ 转化为 $r$ 且 $p$ 转化为 $s$ 且 $q$ 转化为 $r$ 且 $q$ 转化为 $s$。

*A*3和 *A*4、*A*5表徵了命题变项和命题逻辑重言式在$\prec$上的关系。*A*3是说，命题变项不能转化为非重言式(矛盾式)，*A*4是说，非重言式(矛盾式)不能转化为命题变项，*A*5是说，重言式转化为重式。*A*3、*A*4和 *A*5是为演算中证明过程需要而设置的。参见 *T*4的证明。

$A6$-$A11$刻划了$\Rightarrow$。$A6$是说如果 $p$ 是 $q$ 的原因，非 $p$ 就不是 $q$ 的原因。$A7$是说，如果 $p$ 是 $q$ 的原因则 $p$ 不是非 $q$ 的原因。这里提出了原因或因果上的非矛盾原则。$A8$说$\Rightarrow$有传递性，$A9A10$、$A11$ 刻划$\Rightarrow$在对$\vee$和$\wedge$的关系的某些方面和命题逻辑中的$\rightarrow$相似。$A9$ 相类于$(p\rightarrow q)\wedge(p\rightarrow r)\rightarrow(p\rightarrow q\wedge r)$，$A10$类似于$(p\rightarrow r)\vee(q\rightarrow r)\rightarrow(p\wedge q\rightarrow r)$，但 $A10$可逆推，$A11$类似于$(p\rightarrow q)\vee(p\rightarrow r)\leftrightarrow p\rightarrow q\vee r$。$A12$和 $A13$、$A14$是评价逻辑的有效公式作为功利评价的公理。

$GuHu$—$D3$的推理规则 $R1$、$R2$、$R3$相同于前面考察的一般评价逻辑系统的规则。这些规则都是处理评价公式的。当然在演算时还需用处理命题逻辑公式的分离规则、代入规则和置换规则。这是自然的，不需专门单列。$R4$、$R5$把重言式和因果关系联系起来。$R4$说，如果 $A\rightarrow B$ 是命题逻辑重言式，则从 $A$ 是 $C$ 的原因可推出 $B$ 是$C$ 的原因。$R5$是说，如果 $A\rightarrow B$ 是重言式，则从$C$ 是 $A$ 的原因可推出 $C$ 是 $B$ 的原因。$R6$是一般评价逻辑中的后承原则。$GuHu$—$D3$中的两个定义是用来把非功利评价公式置换为功利评价公式。

下面给出 $GuHu$—3的内定理的一些证明。

$T1$ $Gu(p/r)\wedge Gu(q/r)\rightarrow Gu(p\wedge q/r)$

证明

① $(p\wedge q\rightarrow r)\rightarrow((s\wedge p)\rightarrow(s\wedge q)\rightarrow s\wedge r)$ $PL$

② $(p\Rightarrow s)\wedge(q\Rightarrow s)\rightarrow(p\wedge q\Rightarrow s)\rightarrow(Gr\wedge(p\Rightarrow s))\wedge(Gr\wedge q\Rightarrow s)\rightarrow Gr\wedge(p\wedge q\Rightarrow s)$

$R2p/p\Rightarrow s,q/q\Rightarrow s,r/p\wedge q\Rightarrow s,s/Gr$

③ $(Gr\wedge(p\Rightarrow s))\wedge(Gr\wedge q\Rightarrow s)\rightarrow Gr\wedge(p\wedge q\Rightarrow s)$ $R1,A8,2$

④ $(Gr\wedge(p\Rightarrow(\neg r\prec(r\vee r\prec(r)))\wedge(Gr\wedge(q\Rightarrow(\neg r\prec(r\vee r\prec(r)))\rightarrow(Gr\wedge((p\wedge q)\Rightarrow(\neg r\prec(r\vee r\prec(r)))$

⑤ $(p\Rightarrow(q\vee r))\leftrightarrow(p\Rightarrow q)\vee(p\Rightarrow r)$ $A11$

⑥ $(p\Rightarrow(\neg r\prec(r\vee r\prec(r)\leftrightarrow(p\Rightarrow\neg r\prec(r)\vee(p\Rightarrow r\prec(r)$

$R2,q/\neg r\prec(r,r/r\prec(r$

⑦ $(q \Rightarrow (\neg r \prec r \vee r \prec r) \leftrightarrow (q \Rightarrow \neg r \prec r) \vee (q \Rightarrow r \prec r)$

$R2, p/q$

⑧ $((p \wedge q) \Rightarrow (\neg r \prec r \vee r \prec r)) \leftrightarrow ((p \wedge q) \Rightarrow \quad r \prec r)) \vee$
$((p \wedge q) \Rightarrow (r \prec r))$ $R2, p/p \wedge q$

⑨ $(Gr \wedge (p \rightarrow \neg r \prec r) \vee (p \Rightarrow r \prec r)) \wedge (Gr \wedge (q \Rightarrow \neg r \prec r)$
$\vee (q \Rightarrow r \prec r)) \rightarrow (Gr \wedge ((p \wedge q) \Rightarrow \neg r \prec r) \vee ((p \wedge q) \Rightarrow$
$r \prec r)$ $R3, 4, 6, 7, 8$

⑩ $Gu(p/r) \wedge Gu(q/r) \rightarrow Gu(p \wedge q/r)$ $9, DG3$

$T2$ $Gu(p \wedge q/r) \rightarrow Gu(p/r) \wedge Gu(q/r)$

证明

① $A \rightarrow B$ 重言式

② $(A \Rightarrow (\neg r \prec r \vee r \prec r) \rightarrow (B \Rightarrow (\neg r \prec r \vee r \prec r)$ $R4$

③ $(A \Rightarrow (\neg r \prec r \vee r \prec r) \leftrightarrow (A \Rightarrow \neg r \prec r) \vee (A \Rightarrow r \prec r)$

$A11, R2$

④ $(B \Rightarrow (\neg r \prec r \vee r \prec r) \leftrightarrow (B \Rightarrow \neg r \prec r) \vee (B \Rightarrow r \prec r)$

$A11, R2$

⑤ $(A \Rightarrow \neg r \prec r) \vee (A \Rightarrow r \prec r) \rightarrow (B \Rightarrow \neg r \prec r) \vee (B \Rightarrow r \prec$
$r)$ 2、$R3$

⑥ $(p \rightarrow q) \rightarrow (r \wedge p \rightarrow r \wedge q)$ $PL$

⑦ $((A \Rightarrow \neg r \prec r) \vee (A \Rightarrow r \prec r) \rightarrow (B \Rightarrow \neg r \prec r) \vee (B \Rightarrow$
$(r \prec r)) \rightarrow (Gr \wedge (A \Rightarrow \neg r \prec r) \vee (A \Rightarrow r \neg r \prec r)) \rightarrow (Gr$
$\wedge (B \Rightarrow \neg r \prec r) \vee (B \Rightarrow r \prec r))$

$6, R2, p/A \Rightarrow (\neg r \prec r) \vee A \Rightarrow (r \prec r), q/B$
$\Rightarrow (\neg r \prec r) \vee B \Rightarrow (r \prec r) r/Gr$

⑧ $Gr \wedge (A \Rightarrow (\neg r \prec r)) \vee (A \Rightarrow (r \prec r)) \rightarrow (Gr \wedge (B \Rightarrow$
$(r \prec r)) \vee (B \Rightarrow (r \prec r)))$, $R1$

⑨ $Gu(A/r) \rightarrow Gu(B/r)$ $8, DG3$

⑩ $p \wedge q \rightarrow p$

⑪ $Gu(p \wedge q/r) \rightarrow Gu(p/r)$ $9, A/p \wedge q, B/p$

⑫ $p \wedge q \to q$

⑬ $Gu(p \wedge q/r) \to Gu(q/r)$ 　　 $9, A/p \wedge q, B/q$

⑭ $Gu(p \wedge q/r) \to Gu(p/r) \wedge Gu(q/r)$

$T2$的证明，首先把 $A \to B$ 作为重言式引入，例如 $A \to B$ 是 $p \wedge q \to p$，$p \wedge q \to q$。在本证明中的⑩和⑫两步，就是预定 $A \to B$ 是 $p \wedge q \to p$ 和 $A \to B$ 是 $p \wedge q \to q$ 的。这样才使得⑪和⑬两步得以成立。它们是根据第⑨步进行代入的。这是代入规则的一种新做法，即被代入项不是命题变项而是命题公式。一般这是不允许的。其所以这里可以，因为前面已有予定 $A \to B$ 作为 $p \wedge q \to p$ 和 $p \wedge q \to q$ 给出。在 $GuHu$—$D3$的证明中，$\Rightarrow$和$\prec$是系统中的符号，由它们构成的公式，如 $A \Rightarrow (\neg r \prec r)$等，可以和其他命题公式一样作为代入项和置换项。

$T3$ $Gu(p/q) \wedge Gu(p/r) \to Gu(p/q \wedge r)$

证明

① $(p \prec r) \wedge (p \prec s) \wedge (q \prec r) \wedge (q \prec s) \to (p \wedge q) \prec (r \wedge s)$ 　　 $A2$

② $(p \prec q) \wedge (p \prec r) \wedge (p \prec q) \wedge (p \prec r) \to p \prec q \wedge r$ 　　 $R2, r/q, s/rq/p$

③ $(p \prec q) \wedge (p \prec r) \to (p \prec q \wedge r)$ 　　 $R3$

④ $(\triangle \prec q) \wedge (\triangle \prec r) \to (\triangle \prec q \wedge r)$ 　　 $R2, p/\triangle$

⑤ $((\neg q \vee q) \prec q) \wedge ((\neg q \vee q) \prec r) \to ((\neg q \vee q) \prec (q \wedge r))$ 　　 $R3, \triangle/\neg q \vee q$

⑥ $(p \vee q) \prec (q \vee q) \leftrightarrow (p \prec q) \vee (p \prec q) \vee (q \prec q) \vee (q \prec q)$ 　　 $A1, R2$

⑦ $(p \vee q) \prec q \leftrightarrow (p \prec q) \vee (q \prec q)$ 　　 6、$R3$

⑧ $(\neg q \vee q) \prec q \leftrightarrow (\neg q \prec q) \vee (q \prec q)$ 　　 $7, R2$

⑨ $(\neg r \vee r) \prec r \leftrightarrow (\neg r \prec r) \vee (r \prec r)$ 　　 $7, R2$

⑩ $(\neg(q \wedge r) \vee (q \wedge r) \prec (q \wedge r)) \leftrightarrow (\neg(q \wedge r) \prec (q \wedge r) \vee (q \wedge r) \prec (q \wedge r))$ 　　 $R2, 7, p/\neg(q \wedge r), q/q \wedge r$

⑪ $((\neg q \prec (q) \vee (q \prec (q)) \wedge ((\neg r \prec (r) \vee (r \prec (r)) \rightarrow \neg (q \wedge r) \prec ((q \wedge r) \vee (q \wedge r) \prec ((q \wedge r)$ R3,5,8,9,10

⑫ $p \Rightarrow ((\neg q \prec (q) \vee (q \prec (q) \wedge (\neg r \prec (r) \vee (r \prec (r)) \rightarrow p \Rightarrow (\neg (q \wedge r)) \prec ((q \wedge r) \vee (q \wedge r) \prec ((q \wedge r))$ R5,11

⑬ $(p \Rightarrow ((\neg (q \wedge r) \prec ((q \wedge r) \vee ((q \wedge r) \prec ((q \wedge r))) \leftrightarrow (p \Rightarrow (\neg (q \wedge r) \prec ((q \wedge r)) \vee (p \Rightarrow (q \wedge r) \prec ((q \wedge r))$ A11

⑭ $(p \Rightarrow ((\neg q \prec (q) \vee (q \prec (q) \wedge (\neg r \prec (r \vee r \prec (r) \leftrightarrow (p \Rightarrow (\neg q \prec (q \vee q \prec (q)) \wedge (p \Rightarrow (\neg r \prec (r \vee r \prec (r))$ A9

⑮ $(p \Rightarrow (\neg q \prec (q \vee q \prec (q)) \wedge (p \Rightarrow (\neg r \prec (r \vee r \prec (r) \rightarrow (p \Rightarrow \neg (q \wedge r) \prec ((q \wedge r)) \vee (p \Rightarrow (q \wedge r) \prec ((q \wedge r)$

R3,12,13,14

⑯ $(p \Rightarrow (\neg q \prec (q \vee q \prec (q)) \leftrightarrow (p \Rightarrow (\neg q \prec (q) \vee (p \Rightarrow (q \prec (q)$

A11,R2

⑰ $(p \Rightarrow (\neg r \prec (r \vee r \prec (r)) \leftrightarrow (p \Rightarrow \neg r \prec (r) \vee (p \Rightarrow r \prec (r)$

R2,16

⑱ $(p \Rightarrow \neg q \prec (q) \vee (p \Rightarrow q \prec (q) \wedge (p \Rightarrow \neg r \prec (r) \vee (p \Rightarrow r \prec (r) \rightarrow (p \Rightarrow \neg (q \wedge r) \prec ((q \wedge r)) \vee (p \Rightarrow (q \wedge r)) \prec ((q \wedge r))$ R3,15,16,17

⑲ $Gq \wedge Gr \rightarrow G(q \wedge r)$ A12

⑳ $(p \wedge q \rightarrow r) \wedge (s \wedge t \rightarrow u) \rightarrow (s \wedge p) \wedge (t \wedge q) \rightarrow u \wedge r$ PL

㉑ $(p \Rightarrow \neg q \prec (q) \vee (p \Rightarrow q \prec (q) \wedge (p \Rightarrow \neg r \prec (r) \vee (p \Rightarrow r \prec (r) \rightarrow (p \Rightarrow \neg (q \wedge r) \prec ((q \wedge r)) \vee (p \Rightarrow (q \wedge r) \prec ((q \wedge r)) \wedge ((Gq \wedge Gr \rightarrow G(q \wedge r) \rightarrow (Gp \wedge (p \Rightarrow \neg q \prec (q) \vee (p \Rightarrow q \prec (q))) \wedge (Gr \wedge (p \Rightarrow \neg r \prec (r) \vee (p \Rightarrow r \prec (r)) \rightarrow G(q \wedge r) \wedge (p \Rightarrow \neg (q \wedge r) \prec ((q \wedge r)) \vee (p \Rightarrow (q \wedge r) \prec ((q \wedge r))$

20、R2, $p/(p \Rightarrow \neg q \prec (q) \vee (p \Rightarrow q \prec (q)$

$q/(p \Rightarrow \neg r \prec (r) \vee (p \Rightarrow r \prec (r)$

$r/(p \Rightarrow \neg (q \wedge r) \prec ((q \wedge r)) \vee (p \Rightarrow (q \wedge r) \prec ((q \wedge r))$

$s/Gq, t/Gr, u/G(q \wedge r)$

㉒ $(Gq \wedge ((p \Rightarrow \neg q \prec (q) \vee (p \Rightarrow q \prec (q))) \wedge (Gr \wedge (p \Rightarrow \neg r \prec (r) \vee (p \Rightarrow r \prec (r))) \rightarrow G(q \wedge r) \wedge (p \Rightarrow \neg (q \wedge r) \prec ((q \wedge r)) \vee (p \Rightarrow (q \wedge r) \prec ((q \wedge r)$ 19、20、21、$PL$

㉓ $Gu(p/q) \wedge Gu(p/r) \rightarrow Gu(p/q \wedge r)$ $DG3,22$

$T4$ $Gu(p/q \wedge r) \rightarrow Gu(p/q) \wedge Gu(p/r)$

证明

① $\triangle \prec \triangle$ $A5$

② $\triangle \prec (\neg B \vee B)$ $R3,PL$

③ $(\triangle \prec (\neg B) \vee (\triangle \prec (B)$ $2,R3$

④ $\neg (\triangle \prec (\neg B) \rightarrow (\triangle \prec (B)$ $R3,3$

⑤ $\neg (\triangle \prec ((B \wedge \neg B))$ $A3,R2p/\triangle$

⑥ $\neg (\triangle \prec (B \wedge \triangle \prec (\neg B)$ $R3,5$

⑦ $\triangle \prec (B \rightarrow \neg (\triangle \prec (\neg B)$ $R3,6$

⑧ $\triangle \prec (B \leftrightarrow \neg (\triangle \prec (\neg B)$ $4,7PL$

⑨ $A \rightarrow B(\triangle)$ 假定 $A \rightarrow B$ 为重言式

⑩ $(A \wedge \neg B) \leftrightarrow \neg \triangle$

⑪ $\neg (\triangle \prec ((A \wedge \neg B))$ $A3,R2,p/\triangle,\neg \triangle/A \wedge \neg B$

⑫ $\neg (\triangle \prec (A \wedge \triangle \prec (\neg B)$ $11,R3$

⑬ $\triangle \prec (A \rightarrow \neg (\triangle \prec (\neg B)$ $12,R3$

⑭ $\triangle \prec (A \rightarrow \triangle \prec (B$ $R3,8,13$

⑮ $((\neg A \vee A) \prec (A) \rightarrow ((\neg B \vee B) \prec (B))$ $R3,14$

⑯ $(\neg A \prec (A \vee A \prec ( \rightarrow (\neg B \prec (B \vee B \prec (B)$ $R3,15$

⑰ $(C \Rightarrow (\neg A \prec (A \vee A \prec (A)) \rightarrow (C \Rightarrow ( \quad B \prec (B \vee B \prec (B))$ $R5,16$

⑱ $GA \rightarrow GB$ $R6,9$

⑲ $(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow s) \rightarrow (p \wedge r \rightarrow q \wedge s)$ $PL$

⑳ $((GA \rightarrow GB) \wedge (C \Rightarrow (\neg A \prec (A \vee A \prec (A)) \rightarrow (C \Rightarrow (\neg B \prec (B \vee B \prec (B))) \rightarrow (GA \wedge (C \Rightarrow (\neg A \prec (A \vee A \prec (A)) \rightarrow GB \wedge (C \Rightarrow (\neg B \prec (B \vee B \prec (B)))$ $R2,19$

㉑ $(GA \rightarrow GB( \wedge (C \Rightarrow (\neg A \prec (A \vee A \prec (A) \rightarrow (C \Rightarrow (\neg B \prec (B \vee B \prec (B))$ 17、18、PL

㉒ $GA \wedge (C \Rightarrow (\neg A \prec (A \vee A \prec (A)) \rightarrow GB \wedge (C \Rightarrow (\neg B \prec (B \vee B \prec (B))$ 20、21、R1

㉓ $C \Rightarrow (\neg A \prec (A \vee A \prec (A) \leftrightarrow C \Rightarrow (\neg A \prec (A) \vee C \Rightarrow (A \prec (A)$ A11,R2

㉔ $(C \Rightarrow (\neg B \prec (B \vee B \prec (B) \leftrightarrow (C \Rightarrow (\neg B \prec (B)) \vee (C \Rightarrow (B \prec (B))$ A11,R2

㉕ $GA \wedge (C \Rightarrow \neg A \prec (A) \vee (C \Rightarrow A \prec (A) \rightarrow GB \wedge (C \Rightarrow \neg B \prec (B) \vee (C \Rightarrow B \prec (B$ R3、21、22、23

㉖ $Gu(C/A) \rightarrow GU(C/B)$ DG3,24

㉗ $q \wedge r \rightarrow p$

㉘ $Gu(p/q \wedge r) \rightarrow Gu(p/q)$

㉙ $q \wedge r \rightarrow r$

㉚ $Gu(p/q \wedge r) \rightarrow Gu(p/r)$

㉛ $Gu(p/q \wedge r) \rightarrow Gu(p/q) \wedge Gu(p/r)$

还可以利用功利评价词 *Gu* 和 *Hu* 的其他定义来建立其他的功利评价系统。例如用 *DG*7和 *DH*7替换 *DG*3和 *DH*3,可建立 *GuHu*—*D*7系统。

前面我们介绍过完全的绝对评价逻辑 *GH*/,它是包含着描述评价根据的评价逻辑。*GH*/是各种评价逻辑的最一般的部分。功利评价逻辑可以看作 *GH*/的特殊解释。这时 $G(p/q)$和 $H(p/q)$可解释为 $Gq \wedge p \Rightarrow q$ 和 $Hq \wedge p \Rightarrow q$。这样 $G(p/q)$就是 $Gu(p/q)$,而 $H(p/q)$就是 $Hu(p/q)$。我们可以根据 *GH*/的真值条件来考虑 *GuHu*—*D*3的公理定理的有效性和功利评价逻辑的一些元逻辑问题。

(作者:宋文坚)

# 参考文献

[1] Katz J. J. Sementic theory and the meaning of《Good》。《Journal of philosophy》1964, V. 61, No. 23.

[2] Rice P. B. Toward a syntax of valuation.《Journal of philosophy》, 1944, V. 41, N0. 12.

[3] Wright G. H. Von. The varieties of goodnees. New York and London 1963.

[4] Hall E. W. A categorical analysis of Value.《philosophy of science》, 1947, V. 14, No. 4.

[5] 刘壮虎,《基于多值逻辑的评价逻辑系统》,载《自然辩证法研究》, 1993年,第3期。

# [十一] 优先逻辑

## 1 优先逻辑概述

优先逻辑,又名择优逻辑、选择逻辑,是一种研究存在于价值判断之间的优先关系的形式理论。

伦理哲学家通常感兴趣的概念可以分为三组:第一组为规范概念,例如,权力和义务、命令、禁止、允许等,这组概念成为道义逻辑研究的对象。道义逻辑就是关于"允许"、"禁止"等概念和命题的一种形式理论。第二组概念为价值概念,如好、坏以及更好、更坏等等;第三组为人类学概念,例如需要和要求,决定和选择,动机、效果和行动等。优先逻辑与第二组概念有关,它以存在于价值判断之间的优先关系为研究对象,是一种关于优先关系的形式理论。

优先逻辑具有广泛的应用价值。由于价值判断不仅存在于伦理学之中,而且还存在于经济学、美学等学科之中,因此,优先逻辑与一般价值理论及其三大主要分支——美学、经济学、伦理学都有着十分密切的关系。优先逻辑的重要代表人物冯·莱特(Von Wright)曾指出,了解优先概念本身,对于了解上述学科中的更复杂的价值判断形式,不仅是有帮助的,而且这种帮助是实质性的。

优先逻辑具有很长的历史。它的起源最早可追溯到西方逻辑之父亚里士多德。他在《正位篇》第三卷中提出了更可取性(优先性)的原则,例如,"更耐久的或持久的东西优先于较不耐久或持久的东西"。(116*a*13—14);"因自身之故而被选择的东西优先于因

另外的缘故而被选择的东西”(116*a*29—30);“可能的东西优先于不可能的东西”(316*b*27);“在每一场合或大多数场合下都可应用的东西,是可以优先的。”(117*a*35—37);“如果 *A* 绝对比 *B* 要好,那么 *A* 的最好的种也比 *B* 的最好的种要好。”(117*b*33—35),等等。在西方近代哲学中,在布伦坦诺学派影响所及的范围内,特别是由 H·施瓦茨(H. Schwarz)和 M·谢勒(M. Sheler)等人重新开始研究优先逻辑。谢勒试图把关于优先关系的理论系统化。此后,哈尔顿(Hallden)于 1957 年发表《关于“更好”的逻辑》,第一次尝试着使用精确的工具对优先理论作系统处理;冯·莱特(Von Wright)于 1963 年发表他的《优先逻辑》一书,沿着哈尔顿的方向迈出了第二大步,成为优先逻辑的最重要的创始人之一。此后,齐硕姆(R. M. Chisholm)和苏莎(SoSa)(1966)、雷谢尔(N. Rescher)(1967),B·汉森(B. Hansson)(1968)、L·阿奎斯特(L. Aqvist)(1963)等人在这方面做了一些工作。冯·莱特于 1972 年对优先逻辑作了重新思考,发展了他自己在这个领域所做的工作。

在优先逻辑的发展史上,存在着两种不同的研究方法:公理化方法和语义方法。所谓公理化研究,就是人们首先借助于直观思考,规定一些基本的形式规则,以作为优先逻辑进一步展开的基础;从这些基本原则出发,通过严格的逻辑推理或其他逻辑手段,把整个优先理论构造出来。冯·莱特、哈尔顿、齐硕姆、苏莎、R. M·马丁(Martin)就是按照这种方法构造理论的,其中以冯·莱特的工作最为系统且最为成功。另一种方法是语义的,以尼·雷谢尔为代表,他首先为优先逻辑的原则确定一个可接受性标准,并且把所有依据这个标准可接受的原则都包括在系统内。我们对这两种研究方法所获得的结果都将予以讨论。

## 2 冯·莱特的优先逻辑(Ⅰ)

冯·莱特的《优先逻辑》一书,是关于优先逻辑最富有内容的

因而是最著名的著作之一，它是采用公理化方法构造其理论的，我们这里先简要介绍此书中所构造的优先逻辑。

### 2.1 基本概念和方法

冯·莱特以优先(*Preference*)概念作为其理论的起点。这个概念是未经严格定义的，但还是有可能通过它的各个相关因素，对它作出非形式的说明。

优先和事态　冯·莱特认为，有两种优先：事态(*state of affairs*)之间的优先和事物之间的优先。例如，当我们说，我们喜欢C国摆脱其他国家的控制胜过它没有摆脱控制，这里的优先关系项就是事态。所谓事态，简单说来是事物的状态，但更多的时候带有行动、行为、做某事的意谓。而当我们喜爱苹果胜过梨，喜爱中国胜过别的国家时，优先关系项表面看来是事物，优先是两个或两类事物之间的优先。但是我们要问：喜爱苹果胜过梨是什么意思呢？也许，这意味着，喜爱苹果的味道胜过梨的味道，更进一步，喜欢吃苹果胜过吃梨，于是事物之间的优先就变成了两个行动之间的优先，即事态的优先。所以，在上述两种优先中，事态的优先是更基本的。优先逻辑所要研究的是事态的优先。

优先和主体　人们在从事某一具体实践活动时，总是先要进行一番价值思考，对不同的对象和行动作出价值评估，并且比较它们之间的价值关系，即比较它们各自价值的优劣、好坏、大小，在此基础上作出优先判断，然后付诸行动(导致选择行为)。所以，任何优先都是相对于主体即人而言的，都是由特定的人在特定的时间内作出的判断。所以，优先判断的标准形式是："$x$ 在 $t$ 时喜爱 $p$ 胜过 $q$"，这里"$x$"表示人或者主体，"$t$"表示特定的时间。为了方便起见，我们常常使用其省略的形式："$p$ 优先于 $q$"，在这里我们暗中假定了所考虑的优先是相对于某一给定的主体和给定的时间而言的。冯·莱特所论及的都是非特定主体以及非特定时间、地点的优先。

内在的优先和外在的优先　冯·莱特认为,人们能够区分内在的(*intrinsic*)优先与外在的(*extrinsic*)优先。如果能够(非循环地)给出 $p$ 优先于 $q$ 的理由、原因、根据,则说 $p$ 是外在地优先于 $q$;否则,优先就是内在的。$p$ 内在地优先于 $q$,有时可以用"$p$ 本身优先于 $q$","$p$ 因自身之故优先于 $q$"来表达。对内在优先的断定表达我们的喜爱,优先概念与"喜爱一物胜过另一物"具有同样的意义。说 $p$ 内在地优先于 $q$,就是说,我们喜爱 $p$,它比 $q$ 更好。所以,优先成为"更好"(*betterness*)概念的一个构成要素,是与更好、更坏、好、坏、善、恶等价值概念密切相关的。同时,优先概念也与需要和要求、决定与选择、动机、效果和行动等概念有关,其中特别是与选择概念相关联。可以这样说,优先是处于更好与选择之间的概念。冯·莱特认为,所有外在的优先最终都是以内在的优先为基础的。优先逻辑与内在的优先并且只与内在的优先有关。

用小写字母 $p$、$q$、$r$…表示任一事态,真值联结词有$\neg$、$\wedge$、$\vee$、$\rightarrow$、$\leftrightarrow$。此外,用大写字母 $P$ 表示优先关系,在记号 $P$ 的两边各加上一变元或一分子公式,例如 $pPq$(读作 $p$ 优先于 $q$),$(p\wedge q)Pr$(读作 $p\wedge q$ 优先于 $r$),这类表达式被称为原子 $P$—表达式或原子优先表达式,原子 $P$—表达式用真值联结词可结合为分子 $P$—表达式,例如$\neg(pPq)\rightarrow(p\wedge q)P\neg r$(读作如果并非 $p$ 优先于 $q$,那么 $p\wedge q$ 优先于非 $r$)。这两类表达式称为 $P$—表达式或优先表达式。分子 $P$—表达式中的原子 $P$—表达式,以及 $P$—表达式中所含变元 $p$、$q$、$r$…,有时又被称为 $P$—表达式的原子构件。

优先逻辑以数理逻辑的命题演算为基础。用公理化方法构造的优先逻辑经常要用到命题逻辑中的两个重要方法即真值表方法和把各种表达式化为它自身的范式的方法。此外,$P$—表达式本身可以根据命题逻辑的规律变形,例如,$P$ 表达式的原子构件作为合取支或析取支,其次序的改变不影响 $P$ 表达式的真值。

在上述概念和方法(再加其他概念和方法)的基础上,就可以构造优先逻辑系统。

### 2.2 五个基本原则及其解释

冯·莱特首先给自己的系统规定了五个基本原则，它们分别是：

(1)$(pPq) \to \neg(qPp)$

这表明了优先关系是反对称的，如果一个事态 $p$ 优先于另一事态 $q$，那么，第二个事态 $q$ 必然不优先于第一事态 $p$。

(2)$(pPq) \wedge (qPr) \to (pPr)$

由此可见，这表明了优先关系是传递的。如果事态 $p$ 优先于事态 $q$，并且，事态 $q$ 优先于事态 $r$，那么，事态 $p$ 必然优先于事态 $r$。

(3)$(pPq) \leftrightarrow (p \wedge \neg q)P(q \wedge \neg p)$

这规则表明了一个事态 $p$ 优先于另一事态 $q$ 的意义。它是说，一个事态 $p$ 优先于另一事态 $q$，当且仅当，这个事态和另一事态的否定即 $p \wedge \neg q$，优先于另一事态和这一事态否定即 $q \wedge \neg p$。例如，吃瘦肉优先于吃肥肉，当且仅当，吃瘦肉不吃肥肉优先于吃肥肉不吃瘦肉。

(4)$$(p \vee q)P(r \vee s) \leftrightarrow [(p \wedge \neg r \wedge \neg s)P(\neg p \wedge \neg q \wedge r)] \wedge [(p \wedge \neg r \wedge \neg s)P(\neg p \wedge \neg q \wedge s)] \wedge [(q \wedge \neg r \wedge \neg s)P(\neg p \wedge \neg q \wedge r)] \wedge [(q \wedge \neg r \wedge \neg s)P(\neg p \wedge \neg q \wedge s)]$$

一般说来，$(p \vee q)Pr$，按照第三规则，$(p \vee q) \wedge \neg r$ 优先于 $r \wedge \neg(p \vee q)$，根据命题逻辑，这就意味着，$p \wedge q \wedge \neg r$ 优先于 $\neg p \wedge \neg q \wedge r$，并且 $p \wedge \neg q \wedge \neg r$ 优先于 $\neg p \wedge \neg q \wedge r$，并且 $\neg p \wedge q \wedge \neg r$ 优先于 $\neg p \wedge \neg q \wedge r$，用公式表示，即：

$$(p \vee q)Pr \to [(p \wedge q \wedge \neg r)P(\neg p \wedge \neg q \wedge r)] \wedge [(p \wedge \neg q \wedge \neg r)P(\neg p \wedge \neg q \wedge r)] \wedge [(\neg p \wedge q \wedge \neg r)P(\neg p \wedge \neg q \wedge r)]$$

同样地，$pP(q \vee r)$，根据第三规则，就是说，$p \wedge \neg(q \vee r)$ 优先

于$\neg p\wedge(q\vee r)$，而根据命题逻辑，这就意味着，$p\wedge\neg q\wedge\neg r$优先于$\neg p\wedge q\wedge r$，并且$p\wedge\neg q\wedge\neg r$优先于$\neg p\wedge q\wedge\neg r$，并且$p\wedge\neg q\wedge\neg r$优先于$\neg p\wedge\neg q\wedge r$，用公式表示，即：

$$pP(q\vee r)\rightarrow[(p\wedge\neg q\wedge\neg r)P(\neg p\wedge q\wedge r)] \wedge[(p\wedge\neg q\wedge\neg r)P(\neg p\wedge q\wedge\neg r)] \wedge[(p\wedge\neg q\wedge\neg r)P(\neg p\wedge\neg q\wedge r)]$$

根据上面同样的道理，$(p\vee q)P(r\vee s)$，就等于说：

$$(p\wedge\neg r\wedge\neg s)P(\neg p\wedge\neg q\wedge r)\wedge$$
$$(p\wedge\neg r\wedge\neg s)P(\neg p\wedge\neg q\wedge s)\wedge$$
$$(q\wedge\neg r\wedge\neg s)P(\neg p\wedge\neg q\wedge r)\wedge$$
$$(q\wedge\neg r\wedge\neg s)P(\neg p\wedge\neg q\wedge s)$$

而这就是第四规则的内容，它的意思是说，析取的优先是合取分配的。

(5) $(pPq)\leftrightarrow[(p\wedge r)P(q\wedge r)\wedge(p\wedge\neg r)P(q\wedge\neg r)]$

第五基本原则与优先在逻辑方面最重要的特征有关。第三规则说，主体喜欢事态$p$胜过事态$q$，就是喜欢事态$p\wedge\neg q$胜过$\neg p\wedge q$。那么要问，这种优先与世界上除$p$和$q$外的其他事态的关系如何呢？这里有三种情形：

第一种，主体喜欢一事态胜过另一事态，不管世界上与这两个事态同时还发生了其他什么事态。这种优先称为绝对优先。例如，事态$p$绝对优先于事态$q$，就是说，所有含有$p\wedge\neg q$的世界中的事态都优先于含有$\neg p\wedge q$的世界中的事态，而不管这世界中还发生了其他什么事态。

第二种，主体喜欢事态$p\wedge\neg q$胜过事态$\neg p\wedge q$，不管世界本身的事态怎样，只要$p$、$q$两个事态之外的均相同。这种优先称为非条件的优先。$p$非条件地优先于$q$，就是说，当事态$r$出现时，$p$优先$q$；当事态$r$不出现时，$p$也优先于$q$。$p$优先于$q$不以$r$出现与否为条件，即：

$$(pPq)\leftrightarrow(p\wedge r)P(q\wedge r)\wedge(p\wedge\neg r)P(q\wedge\neg r)$$

应注意的是，非条件优先是假使其他情况均相同的优先；如果其他情况不相同，则其优先是可以改变的。

第三种，主体喜欢 $p\wedge\neg q$ 胜过 $\neg p\wedge q$，但以 $p\wedge\neg q$ 世界和 $\neg p\wedge q$ 世界在某一或某些特定的方面相一致为条件。例如，如果主体喜欢 $p\wedge\neg q\wedge r$ 胜过喜欢 $\neg p\wedge q\wedge r$，但喜欢 $p\wedge\neg q\wedge\neg r$ 并不胜过 $\neg p\wedge q\wedge\neg r$，那么主体喜欢 $p$ 胜过 $q$ 就是以 $r$ 的出现为条件的。所以这种优先被称为条件优先。

第五规则所说的优先就是非条件的优先，即上述的第二种优先。冯·莱特所构造的优先逻辑就是关于事态之间的非条件优先的逻辑理论。借助于非条件优先的概念，我们可以定义好与坏这两个概念。

一事态 $p$ 是好的，当且仅当，它无条件地优先于它的矛盾者 $\neg p$，也就是说，它的出现无条件地优先于它的不出现，用公式表示，即：

$p$ 是好的 $=df(pP\neg p)$

一事态 $p$ 是坏的，当且仅当，它的矛盾者无条件地优先于它本身，也就是说，它的不出现无条件地优先于它的出现。用公式表示，即：

$p$ 是坏的 $=df(\neg pPp)$

当然，好、坏也是相对于某一主体和某一场合而言的，并且在冯·莱特的系统中，我们可以看到，它们与优先一样，都是内在的好和内在的坏。

### 2.3　三种基本运算：合取、分配、扩张

为了形式演算的目的，有必要引进"论域"的概念。所谓论域，就是出现于某个特定的 $P$－表达式中的所有变元 $p,q,r,\cdots$ 的集合。这个集合就被叫做该公式的论域。

前已指出，$P$－表达式可以根据命题逻辑的重言律进行变形（或者说运算）。此外，优先逻辑还规定了关于 $P$－表达式的相互承

接的三种运算：合取运算、分配运算、扩张运算。

2.3.1　合取运算

考虑一个任意的 $P$－表达式的原子构件，例如

$$(p \wedge q)Pr$$

我们首先合取记号 $P$ 左边的表达式与右边的表达式的否定，然后合取它右边的表达式与其左边的表达式的否定，可得到：

$$(p \wedge q \wedge \neg r)P(r \wedge \neg(p \wedge q))$$

在所得到的这个公式的所有原子构件中，我们再用记号 $P$ 左边和右边表达式的析取范式(其变元只限于在 $P$－表达式中出现过的)来替换这些表达式本身，例如，所得的上述公式可进一步变形为：

$$(p \wedge q \wedge \neg r)P((p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r))$$

以上运算就是合取运算。

2.3.2　分配运算

在原来的 $P$－表达式经过上述变形之后，我们再在其中根据析取优先的合取分配原则(即第四基本原则)，用表达式

$$[(p \wedge q \wedge \neg r)P(p \wedge \neg q \wedge r)]$$
$$\wedge[(p \wedge q \wedge \neg r)P(\neg p \wedge q \wedge r)]$$
$$\wedge[(p \wedge q \wedge \neg r)P(\neg p \wedge \neg q \wedge r)]$$

去替代表达式

$$(p \wedge q \wedge \neg r)P((p \wedge \neg q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r))$$

这种运算叫做分配运算。

2.3.3　扩张运算

在经上述变形(即根据命题逻辑规律变形和合取、分配运算)所得到的表达式中，考虑它的任一原子构件。假定这个原子构件中含有变元 $p$,$q$ 和 $r$，但不含 $s$，而 $s$ 也属于该表达式的论域，即 $s$ 出现于该表达式的其他原子构件中。我们在这个原子构件的记号 $P$ 的左右两边各合取上一个 $s$，这就得到了第一个原子 $P$－表达式，

$$(p \wedge q \wedge \neg r \wedge s)P(p \wedge \neg q \wedge r \wedge s)$$

再在那个原子构件的记号 $P$ 的左右两边各合取上一个 $\neg s$，可以得到

$$(p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s)P(p \wedge \neg q \wedge r \wedge \neg s)$$

这是第二个原子 $P$—表达式。然后把这两个原子 $P$—表达式合取起来，即

$$(p \wedge q \wedge \neg r \wedge s)P(p \wedge \neg q \wedge r \wedge s) \wedge$$
$$(p \wedge q \wedge \neg r \wedge \neg s)P(p \wedge \neg q \wedge r \wedge \neg s)$$

并用这个合取式替代原来那个表达式中不含变元 $s$ 的原子构件，即

$$(p \wedge q \wedge \neg r)P(p \wedge \neg q \wedge r)$$

这种运算称之为扩张运算(*amplification*)。扩张运算可以多次运用于 $P$—表达式的原子构件，直至其中的每一个原子构件都含有在该 $P$—表达式中所出现的全部变元为止。如果我们把变元或变元的否定的合取称之为状态描述的话，那么，$n$ 个变元就存在着 $2^n$ 个逻辑上不同的状态描述。

当我们已经在给定的 $P$—表达式上进行了合取、分配、扩张运算之后，经过变形的 $P$—表达式的原子构件将具有一致的结构：每一原子构件都含有相同的变元或变元的否定，并且其变元都是按字典顺序排列的。而这就是给定的 $P$—表达式的优析取范式。

### 2.4 优先重言式($P$—*tautology*)

公式的原子构件又被称为公式的 $P$—构件或优先构件(*preference—constituents*)。每一个 $P$—表达式表达一个它的 $P$—构件的真值函项。如果一个 $P$—表达式表达它的 $P$—构件的重言式，那么它就被称为 $P$—重言式或优先重言式(*preference—tautology*)。任一优先表达式是否为 $P$—重言式可以用真值表方法来判定。其步骤是这样的：

给定任一 $P$—表达式。我们首先根据命题逻辑规律进行适当

的变形，然后对它进行合取、分配、扩张运算，以得到它的优析取范式，也就是它的 $P$－构件和（或）$P$－构件的否定的合取的析取。然后再用真值表方法判定它是否为一重言式，即判定它是否可能前真而后假。

在优先逻辑中，如果用带下标的字母 $W$ 表示一元变项，它代表正被讨论的那个 $P$－表达式的论域之内的任一状态描述，那么，使用真值表方法的两个限定可表述如下：

$(i)$具有 $w_1Pw_2$ 形式的构件和具有 $w_2Pw_1$ 形式的构件（在同一个真值分配中）不能同时指派以"真"值。

$(ii)$在其形式为 $w_1Pw_2, w_2Pw_3, \cdots w_{n-1}Pw_n$ 的构件系列中，如果在前的 $n-1$ 个构件均指派为"真"值，那么第 $n$ 个构件也必须指派为"真"值。

很明显，这两个限定是优先关系的反对称性和传递性所要求的。

我们用一个例证说明真值表方法的使用。试判定 $(pP\neg p)\wedge(\neg qPq)\rightarrow(pPq)$ 是否为一优先重言式。

第一步，合取运算。可得：

$(pP\neg p)\wedge(\neg qPq)\rightarrow(p\wedge\neg q)P(\neg p\wedge q)$。

第二步，分配运算。不需要，遂略。

第三步，扩张运算，由此可得：

$[(p\wedge q)P(\neg p\wedge q)\wedge(p\wedge\neg q)P(\neg p\wedge\neg q)]$

$\wedge[(p\wedge\neg q)P(p\wedge q)\wedge(\neg p\wedge\neg q)P(\neg p\wedge q)]$

$\rightarrow(p\wedge\neg q)P(\neg p\wedge q)$。

上述公式有五个 $P$－构件：

①$(p\wedge q)P(\neg p\wedge q)$

②$(p\wedge\neg q)P(\neg p\wedge\neg q)$

③$(p\wedge\neg q)P(p\wedge q)$

④$(\neg p\wedge\neg q)P(\neg p\wedge q)$

⑤$(p\wedge\neg q)P(\neg p\wedge q)$

其中①—④为蕴涵式的前件,⑤为蕴涵式的后件。根据优先关系的传递性,如果第二个构件和第四个构件为真,则第五个构件必然为真。这一限定就足以保证上述公式为$P$—重言式,因为真值表组合$TTTTF$(即前件真后件假)不可能在它的真值表中出现。所以,

⑥$(pP\neg p)\wedge(\neg qPq)\to(pPq)$

是一$P$—重言式。根据前面给出的好和坏的定义,这个公式的意思是:一个好的事态优先于一个坏的事态。由于优先只是更好的一种,因此上述公式又可读作:"一个好的事态比一个坏的事态更好。"或简单地说,"好比坏更好。"

在得到原$P$—表达式的优析取范式之后,除真值表方法外,还可使用点箭示意图(*diagram of points and arrows*)去检验优析取范式中的各个$P$—构件的合取是否是一致的。如果是一致的,则原$P$—表达式是$P$—重言式。如果不一致,则不是$P$—重言式。

我们用平面上的一点,去表示处于$P$—构件的左边或右边的每一个状态描述。每一个在$P$—构件的合取中未被否定的$P$—构件,我们用一个从记号$P$左边的一点到右边的一点的箭头表示。在已经如此画出了未被否定的$P$—构件之后,我们根据下述规则完成这个图:如果从第一点到第二点有箭头,并且从第二点到第三点有箭头,那么从第一点到第三点必定也有一箭头。这是优先关系的传递性所要求的。

在如此画出示意图后,$P$—构件和(或)$P$—构件的否定的合取是一致的(即原$P$—表达式是一优先重言式),当且仅当,它满足下列两个条件:

($i$)不存在这样的点子对,在它们之间存在着相反方向的箭头。这是优先的反对称性所要求的。

($ii$)不存在这样的点子对,它们代表在该合取的否定的$P$—构件中记号$P$左边和右边的状态描述,并且应有一个从表示记号$P$左边的状态描述的那一点到表示右边的状态描述的那一点的箭头。如果一个$P$—表达式的优析取范式的合取是不一致的,我们就

可作出结论：这个$P$—表达式的否定是一优先重言式。这个条件是为了保证优先关系的传递性。

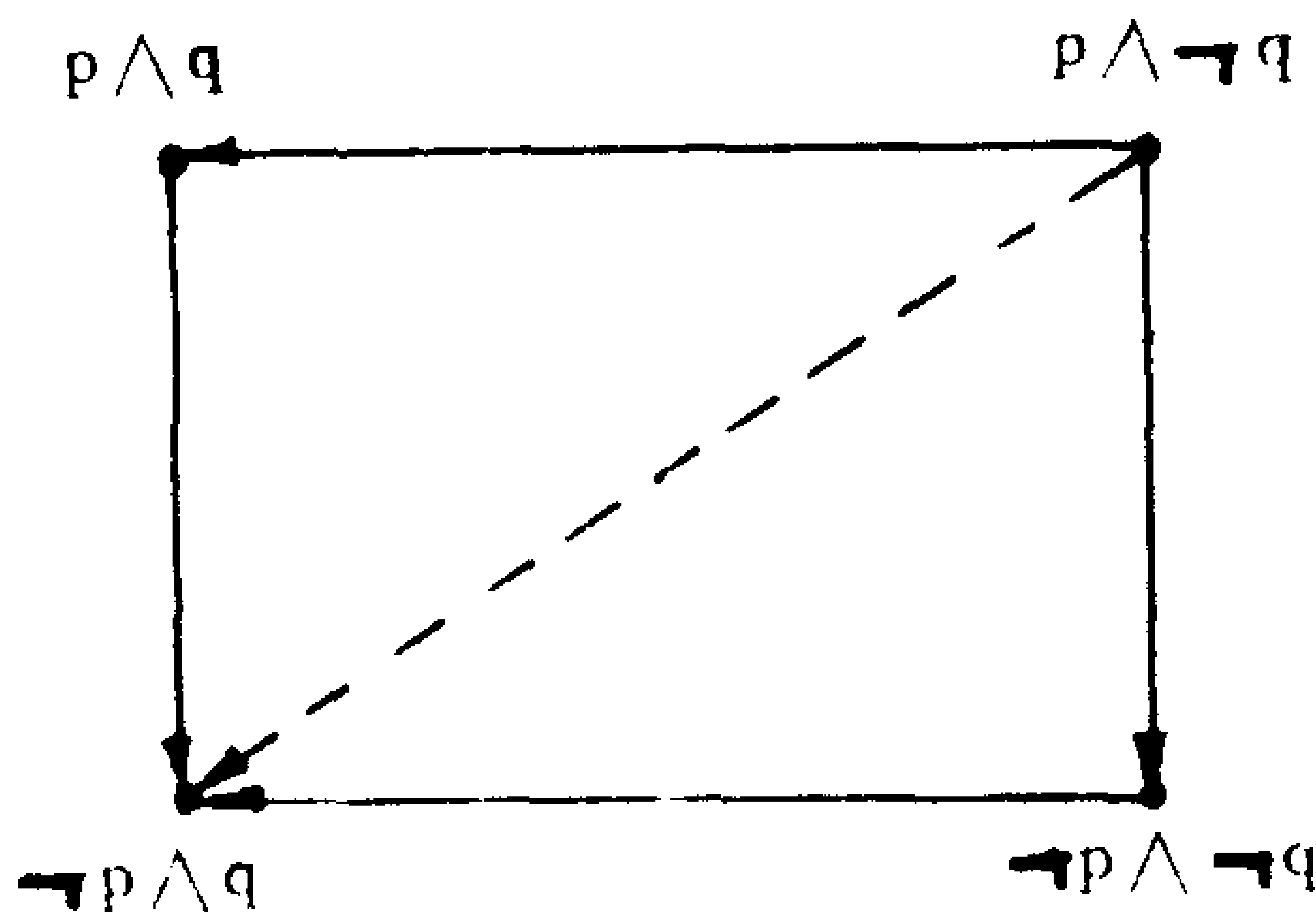
我们试用点箭示意图来证明公式

$$(pP\neg p)\wedge(\neg qPq)\wedge\neg(pPq)$$

是不一致的。此公式的优析取范式的合取为：

$$[(p\wedge q)P(\neg p\wedge q)]\wedge[(p\wedge\neg q)P(\neg p\wedge\neg q)]$$
$$\wedge[(p\wedge\neg q)P(p\wedge q)]\wedge[(\neg p\wedge\neg q)P(\neg p\wedge q)]$$
$$\wedge\neg[(p\wedge\neg q)P(\neg p\wedge q)]。$$

这个合取式的各项关系可以用点箭示意图表示如下：




这个图表明：该公式析取范式的合取是不一致的，因为，按照前已指出的必须满足的第一个条件，从表示$p\wedge\neg q$的那一点到表示$\neg p\wedge q$的那一点应该有一箭头；而按照第二个条件，则这两点之间不应该有箭头。于是，这个公式的否定

$$\neg[(pP\neg p)\wedge(\neg qPq)\wedge\neg(pPq)]$$

就是一致的（即是$P$—重言式），而这等值于

$$(pP\neg p)\wedge(\neg qPq)\rightarrow(pPq)$$

此公式是重言式已经在前面得到了直接证明。

我们用点箭示意图可以证明下述优先逻辑的元定理：

$(i)$公式$(pP\neg p)\wedge(qP\neg q)\wedge(pPq)$是一致的，其意义是："在两个好的事态中，一个可能比另一个更好。"

$(ii)$公式$(\neg pPp)\wedge(\neg qPq)\wedge(pPq)$是一致的，其意义是："在两个坏的事态中，一个可能比另一个要好一些。"

此外，还可证明，"两个好的事态都出现比只出现其中之一或两个均不出现要更好。"

并且，利用真值表方法或点箭示意图，还可以证明优先逻辑的下述定理：

⑦$(p\vee q)Pr\leftrightarrow(pPr)\wedge(qPr)$

其意思是说，事态$p$或事态$q$优先于事态$r$，当且仅当，事态$p$优先于事态$r$并且事态$q$优先于事态$r$。

⑧$pP(q\vee r)\leftrightarrow(pPq)\wedge(pPr)$

其意思是说，事态$p$优先于事态$q$或者事态$r$，当且仅当，事态$p$优先于事态$q$并且事态$p$优先于事态$r$。

### 2.5　$I$、$E$的引入和$PE$逻辑

一个事态既不好也不坏，就称之为"自身中立的"(*indifferent in itself*)，其形式定义是：

$P$是自身中立的$=df\neg(pP\neg p)\wedge\neg(\neg pPp)$。

在两个事态中，如果任何一个都不优先于另一个，就称之为"相互中立的"(*indifferdnt between themselves*)，其形式定义是：

$P$是相互中立的$=df\neg(pPq)\wedge\neg(qPp)$。

我们用符号$I$表示"中立"(*indifferent*)，表达式$pIp$就表示$p$是自身中立的。可以证明；

$(pI\neg p)\wedge(qI\neg q)\rightarrow(pIq)$和

$(pIq)\wedge(pPr)\rightarrow(qPr)$

都不是$P$—重言式。

中立可区分为两类：一是弱的中立即$I$；另一类是强的中立，又称之为等值(*value—equality*)，用符号$E$表示。事态$p$等值于事

态 $q$ 就意味着：在任何境况下，事态 $p\wedge\neg q$ 都不优先于事态 $\neg p\wedge q$，反之亦然。等值 $E$ 是比中立 $I$ 更强的关系，这就是说，等值的事态必定是相互中立的，但相互中立的事态不必是等值的。

如果一个事态和它的矛盾者是等值的，我们就说那个事态（和它的矛盾者）有零值（*zero-value*）。可以证明，有零值是比自身中立更强的关系。

$E$—表达式的定义与 $P$—表达式的定义几乎相同，只需把后者中的记号 $P$ 换成记号 $E$。关于 $E$—表达式的逻辑研究可以称之为等值逻辑（*The logic of value-equality*）。

对 $P$—表达式有效的合取、分配、扩张运算，对 $E$—表达式仍然有效。用于验证 $P$—表达式是否为 $P$—重言式的真值表方法和点箭示意图，改之以新的限定后，可以用于验证任一 $E$—表达式是否为 $E$—重言式。下述五个公式为一 $E$—重言式：

⑨$(pEq)\rightarrow(qEp)$

⑩$(pEq)\wedge(qEr)\rightarrow(pEr)$

⑪$(pEq)\leftrightarrow(p\wedge\neg q)E(\neg p\wedge q)$

⑫$(p\vee q)E(r\vee s)$

$\leftrightarrow[(p\wedge\neg r\wedge\neg s)E(\neg p\wedge\neg q\wedge r)]$

$\wedge[(p\wedge\neg r\wedge\neg s)E(\neg p\wedge\neg q\wedge s)]$

$\wedge[(q\wedge\neg r\wedge\neg s)E(\neg p\wedge\neg q\wedge r)]$

$\wedge[(q\wedge\neg r\wedge\neg s)E(\neg p\wedge\neg q\wedge s)]$

⑬$(pEq)\leftrightarrow[(p\wedge r)E(q\wedge r)]\wedge[(p\wedge\neg r)E(q\wedge\neg r)]$

$E$ 与 $P$ 的重要区别之一在于：优先关系 $P$ 是反对称的，而等值关系 $E$ 却是对称的，公式(9)说明了这一点。

可以用真值表方法证明：

⑭$(pE\neg p)\wedge(qE\neg q)\rightarrow(pEq)$

是一 $E$—重言式。这个公式是说：具有零值的事态是等值的。

我们还可以构成由原子 $P$—表达式和原子 $E$—表达式混合而成的分子复杂命题，这类混合命题我们称之为 $PE$—表达式。关于

$PE$－表达式的形式理论称之为 $PE$ 逻辑。在 $PE$ 逻辑中，可以证明：

⑮$(pEq)\wedge(pPr)\rightarrow(qPr)$

是一个 $PE$－重言式。

在整个优先逻辑中，我们有以下重要结果：

$(i)$当一个 $P$－表达式经使用合取运算后，记号 $P$ 左边和右边的表达式是一矛盾式时，这个 $P$－表达式就是逻辑假的。换句话说，它的否定就是一个 $P$－重言式。这是优先关系的反对称性和传递性的必然结果。因此，公式

⑯$\neg(pPp)$

必定是一 $P$－重言式。它的意思是说，优先关系是非自返的。

$(ii)$当一个 $E$－表达式经使用合取运算后，记号 $E$ 左边和右边的表达式是一矛盾式时，这 $E$－表达式就是逻辑真的。这是等值关系 $E$ 的对称性和传递性的必然结果。公式

⑰$pEp$

必定是一 $E$－重言式。

$(iii)$当记号 $P$ 或 $E$ 左边而非右边或者右边而非左边的表达式是一矛盾式时，没有任何规则能保证从

$$(p\wedge\neg p)Pq \text{ 和}$$

$$(p\wedge\neg p)Eq$$

这类公式中导出必然结论。这就是说，这类公式在如上所述的系统内既不是可证的也不是不可证的。

当记号 $P$ 或 $E$ 左边或右边的表达式是一重言式时，在对这类公式进行合取运算之后，记号 $P$ 或 $E$ 左边或右边的表达式就变成为矛盾式。

## 3　冯·莱特的优先逻辑（Ⅱ）

1972 年，冯·莱特发表《优先逻辑再探》一文，对优先逻辑作

了重新思考，改进和发展了自己早年在这个领域中所做的工作。这时他所考虑的优先逻辑，研究事态之间的全视野(*holistic*)的内在优先，并且是相对于境况(*circumstance*)的优先。所谓境况，就是除开事态 $x$、$y$ 之外的所有其他的事态。

### 3.1 状态空间和全视野优先

为了解释事态之间的全视野优先，我们先考虑一个由 $n$ 个逻辑上独立的事态 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 构成的有穷集合 $S$，$S$ 被叫做状态空间(*state space*)。利用这 $n$ 个基本事态可以构成世界的 $2^n$ 个可能的总状态(*total states of the world*)，或者简而言之，构成 $2^n$ 个可能世界 $w_1, w_2, \cdots, w_{2^n}$。每一个基本事态或基本事态的分子复合式都有一个析取范式，它有 $k$ 个($0 \leqslant k \leqslant 2^n$)总状态。在极端的场合，当 $k=0$ 时，我们就有一个自相矛盾的事态，也就是在任何可能世界都不能得到的事态。令 $x$ 是一基本的或复合的事态，那么，所谓 $x$—世界就是有 $x$ 出现于其中的任何一个世界(总状态)。

下面考虑两个事态 $x$ 和 $y$，它们或者是 $S$ 中的元素，或者是由 $S$ 中的元素构成的分子复合式。$S$ 中余下的 $n-m$ 个元素可以有 $2^{n-m}$ 个不同的可能组合 $c_1, c_2, \cdots, c_{2^{n-m}}$。这些组合如同 $x$ 和 $y$ 一样处于状态空间 $S$ 之中。

于是，$x$ 在境况 $c_i$ 之下优先于 $y$，可以用下述两种方式解释如下：

**定义** 1(*D*1)　$x$ 在境况 $c_i$ 之下优先于 $y$，当且仅当，每一个是 $x$—世界但不是 $y$—世界的 $c_i$-世界，都优先于每一个是 $y$—世界但不是 $x$—世界的 $c_i$—世界。

如果在所有的境况 $c_i$，也就是在境况 $c_1, c_2$，直至 $c_{2^{n-m}}$ 中，$x$ 优先于 $y$，我们就说，在($S$ 中的)其他一切东西都相同的情况下，$x$ 在 $S$ 中优先于 $y$。所以，*D*1 所定义的优先是假定其他情况都相同的优先，通俗地说，就是主体喜欢 $x$ 出现 $y$ 不出现(即 $x \wedge \neg y$)胜过 $y$ 出现 $x$ 不出现(即 $y \wedge \neg x$)，或者说，$x \wedge \neg y$ 世界优先于 $y \wedge \neg x$

一世界，不管世界本身的状况怎样，只要除了 $x$ 和 $y$ 之外的其他方面的状况都相同。

**定义** 2($D2$)　$x$ 在境况 $c_i$ 之下优先于 $y$，当且仅当，某些同时是 $x$—世界的 $c_i$—世界优先于某些同时是 $y$—世界的 $c_i$—世界，并且没有任何是 $y$—世界的 $c_i$—世界优先于任何是 $x$—世界的 $c_i$—世界。

任何合理的内在优先关系都必定是禁自返的，即是说，没有任何事态能够优先于它自身。所以，当我们根据 $D1$ 来解释优先时，我们必定已经排除了既是 $x$—世界又是 $y$—世界的具有优先关系的世界。如果根本不存在这样的世界，即是说，$x$ 和 $y$ 是互斥的，那么 $D1$ 就只是意谓着：每一个是 $x$—世界的 $c_i$—世界优先于每一个是 $y$—世界的 $c_i$—世界。于是，$x$ 在 $D1$ 的意义上优先于 $y$，就衍推 $x$ 也在 $D2$ 的意义上优先于 $y$。

在特定的境况下或者在所有的境况(即其他一切均相同)下的事态之间的优先关系，就被称之为全视野优先(*holistic preference*)，即从全局着眼而作出的优先选择。

### 3.2　优先逻辑的形式演算

优先逻辑的形式演算由下列要素组成：

($i$)字母表

($a$)变元 $x,y,z,\cdots$。

($b$)真值联结词 $\neg,\wedge,\vee,\rightarrow,\leftrightarrow$

($c$)优先关系 $P$

($ii$)合式公式

($a$)在字母 $P$ 的左边和右边各加上一变元或分子复合式所得到的表达式，叫做原子优先表达式，简称原子 $P$—表达式。例如，$xPy$，$x\wedge yPz$，$x\vee zPy\wedge z$，等等。$xRy$ 读作"$x$ 优先于 $y$"。

($b$)由原子 $P$—表达式利用真值联结词 $\neg,\wedge,\vee,\rightarrow,\leftrightarrow$ 复合而成的表达式，叫做分子优先表达式，例如，$(xPy)\vee(zPx)$，

$(xPy)\to(zPy)$,等等。

(c)原子 $P$—表达式和分子 $P$—表达式统称优先表达式,简记为 $P$—表达式。

令变元表示状态空间 $S$ 中世界的任一总状态,于是,"$xPy$"就是说,可能世界 $x$ 优先于可能世界 $y$。

($iii$)推演规则

优先逻辑以数理逻辑的命题演算(记为 $PC$)为基础,因此,通常的代入规则和分离规则也是优先逻辑的推演规则。并且,当用 $P$—表达式替换命题演算中的命题变元之后,命题逻辑的所有重言式都是优先逻辑的定理。

($iv$)公理

$A1\quad (xPy)\to\neg(yPx)$

$A2\quad (xPy)\to(xPz)\lor(zPy)$

$A1$ 表明了优先关系的反对称性。$A2$ 被叫做价值可比较原则,即是说,如果有两个事态 $x$ 和 $y$,并且 $x$ 优先于 $y$,那么对于第三个事态 $z$ 来说,或者 $x$ 优先于 $z$,或者 $z$ 优先于 $y$。换句话说,如果 $x$ 优先于 $y$ 并且 $z$ 不优先于 $y$,则 $x$ 优先于 $z$。

利用上述公理和规则,可以证明下述定理(简称优先重言式,亦称 $P$—重言式):

$T1\quad (xPy)\land(yPz)\to(xPz)$

这表明了优先关系的传递性。$T1$ 的证明如下:

(1)$(xPy)\to\neg(yPx)$ $A1$

(2)$(yPz)\to\neg(zPy)$ (1)代入

(3)$(xPy)\to(xPz)\lor(zPy)$ $A2$

(4)$(xPy)\land(yPz)\to((xPz)\lor(zPy))\land\neg(zPy)$ (2)(3),$PC$

(5)$((xPz)\lor(zPy))\land\neg(zPy)\to(xPz)$ $PC$,代入

(6)$(xPy)\land(yPz)\to(xPz)$ (4),(5),$PC$

$T2\quad \neg(xPx)$

这表明了优先关系的禁自返性:任何事态都不可能优先于它

自身。例如读书不可能优先于读书。$T2$ 的证明如下：

(1) $(xPy)\rightarrow\neg(yPx)$ $A1$

(2) $(xPx)\rightarrow\neg(xPx)$ (1)，代入

(3) $((xPx)\rightarrow\neg(xPx))\rightarrow\neg(xPx)$ $PC$，代入

(4) $\neg(xPx)$ (2)，(3)，分离

$A1$ 和 $T1$、$T2$ 一起表明：优先关系是反对称、禁自返、传递的关系，所以优先关系是一种序关系，在一系列相继优先的事态中，可以排出优先序。

借助于上述的优先关系，我们可以初步定义好(*goodness*)和坏(*badness*)这两个价值概念。

**定义** 3($D3$) 一事态 $x$ 是好的，当且仅当，它优先于它的矛盾者 $\neg x$，即是说，它的出现优先于它的不出现。用公式表示，即

$x$ 是好的 $=df(xP\neg x)$

**定义** 4($D4$) 一事态 $x$ 是坏的，当且仅当，它的矛盾者优先于它本身，即是说，它的不出现优先于它的出现。用公式表示，即

$x$ 是坏的 $=df(\neg xPx)$

在优先逻辑中，还有下述定理：

$T3$ $(xP\neg x)\wedge(\neg yPy)\rightarrow(xPy)$

定理说，如果 $x$ 是好的事态，并且 $y$ 是坏的事态，那么 $x$ 优先于 $y$。简而言之，好的事态优先于坏的事态，或者，好的事态比坏的事态好。

**定义** 5($D5$) 一个事态，如果它既不好也不坏，就称它是价值中性事件，或者说自身是中性的。若用 $I$ 表示中性，则其形式定义如下：

$xIx=df\neg(xP\neg x)\wedge\neg(\neg xPx)$

**定义** 6($D6$) 在两个事态中，如果任何一个都不优先于另一个，则称它们在价值上是互不相干的，互为价值中性事件，其形式定义如下：

$xIy=df\neg(xPy)\wedge\neg(yPx)$

在 $PC$ 中，用 $x$ 替换 $y$，则有

$xIx = df \neg(xPx) \wedge \neg(xPx)$

我们已有 $T2$，$\neg(xPx)$，它显然等值于 $\neg(xPx) \wedge \neg(xPx)$，所以，我们有

$T4 \quad xIx$

定理说，$x$ 与它自身是价值中性的，它既不比自身好，也不比自身坏。

据 $PC$，$\neg(xPy) \wedge \neg(yPx)$ 等值于 $\neg(yPx) \wedge \neg(xPy)$，从上述定义，我们有

$T5 \quad (xIy) \leftrightarrow (yIx)$

定理说，$x$ 既不比 $y$ 好也不比 $y$ 坏，当且仅当，$y$ 既不比 $x$ 好也不比 $x$ 坏。

从 $A2$，通过假言易位，我们有

$\neg(xPz) \wedge \neg(zPy) \rightarrow \neg(xPy)$

用 $y$ 代替 $x$，并且用 $x$ 替换 $y$，可以得到

$\neg(yPz) \wedge \neg(zPx) \rightarrow \neg(yPx)$

把这两个结果合取起来，我们得到

$\neg(xPz) \wedge \neg(zPy) \wedge \neg(yPz) \wedge \neg(zPx) \rightarrow \neg(xPy) \wedge \neg(yPx)$

据 $D6$，可以将其缩写为

$T6 \quad (xIz) \wedge (zIy) \rightarrow (xIy)$

定理说，如果 $x$ 既不比 $z$ 好也不比 $z$ 坏，并且 $z$ 既不比 $y$ 好也不比 $y$ 坏，那么 $x$ 既不比 $y$ 好也不比 $y$ 坏。

由 $T4$、$T5$ 和 $T6$ 可知，价值中性(*value-indifference*)关系是自返的、对称的、传递的，即是说，是一种等价关系。

从 $A2$ 和命题逻辑，我们得到

$$(xPy) \wedge \neg(xPz) \rightarrow (zPy)$$

这可以扩充为

$(xPy) \wedge \neg(xPz) \wedge \neg(zPx) \rightarrow (zPy)$

据 $D5$，它可以缩写为

$T7 \quad (xPy) \wedge (xIz) \rightarrow (zPy)$

定理说，如果 $x$ 优先于 $y$，并且 $x$ 既不比 $z$ 好也不比 $z$ 坏，那么 $z$ 优先于 $y$。

通过类似的论证，我们可以证明

$T8 \quad (xPy) \wedge (yIz) \rightarrow (xPz)$

定理说，如果 $x$ 优先于 $y$，并且 $y$ 既不比 $z$ 好也不比 $z$ 坏，那么 $x$ 优先于 $z$。

$T6$—$T8$ 表达了所谓的价值等价原则的内容。

如上所述的初等的优先逻辑是可判定的。

## 3.3 关于好、坏定义的进一步讨论

### 3.3.1 对好与坏的定义的修正

前面，我们曾把好的事态定义为它优先于它的矛盾者，坏的事态定义为它的矛盾者优先于它本身。这种定义确实有其优点，但也会导致令人棘手的后果。

现在我们考虑把上述定义应用于世界的总状态。于是，一个总状态是好的，当根据 $D1$ 来解释时，就意味着：所讨论的那个总状态是所有可能世界中最好的，也就是说，它优先所有其他的总状态；当根据 $D2$ 来解释时，它意味着，所讨论的那一状态是比某些可能世界更好的，并且不比任何其他的可能世界更坏。

类似地，世界的一个总状态是坏的，当且仅当，它被认为是比所有其他的可能世界更坏的（根据 $D1$），或者，被认为是比某些可能世界更坏，但不比任何其他的可能世界更好（根据 $D2$）。

这些结果因下述理由而被认为是难于对付的：

根据对全视野优先的强的解释（$D1$），只能有一个好的总状态和一个坏的总状态，处于这两个极端之间的那些世界都是“中性的”，既不好也不坏，但是这些中性的世界能够（虽然不必然）具有不同等的价值，即在中性世界之间也能排出优先关系，有些世界被

认为比其他世界更好一些，有些世界则更坏一些。

按照弱的解释($D2$)，不止一个世界可以是好世界，并且不止一个世界可以是坏世界。处于好世界与坏世界之间的那些世界再一次可以排列出较好的或较坏的，所以并不(必然地)具有同样的价值。如果存在一些好的世界的话，它们将是不可排列的，而是全都具有同样的价值——坏的世界也是如此。于是，按照关于好世界和坏世界的这样一种看法，就不存在好、坏的程度之分了。一切好的世界将是同等的好，一切坏的世界将是同等的坏。

这样一些推论，是与人们所具有的根深蒂固的价值论方面的直觉看法相抵触的。这些直觉是，例如，好的东西之间可以分较好或较坏，坏的东西之间同样如此；既不好也不坏的东西之间不能分较好和较坏。从这两个直觉看法可以推知，如果两个事物具有不同等的价值，那么它们中至少有一个是好的，或者至少有一个是坏的。第三个直觉看法是，既不好也不坏的东西具有同样的价值，即零值。

所以，如前所述的关于好、坏的定义必须修正。其修正办法是：好是在世界的一个给定的总状态中的好，坏也是在世界的一个给定的总状态中的坏。其形式定义如下：

**定义** 7($D7$)　事态 $x$ 在世界 $w$ 中是好的，或者更完整地说，在世界 $w$ 中获得事态 $x$ 是一件好事，这是指：当 $x \wedge c_i = w$ 时，$xPc_i \neg x$。$x$ 在世界 $w$ 中是一件坏事情，这就是说，当 $\neg x \wedge c_i = w$ 时，$\neg xPc_i x$。

$x$ 在世界 $w$ 中将会是好的，就是说，当 $\neg x \wedge c_i = w$ 时，$xPc_i \neg x$。$x$ 在世界 $w$ 中将会是坏的，当 $\neg x \wedge c_i = w$ 时，$\neg xPc_i x$。

我们现在说明 $x$ 在 $w$ 中优先于 $y$ 的意义，这就是说，$x \wedge y \wedge c_i = w$ 时并且 $(x \wedge y)Pc_i(\neg x \wedge y)$，更具体地说，世界 $w$ 是由 $x$ 和 $y$ 出现之前的那些事态的组合 $c_i$ 加上 $x$ 和 $y$ 构成的，$x$ 在这一世界优先于 $y$，就是说，在这个世界中 $x$ 出现 $y$ 不出现优先于 $y$ 出现 $x$ 不出现，假如 $x$ 和 $y$ 之外的其他情况都相同的话，并且在这世界 $w$

中 $x$ 和 $y$ 都是好事情。在这个意义上，好就具有程度之分，因为 $x$ 比 $y$ 更好。坏也同样如此，这是符合我们的直觉的。但是上述定义也有一个令人棘手的后果：既不好也不坏的东西也能排出优先秩序。

3.3.2 另一种定义方式

如果我们能够把世界的某些总状态挑选出来作为无价值的，那么我们就会克服前面所遇到的某些困难。因为，若有某些总状态是无价值的，那么优先于它们的每一总状态都是好的，被它所优先的每一总状态都是坏的，每一个与它中立的总状态就与它一样是无价值的，这里没有任何东西妨碍好的世界和坏的世界具有好坏的程度之分，这是十分符合我们的直觉的。

问题是怎样挑选出一个世界，它是空的，是完全没有任何东西的存在，是具有零值的总状态，这就是逻辑上自相矛盾的世界。在状态空间 $S$ 的元素构成的那些真值函项中，有一个是重言式，是所有总状态组成的析取式；有一个是矛盾式，是没有一个总状态的、空无一物的析取式。我们可以引入一个特殊符号 $o$ 表示这个析取式，它代表一个逻辑上不可能的世界，是没有任何东西对之为真或为假的世界。我们可以把 $o$ 作为一个常项加入优先演算中，并且令它起变元 $x$，$y$ 等等同样的作用。于是，在演算的公理和定理中我们可以用 $o$ 去替换一个或 $n$ 个变元，从形式角度说，这是没有什么问题的。

我们能够把这个"世界"$o$ 作为好世界与坏世界的分界点。一个世界 $x$ 是好的，当且仅当，$xPo$（$x$ 优先于这个 $o$—世界）；世界 $x$ 是坏的，当且仅当，$oPx$（这个 $o$—世界优先于 $x$）。好的世界与坏的世界可以分等级，但是既不好也不坏的世界在价值上都等于 $o$，因此它们相互之间不存在优先关系。

把 $o$—世界排列在所有其他可能世界之上，这没有任何逻辑的障碍。这种排列相当于极端的悲观主义态度，它把所有可能世界都看成是坏的；相反，若把所有其他可能世界排列在 $o$ 之上，则相

当于极端的乐观主义，它把所有的世界都看成是好的；完全冷漠的态度则是把所有可能世界看作是等于 $o$ 的，即把所有可能世界看成是无价值的。

我们现在从总状态进到一般的事态。事态 $x$ 是好的，当且仅当，$xP_c o$，即如果其他一切情况均相同，并且 $x$ 优先于 $o$—世界。反之，$x$ 就是坏的事态。$xP_c o$，当根据 $D1$ 来解释时就意味着每一 $x$—世界优先于 $o$，即每一 $x$—世界都是好的世界；当根据 $D2$ 来解释时，这意味着某些(至少有一个)$x$—世界是好的并且没有任何 $x$—世界是坏的。

对于一般的事态而言，好和坏是允许程度之分的，在优先逻辑中有下述元定理："在两个好的事态中，一个可能比另一个更好。""在两个坏的事态中，一个可能比另一个要好。""两个好的事态都出现比只出现其中之一要好"。但是，既不好也不坏的事态并不必是同值的，它们只是简单地不可比较。

## 4 尼·雷谢尔的优先逻辑

雷谢尔在《哲学逻辑论集》(1968)、《决策和行动的逻辑》(1968)、《价值理论导论》(1969)等书之中，是用语义方法构造其优先逻辑的，即给每一个表达优先的可能世界描述指派一个数量化的价值单位，然后为优先逻辑的原则确定一个可接受标准，并且把所有根据这个标准可接受的原则包括在系统之内。雷谢尔试图以此使优先原则具有算术真理一样的数学严格性，并使优先表达式之间具有纯粹形式的区别。有人通过研究发现，雷谢尔并未真正达到自己的目标，他的优先逻辑的定理并不真正具有算术真理一样的数学严格性。有人因此怀疑雷谢尔所进行的优先逻辑"量化研究"是不适当。下面介绍雷谢尔构造的优先逻辑。

### 4.1 好、坏与优先

4.1.1 好的两个式

"$p$ 是好事"或"$p$ 的出现是好事"在所使用的"好"的概念上包含有严重的歧义。雷谢尔用例证的方法区分了两类不同的好和坏：一阶的好(*first-order goodness*)(及一阶的坏)和差等的好(*differential goodness*)(及差等的坏)。

例如，考虑下述情形：

| 如果出现事态 | 那么某人将得到 |
|---|---|
| $p$ | $+\$1$ |
| $\neg p$ | (未指明) |

这里，事态 $p$ 的出现是一件好事情，是就下述意义而言的：如果 $p$ 出现，就可导致一积极结果：某人可得到1美元。在这里，比较是在

①事态 $p$ 实现之前某人的境况，和

②事态 $p$ 实现之后某人的境况

之间进行的。

相应地，根据这个比较标准，考虑下述情况：

| 如果出现事态 | 那么某人将得到 |
|---|---|
| $p$ | $-\$1$ |
| $\neg p$ | (未指明) |

在这里，$p$ 就是一件"坏事情"。因为当 $p$ 发生时，某人将失去某些东西。就是说，$p$ 发生之后某人境况比 $p$ 发生之前的境况更坏。

我们把基于上述比较标准的好和坏，称之为一阶的好和一阶的坏。

现在再考虑另外两种情形。第一种情形是：

| 如果出现事态 | 那么某人将得到 |
|---|---|
| $p$ | $+\$1$ |
| $\neg p$ | $+\$10$ |

根据以上规定的①和②的比较标准，这里 $p$ 和 $\neg p$ 都是一阶

的好事情，因为它们都导致一个积极的结果。不过，相对说来，可以把 $p$ 的发生当作“坏事情”，因为它的发生排除了 $\neg p$ 的发生，而 $\neg p$ 的发生将带来更大的积极结果。

第二种情形是：

| 如果出现事态 | 那么某人将得到 |
| --- | --- |
| $p$ | －$1 |
| $\neg p$ | －$10 |

这里，$p$ 和 $\neg p$ 都不是一阶的“好事情”。但人们不能不把 $p$ 的发生当作“好事情”，因为它把 $\neg p$ 发生所导致的损失变成了小得多的损失。

在这两种情形中，我们比较的基础不是在如前所述的①和②，而是

③在（假定的）$p$ 实现之后某人的境况，和

④在（假定的）$\neg p$ 实现之后某人的境况。

我们把这种类型的好和坏，称之为“差等的好”和“差等的坏”。

应当指出，在一阶的好（和一阶的坏）与差等的好（和差等的坏）之间不存在任何必然的联系。一阶的好可以是差等的坏，反之亦然。

4.1.2 优先的两个式

一阶的好与差等的好之间的区别导致了优先的两个相应的式之间的区别。考虑下列情形，其中 $p$ 的发生和 $q$ 的发生被假定为独立事件：

| 如果出现事态 | 那么某人将得到 |
| --- | --- |
| $p$ | ＋$10 |
| $\neg p$ | （未指明） |
| $q$ | ＋$1 |
| $\neg q$ | （未指明） |

在这里，人们明显地喜欢事态 $p$ 胜过喜欢事态 $q$，因为前者给他带

来更大的福利。这就是说,$p$ 的一阶的好的外延(即获得 10 美元)比 $q$ 的一阶的好的外延(即获得 1 美元)更大。我们把这里所讨论的优先的式称之为"一阶优先"(*first-order preference*)。这种形式的优先是基于两个事态的一阶的好的外延的相互比较之上的。

而在下述情形中

| 如果出现事态 | 那么某人将得到 |
| --- | --- |
| $p$ | +$2 |
| $\neg p$ | +$2 |
| $q$ | +$1 |
| $\neg q$ | −$100 |

在这里,有意义的因而值得注意的特点是:第一,毫无疑问,$p$ 是一阶的优先于 $q$ 的,因为 $p$ 的一阶的好与 $q$ 的一阶的好的比率是 2∶1;不过;第二,$p$ 是发生还是不发生,却是完全无关紧要的事情,因为它们都导致同样的结果:获得 2 美元;第三,$q$ 发生而不是不发生,却是十分重要的,因为 $q$ 的发生与否牵涉到 100 多个美元的得失问题,$q$ 发生可获得 1 美元,$\neg q$ 发生却要失去 100 美元。因此,正是在这个确定的和重要的意义上,人们喜欢 $q$ 的发生胜过喜欢 $\neg q$ 的发生。

很清楚,这里所讨论的优先,是基于两个事态的相对外延的比较之上的。相应地,这种类型的优先也就被称为差等的优先(*differential preference*)。

## 4.2 可接受性标准

### 4.2.1 记号 $P$

语义思考的基础是作为序关系的命题之间的优先关系。设仍用记号 $P$ 表示优先关系,那么 $\alpha P\beta$ 就可理解为命题 $\alpha$ 优先于命题 $\beta$。对 $P$ 关系必不可少的要求是;第一,$P$ 是一种序关系,就是说,它是传递的、非对称的、非自返的。第二,$P$ 是命题间的外延关系,

就是说，它允许在系统内可证的等值式相互替代。

4.2.2 实数值$^{\#}(\alpha)$

假定具有可能世界 $W_1, W_2, \cdots W_n$。我们的初始概念是价值尺度$^{\#}$，它给每一个可能世界譬如说 $W_1$，指派一个实数值$^{\#}(W_1)$，然后，我们对任何可以作为可能世界 $W_1$ 的真值函项复合式的命题 $\alpha$，指派实数值$^{\#}(\alpha)$。这个$^{\#}(\alpha)$是 $\alpha$ 在其中为真的所有可能世界的实数值$^{\#}(W_n)$的算术平均值。我们试用下例说明：

| 可能世界 | 值 |
| --- | --- |
| $W_1: p \wedge q$ | $a$ |
| $W_2: p \wedge \neg q$ | $b$ |
| $W_3: \neg p \wedge q$ | $c$ |
| $W_4: \neg p \wedge \neg q$ | $d$ |

由于$^{\#}(\alpha)$是 $\alpha$ 在其中为真的所有可能世界的$^{\#}$－值的算术平均值，因而有

$$^{\#}(p)=\frac{a+b}{2} \qquad ^{\#}(\neg p)\quad \frac{c+d}{2}$$

$$^{\#}(q)=\frac{a+c}{2} \qquad ^{\#}(\neg q)=\frac{b+d}{2}$$

$$^{\#}(p \vee q)=\frac{a+b+c}{3} \qquad ^{\#}(p \wedge q)=a$$

当 $\alpha$ 是一矛盾命题时，由于它在任何可能世界均不真，因而其$^{\#}(\alpha)$就是不确定的。

4.2.3 $P^{\#}$和 $P^{☆}$的可接受标准

我们可以用$^{\#}(\alpha)$去测度 $\alpha$ 的一阶的好的外延（也就是事态 $\alpha$ 出现于其中的境况的外延）。在这种情况下，相应形式的优先显然可以用下述定义来表示：

$$\alpha P^{\#} \beta = df\ ^{\#}(\alpha) > ^{\#}(\beta)$$

这个定义就是说，一个具有 $\alpha P^{\#}\beta$ 形式的优先表达式是可接受的，当且仅当，它的 $^{\#}(\alpha)$ 大于 $^{\#}(\beta)$。注意，这里不允许任何使 $\alpha$ 或 $\beta$ 成为矛盾式的代入，因为一旦 $\alpha$ 或 $\beta$ 成为矛盾命题，则 $^{\#}(\alpha)$，$^{\#}(\beta)$ 就是不确定的。

适用于一阶的好的 $^{\#}$—尺度可以派生出适用于差等的好的价值尺度。设用☆表示差等的好的价值尺度，那么，

$$☆(\alpha) = {}^{\#}(\alpha) - {}^{\#}(\neg\alpha)$$

这个尺度有一个很有意义的特征，即

$$☆(\neg\alpha) = -☆(\alpha)。$$

因此，很明显，相应形式的优先就可以用下述定义来表示：

$$\alpha P☆\beta = df☆(\alpha) > ☆(\beta)$$

这就是说，一个具有 $\alpha P☆\beta$ 形式的表达式是可接受的，当且仅当，它的☆$(\alpha)$大于☆$(\beta)$。根据前面对☆$(\alpha)$的定义，相对于 4.2.2 的例证，我们可以得到：

$$☆(p) = \frac{a+b}{2} - \frac{c+d}{2}$$

$$☆(\neg p) = \frac{c+d}{2} - \frac{a+b}{2}$$

$$☆(q) = \frac{a+c}{2} - \frac{b+d}{2},$$

$$☆(\neg q) = \frac{b+d}{2} - \frac{a+c}{2}$$

$$☆(p \vee q) = \frac{a+b+c}{3} - d,$$

$$☆(p \wedge q) = a - \frac{b+c+d}{3}。$$

4.2.4　$P^{\#}$和 $P☆$的相互关系

在 $P^{\#}$ 和 $P☆$这两类不同的优先之间存在着有趣的联系。例如，

$pPq$，按照定义，就是 $^{\#}(p) > {}^{\#}(q)$，即 $\frac{a+b}{2} > \frac{a+c}{2}$，经过运算，可得 $b > c$；

$pP☆q$,按照定义,就是$☆(p)>☆(q)$,即$\frac{a+b}{2}-\frac{c+d}{2}>\frac{a+c}{2}-\frac{b+d}{2}$,经过运算,可得$b>c$。

这似乎表明#—优先(一阶优先)和☆—优先(差等优先)是等值的,因为两者有同样的值。但情况并非如此。之所以达到上述结果,是基于下述预设:所涉及的变元$p$、$q$等等,代表相互独立的命题,更明确地说,就是在记号$P^{\#}$和$P☆$左、右两边没有相同的变元。仅仅在满足这个独立预设时,#—优先与☆—优先才是相互一致的;当不满足这个预设时,即记号$P$(特殊地$P^{\#}$和$P☆$)左右两边出现相同的变元时,#—优先与☆—优先就再也不是其值相同的了。例如,

$pP(p\vee q)$

首先,让$P$表示#—优先。相对于4.2.2的例证来说,$pP(p\vee q)$就是说,$\frac{a+b}{2}>\frac{a+b+c}{3}$,经过运算,可得$a+b>2c$。

然后,让$P$表示☆—优先,那么$pP☆(p\vee q)$就表示$\frac{a+b}{2}-\frac{c+d}{2}>\frac{a+b+c}{3}-d$,经过运算,可得$a+b+3d>5c$。

很显然,这两个不等式绝不是相同的。因此,概括起来说,$P^{\#}$和$P☆$的关系就是:当记号$P^{\#}$和$P☆$左右两边没有相同变元时,$P^{\#}$和$P☆$是相互一致的;当记号$P^{\#}$和$P☆$左右两边有相同变元时,它们就再也不是相互一致的了。

### 4.3 优先重言式

考虑下述优先原则,

$pPq\rightarrow\neg(qPp)$

$pPq\rightarrow\neg qP\neg p$

$(pPq)\wedge(qPr)\rightarrow pPr$

这样一类原则是一个$P^{\#}$—重言式(或相应地,$P☆$—重言式),当

且仅当，如果 $P$ 到处被解释为 $P^{\#}$（相应地，$P☆$），这个原则相对于从自身所含变元的真值组合中产生出来的那些可能世界的每一个可能的真值指派而言，它都成为一个算术真理。

现在我们来考察 $pPq \to \neg qP \neg p$ 是否为一 $P^{\#}$—重言式。考虑下述真值指派：

| 可能世界 | $^{\#}$—值 |
|---|---|
| $W_1: p \wedge q$ | $a$ |
| $W_2: p \wedge \neg q$ | $b$ |
| $W_3: \neg p \wedge q$ | $c$ |
| $W_4: \neg p \wedge \neg q$ | $d$ |

根据定义，$pP^{\#}q \to \neg qP^{\#} \neg p$ 就是说，

$$\frac{a+b}{2} > \frac{a+c}{2} \to \frac{b+d}{2} > \frac{c+d}{2}$$

经过运算，最后可得 $b > c \to b > c$

很显然，这是一个算术真理。所以它是一个 $P^{\#}$—重言式。

但是，在另一方面，当违反独立预设，即其代入使 $P^{\#}$ 左、右两边含有相同变元时，这一原则就不再是 $P^{\#}$—重言式了。设用"$p \vee q$"代"$(pP^{\#}q \to \neg qP^{\#} \neg p)$"中之"$q$"，可得：

$$pP^{\#}(p \vee q) \to \neg(p \vee q)P^{\#} \neg p$$

根据定义，这等于说：

$$\frac{a+b}{2} > \frac{a+b+c}{3} \to d > \frac{c+d}{2}$$

经过运算，最后可得：

$$a+b > 2c \to d > 2c$$

很显然，这个式子是可错的，并不是算术真理，因而，在违反独立预设的情况下，$pP^{\#}q \to \neg qP^{\#} \neg p$ 不是一个 $p^{\#}$—重言式。

因此，区分限定的优先重言式与非限定的优先重言式是极其重要的。所谓非限定的优先重言式，就是不必遵守独立预设的重言

式，也就是说对于所包含的变元的任何一个代入而言，该优先原则都被证明是可接受的。例如，$pP^{\#}q\rightarrow\neg(qP^{\#}p)$就是一个非限定的优先重言式。所谓限定的优先重言式，就是以遵守独立预设为条件的重言式，假如违反独立预设，即某些代入使记号$P^{\#}$或$P☆$左、右两边含有相同的变元，则该优先原则就被证明不是可接受的。例如，$pP^{\#}q\rightarrow\neg qP^{\#}\neg p$。而相比之下，$pP☆q\rightarrow\neg qP☆\neg p$却是非限定可接受的。设用$p\vee q$代其中的$q$，我们得到：

$$pP☆(p\vee q)\rightarrow\neg(p\vee q)P☆\neg p$$

根据定义，这等于说，

$$(\frac{a+b}{2}-\frac{c+d}{2})>(\frac{a+b+c}{3}-d)$$

$$\rightarrow(d-\frac{a+b+c}{3})>(\frac{c+d}{2}-\frac{a+b}{2})$$

经过运算，最后可得：

$$a+b>5c-3d\rightarrow a+b>5c-3d。$$

显然这是一个算术真理。所以，$pP☆q\rightarrow\neg qP☆\neg p$是一个非限定的优先重言式。同时，这也进一步说明了$P^{\#}$和$P☆$的关系：出现于它们之间的唯一差别在于是否要求代入的限定。当在某些情况下要求遵守独立预设（即代入必须保证不至使记号$P$左右两边出现相同变元）时，是$P^{\#}$—重言式；当从不要求遵守独立预设时，则是$P☆$一重言式。

从逻辑的观点来看，优先重言式的概念是极其重要的。因为借助于它，优先逻辑的公理化问题就可以有意义地提出并富有成果的讨论。关于尼·雷谢尔所构造的优先逻辑中所包含的优先重言式，我们将在后面给出。

### 4.4 限定和非限定的量化

为了表示限定的与非限定的优先重言式这个具有重要意义的区别，我们引进非限定的命题量词∀，

$$(\forall\ p)(\cdots p\cdots)$$

就是断定:"…$p$…"(即含 $p$ 的优先表达式)相对于 $p$ 的任一代入都是成立的。引进限定命题量词 $A$,

$$(Ap)(\cdots p\cdots)$$

就是断定:"…$p$…"(即含 $p$ 的优先表达式)相对于'$p$'的所有那些不包含出现于"…$p$…"中的变元的代入是成立的。

例如,前已指出,$(pP^{\#}q\to\neg(qP^{\#}p)$ 是非限定的优先重言式,那么,它的量化形式就是

$$(\forall p)(\forall q)[pP^{\#}q\to\neg(qP^{\#}p)]$$

而 $(pP^{\#}q\to\neg qP^{\#}p)$ 是限定的优先重言式,因而,把它写成:

$$(\forall p)(\forall q)[pP^{\#}q\to\neg qP^{\#}\neg p)$$

就是错误的。它的正确的量化形式应当是

$$(Ap)(Aq)(pP^{\#}q\to\neg qP^{\#}\neg p)。$$

所有这些都是可以严格证明的。由于篇幅所限,遂略。

当然,这种可能性是存在的:即在某些情形中,人们混用限定的量词与非限定的量词。因而,就可能出现下述形式的优先原则:

$$(Ap)(\forall q)(\cdots p,q\cdots)$$

这实际上就是断定,$p$ 的代入必须是限定的,而 $q$ 的代入却是非限定的。

在雷谢尔的优先逻辑中,有下列关于 $P^{\#}$ 的定理:

$T1$ $pP^{\#}q\to\neg(qP^{\#}p)$

$T2$ $(pP^{\#}q)\wedge(qP^{\#}r)\to pP^{\#}r$

$T3$ $(Ap)(Aq)((pP^{\#}q)\leftrightarrow(\neg qP^{\#}\neg p))$

$T4$ $pP^{\#}q\leftrightarrow(p\wedge\neg q)P^{\#}(\neg p\wedge q)$

$T5$ $[\neg(pP^{\#}\neg p)\wedge\neg(\neg pP^{\#}p)\wedge\neg(qP^{\#}\neg q)\wedge\neg(\neg qP^{\#}q)]\to[\neg(pP^{\#}q)\wedge\neg(qP^{\#}p)]$

$T6$ $[\neg(qP^{\#}\neg q)\wedge\neg(\neg qP^{\#}q)\wedge(pP^{\#}q)]\to pP^{\#}\neg p$

$T7$ $[\neg(qP^{\#}\neg q)\wedge\neg(\neg qP^{\#}q)\wedge(qP^{\#}\neg p)]\to pP^{\#}\neg p$

$T8$ $(\forall p)(Aq)(Ar)[(p\wedge r)P^{\#}(q\wedge r)\wedge(p\wedge\neg r)P^{\#}(q\wedge\neg r)\to pP^{\#}q]$

$T9 \quad \neg(pP^{\#}q) \wedge \neg(qP^{\#}r) \rightarrow \neg(pP^{\#}r)$

如果将 $T1$—$T9$ 中的 $P^{\#}$ 改写为 $P☆$，$T1$、$T2$、$T4$—$T7$、$T9$ 作为关于 $P☆$ 的定理仍然成立，$T3$ 去掉量词前缀，$T8$ 将其量词前缀改为 $(Ap)(Aq)(Ar)$ 之后，$T3$ 和 $T8$ 作为关于 $P☆$ 的定理也成立。

## 5 结语

应该强调指出的是，优先逻辑还是十分不成熟的。这一点连优先逻辑的创始者冯·莱特也是承认的，他在1983年出版的论文集《哲学逻辑》中谈到：道义逻辑和优先逻辑都是对于规范性和评价性概念和话语的形式逻辑研究，道义逻辑也许不是非常重要和毫无问题的，但是，它已经作为一个独立的逻辑学分支确立了自己的地位。但优先逻辑的情况并非如此，它迄今仍没有得到充分的发展，甚至关于优先逻辑的一些基本原则——例如，优先关系是传递的吗？任何两个事态是优先可比较的吗？如果一个事态优先于另一个，那么后者的否定是否优先于前者的否定？析取式或合取式的优先可以分配吗？等等——也是充满争议的，极而言之，关于这些问题有多少作者发表了意见，那么就存在多少种意见；这些意见甚至是相互抵触、相互否定的。这种状况提醒我们，不能把优先逻辑作为一个成熟的理论加以接受，而必须带着怀疑、批判的眼光去审视，并力图对其中的某些问题给出自己的回答。

（作者：陈　波）

# 参考文献

[1] Von Wright, Georg Henrik. The Logic of Preference: An Essay, Edinburgh: Edinburgh Ulniversity Press, 1963.

[2] Von Wright, Georg Henrik. Philosophical Logic, England, Basil Blackwell Publisher Limited, 1983.

[3] Rescher, Nicholas. Topics in Philosophical Logic, Dordrecht-Holland, D. Reidel Publishing Company, 1968.

[4] Rescher, Nicholas. The Logic of Decision and Action, Pittsburgh; University of Pittsburgh Press, 1968.

[5] Rescher, Nicholas. Introduction to Value Theory, Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1969.

[6] Moutafakis, Nicholas J., The Logics of Preference: A Study of Prohairetic Logics in Twentieth Century Philosophy, Dordrecht, D. Reidel Publishing Company, 1987.

# [十二] 量子逻辑

## 1 引言

正如数理逻辑是在数学基础研究中产生的，量子逻辑也是在量子力学基础的研究中提出的。由于量子力学理论要用十分抽象的数学理论来表述，而且，与经典物理学不同，它的一些理论概念似乎在物理世界中没有直接的对应物，它描述物理世界的方式及它的一些结论也与日常经验及习惯相悖离，所以，尽管量子力学已经在众多的领域中有着十分有效的应用，它的解释、它的概念基础及哲学涵义等问题，从它产生之日至今，却一直还是理论物理学家及科学哲学家中争论不休的问题，众多的思想流派应运而生（见[17]）。其中一些研究者大致持有这样一个共同的想法，即，要对微观物理世界的一些似乎"反常"的现象以及量子力学理论作出恰当的解释，也许需要在某种程度上修改我们的逻辑（即古典逻辑）。当然，持有这种观点的人之间也有很大的分歧。例如，他们提出的"新"的逻辑彼此不同：伯克霍夫与冯·诺依曼（Birkhoff & von Neumann[4]）提出了非分配逻辑（类似于古典逻辑，但分配律不有效）；斯特劳斯（strauss[29]）提出的是互补性逻辑（在有的命题之间不能定义合取式或析取式）；而赖欣巴赫（Reichenbach[28]）提出的是三值逻辑。甚至，在是否真有一种新逻辑这一点上也有分歧，例如，有较极端的，认为量子力学表明逻辑是经验的，应该依经验修改逻辑，甚至提出逻辑的物理学（如[26]、[27]、[8]）；也有较

温和的，认为并没有什么新逻辑，有的只是与逻辑演算有些相似的一种代数演算（如[18]P. 77）。所有这些相关的研究都称为量子逻辑的研究（[17]Ch. 8）。

量子逻辑的研究，从内容上看，大致可分为两个方面：一个是与量子力学密切相关的方面，讨论量子力学的解释、量子力学的公理化等等，70 年代以前主要是这方面的研究；另一方面是纯逻辑的，如讨论量子逻辑的公理化的形式演算、量子逻辑的克里普克（Kripke）语义及模态解释等等，这些方面的研究是进入 70 年代以后才渐渐引起逻辑学家们的兴趣的。

有关量子逻辑的早期重要研究有伯克霍夫与冯·诺依曼的（1936 年，见[4]），斯特劳斯的（1936 年，见[29]）及赖欣巴赫的（1941 年，见[28]）。但其中赖欣巴赫的多值量子逻辑，自从他提出后再没有得到什么发展（见[17]P. 379），斯特劳斯的研究也一直不为人所知。直到 60 年代以后，其他一些人独立地提出了与斯特劳斯相似的观点，而这些人的研究受到了伯克霍夫与冯·诺依曼的启发，对他们的方法作了一些修改。伯克霍夫与冯·诺依曼的工作也是到 60 年代后才引起广泛的兴趣。所以，目前有关文献中所说的量子逻辑，实际上是指由伯克霍夫与冯·诺依曼于 1936 年提出，而于 60 年代以后由其他一些人加以修改或发展而形成的一个研究领域。60 年代以后的研究文献，除了前面提到的，重要的还有[34]、[18]、[24]、[25]、[21]以及收在胡克（Hooker）、苏佩斯（Suppes）等人编的文集[13]，[14]，[15]，[16]，[31]，[2]等等中的论文。有关量子逻辑从产生到 70 年代初的详细历史可看[17]第八章。[10]及[33]是有关这一时期的研究的简短的综述，[22]则是到 80 年代为止的有关量子逻辑的众多研究领域的分类综述。关于量子逻辑的纯逻辑方面的研究的综述可看[5]。另外[1]是一个十分完备的量子逻辑文献目录，包括 70 余种著作、文集和 300 余篇论文。

下面的介绍大致分为三个部分。第 2、3、4 节主要介绍如何由

对物理系统的描述方法及量子力学理论分析得出量子逻辑。这里介绍的是伯克霍夫与冯·诺依曼的方法，对赖欣巴赫的三值量子逻辑不再作介绍（可见[28]、[17]§8.3、以及收在[14]中的有关文章或桂起权[37]）。至于对伯克霍夫与冯·诺依曼方法的修改，可见前面提到的文献。第5节主要介绍量子逻辑的纯逻辑方面的一些主要内容。最后一节简要地介绍了对量子逻辑是否真是一种逻辑这类疑问的一些回答，主要涉及逻辑与经验的关系这个问题。

另外，下面的介绍中不假设读者具备量子力学或数学方面专门知识。

## 2 物理系统的抽象描述

这里先要介绍对物理系统的一种抽象描述。这是对具体的物理理论中描述物理系统的方式作了相当的简化和抽象而得出的。这里只介绍一下描述物理系统时用到的一些重要的概念，如状态、可观测量、命题等等，不采用严格的公理化方法。另外，这里只涉及物理系统的静态性质方面，即不考虑对系统随时间的变化的描述，因为，所谓量子逻辑，主要指表达物理系统的静态性质的命题之间的逻辑关系。类似的抽象描述可参看有关文献，如[18]、[24]、[20]、[32]以及[6]等等，其中[18]、[20]、[24]也包括了对量子力学的动态结构的抽象描述。

### 2.1 系统

物理系统即一些相关的物理现象的集合体，它是物理理论描述的对象。例如经典力学中研究的由一些质点组成的经典力学系统，或量子力学中研究的由微观粒子组成的系统，如一个氢原子，等等。物理系统的基本特征就是它的孤立性，即可将经验材料中一些相关的因素或条件抽取出，而排除不相关的因素或条件。例如可将一个原子孤立出来看成一个系统，不考虑宇宙中其他事物对它

的影响。系统是一个最基本的概念，这里只能这样直观地描述。特别要指出的是，这里不考虑必须用相对论性量子力学来描述的那些物理现象，因为在那里“物理系统”这一概念将遇到一些困难。

我们知道，经典物理学不能正确地描述微观物理现象，描述微观物理现象必须用量子力学，因此我们将微观物理系统，即用量子力学才能有效地加以描述的系统，称为量子系统，而将用经典物理学就能有效地描述的物理系统称为经典系统。另外，以后只提物理系统(或系统)时，则包括了经典的与量子的两种情形。

### 2.2 可观察量

物理系统的属性由关于它的一些物理量表示。例如对于一个由一些质点组成的经典力学系统，系统的总能量、总动量等等都是关于它的物理量。这些物理量又称为可观察量(*observables*)。所谓可观察，是强调系统在某一时刻的这些可观察量的值可以通过实验(直接地或间接地)测量出，因为，从描述物理系统的角度说，原则上不可测量的物理量是没有实际意义的。通常假设可观察量的值是实数。

这里要指出，所谓一个系统的可观察量，它的指称范围是很广的，不仅仅指物理学中常见的动量、能量等这些物理量。事实上，只要有一种实验方法(或说一种仪器)可用来观测一个物理系统的某种属性，观测的结果可用一个实数表示、那么这种实验方法(仪器)就确立了系统的一个可观察量。例如，有一种仪器设备称为粒子计数器，它可用来观测空间某个指定的区域中是否出现粒子。观测到粒子时，它就记下值 1；否则，就记下值 0。对于一个单粒子物理系统，假设用一个粒子计数器观测空间某个区域 $D$ 中是否出现这个系统中的粒子，这就确定了关于该系统的一个可观察量。这个可观察量只能取 0 或 1 作为它的值，两个值分别表示粒子不出现或出现于区域 $D$ 中。

一个物理系统 $\Sigma$ 的所有可观察量的集记为 $ob(\Sigma)$。

我们只能通过系统的可观察量来了解一个系统，因此，系统的属性也就表现为关于系统的可观察量的属性。这大致可分为两类，一类是关于在一个给定的时刻，系统的各个可观察量有什么值，以及这些可观察量之间有哪些与时间无关的关系；另一类是关于系统的可观察量值随时间的变化规律。前者称为系统的静态性质，后者称为系统的动态性质。

相应地，表达系统的可观察量值随时间的变化规律的陈述，可称为关于系统的动态陈述。寻找正确的动态陈述显然是物理学研究的主要课题。另一方面，断言系统的可观察量（在某个特定时刻）取什么值的陈述，可称为关于系统的静态陈述。如“（系统的）动能小于 2（单位）”，“（系统的）粒子出现于区域 $D$ 中”等等。

对于系统 $\Sigma$ 的一个可观察量 $A$ 以及实数集的一个 *Borel* 子集△[①]，令

$\langle A,\triangle\rangle$ =“（系统的）可观察量 $A$ 的值落在集合△中”

可以认为，$\langle A,\triangle\rangle$ 是静态陈述的一般形式。一个物理系统的逻辑，狭义地说，就是指它的这种静态陈述的逻辑。

### 2.3 状态

为了方便地描述系统的可观察量的各种性质，物理学理论中常常引进一个参量，即所谓状态。系统在任一时刻都处于某一特定的状态，状态可用某种数学对象表示。常常要求状态是完备的，即，给定了系统在某个时刻 $t_0$ 的状态，从理论上就可确定系统在 $t_0$ 时刻所有可知的属性，还可确定系统在 $t_0$ 时刻以后的任一时刻的状态，当然是假定了系统不受不相关的因素的干扰。一个系统 $\Sigma$ 的所有可能的状态组成的集称为 $\Sigma$ 的状态空间，记为 $St(\Sigma)$。

先用一个简单的例子说明经典物理学中的状态，设 $\Sigma$ 是这样一个经典力学系统，它由一个限制在空间 $x$ 轴上运动的一个质量

① 实数集的 Borel 子集是指可由象[a,b)这样实线上的半开区间经过可数的交、并、差等集合运算构造出的集合。

为 $m$ 的质点组成，并假设这个质点受到一个与它的位置 $x$、速度 $v$ 及时间 $t$ 有关的力 $f(x、v、t)$的作用。我们知道，给定了质点在 $t_0$ 时刻的位置 $x_0$ 和速度 $v_0$，由牛顿运动方程

$$m\ddot{x}=f(x,\dot{x},t),$$

$$x(t_0)=x_0,\dot{x}(t_0)=v_0$$

就可确定质点在 $t_0$ 时刻以后的任一时刻 $t$ 的位置 $x=x(t)$及速度 $v=\dot{x}(t)$。而且，质点在 $t$ 时刻的其他物理量的值都可由它在 $t$ 时刻的位置 $x$ 及速度 $v$ 求出。所以，可以认为质点在 $t$ 时刻的位置 $x$ 与速度 $v$ 完全确定了质点在 $t$ 时刻的运动状态。因此，可以用由两个实数 $x$、$v$ 组成的有序对$(x,v)$表示系统 $\Sigma$ 在这一时刻的状态，系统 $\Sigma$ 的状态空间就是 $R^2$ 的一个子集：

$$St(\Sigma)\subseteq R^2$$

这里 $R$ 表示实数集。另外，$\Sigma$ 的可观察量可用 $St(\Sigma)$到 $R$ 的映射表示。例如，系统 $\Sigma$ 的动能 $T$ 可用函数

$$\mu_T:St(\Sigma)\rightarrow R$$

$$\mu_T(x,v)=\frac{1}{2}mv^2$$

表示，即，系统 $\Sigma$ 处于状态$(x,v)$时，它的动能值为 $\mu_T(x,v)$。

一般地，可以认为对任一经典系统 $\Sigma$ 的状态描述都能够具有这样的性质：对 $\Sigma$ 的一个可观察量 $A$，给定了 $\Sigma$ 的一个状态 $s$，当系统 $\Sigma$ 处于状态 $s$ 时，$A$ 有一个确定的值，因此由 $A$ 确定了一个函数 $\mu_A:St(\Sigma)\rightarrow R$，$\mu_A(s)$就是 $\Sigma$ 处于状态 $s$ 时 $A$ 的值；同样，$\Sigma$ 处于状态 $s$ 时，一个静态陈述$\langle A,\triangle\rangle$有确定的真、假，显然，$\langle A,\triangle\rangle$为真，当且仅当 $\mu_A(s)\in\triangle$。

下面转向量子系统的状态。设 $\Sigma$ 是一个量子系统。根据量子力学原理，可用数学中一个所谓的希尔伯特空间(*Hilbert* 空间，它是一种由一个集及一些相关的函数组成的数学结构，由一些公理刻划。限于篇幅，这里不能给出严格的定义，请参阅[35]或有关数学及量子力学文献。)$H$ 来描述 $\Sigma$。在所谓量子力学的波函数表象

中，$H$ 就是系统的所有波函数（都是平方可积函数）组成的函数空间。希尔伯特空间的一个简单而直观的例子是由平面上所有矢量组成的所谓二维实希尔伯特空间。一般地，一个任意的希尔伯特空间 $H$ 中的元素也称为矢量，其中有一个特殊的矢量 0 称为零矢量。由 $H$ 的某个子集到 $H$ 中的映射称为 $H$ 上的算子（也称为算符）。

当用希尔伯特空间 $H$ 描述量子系统 $\Sigma$ 时，$\Sigma$ 的状态可用 $H$ 上一种特殊的算子，即所谓密度算子表示。在希尔伯特空间理论中，密度算子定义为自伴的（*self—adjoint*）、半正定的、迹（*trace*）为 1 的线性算子。但我们可以只考虑一些特殊的状态，量子力学中称它们为纯状态，因为其他的状态都可从这些纯状态构造出。这些纯状态可用 $H$ 中的非零矢量表示。因此，有时将 $H$ 中的非零矢量称为状态矢量。另外，$\Sigma$ 的可观察量不再像经典系统的可观察量那样用状态空间到实数集的映射表示，而是用 $H$ 上一种特殊的算子，即自伴算子（也称厄密算子）表示。关于量子力学的希尔伯特空间表述的详细论述可参看冯·诺依曼的经典著作[35]或[18]、[3]。

回忆一下，对于经典系统，给定了系统的状态，系统的一个可观察量的值可以从理论上唯一地确定。如果将这个理论值看成对实验中的测量结果的预测，它就是断言只要不断提高实验的精度，总能测量到充分接近这个理论值的结果。

对于量子系统来说则是完全不同的。量子力学与经典力学的一个实质性区别就是它的不确定性（或者说量子力学只是统计确定的）。对于一个量子系统 $\Sigma$，设 $H$ 是描述 $\Sigma$ 的希尔伯特空间，$\varphi \in H$ 是 $\Sigma$ 的一个状态矢量，$A$ 是 $\Sigma$ 的一个可观察量，那么，由量子力学理论一般不能唯一地确定 $A$ 在状态 $\varphi$ 之下将取什么值。但是，由量子力学理论可以确定 $A$（在任意状态之下）所可能取的值的集合 $\Lambda$。在希尔伯特空间理论表述中，如视 $A$ 为 $H$ 上的自伴算子，$\Lambda$ 就是 $A$ 的谱集。而且，给定实数集的一个 *Borel* 子集 $\triangle$，从理论

上可以计算出“在状态 $\varphi$ 之下 $A$ 的值落在集合△中的概率”。因此，$\varphi$ 与 $A$ 确定了一个 $R$ 上的概率测度，即一个映射

$$\mu(\varphi,A):\mathscr{B}\to[0,1]$$

其中 $\mathscr{B}$ 是实 *Borel* 集组成的 $\sigma$ 域。对于 *Borel* 集△，$\mu(\varphi,A)(\triangle)$ 就是系统 $\Sigma$ 处于状态 $\varphi$ 时可观察量 $A$ 的值落在集合△中的概率。

作为对实验中的测量结果的预测，上述不确定性及概率可以这样来解释。假设我们复制了 $N$ 个同样的系统 $\Sigma$，并假设我们能够使得这些系统都处于由 $H$ 中一个状态矢量 $\varphi$ 所表示的状态。所谓确定了 $\Sigma$ 的一个状态 $\varphi$，$\Sigma$ 的可观测量 $A$ 的值不唯一确定，指的是如果对上述 $N$ 个系统作 $N$ 次独立的观测，以测量 $A$ 的值，可能会得到不同的结果。这里所说的“不同的结果”当然不是指通常实际的测量中由于随机的误差而引起的。对于一个实 *Borel* 集△，假设这 $N$ 次测量中有 $n$ 次测得的 $A$ 的值落在△中，那么，$n/N$ 就是这 $N$ 次测量得到的 $A$ 的值落在△中的频率，所谓“在状态 $\varphi$ 之下 $A$ 的值落在集合△中的概率”，即 $\mu(\varphi,A)(\triangle)$，就是指 $N$ 趋于无穷大时这个频率的极限。

如果从经典物理学的观点（或者说从决定论的观点）去看上述事实，则会认为上述 $N$ 个系统实际上是处于不同的状态，而如果量子力学理论中描述这些系统的状态矢量是相同的，那就只能认为量子力学中的状态矢量并不完全地刻划系统的状态，即它是不完备的。但是，理论上更为细致的分析及实验的结果似乎更支持相反的结论，即状态矢量对系统状态的描述确实是完备的；由此就应得出，对微观物理系统的观测结果具有实质上的不确定性，对观测结果的预测只能表达为概率陈述。正是这种特征使得量子系统的逻辑不同于经典系统的逻辑。

关于这里所提到的一些问题的详细、严格的论述请参看[35]，*ch.* Ⅲ 或[7]。

## 2.4 命题

物理系统的可观察量的值总是实数，有一类特殊的可观察量，它们只能取两个实数 1 或 0 作为它们的值，如 § 2.1 中提到的用粒子计数器定义的可观察量。这种可观察量可认为是表达了关于系统的某种非真即假的判断，或者说表达了关于系统的某种性质。我们称这种可观察量为命题。一个系统 $\Sigma$ 的所有命题的集记为 $Pr(\Sigma)$。注意，依定义，$Pr(\Sigma)\subseteq ob(\Sigma)$。对于一个命题 $P\in Pr(\Sigma)$，如某观测得到 $P$ 的值为 1，则说这次观测得到 $P$ 为真；否则，则说这次观测得到 $P$ 为假。

如果 $P$ 是一个经典系统 $\Sigma$ 的命题，那么，给定了 $\Sigma$ 的一个状态，$P$ 的真假也就随之而定。表示 $P$ 的函数 $\mu_P$ 就是状态空间 $St(\Sigma)$到集合$\{0,1\}$中的映射，因此也就是 $St(\Sigma)$的子集 $\mu_P^{-1}(\{1\})$的特征函数。因此，$\Sigma$ 的一个命题 $P$ 对应于 $\Sigma$ 的状态空间 $St(\Sigma)$的一个子集 $\mu_P^{-1}(\{1\})$。

如 $P$ 是一个量子系统 $\Sigma$ 的命题，从数学上说，$P$ 是只能有 0、1 两个特征值（或称本征值）的自伴算子，就是所谓投影算子。此时，给定了 $\Sigma$ 的状态，可观察量 $P$ 的值可能不确定，所以 $P$（作为一个命题）的真假也可能不确定。当然，$\mu(\varphi,P)(\{1\})$是 $P$ 在状态 $\varphi$ 之下为真的概率。因此，$\Sigma$ 的每个状态 $\varphi$ 确定了一个映射 $P\varphi$

$$p\varphi: Pr(\Sigma)\rightarrow[0,1]$$

$$p\varphi(P)=\mu(\varphi,P)(\{1\})$$

即，对命题 $P\in Pr(\Sigma)$，$p\varphi(P)$就是 $P$ 在状态 $\varphi$ 之下为真的概率。当 $\varphi$ 是描述 $\Sigma$ 的希尔伯特空间 $H$ 中的零矢量 0 时，我们约定 $p_{(\varphi)}(P)=1$，对任意的 $P\in Pr(\Sigma)$。（从数学上说，如 $P$ 视为 $H$ 上的投影算子，$\varphi$ 是 $H$ 中的非零矢量，则有

$$p_\varphi(P)=\frac{\|P\varphi\|}{\|\varphi\|}$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示 $H$ 上的范数）

这里定义的命题可以代替前面提到的静态陈述。事实上，如$\langle A,\triangle\rangle$是一个经典系统$\Sigma$的静态陈述，由$\langle A,\triangle\rangle$可确定$\Sigma$的一个可观察量$P$，对$P$的观测就是先观测$A$，如得到$A$的值属于$\triangle$，就记下$P$的值为1；否则，就记下$P$的值为0。显然$P$是$\Sigma$的一个命题，而且对$\Sigma$的任一状态，$\langle A,\triangle\rangle$在状态$s$之下为真，当且仅当$P$在状态$s$之下为真。如$\langle A,\triangle\rangle$是一个量子系统$\Sigma$的静态陈述，由量子力学理论可以证明(参见前面提到的冯·诺依曼等人的著作)，同样存在$\Sigma$的一个命题$P$，使得对$\Sigma$的任一状态矢量$\varphi$，$\langle A,\triangle\rangle$在状态$\varphi$之下为真的概率等于$P$在状态$\varphi$之下为真的概率，即

$$\mu(\varphi,A)(\triangle)=p_{\varphi}(P)$$

所以，讨论§2.2中所说的一个物理系统的逻辑，也就是讨论这里所定义的物理系统的命题逻辑。

对于任一物理系统$\Sigma$，$\Sigma$的所有命题组成的集$Pr(\Sigma)$称为$\Sigma$的命题系统。在一个命题系统上可以定义一些运算或关系，类似于普通逻辑中命题的否定、合取、析取等运算或蕴涵关系。因此，关于一个物理系统$\Sigma$的逻辑，主要的问题就是如何在$\Sigma$的命题系统$Pr(\Sigma)$上定义这些运算或关系，以及定义了这些运算或关系之后$Pr(\Sigma)$具有怎样的结构。

## 3 经典命题系统

本节中假设$\Sigma$是一个经典系统，$S=St(\Sigma)$是$\Sigma$的状态空间，$\mathscr{P}=Pr(\Sigma)$是$\Sigma$的命题系统，我们要在$\mathscr{P}$上定义蕴涵关系及一些逻辑运算，然后讨论$\mathscr{P}$的结构。

先用$S$的子集来表示命题。对$P\in\mathscr{P}$，令

$$\sigma(P)=\{s\in S:\mu_P(s)=1\}=\mu_P^{-1}(\{1\})$$

这是所有使$P$为真的状态组成的集。

定义$\mathscr{P}$上一个二元关系$\leqslant$如下：对$P$、$Q\in\mathscr{P}$，

$$P\leqslant Q=_{df}\sigma(P)\subseteq\sigma(Q)$$

$P \leqslant Q$ 表示所有使 $P$ 为真的状态也使 $Q$ 为真，即 $P$ 蕴涵 $Q$。

关系 $\leqslant$ 在 $\mathscr{P}$ 上显然是自返且传递的。因此，如下定义的关系 $\approx$，

$$P \approx Q =_{df} P \leqslant Q \text{ 且 } Q \leqslant P$$

是 $\mathscr{P}$ 上的一个等价关系。$P \approx Q$ 成立时，两个可观察量 $P$、$Q$ 可认为是表达了关于 $\Sigma$ 的等价的性质。为了讨论 $\mathscr{P}$ 的结构的方便，我们作这样一个假设：

**假设**：$\mathscr{P}$ 上的等价关系 $\approx$ 就是相等关系，即 $P \approx Q$ 当且仅当 $P = Q$。

显然，作了这样一个假设之后仍然不失一般性。由这个假设，$\leqslant$ 就是 $\mathscr{P}$ 上的偏序关系，$\mathscr{P}$ 成为一个偏序集，且 $\sigma$ 是 $\mathscr{P}$ 到 $S$ 的幂集 $2^S$ 中的单映射，即 $P = Q$ 当且仅当 $\sigma(P) = \sigma(Q)$。我们知道 $2^S$ 在集合的包含关系之下也是一个偏序集，而由 $\sigma$ 的定义，$\sigma$ 是 $\mathscr{P}$ 到 $2^S$ 中保序的单映射。

下面定义 $\mathscr{P}$ 上的逻辑运算。

对每个 $P \in \mathscr{P}$，可定义一个可观察量 $\sim P$ 如下：要测量 $\sim P$ 的值，只要先观测 $P$，如得到 $P$ 的值为 1，则令 $\sim P$ 的值为 0；反之，如得到 $P$ 的值为 0，则令 $\sim P$ 的值为 1。显然 $\sim P$ 也是一个命题，它可视为 $P$ 的否定，因此 $\sim$ 是 $\mathscr{P}$ 上表示否定的一元运算。显然，

$$\sigma(\sim P) = \{s \in S : \mu_P(s) = 0\} = \sigma(P)'$$

这里"$'$"表示相对于 $S$ 的补集，所以 $\mathscr{P}$ 上的否定运算对应于 $2^S$ 中 $S$ 的子集的补运算。

对任意两个 $P$、$Q \in \mathscr{P}$，可定义一个可观察量 $P \sqcap Q$ 如下：要观测 $P \sqcap Q$，只要同时观测 $P$ 与 $Q$，如得到 $P$ 与 $Q$ 的值都是 1，则令 $P \sqcap Q$ 的值为 1，否则，令 $P \sqcap Q$ 的值为 0，显然，$P \sqcap Q$ 也是一个命题，它可视为 $P$ 与 $Q$ 的合取，而且，

$$\sigma(P \sqcap Q) = \sigma(P) \cap \sigma(Q)$$

所以，$\mathscr{P}$ 中的合取运算对应于 $2^S$ 中元素的交运算。注意，在定义 $P \sqcap Q$ 时，假设了总可以**同时地**测量两个可观察量 $P$、$Q$ 的值，这

一点具有决定性的意义，因为对量子系统来说，不能作这样的假设。

析取运算可通过德·摩根律来定义：

$$P \sqcup Q =_{df} \sim(\sim P \sqcap \sim Q)$$

不难证明

$$\sigma(P \sqcup Q) = \sigma(P) \cup \sigma(Q)$$

所以这也符合直观上对两个命题的析取的理解，即 $P \cup Q$ 在一个状态之下为真，当且仅当 $P$ 或 $Q$ 在这个状态之下为真。$\mathscr{P}$ 上的析取运算对应于 $2^S$ 中 $S$ 的子集的并运算。

最后，可定义两个常命题 $\bar{0}$、$\bar{1}$。在任何状态之下测量 $\bar{0}$ 都得到值 0；同样，在任何状态之下测量 $\bar{1}$ 都得到值 1。显然，

$$\sigma(\bar{0}) = \varnothing, \sigma(\bar{1}) = S$$

$\bar{0}$、$\varnothing$ 及 $\bar{1}$、$S$ 分别是 $\mathscr{P}$ 及 $2^S$ 中的最小元及最大元。

如果令

$$\mathscr{L}(S) = \{\sigma(P) : P \in \mathscr{P}\}$$

不难看出，$\mathscr{L}(S)$ 是 $S$ 的一个子集域，即它在并集、交集、补集等运算下封闭，因此

$$(\mathscr{L}(S), \subseteq, ', \cap, \cup, \varnothing, S)$$

是一个布尔代数(关于布尔代数的定义可看下面第 4.4 小节)。利用由 $\sigma$ 定义的对应关系，不难验证

$$(\mathscr{P}, \leqslant, \sim, \sqcap, \sqcup, \bar{0}, \bar{1})$$

也是一个布尔代数。

这样得到了本节的主要结论：经典系统的命题系统在所定义的蕴涵关系及逻辑运算之下成为一个布尔代数。

## 4 量子命题系统

本节中，除非特别说明，总假设 $\Sigma$ 是一个量子系统，$H$ 是描述 $\Sigma$ 的希尔伯特空间，$\mathscr{P} = Pr(\Sigma)$ 是 $\Sigma$ 的命题系统，我们同样要在

$\mathscr{P}$ 上定义蕴涵关系及否定、合取、析取等运算，然后讨论 $\mathscr{P}$ 的结构。

### 4.1 命题的闭子空间表示

与前面第 3 节中对于经典系统的讨论相似，要用 $H$ 的子集来表示命题。对命题 $P\in\mathscr{P}$，令

$\sigma(P)=\{\varphi\in H:p_\varphi(P)=1\}$

即，$\sigma(P)$是由所有使 $P$ 确定地（概率为 1 地）为真的状态矢量组成的集。注意，按约定，零矢量 0 总是在 $\sigma(P)$中。

由量子力学理论可以证明，$\sigma(P)$是希尔伯特空间 $H$ 的一种特殊的子集，数学中称为 $H$ 的闭子空间。（事实上，$P$ 就是到闭子空间 $\sigma(P)$上的投影算子）并非 $H$ 的任何子集都是 $H$ 的闭子空间。反之，由量子力学理论也可以证明，对 $H$ 的任一闭子空间 $M$，理论上存在一个命题 $P\in\mathscr{P}$，使得 $\sigma(P)=M$。用 $\mathscr{L}(H)$表示 $H$ 的所有闭子空间组成的集，因此 $\sigma$ 是 $\mathscr{P}$ 到 $\mathscr{L}(H)$上的满映射。

### 4.2 $\mathscr{P}$ 上的蕴涵关系与逻辑运算

先定义 $\mathscr{P}$ 上的一个二元关系$\leqslant$如下：

$P\leqslant Q=_{df}\forall\ \varphi\in H(p_\varphi(P)\leqslant p_\varphi(Q))$

$P\leqslant Q$ 表示 $P$ 蕴涵 $Q$，显然，$P\leqslant Q$ 成立时，必有 $\sigma(P)\subseteq\sigma(Q)$，即，使 $P$ 确定地为真的状态也使 $Q$ 确定地为真。

显然，$\leqslant$在 $\mathscr{P}$ 上也是自返、传递的，而且 $P\leqslant Q$ 且 $Q\leqslant P$ 时，$P$ 与 $Q$ 可视为同一个可观察量，因此我们也引进这样一个假设：

假设：对任意 $P$、$Q\in\mathscr{P}$，$P\leqslant Q$ 且 $Q\leqslant P$ 蕴涵 $P=Q$。

由此，$\leqslant$是 $\mathscr{P}$ 上的偏序关系，$\mathscr{P}$ 成为一个偏序集。另一方面，由量子力学理论可以证明，$\sigma(P)\subseteq\sigma(Q)$也蕴涵 $P\leqslant Q$，因此

(1)$P\leqslant Q$ 当且仅当 $\sigma(P)\subseteq\sigma(Q)$

集合的包含关系是 $\mathscr{L}(H)$上的偏序关系，因此 $\sigma$ 是 $\mathscr{P}$ 到 $\mathscr{L}(H)$ 上的序同构。

下面定义 $\mathscr{P}$ 上的逻辑运算。

首先，$\Sigma$ 也有两个永真、永假的常量命题，$\bar{0}$ 及 $\bar{1}$。对任一状态矢量 $\varphi$，

$p_\varphi(\bar{0})=0, p_\varphi(\bar{1})=1$

所以

$\sigma(\bar{0})=\{0\}, \sigma(\bar{1})=H$

由 $\mathscr{P}$ 上蕴涵关系≤的定义，对任一 $P\in\mathscr{P}$，

(2)$\bar{0}\leqslant P\leqslant\bar{1}$

即，$\bar{0}$ 是 $\mathscr{P}$ 中最小元，$\bar{1}$ 是 $\mathscr{P}$ 中最大元。相应地，$\{0\}$及 $H$ 分别是 $\mathscr{L}(H)$中的最小、最大闭子空间。

下面定义 $\mathscr{P}$ 上的否定运算。对每个 $P\in\mathscr{P}$，可定义一个可观察量$\sim P$ 如下：对$\sim P$ 的一次观测是先观测 $P$，如得到 $P$ 的值为0，则记下$\sim P$ 的值为1；如得到 $P$ 的值为1，则记下$\sim P$ 的值为0。显然，$\sim P$ 也是命题，而且可视为 $P$ 的否定，所以$\sim$是 $\mathscr{P}$ 上表示否定的一元运算。

注意，给定状态矢量 $\varphi$，在状态 $\varphi$ 之下 $P$ 的真假可能是不确定的，因此$\sim P$ 的真假也可能是不确定的。但由$\sim P$ 的定义，关系式

(3)$p_\varphi(\sim P)=1-p_\varphi(P)$

应该成立。特别地，$\sim P$ 在状态 $\varphi$ 之下确定地为真，当且仅当在状态 $\varphi$ 之下 $P$ 确定地为假，即

$\sigma(\sim P)=\{\varphi\in H: p_\varphi(P)=0\}\cup\{0\}$

由(2)式不难证明 $\mathscr{P}$ 上的否定运算满足下列条件：对 $P$、$Q\in\mathscr{P}$，

(4)如 $P\leqslant Q$，则$\sim Q\leqslant\sim P$；

(5)$\sim\sim P=P$；

(6)$\sim\bar{0}=\bar{1}, \sim\bar{1}=\bar{0}$。

由希尔伯特空间的理论，对 $H$ 的每个闭子空间 $M$，有一个对应的闭子空间 $M^\perp$，称为 $M$ 的正交补空间。这里$\perp$可视为 $\mathscr{L}(H)$ 上的一个一元运算，称为正交补运算。由量子力学的理论可以证

明，对任意的命题 $P\in\mathscr{P}$，$\sigma(\sim P)$恰好就是 $\sigma(P)$的正交补空间，即

$(7)\sigma(\sim P)=\sigma(P)^{\perp}$

所以 $\mathscr{P}$ 中的否定运算对应于 $\mathscr{L}(H)$中的正交补运算。当然，$\mathscr{L}$ 中的正交补运算也满足类似于(4)、(5)、(6)式的条件。

注意，如一个命题 $P$ 使得 $P\neq\bar{0},\bar{1}$，则可以证明一定存在状态矢量 $\varphi\in H$ 使得 $0<p_{\varphi}(P)<1$，因此 $\varphi\notin\sigma(P)$且 $\varphi\notin\sigma(\sim P)$，所以

$\sigma(P)^{\perp}=\sigma(\sim P)\neq H-\sigma(P)$

所以，$\mathscr{P}$ 中的否定运算不对应于 $H$ 的子集的补集运算。事实上，对 $H$ 的闭子空间 $M$，$H-M$ 不是 $H$ 的闭空间。回忆一下，经典系统的命题的否定是对应于状态空间的子集的补集。

下面定义 $\mathscr{P}$ 中的合取运算。

从数学上可以证明，希尔伯特空间 $H$ 的两个闭子空间的交集还是 $H$ 的闭子空间(它称为交空间)，即 $\mathscr{L}(H)$在集合的交运算下封闭。所以，对 $P$、$Q\in\mathscr{P}$，$\sigma(P)\cap\sigma(Q)\in\mathscr{L}(H)$。如前所述，$\sigma$ 是 $\mathscr{P}$ 到 $\mathscr{L}(H)$上的一一对应，所以 $\sigma^{-1}(\sigma(P)\cap\sigma(Q))$是 $\mathscr{P}$ 中的一个命题，我们将它记为 $P\sqcap Q$，因此

$(8)\sigma(P\sqcap Q)=\sigma(P)\cap\sigma(Q)$

所以$\sqcap$是 $\mathscr{P}$ 上的二元运算，它就是这里要定义的合取运算。

对于 $H$ 的两个闭子空间 $M$、$N$，$M\cap N$ 显然是$\{M,N\}$在 $\mathscr{L}(H)$中的最大下界，因此不难证明对两个命题 $P$、$Q$，$P\sqcap Q$ 也是$\{P,Q\}$在 $\mathscr{L}$ 中的最大下界，即下列条件成立：

$(9)P\sqcap Q\leqslant P, P\sqcap Q\leqslant Q$；

(10)对任意的 $P\in\mathscr{P}$，如 $O\leqslant P$ 且 $O\leqslant Q$，则 $O\leqslant P\sqcap Q$。

另外，$\sigma(P\sqcap\sim P)=\sigma(P)\cap\sigma(\sim P)=\{0\}$，所以

$(11)P\sqcap\sim P=\bar{0}$

注意，由于$\leqslant$是偏序，条件(9)、(10)唯一地确定了 $P\sqcap Q$ 的定义。所以，如果同意(9)、(10)是一个恰当的合取运算所必须满足的条件，那么 $\mathscr{P}$ 中的合取运算就只能是这里所定义的$\sqcap$。

但是，这里的合取运算$\sqcap$的定义是纯粹数学上的定义，这里没有说明有了 $P$ 与 $Q$ 的测量方法如何去测量 $P \sqcap Q$，换句话说，这里没有从操作的角度定义 $P \sqcap Q$，虽然条件(9)、(10)是有操作的解释的。事实上，下面将会看到，由于量子力学的一些特点，这里定义的合取运算的物理解释有困难。这里的定义是伯克霍夫与冯·诺依曼提出的定义，但他们也认为这个“合取”的物理意义尚存疑问。量子系统的命题之间合取的定义曾引起了较多的争论，对这个问题的不同的处理导致了对量子系统的命题系统的不同的描述。(见[17]，P. 355)本文主要介绍由伯克霍夫与冯·诺依曼提出的处理方法。下面简要地说明一下合取的定义中遇到的困难。

先回顾一下经典系统的两个命题的合取的定义，在那里，我们说“要观测 $P \sqcap Q$，只要**同时观测** $P$ 和 $A$，……”。对于量子系统的命题来说，问题就出在这个“同时观测”不再是一般地可行的。

对于一个经典系统 $\Sigma'$ 及 $\Sigma'$ 的一个可观察量 $A$，通常可以假设(至少在理论上)存在一种对 $A$ 的理想的测量方法，使得测量 $A$ 时，系统 $\Sigma'$ 所受到的影响是极其微小以至可以忽略不计。因此对经典系统的可观察量的测量可以不改变系统的状态。对 $\Sigma'$ 的两个命题 $P$、$Q$，设 $\Sigma'$ 处于状态 $S$，如果先测量 $P$，然后在极短的时间内测量 $Q$，由于对 $P$ 的测量不影响 $\Sigma'$ 的状态，可以认为两次测量都是在状态 $S$ 之下进行的，得到的分别是 $P$、$Q$ 在状态 $S$ 之下的值。同样，如在状态 $S$ 之下先测量 $Q$ 后测量 $P$，得到的结果与前面是一样的。所以，可以将同时测量 $P$ 与 $Q$ 理解为先测量 $P$，然后在极短的时间间隔内测量 $Q$；或者，先测量 $Q$，然后在极短的时间间隔内测量 $P$。

回到量子系统的情形。实验表明，对微观物理系统的观测常常不可避免地要对系统产生不可忽略的影响，从而改变系统的状态。总之，不能像经典物理学中那样，假设对系统的每个可观察量的测量都可以做到不改变系统的状态(参见[39]$P55$)。

假设 $P$、$Q$ 是量子系统 $\Sigma$ 的两个命题，$\varphi$ 是 $\Sigma$ 的一个状态矢

量。设测量之前系统 $\Sigma$ 处于状态 $\varphi$，如先测量 $P$，紧接着再测量 $Q$，由于测量 $P$ 之后系统的状态可能变为一个新的状态 $\varphi'$，所以，紧接着的 $Q$ 测量将是对处于状态 $\varphi'$ 的测量，特别地，两个事件：

(Ⅰ)"先测量 $P$，得到 $P$ 为真，紧接着测量 $Q$，又得到 $Q$ 为真"；

(Ⅱ)"先测量 $Q$，得到 $Q$ 为真，紧接着测量 $P$，又得到 $P$ 为真"。

的概率可能是不同的。所以不能像前面所述的经典系统的情形中那样来理解 $P$ 与 $Q$ 的同时测量。

更详细地说，由量子力学的理论，可以定义 $\Sigma$ 的命题之间的一个关系，称为两个命题的相容性关系，它使得如果两个命题 $P$、$Q$ 之间是相容的，那么对任一状态 $\varphi$，$\Sigma$ 处于状态 $\varphi$ 时上述事件(Ⅰ)、(Ⅱ)的概率一定是相等的，而且恰好等于 $p_\varphi(P \sqcap Q)$。所以，对两个相容的命题 $P$、$Q$，可以按经典系统的命题方式理解 $P$ 与 $Q$ 的同时测量，而且按这种方式理解的结果也与 $P \sqcap Q$ 的定义相符合。但当 $P$、$Q$ 是两个不相容的命题时，则可以有状态 $\varphi$，使得如测量之前 $\Sigma$ 处于状态 $\varphi$，则两事件(Ⅰ)、(Ⅱ)的概率不相等，而且也不等于 $p_\varphi(P \sqcap Q)$。因此对两个不相容的命题 $P$、$Q$，不能按经典的方式去解释 $P$ 与 $Q$ 的同时测量，此时，$P$ 与 $Q$ 的"合取"究竟该指什么，前面定义的 $P \sqcap Q$ 有什么物理意义，就尚存疑问。

直观上对连接词"而且"的理解，以及对两个命题的合取的理解依据的是日常经验，而微观物理现象超出了日常经验的范围，要用从日常经验中抽象出的概念去描述微观物理现象，不可避免地要产生困难(见[39]第三章)，所以，由日常经验中得到的对连接词"而且"的理解用于对微观物理系统的描述时，就有可能遇到困难。

大约与伯克霍夫和冯·诺依曼1936年发表量子逻辑的经典论文的同时，斯特劳斯提出了互补逻辑，按照这种观点，两个不相容的命题的合取是无意义的，因此，合取运算就只是定义在卡氏集 $\mathscr{P}\times\mathscr{P}$ 的一个子集上的函数(见第1节中的介绍)。

姚赫(J. M. Jauch)对这里定义的合取运算 $P \sqcap Q$ 提出了这样一种解释。(见[18]P. 75)设 $\Sigma$ 处于状态 $\varphi$，又设对 $\Sigma$ 不断地依次交替测量 $P$ 和 $Q$：

(Ⅲ)测 $P$，再测 $Q$，再测 $P$，再测 $Q$，…，用 $P\varphi$ 表示在状态 $\varphi$ 之下对 $P$ 作一次理想的观测(所谓理想的观测，指对系统状态的影响达到最小的程度)后得到的状态，同样用 $QP\varphi$ 表示在状态 $P\varphi$ 之下对 $Q$ 作一次观测后产生出的新状态，等等，那么，初始状态为 $\varphi$ 时，(Ⅲ)中所有的测量都得到 $P$ 与 $Q$ 为真的概率是

$$p_{\varphi}(P)\cdot p_{P\varphi}(Q)\cdot p_{QP\varphi}(P)\cdots$$

从理论上可以证明这个值恰好等于 $p_{\varphi}(P \sqcap Q)$。所以，对 $P\Pi Q$ 的观测可以看成对 $P$、$Q$ 作无限次交替的观测。当然，这种无穷次的观测实际上不可能完成，所以这种解释也有一些困难(见[17]P. 354)。

在姚赫、庇隆(C. Piron)等人以后关于量子力学公理化的讨论中采取了稍微不同的处理方式，在那里，对两个命题 $P$、$Q$ 合取 $\pi\{P,Q\}$ 的一次观测，是随机地选取一个 $P$ 或 $Q$ 进行观测，然后将得到的值作为合取 $\pi\{P,Q\}$ 的值，显然，$\pi\{P,Q\}$ 是确定地真的，当且仅当 $P$ 与 $Q$ 都是确定地真的。(见他们的载于[14]中的文章，或[24])但这种处理方式使得命题的概率解释失效，即不再能谈论在一个状态之下 $\pi\{P,Q\}$ 为真的概率(见[10]§Ⅳ)。

最后，析取运算 $\sqcup$ 也可用德·摩根律定义：

$$(12)\; P \sqcup Q = \sim(\sim P \sqcap \sim Q)$$

相应地，

$$(13)\; \sigma(P \sqcup Q) = (\sigma(P)^{\perp} \cap \sigma(Q)^{\perp})^{\perp} = \sigma(P) + \sigma(Q)$$

其中，+表示定义在 $\mathscr{L}(H)$ 上的一个二元运算，对 $M$、$N \in \mathscr{L}(H)$，$M+N$ 是 $\mathscr{L}(H)$ 中包含 $M$ 及 $N$ 的最小闭子空间，所以 $M+N$ 就是 $\{M,N\}$ 在 $\mathscr{L}(H)$ 中的最小上界。数学中，$M+N$ 称为由 $M\cup N$ 张成的闭子空间，或称为 $M$ 与 $N$ 的和空间。

可以证明，$P\sqcup Q$ 也是 $\{P,Q\}$ 在偏序集 $\mathscr{P}$ 中的最小上界，即

(14) $P\leqslant P\sqcup Q, Q\leqslant P\sqcup Q$；

(15) 对任意 $O\in\mathscr{P}$，如 $P\leqslant O$ 且 $Q\leqslant O$，则 $P\sqcup Q\leqslant O$

这两条性质可由 $\sqcup$ 的定义(12)及前面的(4)、(5)、(9)、(10)直接推出。$\mathscr{L}(H)$ 中的运算 $+$ 也有类似于(14)、(15)的性质。另外还证明，对任意的 $P\in\mathscr{P}$。

(16) $P\sqcup\sim P=\bar{1}$

类似地，对 $M\in\mathscr{L}(H), M+M^{\perp}=H$

注意，前面曾提到，$P\neq\bar{0},\bar{1}$ 时，有状态矢量 $\varphi$ 使得 $0<p_{\varphi}(P)<1$，因此 $\varphi\notin\sigma(P), \varphi\notin\sigma(\sim P)$，所以 $\varphi\notin\sigma(P)\cup\sigma(\sim P)$，但由(16)，$\varphi\in\sigma(P\sqcup\sim P)$ 所以

$$\sigma(P\sqcup\sim P)\neq\sigma(P)\cup\sigma(\sim P)$$

所以 $\mathscr{P}$ 中的析取运算不对应于 $H$ 的子集的并集运算。对 $H$ 的闭子空间 $M, M\neq\{0\}, H$ 时，可以证明一定有

$$M+M^{\perp}=H\neq M\cup M^{\perp}$$

即，$H$ 的两个闭子空间 $M$、$N$ 的和空间 $M+N$ 一般不是 $M$ 与 $N$ 的并集 $M\cup N$。事实上，并集 $M\cup N$ 一般不是 $H$ 的闭子空间。同样可与经典系统的情形比较一下，经典系统的命题析取对应于状态空间的子集的并集。

### 4.3 关于分配律

我们知道，对于经典系统的命题，命题的合取、析取对应于状态空间的子集的交与并、集合的交与并两种运算之间满足分配律，即

$$M\cap(N_1\cup N_2)=(M\cap N_1)\cup(M\cap N_2),$$

$$M\cup(N_1\cap N_2)=(M\cup N_1)\cap(M\cup N_2)$$

因此，对经典系统的命题 $P$、$Q_1$、$Q_2$，如下的分配律也成立：

(17) $P\sqcap(Q_1\sqcup Q_2)=(P\sqcap Q_1)\sqcup(P\sqcap Q_2)$

(18) $P\sqcup(Q_1\sqcap Q_2)=(P\sqcup Q_1)\sqcap(P\sqcup Q_2)$

对于量子系统来说，命题的合取、析取对应于希尔伯特空间 $H$ 的闭子空间的交与和空间，而闭子空间的交与和运算之间不一定满足分配律，所以，量子命题的合取与析取运算之间也不一定满足分配律。

关于希尔伯特空间的闭子空间的交与和运算之间不满足分配律，可以举出一个简单的例子来说明。前面曾提到，一个平面上所有的矢量组成的集合 $H_2$ 可看成一个希尔伯特空间。选定平面上的一个点 $O$ 作为原点，则平面上的矢量可用从原点 $O$ 出发的有向线段表示。$O$ 本身也可看作一个矢量，即长度为零的零矢量。选定了原点 $O$，则平面上的点与平面上的矢量之间存在着一个自然的一一对应，即，平面上的点 $a$ 对应于矢量 $\vec{Oa}$，见图 1。所以，$H_2$ 也视为平面上所有的点组成的集。

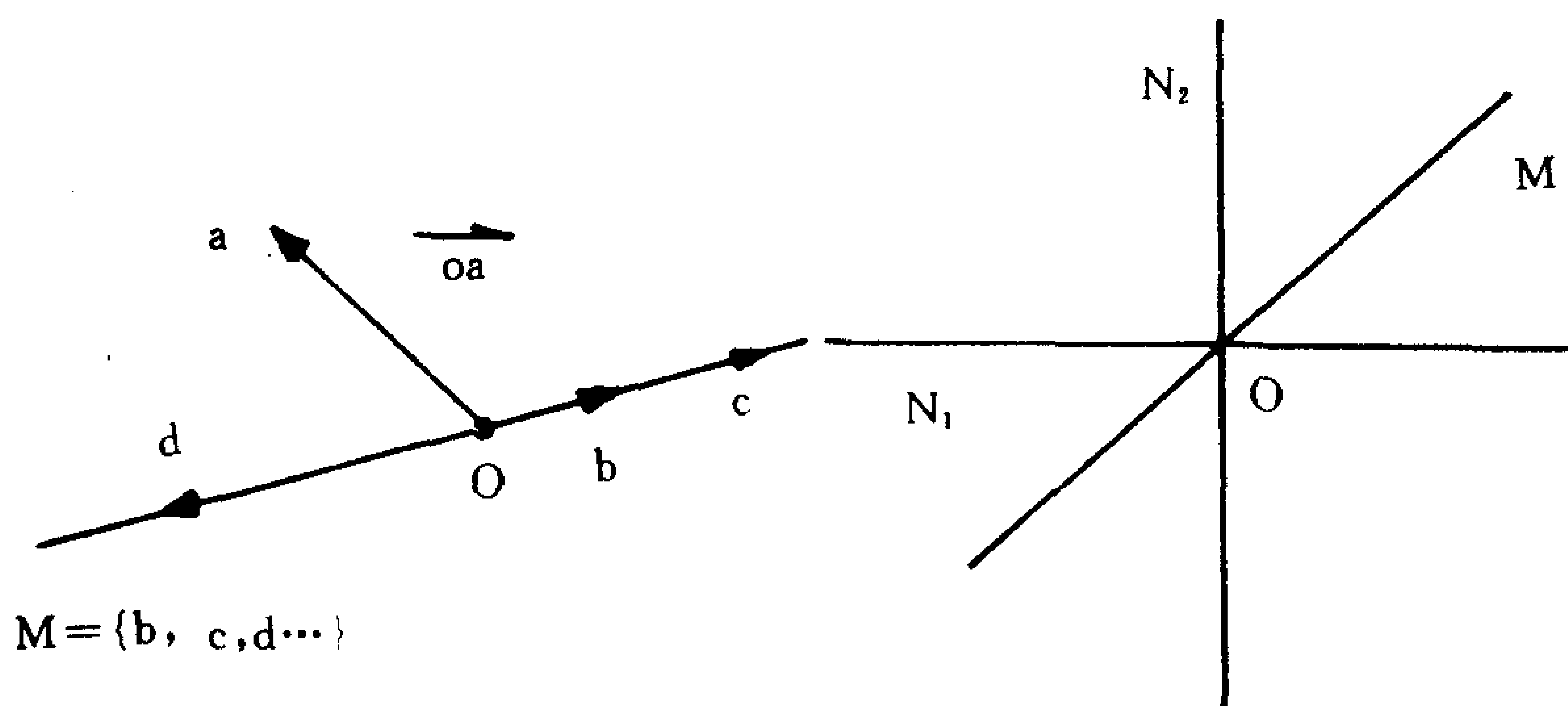



图 12.4.1　　　　图 12.4.2

前面曾说过，一个希尔伯特空间 $H$ 的闭子空间是 $H$ 的一些特殊的子集。就这里的例子 $H_2$ 来说，$H_2$ 的闭子空间是 $H_2$ 的这样一些特殊的子集：首先是由零矢量 $O$ 组成的单点集{0}，这是 $H_2$

的最小的闭子空间，它包含在其他所有的闭子空间中。其次是 $H_2$ 本身，它是最大的闭子空间。除了这两个特殊的闭子空间之外 $H_2$ 的其他闭子空间都由过原点的一条直线确定。如图 12.4.1 中的 $M$，即落在该直线上的所有矢量组成的集（或等价地，当 $H_2$ 视为平面上所有的点的集时，它就是该直线上的所有点组成的集）。直线 $M$ 确定的闭子空间就记为 $M$。概括地说，$H_2$ 的闭子空间只有 $\{O\}$，$H_2$，以及过 $O$ 点的直线。

设 $M$、$N_1$、$N_2$ 是由过原点 $O$ 的三条互不重叠的直线确定的 $H_2$ 的闭子空间（见图 2）。依定义，$N_1$ 与 $N_2$ 的和空间 $N_1+N_2$ 应是 $H_2$ 的闭子空间，同时又应包含 $N_1$ 及 $N_2$，所以，$N_1+N_2$ 显然只能是 $H_2$ 本身。所以

$$M\cap(N_1+N_2)=M\cap H_2=M$$

另一方面，显然 $M\cap N_1=\{0\}$，$M\cap N_2=\{0\}$。而 $\{0\}$ 显然是包含 $\{0\}$ 及 $\{0\}$ 的最小闭子空间，即 $\{0\}+\{0\}=\{0\}$，所以

$$(M\cap N_1)+(M\cap N_2)=\{0\}+\{0\}+\{0\}$$

比较上两式就得到

$$M\cap(N_1+N_2)\neq(M\cap N_1)+(M\cap N_2)$$

即分配律失效。

同样也可举出量子系统的命题的例子用以说明合取与析取运算之间不满足分配律。文献中常提到的例子是有关电子自旋的例子。这里，系统是由单个电子组成的量子系统。我们有两个命题 $P$、$Q$，用量子力学的语言说，$P$ 表示“沿空间 $x$ 轴方向自旋向上”，$Q$ 表示“沿空间 $z$ 轴方向自旋向上”。这里不详细解释这两个命题的具体涵义（参见普通量子力学教科书，如[36]第四章，或[38]），只指出它们这样一个重要的特征：对描述该系统的任一状态矢量 $\varphi$，

$(C_1)$ 如 $p_\varphi(P)=0$ 或 $p_\varphi(P)=1$，则

必有 $p_\varphi(Q)=\dfrac{1}{2}$ 反之，

$(C_2)$ 如 $p_\varphi(Q)=0$ 或 $p_\varphi(Q)=1$，则

必有 $p_\varphi(P)=\frac{1}{2}$。

换句话说，如 $P$ 与 $Q$ 中有一个在状态 $\varphi$ 之下是确定地为真或确定地为假的，那么另一个在状态 $\varphi$ 之下的真假就是极不确定的（即它为真的概率是$\frac{1}{2}$）。由此，

$$\begin{aligned}\sigma(P \sqcap Q) &= \sigma(P) \cap \sigma(Q) \\ &= \{\varphi: p_\varphi(P)=1 \text{ 且 } p_\varphi(Q)=1\} \\ &= \{0\}\end{aligned}$$

同样，

$$\begin{aligned}\sigma(P \sqcap \sim Q) &= \varphi(P) \cap \varphi(\sim Q) \\ &= \{\varphi: p_\varphi(P)=1 \text{ 且 } p_\varphi(Q)=0\} \cup \{0\} \\ &= \{0\}\end{aligned}$$

所以，$P \sqcap Q=\bar{0}$，$P \sqcap \sim Q=\bar{0}$，因此

$$(P \sqcap Q) \sqcup (P \sqcap \sim Q) = \bar{0}$$

另一方面，由量子力学知道 $P \neq \bar{0}$ 所以

$$P \sqcap (Q \sqcup \sim Q) = P \sqcap \bar{1} = P \neq \bar{0}$$

比较上两式就得到

$$P \sqcap (Q \sqcup \sim Q) \neq (P \sqcap Q) \sqcup (P \sqcap \sim Q)$$

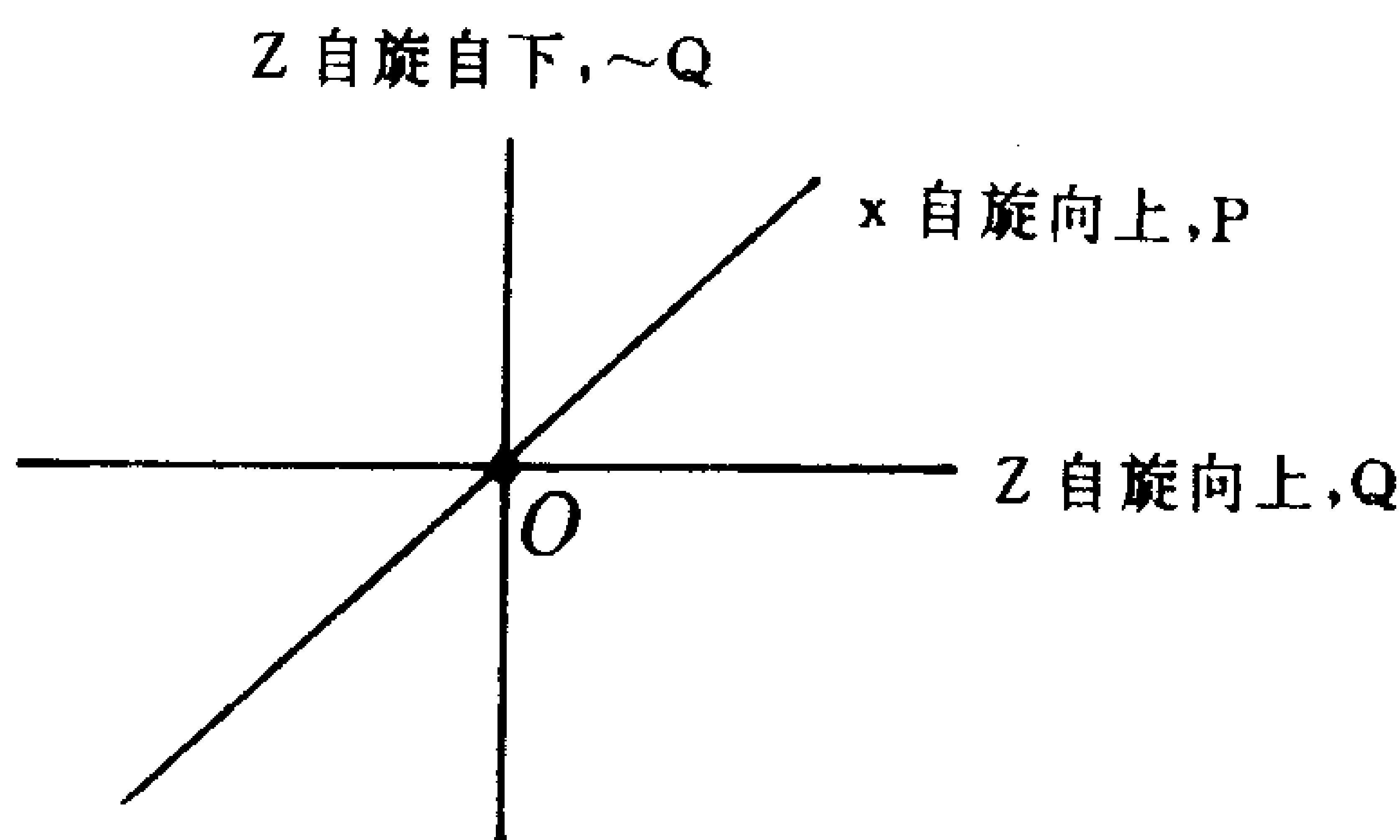



图 12.4.3

即分配律不成立。

事实上，可以用前面提到的由平面上的矢量组成的希尔伯特空间 $H_2$ 来描述这里的所谓 $x$ 方向自旋与 $z$ 方向自旋。此时，命题 $Q$，即"沿 $z$ 方向自旋向上"可用 $H_2$ 的一个闭子空间表示，它是过原点 $O$ 的一条直线；命题 $\sim Q$ 可读作"沿 $z$ 方向自旋向下"，表示它的闭子空间恰好是与表示 $Q$ 的直线垂直的一条直线（见图12.4.3）；而表示命题 $P$ 的闭子空间恰好是与前两条直线各成 45°角的直线。前面已经说过，对由三条互不重叠的直线表示的三个闭子空间，交运算与和运算之间不满足分配律。

2.3 中曾提到一个由单个质点组成的经典力学系统的例子，它的状态空间 $St(\Sigma)$ 是 $R^2$ 的子集，$R^2$ 也可看成平面上所有的点组成的集合，所以 $St(\Sigma)$ 也可视为平面上的点集。我们知道，$\Sigma$ 的命题可表示为状态空间 $St(\Sigma)$ 的子集，从直观上看，$St(\Sigma)$ 的所有子集都可表示命题（更恰当的假设是，$St(\Sigma)$ 的勒贝格(Lebesgue)可测集都可表示命题）（见[4]§5）。而在这里，只有 $H_2$ 的闭子空间（即{0}、整个平面、或过原点 $O$ 的直线）才能表示命题，这是两者之间的一个重大差别。

另一方面，对经典系统，给定了状态，命题的真假也就确定。所以，在任一状态之下，各个命题或者确定地为真，或者确定地为假。而在这里我们举出了两个命题 $P$、$Q$，它们满足上述条件($C_1$)、($C_2$)即在任何状态之下，它们都不会同时具有确定的真假。这样的两个命题就是§4.2 中提到的不相容的命题。这是量子系统与经典系统的另一个重要差别。

分析以上的讨论不难看出，正是这样一些差别导致对量子系统的命题来说分配律失效。

### 4.4 正交模格

这里先介绍格论的几个定义。

对任一集合 $\mathscr{L}$，如在 $\mathscr{L}$ 上定义了一个二元关系 $\leqslant$ 满足如下

条件:对 $x,y,z\in\mathscr{L}$,

(L1.1) $x\leqslant x$;

(L1.2) 如 $x\leqslant y,y\leqslant z$ 则 $x\leqslant z$;

(L1.3) 如 $x\leqslant y,y\leqslant x$ 则 $x\leqslant x$,

则≤称为 $\mathscr{L}$ 上的一个偏序关系,$\mathscr{L}$ 称为一个偏序集。假如 $\mathscr{L}$ 上还定义了两个二元运算 $\sqcap$、$\sqcup$,使得对 $x$、$y\in\mathscr{L}$,$x\sqcap y$、$x\sqcup y$ 分别是 $\{x,y\}$ 在 $\mathscr{L}$ 中的最大下界及最小上界,即

(L2.1) $x\sqcap y\leqslant x,x\sqcap y\leqslant y$;

(L2.2) 对任意 $z\in\mathscr{L}$,如 $z\leqslant x,z\leqslant y$,则 $z\leqslant x\Pi y$;

(L3.1) $x\leqslant x\sqcup y,y\leqslant x\sqcup y$;

(L3.2) 对任意 $z\in\mathscr{L}$,如 $x\leqslant z,y\leqslant z$,则 $x\sqcup y\leqslant z$,

那么 $\mathscr{L}$ 就成为一个格,$\sqcap$、$\sqcup$ 则分别称为格 $\mathscr{L}$ 中的合取运算(或交运算)及析取运算(或并运算)。如格 $\mathscr{L}$ 上还有一个最小元 $\bar{0}$ 和一个最大元 $\bar{1}$,即对 $x\in\mathscr{L}$,

(L4.1) $\bar{0}\leqslant x\leqslant\bar{1}$,

而且,$\mathscr{L}$ 上还定义了一个一元运算~,使得对 $x$、$y\in\mathscr{L}$,

(L5.1) $\sim\sim x=x$;

(L5.2) 如 $x\leqslant y$,则 $\sim y\leqslant\sim x$;

(L5.3) $x\sqcap\ \sim x=\bar{0},x\sqcup\sim x=1$,

则 $\mathscr{L}$ 就称为一个正交补格,~称为 $\mathscr{L}$ 上的正交补运算,$\sim x$ 称为 $x$ 的正交补。

对于量子系统 $\Sigma$ 的命题系统 $\mathscr{P}$,我们知道 $\mathscr{P}$ 中命题之间的蕴涵关系≤是偏序关系,常量命题 $\bar{0}$,$\bar{1}$ 是 $\mathscr{P}$ 中的最小、最大元,而且由§4.2中的(4)、(5)、(9)、(10)、(14)、(15)、(16)等式可知 $\mathscr{P}$ 是一个正交补格。

类似地,希尔伯特空间 $H$ 的闭子空间的集 $\mathscr{L}(H)$ 在所定义的包含关系、交、和、正交补运算之下也成为一个正交补格。

显然,经典系统的命题系统也是正交补格。

对于一个正交补格 $\mathscr{L}$,如 $\mathscr{L}$ 还满足分配律,即对 $x$、$y$、$z\in\mathscr{L}$,

(L6)　　$x \sqcap (y \sqcup z) = (x \sqcap y) \sqcup (x \sqcap y)$,

那么,$\mathscr{L}$ 就称为一个分配格,或称布尔格,或称布尔代数。

由第 4.3 节中的讨论,经典系统的命题的合取运算与析取运算之间满足分配律,即经典系统的命题系统是布尔代数。而对于量子系统的命题,分配律不再成立,所以量子系统 $\Sigma$ 的命题系统 $\mathscr{P}$ 是非分配格。

类似地,希尔伯特空间 $H$ 的闭子空间格 $\mathscr{L}(H)$ 也是非分配格。但是,从数学上可以证明,$\mathscr{L}(H)$ 满足比分配律更弱一些的一个条件,称为正交模律:对 $M, N_1, N_2 \in \mathscr{L}(H)$,

如 $N_1 \subseteq M, N_2 \subseteq M^{\perp}$,则

$M \cap (N_1 + N_2) = N_1$。

相应地,命题系统 $\mathscr{P}$ 的命题也满足正交模律:对 $P$、$Q_1, Q_2 \in \mathscr{P}$,

如 $Q_1 \leqslant P, Q_2 \leqslant \sim P$,

则 $P \sqcap (Q_1 \sqcup Q_2) = Q_1$

一般地,对任一正交补格 $\mathscr{L}$,如 $\mathscr{L}$ 满足如下的正交模律:对 $x$、$y$、$z \in \mathscr{L}$,

(L7)　　(正交模律)如 $y \leqslant x, z \leqslant_{\sim x}$

则 $x \sqcap (y \sqcup z) = y$

那么,$\mathscr{L}$ 称为一个正交模格。

因此,量子系统的命题系统是正交模格。

另外,如 § 4.2 中所述,有些人认为不相容的命题之间不能定义合取,对于他们来说,量子命题系统不再是一个格,而是一个称为正交模偏序集,或偏布尔代数的结构如[19]。

不难看出,正交模律(L7)是分配律的一种特殊情形,即它是比分配律更弱的一个条件。所以,分配格都是正交模格。

在一个正交补格上,正交模律有一些等价的形式,事实上,有如下结论:

(19)**定理**:如 $\mathscr{L}$ 是正交补格,则在 $\mathscr{L}$ 上下面几个定律等价:

(20)如 $y \leqslant x, z \leqslant \sim x$,则 $x \sqcap (y \sqcup z) = y$;

(21)如 $x \leqslant y$，$\sim x \leqslant z$，则 $x \sqcup (y \sqcap z) = y$；

(22)如 $y \leqslant x$，则 $x \sqcap (y \sqcup \sim x) = y$；

(23)如 $x \leqslant y$，则 $x \sqcup (y \sqcap \sim x) = y$，

(24)$x \sqcap (\sim x \sqcup (x \sqcap y)) \leqslant y$。

其中(20)就是正交模律，(21)称为(20)的对偶形式。(22)称为弱模律，显然它是正交模律的一种特例。(23)是(22)的对偶形式。

关于这个定理的证明可见[21]*Ch*. 2。

### 4.5 相容性

4.2 节中定义量子系统的两个命题合取时曾提到，两个命题可以是相容的或不相容的。由第 4.3 节中的讨论，可以认为，对于分配律的失效，存在不相容的命题是一个原因。这里要更细致地讨论一下相容性与分配律的关系。

由量子力学理论可以证明，对两个量子命题 $P$、$Q$，$P$ 与 $Q$ 是相容的，当且仅当 $P$ 与 $Q$ 之间有如下关系：

$$P = (P \sqcap Q) \sqcup (P \sqcap \sim Q)$$

(由量子力学，可观察量 $P$、$Q$ 是相容的，当且仅当作为算子它们是可交换的：$PQ=QP$，见[35]或[36]由此可推出上面的结论)

一般地，对一个正交补格 $\mathscr{L}$，定义 $\mathscr{L}$ 上的一个关系 $C$ 如下：对 $x$、$y \in \mathscr{L}$，

$$xCy =_{df} x = (x \sqcap y) \sqcup (x \sqcap \sim y)$$

显然，$C$ 是自返的，而且，$\mathscr{L}$ 是布尔代数时，由于分配律成立，对任意的 $x$、$y \in \mathscr{L}$ 都有 $xCy$。$C$ 也称为 $\mathscr{L}$ 上的相容性关系。

从物理的角度看，两个命题之间的相容性关系应该是对称的，即 $P$ 与 $Q$ 相容意味着 $Q$ 与 $P$ 相容。事实上，有如下结论：

(25)**定理**：对任一正交补格 $\mathscr{L}$，$\mathscr{L}$ 上的相容性关系 $C$ 是对称的(即 $xCy$ 蕴涵 $yCx$)，当且仅当 $\mathscr{L}$ 是正交模格。

这个定理的证明见[21]*Ch*. 2。

对一个正交补格 $\mathscr{L}$，如 $S$ 是 $\mathscr{L}$ 的一个非空子集，由 $S$ 中元素

作有限次的$\sim$、$\sqcap$、$\sqcup$运算可生成$\mathscr{L}$的一个子集$\mathscr{L}(S)$。$\mathscr{L}$非空，且在运算$\sim$、$\sqcap$、$\sqcup$之下封闭，由此不难证明$\mathscr{L}(S)$也是正交补格，它称为$\mathscr{L}$的由$S$生成的子格。显然，当$\mathscr{L}$是正交模格时，$\mathscr{L}(S)$也是正交模格。

我们知道，在布尔格中，任意两元素都是相容的，这个结论可推广为如下较一般的形式：

(26)**定理**：设$\mathscr{L}$是正交模格，$B\subseteq\mathscr{L}$是$\mathscr{L}$的非空子集，如$\mathscr{L}$的由$B$生成的子格$\mathscr{L}(B)$是一个布尔格，则$B$中元素是两两相容的。

这个定理说明，在某种意义上，分配性蕴涵相容性。

反之，有如下结论：

(27)**定理**：对正交模格$\mathscr{L}$，如下的弱分配律成立：对$x$、$y$、$z\in\mathscr{L}$，如$xCy$，且$xCz$，则

$$x\sqcap(y\sqcup z)=(x\sqcap y)\sqcup(x\sqcap z)$$

这说明，对两两相容的元素，分配律成立。更进一步，有如下定理：

(28)**定理**：对正交模格$\mathscr{L}$，$\mathscr{L}$上的相容性关系在运算$\sim$、$\sqcap$、$\sqcup$之下封闭，即对$x$、$y$、$z\in\mathscr{L}$，

(29)如$xCy$，则$xC\sim y$；

(30)如$xCy$，$xCz$，则$xCy\sqcap z$；

(31)如$xCy$，$xCz$，则$xCy\sqcup z$。

由此及定理(27)可以推出，

(32)**定理**：对正交模格$\mathscr{L}$，如$S\subseteq\mathscr{L}$是$\mathscr{L}$的非空子集，且$S$中的元素是两两相容的，则$\mathscr{L}$的由$S$生成的子格$\mathscr{L}(S)$是一个布尔格。

这个定理在更一般的意义上说明，相容性蕴涵分配性。

这几个定理的证明都可在[21]*Ch*. 2中找到。

对正交模格$\mathscr{L}$中的两个元素$a$，$b$，由定理(26)及定理(32)，$a$

与 $b$ 在 $\mathscr{L}$ 中是相容的，当且仅当 $\{a,b\}$ 在 $\mathscr{L}$ 中生成一个布尔格。有些作者就以 $\{a,b\}$ 生成布尔格作为相容性的定义（如[18]）。

另外还可以证明，

(33)**定理**：对一个正交补格 $\mathscr{L}$，正交模律等价于如下条件：对 $x,y\in\mathscr{L}$，

(34)如 $x\leqslant y$，则 $\{x,y\}$ 在 $\mathscr{L}$ 中生成一个布尔格。

因此，条件(34)可以代替正交模律。

# 5 形式量子逻辑

按照传统的观点，一种形式化的逻辑理论包括语法和语义两个方面。语法方面的内容包括定义一个形式语言及形式语言中的形式推理关系：语义方面的内容则包括用一些数学结构作为语义模型对形式语言作出解释，并定义语义后承关系等等。

如前所述，经典的命题系统是布尔格，而量子的命题系统一般只是正交模格。这些格可作为一种形式化的逻辑的语义模型。下面将要看到，如果只以布尔格作为语义模型，将得到熟知的古典逻辑；而如果以一般的正交模格作为语义模型，将得到一种新的逻辑，即所谓量子逻辑（简称为 $QL$），有时又称正交模逻辑。

这里只讨论命题逻辑，所以选定一个命题逻辑的形式语言 $L$。$L$ 有命题变元 $p_1,p_2,\cdots$，连接词 $\neg$（否定）、$\wedge$（合取）。$L$ 的合式公式按通常的方式定义。连接词 $\vee$（析取）作为一个定义符号引进：对 $L$ 公式 $\alpha$、$\beta$，

$$\alpha\vee\beta=_{df}\neg(\neg\alpha\wedge\neg\beta)$$

## 5.1 代数语义

以格作为语义模型定义的语义称为代数语义（见[5]）。

设 $\Pi$ 是由一些正交补格组成的一个类，所谓语言 $L$ 到 $\Pi$ 中的一个代数解释（简称 $\Pi$ 解释）是指一个有序对 $\mathscr{A}=(\mathscr{L},\tau)$，其

中，$\mathscr{L}\in\Pi$，$\tau$ 是由 $L$ 的公式集到 $\mathscr{L}$ 中的一个映射，满足如下条件：对 $L$ 公式 $\alpha$、$\beta$，

$\tau(\neg\alpha)=\sim^{\mathscr{L}}\tau(\alpha)$，

$\tau(\alpha\wedge\beta)=\tau(\alpha)\sqcap^{\mathscr{L}}\tau(\beta)$。

这里，记号$\sim^{\mathscr{L}}$、$\sqcap^{\mathscr{L}}$ 的上标 $\mathscr{L}$ 是强调它们是格 $\mathscr{L}$ 中的有关运算，不致引起混淆时可以省去。如一个公式 $\alpha$ 使得 $\tau(\alpha)=\bar{1}^{\mathscr{L}}$，则称解释 $\mathscr{A}$ 满足 $\alpha$，记为 $\mathscr{A}\models\alpha$。对一个公式集 $\Gamma$，$\mathscr{A}$ 满足 $\Gamma$(记为 $\mathscr{A}\models\Gamma$)表示对任一 $\alpha\in\Gamma$，$\mathscr{A}\models\alpha$。对一个公式集 $\Gamma$ 和一个公式 $\alpha$，我们称 $\alpha$ 是 $\Gamma$ 的$\models$语义后承，记为 $\Gamma\models_{\Pi}\alpha$，假如如下的条件成立：

对任意的 $\Pi$ 解释 $\mathscr{A}=(\mathscr{L},\tau)$及任一

$x\in\mathscr{L}$，如所有公式 $\beta\in\Gamma$ 都使得 $x\in\tau(\beta)$，

则必有 $x\leqslant\tau(\alpha)$。

对于一个 $L$ 公式 $\alpha$，如所有 $\Pi$ 解释都满足 $\alpha$，则称 $\alpha$ 是 $\Pi$ 有效的，记为$\models_{\Pi}\alpha$。

由上面的定义直接可推出，当 $\Gamma=\{\alpha_1,\cdots,\alpha_n\}$是一个有限集时，$\Gamma\models_{\Pi}\alpha$，当且仅当对任一 $\Pi$ 解释 $\mathscr{A}=(\mathscr{L},\tau)$，

$\tau(\alpha_1)\sqcap\cdots\sqcap\tau(\alpha_n)\leqslant\tau(\alpha)$

而且，$\models_{\Pi}\alpha$，当且仅当对空集$\varnothing$，$\varnothing\models_{\Pi}\alpha$。

另外，由析取号 $\vee$ 的定义，对一个解释，$\mathscr{A}=(\mathscr{L},\tau)$，显然有

$$\tau(\alpha\vee\beta)=\tau(\alpha)\sqcup\tau(\beta)$$

设 $\mathscr{B}_2$ 是由两个元素 0、1 组成的二元布尔代数，显然，一个解释($\mathscr{B}_2$,$\tau$)就是古典命题逻辑中的真值函项赋值。如 $\Pi_2$ 是由单个布尔格 $\mathscr{B}_2$ 组成的一个格类，显然，$\Pi_2$ 有效性及 $\Pi_2$ 语义后承就是古典命题逻辑中的普遍有效性及语义后承(重言后承)。

更一般地，设 $\Pi_b$ 是所有布尔代数组成的类，利用布尔代数的性质及古典命题演算的完全性结果，不难证明，$\Pi_b$ 有效及 $\Pi_b$ 语义后承实际上等价于上述 $\Pi_2$ 有效及 $\Pi_2$ 语义后承。所以，用布尔代数作为语义模型定义的语义有效及语义后承等概念，就是古典逻辑中熟知的普遍有效及语义后承等。以后将$\models_{\Pi_b}$ 简写为$\models_b$，即用

布尔代数定义的语义关系。

下面用 $\Pi_{om}$ 表示所有正交模格组成的类，并将 $\models_{\Pi om}$ 简写成 $\models_{om}$，它就是用正交模格作为语义模型定义的语义后承关系，即 $QL$ 的语义后承关系。

由于 $\Pi_b \subseteq \Pi_{om}$，显然，$\Gamma \models_{om} \alpha$ 蕴涵 $\Gamma \models_b \alpha$。反之，显然有一些在古典命题逻辑中成立的语义后承关系在 $QL$ 中不再成立。例如，由于布尔代数中分配律成立，显然有

$$p_1 \wedge (p_2 \vee p_3) \models_b (p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge p_3)$$

但我们知道，有不满足分配律的正交模格，如 4.3 节中的希尔伯特空间 $H_2$ 的子空间格，其中有元素 $M$、$N_1$、$N_2$，使得

$M\Pi(N_1 \sqcup N_2) = M$,

$(M\Pi N_1) \sqcup (M\Pi N_2) = 0$,

而 $M \not\leqslant 0$，所以

(1) $p_1 \wedge (p_2 \vee p_3) \not\models_{om} (p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge p_3)$

另外，古典逻辑中有分离规则，即

$p_1 \wedge (\neg p_1 \vee p_2) \models_b p_2$,

但是

(2) $p_1 \wedge (\neg p_1 \vee p_2) \not\models_{om} p_2$

这可以用前述 $H_2$ 的子空间格的例子说明，也可用下面的一个简单的格来说明。设 $\mathscr{L}$ 是如下格图所表示的格：

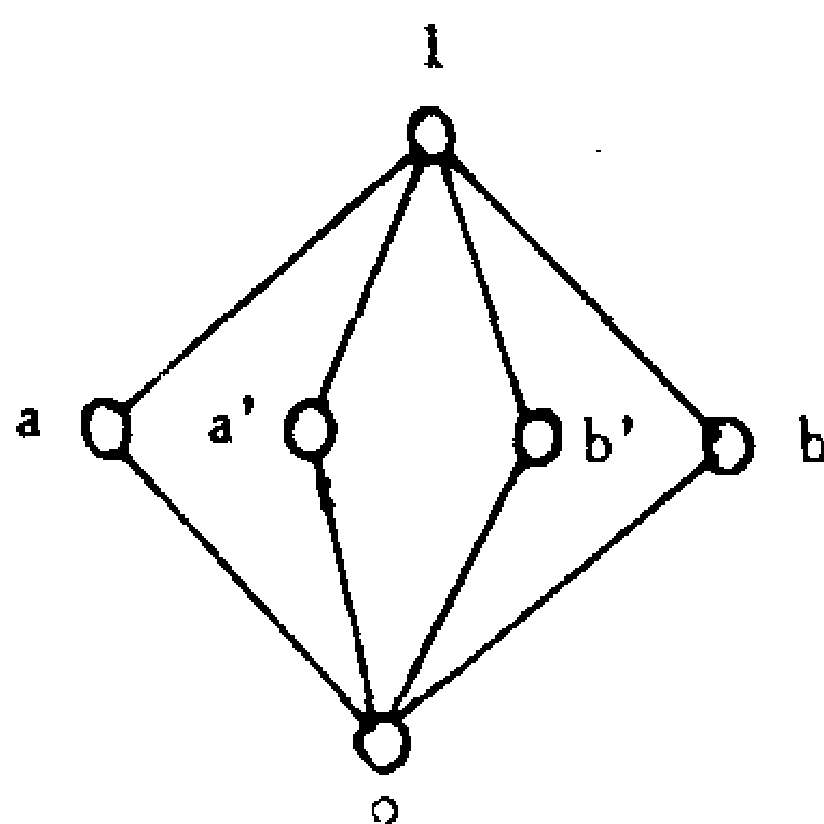



图 12.5.1

其中 $a$ 与 $a'$ 是互为正交补的元素，$b$ 与 $b'$ 是互为正交补的元

素。不难验证，$\mathscr{L}$ 是一个正交模格。考虑这样一个解释 $\mathscr{A}=(\mathscr{L},\tau)$，$\tau(p_1)=a$，$\tau(p_2)=b$，则

$$\tau(p_1\wedge(\neg p_1\vee p_2))=a\sqcap(a'\cup b)=a,$$

所以

$$\tau(p_1\wedge(\neg p_1\vee p_2))\not\leqslant\tau(p_2),$$

因此得到(2)式。

用格作为语义模型来定义有效性时，可以有不同的定义方法。这些不同的方法有时得到等价的结果，有时则可能得到不等价的结果(见[5]§4)。

例如，可以定义基于正交模格的弱语义后承关系$\models_{om'}$如下：$\Gamma\models_{om'}\alpha$，当且仅当对任一 $\Pi_{om}$解释 $\mathscr{A}$，如 $\mathscr{A}\models\Gamma$，则也有 $\mathscr{A}\models\alpha$.

显然，$\Gamma\models_{om}\alpha$ 蕴涵 $\Gamma\models_{om'}\alpha$。另一方面，已知有(2)式。但是，对任一解释 $\mathscr{A}=(\mathscr{L},\tau)$，如 $\tau(p_1\wedge(\neg p_1\vee p_2))=1$，则 $\tau(p_1)=1$，且 $\tau(\neg p_1\vee p_2)=1$，由 $\tau(p_1)=1$ 或知 $\tau(\neg p_1)=0$，所以由 $\tau(\neg p_1\vee p_2)=1$ 又可知 $\tau(p_2)=1$，因此

$$p_1\wedge(\neg p_1\vee p_2)\models_{om'}p_2$$

所以，一般地，$\Gamma\models_{om'}\alpha$ 不蕴涵 $\Gamma\models_{om}\alpha$。

注意，对于布尔代数的类 $\Pi_b$ 来说，这两种类似的语义后承关系是等价的。

另外，如 4.4 节中所提到的，按一些研究者的观点，量子命题系统应是一个正交模偏序集(偏布尔代数)，即不相容的命题之间不能定义合取或析取。这样就要以偏布尔代数作为语义模型来定义有关的概念，这将得到不同的结果(见[11])。

### 5.2 $QL$ 的公理化

这里介绍量子逻辑的公理化，即用形式推理规则递归地定义一个公式集 $\Gamma$ 与公式 $\alpha$ 之间的形式推理关系 $\Gamma\vdash_{QL}\alpha$，使得它与语义后承关系 $\Gamma\models_{om}\alpha$ 相符合。

这里采用的是序列演算的公理化方法(见[5])。所谓序列演

算，是指用一些推演规则推导出一些公式序列，以此来定义公式之间的推理关系。

序列推演规则都具有如下形式：

$$\frac{\Gamma_1,\cdots,\Gamma_n}{\Gamma}, n \geqslant 0,$$

其中，$\Gamma_1,\cdots,\Gamma_n,\Gamma$ 都是公式序列，$\Gamma_1,\cdots,\Gamma_n$ 称为这个规则的前提，$\Gamma$ 称为结论。$n=0$ 时，这个规则成为 $\overline{\Gamma}$，通常将它简写为 $\Gamma$。

下面是定义 $QL$ 的序列演算时用到的几个序列推演规则，注意，其中 $\Gamma$、$\Gamma'$ 等可以是空序列，另外，像 $\Gamma\Gamma'\alpha$ 这样的式子表示由 $\Gamma$、$\Gamma'$ 及 $\alpha$ 连接而成的公式序列。

($R1$) $\frac{\Gamma\alpha}{\Gamma'\alpha}$，$\Gamma$ 中的公式都是 $\Gamma'$ 中的公式；

($R2$) $\Gamma\alpha$，$\alpha$ 是 $\Gamma$ 中一个公式；

($R3$) $\frac{\Gamma\alpha,\Gamma'\alpha\beta}{\Gamma\Gamma'\beta}$；

($R4$) $\frac{\Gamma(\alpha\wedge\beta)}{\Gamma\alpha}$；

($R5$) $\frac{\Gamma(\alpha\wedge\beta)}{\Gamma\beta}$；

($R6$) $\frac{\Gamma\alpha,\Gamma\beta}{\Gamma(\alpha\wedge\beta)}$

($R7$) $\frac{\Gamma\neg\neg\alpha}{\Gamma\alpha}$

($R8$) $\frac{\Gamma\alpha}{\Gamma\neg\neg\alpha}$

($R9$) $\Gamma\neg(\alpha\wedge\neg\alpha)$；

($R10$) $\frac{\alpha\beta}{\neg\alpha\neg\beta}$；

($R11$) $\alpha\wedge(\neg\alpha\vee(\alpha\wedge\beta))\beta$。

一个公式序列 $\Gamma$ 称为可推导出的(记为 $\vdash_{QL}\Gamma$)，如存在公式序列 $\Gamma_1,\cdots,\Gamma_n$，使得 $\Gamma_n=\Gamma$，且对 $i=1,\cdots,n$，有($R1$)—($R11$)中一个规则，使得 $\Gamma_i$ 是这个规则的结论，且这个规则的前提都在 $\{\Gamma_i,\cdots,\Gamma_{i-1}\}$ 中。

量子逻辑的推理关系$\vdash_{QL}$定义如下：对任意的公式$\alpha$及公式集$\Gamma$，$\Gamma\vdash_{QL}\alpha$，当且仅当存在$\Gamma$中有限个公式$\alpha_1,\cdots,\alpha_n$，使得

$$\vdash_{QL}\alpha_1\cdots\alpha_n\alpha$$

当$\Gamma=\varnothing$是空集时，上式中的$n$只能为0，所以$\varnothing\vdash_{QL}\alpha$当且仅当$\vdash_{QL}\alpha$，此时称$\alpha$是$QL$的定理。

如果$\vdash_{CL}$表示古典命题逻辑中熟知的推理关系，显然$\Gamma\vdash_{QL}\alpha$蕴涵$\Gamma\vdash_{CL}\alpha$，即$QL$是比古典逻辑弱的一种逻辑。

由$\vdash_{QL}$的定义立即可推出如下结论：

(3)**引理**：$\{\alpha_1,\cdots,\alpha_n\}\vdash_{QL}\alpha$，当且仅当$\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\cdots\wedge\alpha_n\vdash_{QL}\alpha$。

(4)**引理**：对公式集$\Gamma$，$\Gamma\vdash_{QL}\alpha$，当且仅当存在$\Gamma$中公式$\alpha_1,\cdots,\alpha_n$，使得

$$\alpha_1\wedge\cdots\wedge\alpha_n\vdash_{QL}\alpha$$

通过逐个检查上述规则不难证明

(5)**引理**：如$\vdash_{QL}\alpha_1\cdots\alpha_n\alpha$，则对任一$\Pi_{om}$解释$\mathscr{A}=(\mathscr{L},\tau)$，$\tau(\alpha_1)\sqcap\cdots\sqcap\tau(\alpha_n)\leqslant\tau(\alpha)$

由此就可证明，推理关系$\vdash_{QL}$相对于语义后承关系$\models_{om}$是健全的，即

(6)**定理**：如$\Gamma\vdash_{QL}\alpha$，则$\Gamma\models_{om}\alpha$。特别地，如$\vdash_{QL}\alpha$，则$\models_{om}\alpha$。

由此可说明一些古典逻辑中正确的推理关系在$QL$中不再成立。例如，由§5.1中的(1)、(2)两式，可得

(7) $p_1\wedge(p_2\vee p_3)\not\vdash_{QL}(p_1\wedge p_2)\vee(p_1\wedge p_3)$

(8) $p_1\wedge(\neg p_1\vee p_2)\not\vdash_{QL}p_2$

所以，如下的序列演算规则是不能作为导出规则从前面的规则($R1$)——($R11$)推导出的：

($R11'$) $\alpha\wedge(\neg\alpha\vee\beta)\beta$

($R12$) $\alpha\wedge(\beta\vee\gamma)(\alpha\wedge\beta)\vee(\alpha\wedge\gamma)$

如果要定义古典逻辑中的序列演算，这两条规则显然都是正确的。反之，可以证明，如果将前面的规则中的($R11$)换成这里的($R11'$)或($R12$)，并按同样的方式定义逻辑推理关系$\Gamma\vdash\alpha$，那么得到的

将是古典逻辑的逻辑推理关系。

另外,如下规则

$$(R10')\qquad \frac{\Gamma\alpha\beta}{\Gamma\neg\beta\neg\alpha}$$

在定义古典逻辑的序列演算时显然也是可用的。它是前面的规则($R10$)的一个推广了的形式。但是,它在 $QL$ 中是不正确的。事实上,如将前面的规则($R10$)换成这里的($R10'$),则也将得到古典命题逻辑。

最后我们指出,可以证明,$QL$ 的推理关系 $\vdash_{QL}$ 相对于语义后承关系 $\models_{om}$ 也是完备的,即,(见[5])

(9)**定理**:如 $\Gamma\models_{om}\alpha$,则 $\Gamma\vdash_{QL}\alpha$。特别地,如 $\models_{om}\alpha$,则 $\vdash_{QL}\alpha$。

## 5.3 克里普克语义

对一 $QL$,也可构造它的克里普克语义,即可能世界语义(见[5])。

所谓正交框架是指一个有序对 $\mathscr{F}=(W,R)$,其中,$W$ 是一个非空集,即可能世界的集,$R$ 是 $W$ 上一个自返、对称的二元关系,称为 $W$ 上的可通达关系。

对一个正交框架 $\mathscr{F}=(W,R)$,定义 $W$ 上一个二元关系 $\perp$ 如下:对 $\varphi$、$\psi\in W$,

$\varphi\perp\psi =_{df} \varphi R\psi$ 不成立。

$\varphi\perp\psi$ 成立时,称 $\varphi$ 与 $\psi$ 正交。对于一个集合 $X\subseteq W$,定义

$\varphi\perp X =_{df}$ 对任意 $\psi\in X$,$\varphi\perp\psi$。

$\varphi\perp X$ 成立时,也称 $\varphi$ 与 $X$ 正交。用 $X^{\perp}$ 表示所有与 $X$ 正交的可能世界的集,即

$$X^{\perp}=\{\varphi:\varphi\in W,\varphi\perp X\}$$

$X^{\perp}$ 称为 $X$ 的正交补集。

由 $R$ 是自返、对称的,可知 $\perp$ 是非自返、对称的。由此可知,对 $W$ 的子集 $X$,总有 $X\subseteq X^{\perp\perp}$。

对于$X\subseteq W$,假如$X=X^{\perp\perp}$,则$X$称为一个命题。由这个定义可得:

(10)**引理**:设$\mathscr{F}=(W,R)$是一个正交框架,则,

(10.1) $W$与$\varnothing$是命题;

(10.2) 对任意$X\subseteq W$,$X^{\perp}$是命题;

(10.3) 如$\mathscr{P}$是由命题组成的一个集,则$\mathscr{P}$中所有命题交$\bigcap\mathscr{P}$也是命题;

(10.4) 对任意$X\subseteq W$,$X$是命题,当且仅当对任意$\varphi\in W$,如$\varphi\notin W$,则有一个$\psi\in W$,使得$\varphi R\psi$但$\psi\perp X$。

所谓$QL$的一个克里普克解释,是指一个四元组$\mathscr{K}(W,R,\mathscr{P},\rho)$,其中,

($a$)$(W,R)$是正交框架;

($b$)$\mathscr{P}$是由$(W,R)$的命题组成的一个集,使得$\varnothing,W\in\mathscr{P}$,且$\mathscr{P}$在$W$的子集的正交补运算$\perp$及交运算$\bigcap$之下封闭,而且,对$X$、$Y\in\mathscr{P}$,如下的正交模条件成立:

$X\bigcap(X\bigcap(X\bigcap Y)^{\perp})^{\perp}\subseteq Y$;

($c$)$\rho$是由所有公式的集到$\mathscr{P}$中的映射,满足如下条件:对公式$\alpha$、$\beta$,

$$\rho(\neg\alpha)=\rho(\beta)^{\perp},$$

$$\rho(\alpha\wedge\beta)=\rho(\alpha)\bigcap\rho(\beta)$$

对如上的解释$\mathscr{K}$,如公式$\alpha$,可能世界$\varphi\in W$使得$\varphi\in\rho(\alpha)$,则说在这个解释之下,公式$\alpha$在可能世界$\varphi$上是真的,记为$\varphi\models_{\mathscr{K}}\alpha$,或简记为$\varphi\models\alpha$。对一个公式$\Gamma$,$\varphi\models\Gamma$则表示对每个公式$\alpha\in\Gamma$,$\varphi\models\alpha$。假如一个公式$\alpha$使$\rho(\alpha)=W$,即$\alpha$在所有的可能世界上都是真的,则称$\mathscr{K}$满足$\alpha$,记为$\mathscr{K}\models\alpha$。

对一个公式$\alpha$和一个公式集$\Gamma$,称$\alpha$是$\Gamma$的克里普克语义后承,假如对任意克里普克解释$\mathscr{K}=(W,R,\mathscr{P},\rho)$及任一可能世界$\varphi\in W$,$\varphi\models\Gamma$蕴涵$\varphi\models\alpha$。用$\Gamma\models_{K}\alpha$表示$\alpha$是$\Gamma$的克里普克语义后承。显然,$\varnothing\models_{K}\alpha$,当且仅当每个克里普克解释都满足$\alpha$,此时称$\alpha$

是克里普克有效的，并记为$\models_K \alpha$。

下面讨论一下克里普克解释与代数解释之间的关系。

首先，给定一个代数解释$\mathscr{A}=(\mathscr{L},\tau)$，可以构造一个克里普克解释$\mathscr{K}^{\mathscr{A}}=(W,R,\mathscr{P},\rho)$如下：

$W=\{x\in\mathscr{L}:x\neq\bar{0}\}$；

对$x$、$y\in W$，$xRy=_{df}x\nleq\sim y$；

$\mathscr{P}=\{[x]:x\in\mathscr{L}\}$，其中，对$x\in\mathscr{L}$，

$[x]=\{y\in\mathscr{L}:y\leqslant x$ 且 $y\neq\bar{0}\}$；

$\rho(\alpha)=[\tau(\alpha)]$，对公式$\alpha$。

不难验证，这样定义的四元组$\mathscr{K}^{\mathscr{A}}$确实是一个克里普克解释，而且，对任意公式$\alpha$，$\mathscr{A}\models\alpha$，当且仅当$\mathscr{K}^{\mathscr{A}}\models\alpha$。

反之，对任一克里普克解释$\mathscr{K}=(W,R,\mathscr{P},\rho)$，可构造一个代数解释$\mathscr{A}^{\mathscr{K}}=(\mathscr{L},\tau)$如下：

$\mathscr{L}=\mathscr{P}$；

对$x$、$y\in\mathscr{L}$，$x\leqslant^{\mathscr{L}}y$当且仅当$x\subseteq y$；

对$x$、$y\in\mathscr{L}$，$\sim^{\mathscr{L}}x=x^{\perp}$，$x\Pi^{\mathscr{L}}y=x\cap y$；

$\bar{0}^{\mathscr{L}}=\varnothing$，$\bar{1}^{\mathscr{L}}=W$；

$\tau(\alpha)=\rho(\alpha)$，对公式$\alpha$。

同样可以证明，这样定义的$\mathscr{L}$上的运算确实使得$\mathscr{L}$成为一个正交模格，且$\mathscr{A}^{\mathscr{K}}$成为$QL$的一个代数解释。而且，还可证明，对任意公式$\alpha$，$\mathscr{K}\models\alpha$，当且仅当$\mathscr{A}^{\mathscr{K}}\models\alpha$。

由此立即得到，

(11)**定理**：对任一公式$\alpha$，$\models_{om}\alpha$，当且仅当$\models_k\alpha$。

更进一步，也可证明，

(12)**定理**：对任意的公式集$\Gamma$及公式$\alpha$，$\Gamma\models_{om}\alpha$，当且仅当$\Gamma\models_k\alpha$。

结合上一小节的讨论可知，$QL$的推理关系相对于克里普克语义也是健全且完备的，即

(13)**定理**：$\Gamma\vdash_{QL}\alpha$，当且仅当$\Gamma\models_K\alpha$。

关于本节中一些定理的证明可见[5]。

最后介绍一下克里普克解释的物理意义。假设 $\Sigma$ 是一个量子物理系统。我们知道，$\Sigma$ 的命题系统 $Pr(\Sigma)$ 是一个正交模格。以这个格为基础，可以构造 $QL$ 的代数解释 $\mathscr{A}(Pr(\Sigma),\tau)$。在这样一个解释之下，公式 $\alpha$ 被映射为 $\Sigma$ 的一个命题 $\tau(\alpha)\in Pr(\Sigma)$。如果 $\alpha$ 是 $QL$ 的定理，那么，所有这样的解释都得到 $\Sigma$ 的永真的命题：$\tau(\alpha)=\bar{1}$。

同样也可构造与 $\Sigma$ 相关的一个克里普克解释 $\mathscr{K}=(W,R,\mathscr{P},\rho)$：

$W$ 是所有可能世界的集合。对于物理系统 $\Sigma$ 来说，一个可能世界自然地应理解释为 $\Sigma$ 的一个可能的状态，如 $H$ 是描述 $\Sigma$ 的希尔伯特空间，我们知道，$\Sigma$ 的可能的(纯)状态可表示为 $H$ 中的非零矢量，所以，我们令

(14) $W=H-\{0\}$

$R$ 是 $W$ 上的可通达关系。通过分析可以发现，这样来理解可通达关系 $R$ 是恰当的：对于 $\varphi$、$\psi\in W$，$\varphi R\psi$ 成立，当且仅当可以通过对系统 $\Sigma$ 的某个命题作一次理想的观测，使得 $\Sigma$ 的状态从 $\varphi$ 变为 $\psi$。这里，两个状态之间的可通达关系可理解为两个状态之间的某种相似性关系。利用量子力学的原理可以证明，对 $\Sigma$ 的两个状态矢量 $\varphi$、$\psi$，这样定义的 $\varphi R\psi$ 成立，当且仅当 $\varphi$ 与 $\psi$ 是希尔伯特空间 $H$ 中两个互不正交的矢量。所以，$R$ 可定义为：对 $\varphi$、$\psi\in W$。

(15) $\varphi R\psi=_{df}\varphi$ 与 $\psi$ 是 $H$ 中互不正交的矢量。

显然，这样定义的 $R$ 是自返、对称的。而且，关系 $\varphi\perp\psi$ 恰好就是 $H$ 中两个矢量 $\varphi$、$\psi$ 之间正交关系。

对 $X\subseteq W$，$X^{\perp}$ 是 $H$ 的所有与 $W$ 中的矢量都正交的非零矢量组成的集，从数学上可以证明，$X=X^{\perp\perp}$，当且仅当 $X\cup\{0\}$ 是 $H$ 的一个闭子空间。所以，正交框架 $(W,R)$ 中的命题恰好就是希尔伯特空间 $H$ 的闭子空间(除去其中的零矢量 0)。所以我们令

(16) $\mathscr{P}=\{M-\{0\}:M\in\mathscr{L}(H)\}$

另外还可证明，对正交框架$(W,R)$中的一个命题$X\in\mathscr{P}$，$X$在这个正交框架中的正交补集$X^{\perp}$恰好使得$X^{\perp}\cup\{0\}$是$X\cup\{0\}$作为$H$的闭子空间的正交补空间。我们知道，量子系统$\Sigma$的命题对应于$H$的闭子空间，且命题的否定、合取对应于$H$的闭子空间的正交补空间及交集。由如上的讨论就知道，$\Sigma$的命题也就对应于正交框架$(W,R)$上的命题，即(16)式中定义的$\mathscr{P}$中的元素，而且，$\Sigma$的命题的否定、合取也就对应于$\mathscr{P}$中$(W,R)$的命题的正交补、交集。

最后，如$\rho$是任意一个由公式集到$\mathscr{P}$中的映射，满足克里普克解释的定义中的条件，则$\mathscr{K}=(W,R,\mathscr{P},\rho)$就成为一个克里普克解释。对公式$\alpha,\rho(\alpha)\in\mathscr{P}$，因此也可视为$\Sigma$的一个命题如$\varphi\in W$，即$\varphi$是$\Sigma$的一个可能的状态，则$\varphi\models\alpha$，当且仅当$\varphi\in\rho(\alpha)$，当且仅当状态$\varphi$使得$\rho(\alpha)$所表示的$\Sigma$的命题确定地为真。

### 5.4 量子逻辑中的蕴涵

在前面的讨论中一直没有引进与古典逻辑中的蕴涵连接词相对应的连接词，因为在量子逻辑中引进蕴涵连接词会遇到一些困难。引进的蕴涵连接词会使得古典逻辑中许多熟知的定律失效。下面简要地介绍一下如何在量子逻辑中引进蕴涵连接词，更详细的论述见[11]。

我们知道，古典逻辑中表示实质蕴涵的连接词$\rightarrow$可用否定$\neg$与析取$\vee$定义，即$\alpha\rightarrow\beta$看成$\neg\alpha\vee\beta$。同样地，在一个布尔代数$\mathscr{L}$中，可定义一个二元运算$\supset$，$a\supset b=\sim a\sqcup b$，$\supset$也称为$\mathscr{L}$上的蕴涵运算。注意，要将这个蕴涵运算与$\mathscr{L}$上表示蕴涵的关系，即偏序关系$\leqslant$，区别开。

如$\models$表示古典逻辑中的语义后承关系，那么，古典逻辑中的蕴涵连接词$\rightarrow$具有如下一些熟知的性质：对公式$\alpha$、$\beta$、$\gamma$，

$(E)$ $\alpha\models\beta$，当且仅当$\models\alpha\rightarrow\beta$；

$(MP)$ $\{\alpha,\alpha\rightarrow\beta\}\models\beta$；

$(MT)$ $\{\neg\beta, \alpha\rightarrow\beta\}\models\neg\alpha$;

$(D1)$ $\{\gamma, \alpha\}\models\beta$，当且仅当 $\gamma\models\alpha\rightarrow\beta$。

同样地，在一个布尔格 $\mathscr{L}$ 上定义的蕴涵运算$\supset$也有如下性质：对 $a,b,x\in\mathscr{L}$，

$(e)$ $a\leqslant b$，当且仅当 $a\supset b=\bar{1}$；

$(mp)$ $a\sqcap(a\supset b)\leqslant b$；

$(mt)$ $\sim b\sqcap(a\supset b)\leqslant\sim a$；

$(d)$ $x\sqcap a\leqslant b$，当且仅当 $x\leqslant a\supset b$。

这些性质可视为直观上一个蕴涵连接词或蕴涵运算所应具有的一些基本性质。

但是，在一个一般的正交模格 $\mathscr{L}$ 中，如还将二元运算$\supset$定义为 $a\supset b=\sim a\sqcup b$，则如上的条件$(e)$—$(d)$都不再成立。例如，设 $\mathscr{L}$ 是第 5.1 节中图 1 所表示的格，$a$、$b$ 就是图中所表示的元素，则 $\sim a\sqcup b=\bar{1}$，但 $a\nleqslant b$，所以$(e)$不成立。同样的 $a$、$b$ 也可用来说明$(mp)$、$(mt)$不成立。另外，$b\sqcap a=0\leqslant a'$，但 $b\nleqslant\sim a\sqcup a'=a'$，所以$(d)$也不成立。

类似地，如$\models$是 $QL$ 中的语义后承关系$\models_{om}$，而连接词$\rightarrow$定义为$(\alpha\rightarrow\beta)=(\neg\alpha\vee\beta)$，则条件$(E)$、$(MP)$、$(MT)$、$(D)$也都不成立。上面的例子就已经说明了$(MP)$、$(MT)$不成立。令 $\alpha$ 为公式 $p_1\wedge(\neg p_1\vee p_2)$，$\beta$ 为公式 $p_2$，则可知$\models_{om}\sim\alpha\vee\beta$，但是 $\alpha\not\models\beta$，所以$(E)$不成立。$(D)$也同样不成立，事实上，$(D)$蕴涵$(MP)$。

因此，在量子逻辑中不能按上面的方式定义蕴涵。

对于一个一般的格 $\mathscr{L}$，假如在 $\mathscr{L}$ 上定义了一个二元运算$\supset$使得如上的条件$(mp)$、$(d)$成立，则可以证明，这个$\supset$是唯一地确定的，且

$$a\supset b=sup\{x\in\mathscr{L}: x\sqcap a\leqslant b\}$$

其中 $sup$ 表示最小上界，如 $\mathscr{L}$ 上存在这样一个满足$(mp)$、$(d)$的二元运算$\supset$，则 $\mathscr{L}$ 称为蕴涵格。但是，可以证明（见[12]）

(17)**定理**：蕴涵格都是分配格，即在其中分配律成立。

因此，要在一般的正交模格上定义蕴涵运算$\supset$，就不能希望它同时满足$(e)$、$(mp)$、$(mt)$及$(d)$。通常是除去条件$(d)$。我们将条件$(e)$、$(mp)$、$(mt)$称为极小蕴涵条件。如果定义在一个正交模格$\mathscr{L}$上的一个二元运算$\supset$满足极小蕴涵条件，我们认为$\supset$就可称为一个蕴涵运算。相应地，如果在$QL$的语言中有一个连接词$\rightarrow$，使得条件$(E)$、$(MP)$、$(MT)$成立，$\rightarrow$也可称为一个蕴涵连接词。

正交模格上的实质蕴涵运算$\supset$可以这样定义：对一个正交模格$\mathscr{L}$，$a,b\in\mathscr{L}$，

$$a \supset b =_{df} \sim a \sqcup (a \sqcap b)$$

注意，当$\mathscr{L}$是布尔格时，由分配律可得

$$\sim a \sqcup (a \sqcap b) = \sim a \sqcup b$$

所以，这里的定义与前面提到的布尔代数上的蕴涵运算的定义是一致的。可以证明，在正交模格$\mathscr{L}$上，这样定义的运算$\supset$满足条件$(e)$、$(mp)$、$(mt)$。

同样，在$QL$中可以引进一个表示实质蕴涵的连接词$\rightarrow$：对公式$\alpha$、$\beta$，

$$\alpha \rightarrow \beta =_{df} \neg\alpha \vee (\alpha \wedge \beta)$$

在古典命题逻辑中，公式$\neg\alpha\vee(\alpha\wedge\beta)$与$\neg\alpha\vee\beta$等价，所以这里的定义也可视为古典逻辑的实质蕴涵连接词的推广。当$\models$表示$QL$的语义后承关系$\models_{om}$时，可以证明这里定义的$\alpha\rightarrow\beta$也满足条件$(E)$、$(MP)$、$(MT)$。

但是，古典逻辑中的实质蕴涵连接词具有的许多其他的性质，对$QL$中的实质蕴涵连接词来说则失去了。例如，前面提到的条件$(D)$，实际上就是演绎定理，，对$QL$来说不再成立。另外，下列公式在$QL$中不再一般地有效：

$(\alpha\rightarrow(\beta\rightarrow\alpha))$

$(\alpha\rightarrow(\beta\rightarrow\gamma))\rightarrow((\alpha\rightarrow\beta)\rightarrow(\alpha\rightarrow\gamma))$，

$(\alpha\rightarrow\beta)\rightarrow((\beta\rightarrow\gamma)\rightarrow(\alpha\rightarrow\gamma))$，

$(\alpha\wedge\beta\rightarrow\gamma)\rightarrow(\alpha\rightarrow(\beta\rightarrow\gamma))$，

$(\alpha\to\beta)\leftarrow(\alpha\wedge\gamma\to\beta)$

这里我们看到，$QL$ 中定义的这个实质蕴涵→有一些“反常”之处。但是，注意一下，如果将→理解为严格蕴涵、相干蕴涵或反事实条件连接词，那么上面的许多定律也是不成立的。另一方面 Hardegree([11]、[12])等人指出，量子逻辑中的实质蕴涵连接词具有很自然的物理解释，而且这种解释与 Stalnaker 等人对反事实条件句作的分析相似。下面简要说明一下这种解释。

设 $\Sigma$ 是一个量子系统，$P$、$Q$ 是 $\Sigma$ 的命题，因此依定义，

$$P\supset Q=\sim P\sqcup(P\sqcap Q)$$

设 $H$ 是描述 $\Sigma$ 的希尔伯特空间，$\sigma$ 表示 $\Sigma$ 的命题与 $H$ 的闭子空间之间的对应，因此

$$\sigma(P\supset Q)=\sigma(P)^{\perp}+\sigma(P)\cap\sigma(Q)$$

从数学上可以证明，对 $H$ 中的一个矢量 $\varphi$，$\varphi\in\sigma(P\supset Q)$ 当且仅当所谓 $\varphi$ 在 $P$ 上的投影矢量 $P\varphi$ 使得 $P\varphi\in\sigma(Q)$。而由量子力学原理，如系统 $\Sigma$ 处于状态 $\varphi$，而且对 $\Sigma$ 作一次关于命题 $P$ 的（理想的）观测之后得到 $P$ 为真，那么观测之后 $\Sigma$ 的状态一定变为 $\varphi$ 在 $\sigma(P)$ 上的这个投影矢量 $P\varphi$ 所表示的状态。另外，如 $\varphi\in\sigma\varphi)^{\perp}$，即在状态 $\varphi$ 之下，$P$ 确定地为假，也可以证明 $\varphi\in\sigma(P\supset Q)$。所以，命题 $P\supset Q$ 在状态 $\varphi$ 之下确定地为真（即 $\varphi\in\sigma(P\supset Q)$），当且仅当对处于状态 $\varphi$ 的系统 $\Sigma$ 的每次关于 $P$ 的观测，假如得到 $P$ 为真，那么紧接着的对 $Q$ 的观测将**确定地**得到 $Q$ 为真。换句话说，$P\supset Q$ 就表示，如果得到 $P$ 是真的，那么将得到 $Q$ 是确定地真的。补充一句，如永远得不到 $P$ 为真，即在状态 $\varphi$ 之下 $P$ 确定地为假，那么如上所述，也有 $\varphi\in\sigma(P\supset Q)$，即在状态 $\varphi$ 之下 $P\supset Q$ 确定地为真。

另外，在一个正交模格中（因此在一个量子系统的命题系统中），可以用实质蕴涵表示元素之间的相容性关系。事实上，有如下结论：

(18)**定理**：对一个正交模格 $\mathscr{L}$ 及 $a,b\in\mathscr{L}$，$a$ 与 $b$ 是相容的，当且仅当 $a\supset(b\supset a)=\bar{1}$，当且仅当 $a\leqslant b\supset a$。

关于实质蕴涵连接词的更详细的讨论可见[11]。

利用克里普克语义，也可在 *QL* 中定义严格蕴涵(见[5])。

有关形式量子逻辑的其他一些问题，如量子逻辑的模态解释、量子集合论等可见[5]及其中提到的文献。

## 6 量子逻辑是一种逻辑吗？

从前面的介绍我们看到，量子逻辑是从对量子力学理论的一些分析中得到的，另一方面，也可以以关于物理系统的命题系统的一些公设为基础，去构造量子力学理论的数学结构。从这些研究中得出了正交模格这种代数结构，而且很自然地将它与古典命题演算的 Lindenbaum 代数作比较，提出它将会是一种不同于古典逻辑的新的逻辑演算的代数结构。正是在这种逻辑思想引导之下产生了量子逻辑。

但一些理论物理学家并不以为这里有什么新的逻辑。例如，姚赫在他的论述量子力学公理化的著作中表示的(见[18]*P*77)，其中所定义的一个物理系统的命题系统上的演算与形式逻辑中类似的演算具有完全不同的意义。形式逻辑中的演算是通过分析命题的意义(确切地说，应该是命题连接词的意义)得到的，它的定律在各种情况下都是真的，甚至是重言地真的。而这里定义的命题系统上的演算是由观察得到的一些经验关系的形式化，它是依赖于经验的，是通过归纳得到的。

关于量子逻辑是否真是一种逻辑的疑问，概括起来，主要的大致有这样几个方面：一个似乎是纯技术性的，即量子逻辑中能否定义一个表示蕴涵的逻辑运算(或连接词)；另一个有关逻辑与经验的关系，即承认量子逻辑是否意味着承认逻辑是一种经验科学，就像量子力学那样；再一个则是有关量子逻辑取代古典逻辑的问题，因为，众所周知，在量子力学的理论研究中，甚至在有关量子逻辑的讨论中，我们都随意地使用古典逻辑。

第一疑问可以说已经得到解决。确实，一种逻辑演算要能表达推理关系，应该有一个能表示蕴涵的连接词。当初人们就量子逻辑中能否定义一个恰当的蕴涵连接词提出疑问（见[17]P401 中的介绍），是因为人们发现如果按古典逻辑中的方式定义量子逻辑中的实质蕴涵连接词（即 $\alpha \rightarrow \beta = df \neg\alpha \vee \beta$）是不恰当的。但正如前面 5.4 节中所介绍的，只要按稍微不同的方式定义量子逻辑中的实质蕴涵，这些问题可以解释。

关于逻辑与经验的关系，H・普特南（H. Putnam）的回答是，逻辑就是经验的（见[27] § 5）。普特南将逻辑与几何作比较，依广义相对论，空间的几何性质是经验的，同样，依量子力学，逻辑是经验的。正像空间中的直线可以有操作的定义（即测地线、或光线的路径），逻辑运算也可有操作的定义。普特南引述了 David Finkelstein（见[9]）提出的逻辑运算的操作定义，即先操作地定义物理系统的命题之间的蕴涵关系，然后将两命题的合取、析取定义为两命题在蕴涵关系之下的最大下界及最小上界（见第 4 节的[9]、[10]、[14]、[15]各式），并指出，如果我们接受这种自然的操作定义，那么，根据普遍承认的量子力学理论，命题的合取、析取就对应于希尔伯特空间的闭子空间的交与和，因此分配律失效，因此我们必须接受一种新的逻辑；如果不接受这种操作定义、不修改我们的逻辑，那么合取、析取这些运算就没有操作上的意义，不仅如此，为了解释一些量子物理中的现象，我们还要付出更高的代价，即作一些关于物理世界的奇怪的、神秘的假设。

上面最后一句话指的是玻尔及其哥本哈根学派的解释。普特南用一些例子来说明量子逻辑的解释与哥本哈根学派的解释的区别。

一个熟知的例子是关于粒子的位置与动量的测量。假设已测得粒子的位置是 $r$，又假设它的动量只能取 $1,\cdots,n$ 这 $n$ 个值，用 $Qr$ 表示“位置是 $r$”，$Pi$ 表示“动量是 $i$”。由互补性，$Qr \wedge Pi$ 总是假的，普特南认为，玻尔及其哥本哈根学派的错误在于，从 $Qr \wedge Pi$

为假($i=1,\cdots,n$),用分配律推出

$$Qr \wedge (P_1 \vee \cdots \vee P_n)$$

为假,这样,既然已知 $Qr$ 为真,就必须说 $P_1 \vee \cdots \vee P_n$ 是假的,即此时粒子没有动量。如果随后的动量测量得到了一个动量值,那就只能说是这个动量测量产生了(或说干扰了)动量值。普特南认为,说对动量的测量干扰了位置是可以理解的,即使在经典物理学中也是如此,但说对动量的测量干扰了动量,则是古怪的。

另一个熟知的例子是电子的双狭缝衍射实验。$P_1$ 表示"电子穿过狭缝 1",$P_2$ 表示"电子穿过狭缝 2",$Q$ 表示"电子穿过狭缝打在屏上区域 $D$ 中"。显然,$Q$ 蕴涵 $P_1 \vee P_2$。设 $P$ 表示概率函数,则

$$\begin{aligned} P(Q) &= P(Q \wedge (P_1 \vee P_2)) \\ &= P((Q \wedge P_1) \vee (Q \wedge P_2)) \\ &= P(Q \wedge P_1) \vee P(Q \wedge P_2) \end{aligned}$$

这里推导的第三步是因为 $P_1$、$P_2$ 是两个相互排斥事件。$P(Q \wedge P_1)$表示电子穿过狭缝 1 打在区域 $D$ 上的概率,它可以通过盖上狭缝 2 来测量得到,对 $P(Q \wedge P_2)$也一样。众所周知,这个公式并不符合实验的结果。如果接受量子逻辑,不难看出,错误在于这个推导的第二步用到了分配律

$$Q \wedge (P_1 \vee P_2) = (Q \wedge P_1) \vee (Q \wedge P_2)$$

这样就不必假设"电子可以同时穿过两个狭缝"或"通过一个狭缝的电子知道另一个狭缝打开着因而以不同的方式行动"等等诸如此类奇怪的东西。

另外,理论物理学家 Darid Finkelstein 也支持这种看法,它甚至提出了"逻辑的物理学"(见[8]、[9])。

P. Mittelxtaedt 在一篇文章中对量子逻辑的经验基础及先验基础作了一些分析,澄清了一些概念(见 Mittelstaedt[23])。他指出,说量子逻辑是经验的,并非指量子逻辑中一个命题形式(如 $P \wedge Q \rightarrow P$)的有效性必须通过各种命题 $P$、$Q$ 作观测来归纳地验证。事实上,在量子逻辑中与在古典逻辑中一样,一种命题形式的普遍

有效性也是由连接词的意义(或者说,物理语言的语义规则)决定的,与对命题的与经验观测无关,在这种意义上也可说是先验地有效的。

当然,问题就在所谓"连接词的意义"上。Mittelstaedt 指出,古典逻辑中关于命题连接词的意义以及验证命题的形式有效性的规则的规定实际上是以一些本体论上的预设为基础的。例如,其中一个重要的预设是命题之间的相容性,即对一个命题的观测不会影响对另一个命题的观测的结果(参见第 4 节中的讨论)。正是在这样的假设之下才能证明 $P\to(Q\to P)$这样的命题是形式地有效的,因为,如果观察到了 $P$ 是真的、又观察到了 $Q$ 是真的,由于相容性,再观察 $P$ 必定得到 $P$ 是真的。我们知道,量子力学中要遇到不相容的命题,因此这个相容性假设是不恰当的。从古典逻辑中的语义规则的本体论上的预设可能与经验不符这一点来看,也可说古典逻辑也是经验的。

反之,量子力学中描述物理世界的语言也有自己的本体论预设,在这些本体论预设的基础上也可设立语言的语义规则,由此也可先验地证明一些命题是形式地有效的。

最后说明一下如何理解在有关量子逻辑的讨论中以及量子力学研究中常常可以应用古典逻辑(见[23])。

在量子逻辑的讨论中经常遇到像"电子沿 $x$ 方向自旋向上"、"电子通过狭缝 1"等等这样一些语句表达的直接描述一个物理系统的命题,它们是量子逻辑中的主要讨论对象,所以可以称为对象语言中的基本命题。由这些基本命题,可以用命题连接词$\neg$、$\wedge$、$\vee$、$\to$等连接成复合命题,这些都可称为对象语言中的命题。我们知道,这样一些命题之间可能是不相容的,因此一些古典逻辑中有效的定律对这些命题不再有效。另一方面,假如 $P$ 是这样一个复合命题,$\overline{P}$ 表示"$P$ 是形式地有效的(即 $P$ 的命题形式是量子逻辑中有效的公式)",这样的命题可称为元语言中的命题,因为它表达的是对象语言中的命题具有怎样的属性。显然,我们讨论量子逻辑

时所陈述的是这样一些命题。一个对象语言的命题本身可视为宏观的对象，所以这些元语言的命题表达的是宏观对象的性质，如一个命题形式（即公式）能否在一个形式演算中推导出来等等，这样的元语言的命题之间显然都是相容的。我们知道，在一个正交模格中，相容的元素生成的格是布尔格（见 4.5 小节），换句话说，对两两相容的命题来说，古典逻辑中的推理模式及定律都成立，所以，讨论量子逻辑时，常常可以随意地使用古典逻辑。

关于量子逻辑是否确是一种逻辑，以及关于量子逻辑与经验的关系等等问题还有许多不同的观点，这里不能详述（见[17]§8.6 及[5]§8）。但是，正如 Dalla Chiara 在发表于《哲学逻辑手册》第三卷中的《量子逻辑》一文中所指出"它（指量子逻辑——引者）在很长一段时间内被认为是一种虚构的逻辑，仅仅是由希尔伯特空间的闭子空间集的代数结构作出的一种推断，没有任何独立的逻辑意义。但近年来这种观点已经大致被抛弃。今天，已经很清楚，量子逻辑是一种'真正的逻辑'，它至少与其他一些被人们广为接受的弱于古典逻辑的逻辑（如直觉主义逻辑）有同样的逻辑地位。"

（作者：叶 峰）

# 参考文献


[1] Beehner,J., 'Bibliography on guantum logic',in P. Suppes(ed.),Studies in the Foundtions of Quantum Mechanics,1980.

[2] Beltrametti,E.,& van Fraassen,B. C.,Current Issues in Quantum Logic,Plenum Press,N. Y.,1981.

[3] Beltrametti,E.,& Cassinelli,G.,The Logic of Quantum Mechanics, 1981.

[4] Birkhoff,G.,& von Neumann,J., 'The Logic of quantum mechanics' Annals of Mathematics 37(1936),823—43,also in Hooker[14].

[5] Dalla Chiara,M. L., 'Quantum logic',in D. Gabbay & F. Gunenthner (eds.),Handbook of Philosophical Logic,Vol. Ⅱ,427—469,D. Reidel,1986.

[6] Dalla Chiara,M. L., 'Logical Foundations of quantum mechanics' in E. Agazzi(ed.),Modern Logic—A Survey,D. Rerdel,1980.

[7] d'Espagnat,B.,Conceptual Foundations of Quantum Mechanics,W. A. Benjamin,Reading Mass.,1976.

[8] Finkelstein,D., 'The physics of logic',in Hooker[15].

[9] Finkelstein,D., 'Matter,space,and logic',in R. S. Cohen & M. W. Wartofsky(eds.),Boston Studies in the Philosophy of Science,Vol. V.,D. Reidel,1969,also in Hooker[15].

[10] Greechie,R. J.,& Gudder,S. P., 'Quantum logic',in Hooker[14].

[11] Hardegree,G. M., 'The conditional in abstract and concrete quantum logic',in Hooker[15].

[12] Hardegree,G. M., 'The conditional in quantum logic',in Suppes[31].

[13] Hooker,G. A. (ed.),Contemporary Research in the Foundations and Philosophy of Quantum Theory,D. Reidel,1973.

[14] Hooker, C. A (ed.), The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechnics, Vol. I, D. Reidel, 1975.

[15] Hooker, C. A. (ed.), The Logico-Algebraic Approach to Quantum Mechanics, Vol. Ⅱ, D. Reidel, 1979.

[16] Hooker, C. A. (ed.), Physical Theory as Logico-Operational Structure, D. Reidel, 1979.

[17] Jammer, M., The Philosophy of Quantum Mechanics, John Wiley&Sons, 1974.

[18] Jauch, J., The Foundations of Quantum Mechanics, N. Y., Addison-Wesley, 1968.

[19] Kambger, F., 'The structure of the propositional calculus of a physical theory,' yn Hooker[14].

[20] Macky, G. W., The Mathematical Foundations of Quantum Mechanics, Benjamin, N. Y., 1963.

[21] Mittelstaedt, P., Quantum Logic, D. Reidel, 1978.

[22] Mittelstaedt, P., 'Classification of different areas of work afferent to quantum logic', in Beltranetti & van Fraassen[2].

[23] Mittelstaedt, P., 'Empirism and apriorism in the foundations of quantum logic', Synthese 67(1986), 497—525.

[24] Piron, C., Foundations of Quantum Physics, Benjamin, Reading Mass., 1976.

[25] Piron, C., 'Survey of general quantum physics', Foundtions of Physics 2(,972), 287—314, also in Hooker[14].

[26] Putnam, H., 'How to think quantum-Logically', in Suppes[31].

[27] Putnam, H., 'Is logic empirical?', in R. S. Cohen &M. W. Wartofsky (eds.), Boston Studies in the Philosophy of Science, Vol. V, D. Reidel, 1969, also in Hooker[15].

[28] Reichenbach, H., Philosophical Foundations of Quantum Mechanics, California Press, 1941.

[29] Strauss, M., 'The logic of complementarity and the foundations of quantum theory', in M. Strauss (ed.), Modern Physics and Its Philosophy, D. Reidel, 1972, also in Hooker[14].

[30] Suppes, P., 'The probability arguments for a non-classical logic of quantum mechanics', Philosophy of Science 33(1961), 14—21, also in Hooker[14].

[31] Suppes, P. (ed.), Logic and Probability in Quantum Mechanics, D. Reidel, 1976.

[32] van Fraassen, B. C., 'Semantic analysis of quantum Logic', in Hooker [13], also in Hooker[14].

[33] van Fraassen, B. C., 'The labyrinth of quantum logic,' in Boton Studies in the Philosophy of Science, Vol. XIII, D. Reidel, 1974, also in Hooker[14].

[34] Varadarajan, V. S., The Geometry of Quantum Theory, van Nostrand, Princeton, N. J., 1968.

[35] von Neumann, J., Mathematical Foundations of Quantum Mechanics, Princeton Univ. Press, 1955.

[36] C. Cohen-Tannoudji, B. Kiu, F. Laloë 著, 刘家谟、陈星奎译, 量子力学第1卷, 上册, 高等教育出版, 1987。

[37] 桂起权, 量子逻辑, 载于王雨田主编现代逻辑科学导引下册, 人民大学出版社, 1988。

[38] R. I. G. Hughes, 量子逻辑, 载于科学1988年第2期, 重庆科技文献出版社。

[39] 卢鹤绂, 哥本哈根学派量子论考释, 复旦大学出版, 1984。

# ［十三］ 计算机逻辑

计算机逻辑(*Computer logic*)是建立在数理逻辑，特别是在逻辑代数及时序机理论的基础上，并阐述电子数字计算机硬件的分析和综合过程中一种逻辑应用。

## 1 电子计算机的发展历史

计算机的最早模型大概是中国的算盘，它已有3000多年的历史，至今仍被人们所使用。1600年约翰·奈培(John Napier)发明以对数为基础乘法装置——计算尺。1642年布莱斯·帕斯卡尔(Blaiee paecal)制成一架能做加法的机械计算装置，进入机械计算机器年代。1930年末，哈佛大学的霍华德·艾肯(Howard Aiken)和贝尔电话实验室的乔治·斯利必兹(George slihitg)合作研制了一台使用继电器网络的自动计算器，开始向电子数字计算机迈进了一步。1945年，美国宾夕法尼亚大学的约翰·莫切里(John Mauchly)和小普雷斯普·埃克特(J. P. resper Ecker)设计和成功研制一台真空管电子计算机ENIAC，称其为第一台电子计算机。这台机器使用1800个电子管，耗电大，且只能用插板编制程序。

ENIAC计算机的这一欠缺引起了数学家冯·诺依曼(Von Neumann)的注意，1946年6月他发表了关于电子计算机逻辑设计的初步讨论的报告，提出一个全新的存储程序通用电子计算机方案EDVAC(Electionic Dieciete Vaciable Automatic Computer的缩写)，确立了“存储程序”计算机的概念，并确定电子计算机的

五大组成部件:输入部件、运算器、存储器、控制器和输出部件,如13.1.1图所示,他接着指出指令也和数据一样存放在存储器中,也可以和数据一样加以处理,这种计算机结构称为冯·诺依曼结构,奠定了现代计算机的基础。

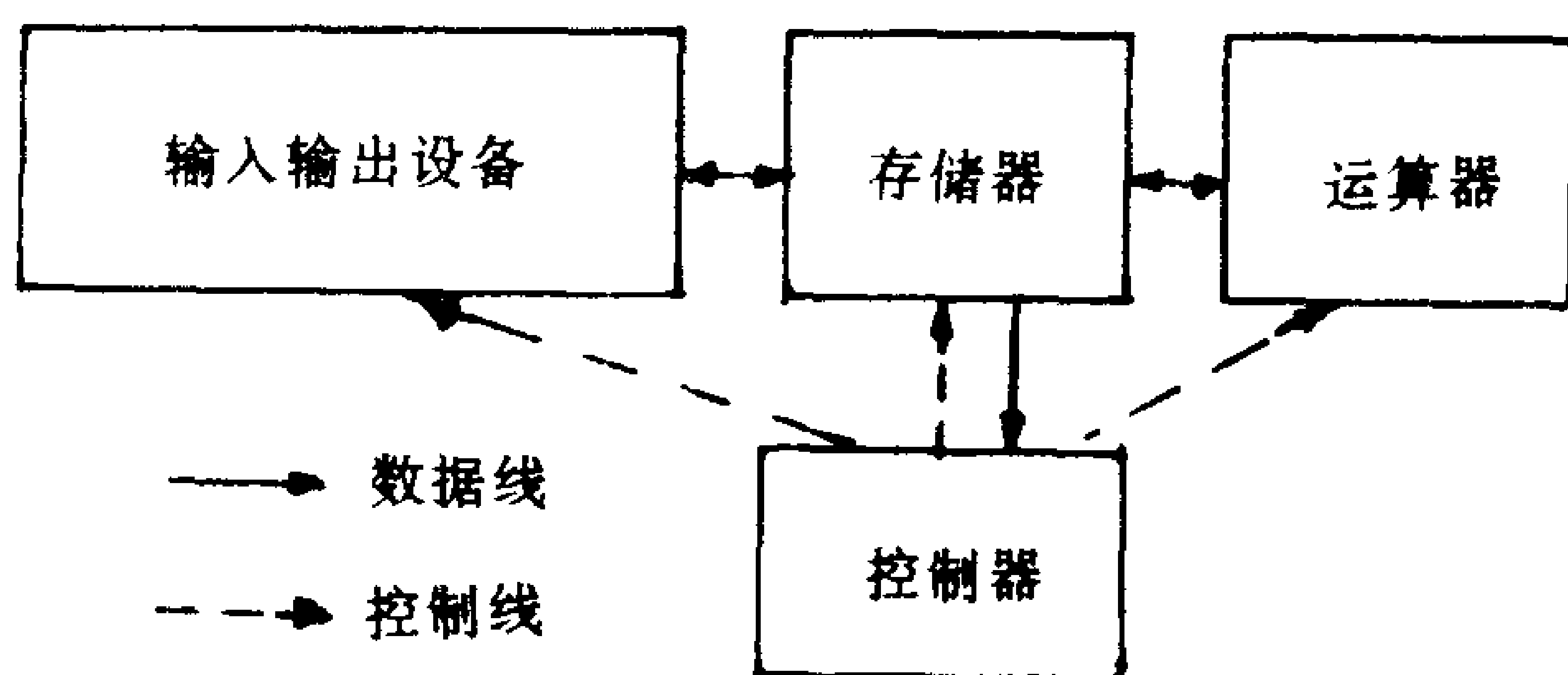



图 13.1.1

1947 年晶体三极管发明和随后大容量磁芯存储器的研制成功,促进了电子数字计算机产业的发展。1960 年,随着半导体集成技术的飞速进步,使计算机产业飞速发展至微型化、超小型化,提高可靠性,数字计算机被广泛应用在人类社会的各个部门和科技的各个领域中,甚至渗透至家庭中。

随着计算机的更新换代,外部设备也有很大进步和发展,反过来促进了计算机的发展。

短短的 40 多年的电子计算机发展史,已经历电子管计算机(1945—1956)、晶体管计算机(1956—1962)、小规模集成电路计算机(1962—1972)、大规模集成电路计算机(1970 年开始)四个时代,而今又向第五代计算机迈进。

1980 年前后,国外一些国家制订发展第五代机的计划,并对它的基础技术的开发进行必要的准备和探讨,预计不久的将来将

出现第五代电子数字计算机，它是具有能适应多样化社会需要的功能、面向知识处理的计算机。在与以前的计算机相比较，在人与系统接口上更接近人的功能。其主要特征有三：

(1)在功能上有知识处理(即能储存知识、提供知识和理解知识)、推理解题(即能学习、联想和推理)和智能接口(即能识别和处理自然语言、图像和声音等)等。

(2)在结构上摆脱传统的冯·诺依曼的控制流结构，而采用一种更自然的非冯·诺依曼结构并行处理结构为基础，诸如多数据流计算机或归约型计算机。

(3)有解决逻辑问题很强的新型逻辑程序设计语言。

总之，第五代计算机系统应是接近人脑功能的能听、会说、会看的智能化计算机系统。它的理论和结构将克服冯·诺依曼计算机系统大幅度地扩充功能的局限性(即冯·诺依曼窄路)。

## 2　计算机的数制与计算机代码

大多数信息交换的基础是用编码的符号来表示概念、数量和模型等等信息，在电子数字计算机中，信息的符号表示可按数据和计算机代码两大部分来分析。

### 2.1　数制的选择

按定义，数码是代表一个整数量的单独符号或字体，而数据则由一组数码所代表的量。通常数码 $d_i$ 和数据(数)$N$ 之间有下列数学表达式表示：

$$N = d_nR^n + \cdots + d_2R^2 + d_1R + d_0 = \sum_{i=0}^{n} d_iR^i$$

其中 $R$ 是数字系统的基数(也是一个整数)，且有 $0 \leqslant d_i < R$，此外还有表示符号的附加位和表示符号的数码。

2.1.1 数据基数与硬件设备间关系

探讨数据基数与硬件设备之间关系，对设计计算机时是值得关注的，它决定计算机设计的理论及方法。

在计算机中，每一位数必须寄存在相应的电子电路元件中，因此，对于数基 $R$，必须有存储 $R$ 个状态的元件中，才能寄存一位数码 $d_i$。因此 $n$ 位 $R$ 进制的数据可能表示 $R^{n+1}$ 个数，其硬件电路数量必然正比 $(n+1)R$，这里 $n$ 和 $R$ 均是整数。

要对不同的基数作比较，是一件难事。但为了说明基数 $R$ 的选择起见，不妨设 $R^{n+1}=N$ 不变，而 $R$ 是可变的变元，于是有 $(n+1)\log R=\log N$，且 $K$ 为一常数。两端各乘以 $R$ 可得：

$$(n+1)R(\log R)=KR \text{ 或 } (n+1)R=KR/\log R \qquad (1)$$

因此有，硬件电路的数量的多寡也正比 $KR/\log R$。为了求得硬件电路最少的基数 $R$，可对(1)式中 $R/\log R$ 求极小值，即有解 $R=e=2.718\cdots$ 时有极小值。然而选择非整数的基数在实现上有难以想象的困难，故只能选择整数的基数，可根据下表来选择较小的 $R/\log R$ 比值的基数。

| 基数 | $R/\log R$ | 基数 | $R/\log R$ |
|---|---|---|---|
| 2 | 6.64 | 8 | 8.86 |
| 3 | 6.29 | 10 | 10.00 |
| 4 | 6.64 | 12 | 11.12 |
| 5 | 7.15 | 14 | 13.29 |

从表可知，基数 3 最佳，其次佳的基数为 2 或 4。因此，在计算机的逻辑设计中，其理论应为二值逻辑或多值逻辑代数，现预以简单介绍。

2.1.2 二值逻辑代数

1849 乔治·布尔(George Boole)提出了逻辑思维和推理过程的代数公式——即布尔代数，又称逻辑代数。其二值布尔代数为开关代数，四值布尔代数也可作基数 4 的设计理论。尤其现时期开关代数是计算机设计理论之一，每条信息线只能传递二个信号值，其

二值逻辑元件目前是最成熟的且常被用作自动控制设备的元件。开关代数的公理系统、定理、简化方法及最小化技术可参看数字逻辑篇中 1 部分。

2.1.3 多值逻辑代数

1921 年，数学家波斯特（Post）发表了一篇多值逻辑的文献[1]建立了波斯特代数，奠定了多值逻辑的基础，其他数学家也建立了多种多值逻辑代数，但以波斯特代数最为有名，这里介绍的多值逻辑是波斯特代数的推广。

（1）逻辑算符的定义

与：$A \cdot B = min(A,B)$，即取 $A$、$B$ 中的小者。

或：$A+B=max(A,B)$，即取 $A$、$B$ 中的大者。

循环：$\vec{A}^{B}=A$ 加 $B(modN)$

求补： $A=(N$ 减 $1)$减 $A$

其中定义中的 $N$ 就是这个代数的基，$P=N$ 减 1 为单位元素、0 为零元素。

（2）波斯特代数的主要定理

$T1$：$(a)x+0=x$ $(b)x \cdot P=x$

$T2$：$(a)x+P=P$ $(b)x \cdot 0=0$

$T3$：（幂等性）$(a)x \cdot x=x$ $(b)x+x=x$

$T4$：$(a)x+\neg x \neq P, N>2$ 且有 $x \neq 0$、$P$ 时.

$(b)x \cdot \neg x \neq 0, N>2$ 且有 $x \neq 0$、$P$ 时。

$T5$：$(a)\overset{\to 0}{x}+\overset{\to 1}{x}+\cdots+\overset{\to P}{x}=P$

$(b)\overset{\to 0}{x} \cdot \overset{\to 1}{x} \cdot \cdots \cdot \overset{\to P}{x}=0$

$T6$（对合律）：$\neg\neg x=x$

$T7$（循环对合律）：$\overset{\to N}{x}=x$

$T8$（吸收律）：$(a)x+(x \cdot y)=x$ $(b)x \cdot (x+y)=x$

$T9$（交换律）：$(a)x+y=y+x$ $(b)x \cdot y=y \cdot x$

$T10$（结合律）：$(a)x+(y+z)=(x+y)+z$

$(b) x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$

$T11$(分配律)：$(a) x + (y \cdot z) = (x + y) \cdot (x + z)$

$(b) x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$

$T12$(*DeMorgan* 定理)：$(a) \neg x + \neg y = \neg(x \cdot y)$

$(b) \neg x \cdot \neg y = \neg(x + y)$

$T13$：$\neg \overset{\rightarrow a}{x} = \overrightarrow{\neg x}^{N-a}$

对于 $N=2$ 这个特殊情况，循环操作 $\overset{\rightarrow P}{x}$ 和求补操作 $\neg x$ 都等价于二值开关代数的求补操作。反之二值求补算符所具有各种性质，在推广至多值代数时，有的变成循环算符的性质，有的变成多值求补算符的性质。但当 $N>2$ 时，循环或多值求补算符都没有二值求补算符的全部性质。例如，多值变量和该变量的求补量进行"与"或"或"操作时，都不能得到单位元素，而循环操作却有这个性质，如定理 5 所述。

(3)多值逻辑函数

和二值逻辑函数一样，多值变元的多值逻辑函数仍可用真值表或方格图来表示。例如三值变元的多值逻辑函数的一个例子如下表($a$)或($b$)表示。

| $A$ | $B$ | $F(A,B)$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 2 |
| 0 | 2 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | 2 | 1 |
| 2 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0 |
| 2 | 2 | 2 |

($a$)真值表法

| $A$ \ $B$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 0 | 0 | 2 |

($b$)方格图法

每一多值变量的标准和项，定义为真值表中仅含一个非零的值，而标准积项则定义为其真值表中仅含一个不等于单位元素 $P$ 的值。因此，$K$ 个变量的标准和项可表示成 $K$ 个单变量的标准和项的逻辑积；$K$ 个变量的标准积项可表示成 $K$ 个单变量的标准积项的逻辑和。于是多值逻辑函数 $F(x_1,x_2,\cdots,x_k)$ 可以表示成如下两种形式的标准式：

$$F(x_1,x_2,\cdots,x_k)=\sum_{F}\prod_{i=1}^{k}x_i^{*}$$

或

$$F(x_1,x_2,\cdots,x_k)=\prod_{F}\sum_{i=1}^{k}x_i^{**}$$

其中 $x_i^{*}$、$x_i^{**}$ 分别代表 $x_i$ 的标准和项和标准积项。它类似于二值逻辑函数表示中小项和大项。然而当 $N\geqslant 3$ 时，单变量本身的标准项包括可用循环算符操作的逻辑乘或逻辑和，导致了这个代数中函数不能以标准式进行代数上的化简。

史密斯(Smith. W. R)提出的以作图为主的化简过程[2]，这里不作赘述。

上表定义的多值逻辑函数 $F(A,B)$ 的最简式的两种形式为：

$$F(A,B)=(\neg A\ \overrightarrow{B}^{1})+A\cdot(\overrightarrow{1\cdot\neg B}^{2})\qquad\text{(积之和标准式)}$$

$$F(A,B)=(A+\overrightarrow{B}^{1})\cdot(\neg A+(\overrightarrow{1\cdot\neg B}^{2})\qquad\text{(和之积式)}$$

多值逻辑函数的数目为 $N^{N^n}$，其中 $n$ 为变量数。例如单变量的三值逻辑函数共有 27 个，它们是 0、1、2；$x$、$\overrightarrow{x}^{1}$、$\overrightarrow{x}^{2}$；$\neg x$，$\overrightarrow{\neg x}^{1}$、$\overrightarrow{\neg x}^{2}$；$1\cdot x$、$\overrightarrow{1\cdot x}^{1}$、$\overrightarrow{1\cdot x}^{2}$；$1\cdot\neg x$、$\overrightarrow{1\cdot\neg x}^{1}$、$\overrightarrow{1\cdot\neg x}^{2}$；$1+x$、$\overrightarrow{1+x}^{1}$、$\overrightarrow{1+x}^{2}$；$1+\neg x$、$\overrightarrow{1+\neg x}^{1}$、$\overrightarrow{1+\neg x}^{2}$；$1+\overrightarrow{x}^{1}_{1}$、$\overrightarrow{1+\overrightarrow{x}^{1}}^{1}$、$\overrightarrow{1+\overrightarrow{x}^{1}}^{2}$；$1+\overrightarrow{x}^{2}$、$\overrightarrow{1+\overrightarrow{x}^{2}}^{1}$、$\overrightarrow{1+\overrightarrow{x}^{2}}^{2}$。读者要进一步研究多值逻辑理论和应用，请参看多值逻辑篇。

在制造设计计算机中，曾制造三值逻辑元件和剩余类数系的电子计算机，但很不普遍。下面介绍使用极其普遍的二值逻辑的冯·诺依曼型电子数字计算机系统。

## 2.2 计算机中数的表示

前以论及，计算机中数的系统的选择不仅要影响从设计者角度看的计算机结构，而且会影响用户所使用的数值分析方法。

算术运算和运算器的设计者要考虑解决范围广泛的应用问题时，注意时间和空间效率结构的现实以及提供充分精度的数值分析方面的现实性。

2.2.1 计算机中采用几种范畴的数的系统

一般，电子计算机采用以下几种数的系统。

(1)普通基数的数的系统

计算机采用基数 $r \geqslant 2$ 的固定基数的算术运算系统，且数字位数字的集合为 $\{0,1,2,3,\cdots\cdots,(r-1)\}$。一个数的所有数字都用正的权，且每个数都是单值表示。有些特殊的系统可能会采用混合基数的数。

(2)带符号的固定基数的数的系统

本系统可谓为是(1)的系统的一种扩展，其中正权和负权的数字都在集合 $\{-\alpha,\cdots,-1,0,1,\cdots,\alpha\}$ 中，$\alpha$ 是一个有界的正整数，因此对于一个给定的数，其表示可能不是单值的。

(3)残数的数的系统

一个残数的每个数位并不赋予权的因数，数字的次序对于决定此数值说来是不重要的，而且混合基数也可赋予不同数字位。一个残数 $X$ 可用 $n$ 元向量表示的整数，即

$$X = \{(r_1, r_2, \cdots, r_n)\}_m$$

而 $m$ 相应于另一个 $n$ 元向量的模，即

$$m = \{m_1, m_2, \cdots, m_n)$$

其中所有 $m_i$ 都是双双互为素数，每一个 $r_i$ 叫做模 $m_i$ 的 $X$ 的残数，而且，每一个残数 $r_i$ 都可独立处理。据此，加法和乘法是固有地无进位。残数运算最先由 Svoboda[3]提出的，其目的是设计可靠的计算系统时减少算术运算的错误。想了解残数算术运算及应

用的情况，请看 Szaba 和 Tanaka 的文献[4]。

(4)有理数的系统

(5)对数的数的系统

(4)、(5)两种数的系统可参看文献[4]和[5]，大多数现成的运算器的基础都具有(1)，其他几种数的系统很少被采用。

2.2.2 计算机中的两种记数法

这里主要介绍(1)在计算机中的具体应用。

(1)并置记数法

并置记数法是从高位至低位书写的向量表示，对任给一数 $N$，有

$$N=(a_{n-1},a_{n-2},\cdots,a_1,a_0,a_{-1},\cdots a_{-m})_r$$

其中 $r$ 为基数，$a_i$ 为数字，$n$ 表示整数的位数，$m$ 表示小数的位数，$a_{n-1}$ 一般用来表示符号，$a_{n-2}$ 为数的高位，$a_{-m}$ 为数的最低位，且有 $0\leqslant a_i\leqslant r-1$。

(2)多项式记数法

多项式记数法类似向量并置记数法，不过将向量的形式改为多项式表示式而已，即：

$$N=\sum_{i=-m}^{n-1}a_ir^i$$

综合以上，计算机常以 $r=2$，$a_{n-1}$ 为数的符号位，而且是字长(位的总和)所限制。

2.2.3 计算机中硬件所采用数的表示法

在计算机的硬件电路实现二进数表示，有两种数的表示法，即定点和浮点两种数表示法。

(1)数的定点表示法

一个带符号的定点数可表示如下：

$$N=(s_f,a_{n-2},\cdots,a_1,a_0)$$

其中 $s_f$ 为数的符号(0 正 1 负)，而小数点通常设计者指定，一般有二类：小数点固定在最低位后(整数表示法)或在 $s_f$、$a_{n-1}$ 之间(小

数表示法），其数值范围分别为$-2^{n-1}<N\leqslant 2^{n-1}-1$或$-1<N<1$内。

根据具体计算机的规定，还有原码、反码、补码三种表示。

(*i*)数的原码表示法

这种数的表示法除符号位外，数值是由多项式$\sum_{i=0}^{n-2}a_i\cdot 2^i$计算得，正负数值没有区别，但需要注意，它有两个0，即正0和负0。

(*ii*)数的反码表示法

数$N$的反码表示形式如下：

$$N_{反}=\begin{cases}N & 当N\geqslant 0时\\ 2^n-|N|-1(整数)或2-|N|-2^{-n+1}(小数) & 当N<0时\end{cases}$$

其中$|N|$为$N$的绝对值，由上式可以看出，当$S_f=0$时，与原码表示法相同；当$S_f=1$时，应对数字位取反（即0变1、1变0）即得。

(*iii*)数的补码表示法

数$N$的补码表示形式如下

$$N_{补}=\begin{cases}N & 当N\geqslant 0时\\ 2^n-|N|(整数)或2-|N|(小数) & 当N<0时\end{cases}$$

此种数表示法只有一个0（即全0），负0补定义成$-2^{n-1}$。

例如$N_{原}=11101=-(13)_{10}$(整数)或$-0.8125$(小数)　则有：

$N_{反}=10010$、$N_{补}=10011$

(2)浮点数表示法

在计算机中，一个浮点数的表示可由$N=N_1\times 2^{N_2}$表达。其中$N_1$、$N_2$为定点数表示，分别代表小数部分和指数部分。和定点数表示法一样，亦有原码、补码和反码三种形式。在设计中需注意下列三个问题：

(*i*)加、减法必须进行对阶。

(*ii*)运算完毕后必须进行向左或向右规格化，即使尾数（小数）数字最高位为1（原码）或0（补码或反码）

(*iii*)运算完毕后存在一个舍入问题，按原码的四舍五入方法执行，当然尾数位数愈长，其精度也愈高。

(3)数的十进表示法

在某计算机中，硬件电路还配有十进运算电路，一般由四个二进位组成一个 2—10 进制，在十进运算之前，对某个十进数执行+6，然后实施二进加减法，最后根据进(借)位的情况执行－6 修正(指无进(借)位时)。

## 2.3 计算机代码

在一个计算机系统中，目前尚未达到用会话或文字语言实现人机间通讯程度，而且由机内编码来识别所需的信息流动，并反馈给人们得以实行情况和结论。通过各种编码来实现人机对话，这种编码的字和字符组，就称为代码，而计算机代码是所有机内代码的总称，包括命令代码和数据代码两大类。

2.3.1 命令代码

命令代码在计算机控制中起主导作用，是计算机运行人们规定程序的核心，它与计算机系统结构有密切关系，它有指令代码和语言中命令代码两种。

(1)指令代码

指令代码是控制计算机各部分有序地实现指令代码格式[*G*]所规定的功能，一般由指令格式、通道控制字格式和机器指令系统、广义机器指令所给出，可参看各种机器的说明书。

(2)广义的命令代码

广义的命令代码是由软件(包括操作系统及各种程序设计语言)构作的，其命令形式总多，这里不作赘述，详见程序逻辑篇。

2.3.2 数据代码

前面在数的机内表示法已讲过定点数代码、浮点数代码以及 2—10 进制代码。不管何种数据代码都是通过指令代码来识别的，现再介绍几种有用的数据代码。

(1)十进数据代码

十进数据代码通常有下表中几种,详见[8]

| 十进制 | 8421 编码（*BCD* 码） | 4221 编码 | 余 3 码 | 五中取二码 | 二一五混合十进编码 |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0000 | 0000 | 0011 | 11000 | 0100001 |
| 1 | 0001 | 0001 | 0100 | 00011 | 0100010 |
| 2 | 0010 | 0010 | 0101 | 00101 | 0100100 |
| 3 | 0011 | 0011 | 0110 | 00110 | 0101000 |
| 4 | 0100 | 1000 | 0111 | 01001 | 0110000 |
| 5 | 0101 | 0111 | 1000 | 01010 | 1000001 |
| 6 | 0110 | 1100 | 1001 | 10001 | 1000010 |
| 7 | 0111 | 1101 | 1010 | 10010 | 1000100 |
| 8 | 1000 | 1110 | 1011 | 10100 | 1001000 |
| 9 | 1001 | 1111 | 1100 | | 1010000 |

在 8421 编码中,有 1010—1111 作为非法十进数;而 4221 码和余 3 码都是自补码,在十进数加减中特别有用;而后二种编码容易检错,数据可靠。

(2)葛莱码

葛莱码是一种十六进循环码,其特点是相邻的数只有一位二进数字不同,常应用在机械计数器设计中。十六进制数 0—15 的编码分别对应于 0000,0001,0011,0010,0110,0111,0101,0100,1100,1101,1111,1110,1010,1011,1001,1000。

(3)字符编码

字符编码用于字符串处理,它包含 26 个英文字、10 个数字、其他特殊专用符号(如>等)和图形符号,其编码常用 6～8 个二进位数字表示。常见的有美国信息交换标准代码 *ASC*Ⅱ码和扩充的 *EBCDIC* 代码,后一种被 IBM—360/370 系统所采用。详细见有关机器资料说明,这里不作列出。

(4)汉字代码

汉字代码常用十六个二进位数字表示,详见国标码的编码表。与汉字代码相类似还有其他一些国家的文字编码。

(5)信息校验代码

信息校验代码常用于代码的数字检纠错用,例如奇偶校验码、线性分组码等等,种类繁多,详见本篇 6 中几种重要的纠检错代码的例子。

# 3 计算机的算术运算逻辑

计算机的算术运算逻辑主要由运算器来实现。

## 3.1 计算机运算器的一般描述

计算机运算器是一个实际执行算术运算和逻辑运算任务的机构,它是由控制器发出命令来完成算术运算和逻辑运算的规定功能。对它进行设计时,必须考虑计算机系统结构的要求和指导运算的算法的制定和实现,显然可分运算设计和逻辑设计两个相互连接的阶段来进行,有利于算法的分段描述。下面给出一个可用 13 个分量来描述的数字运算器的一般描述规格,如图 13.3.1 所示。

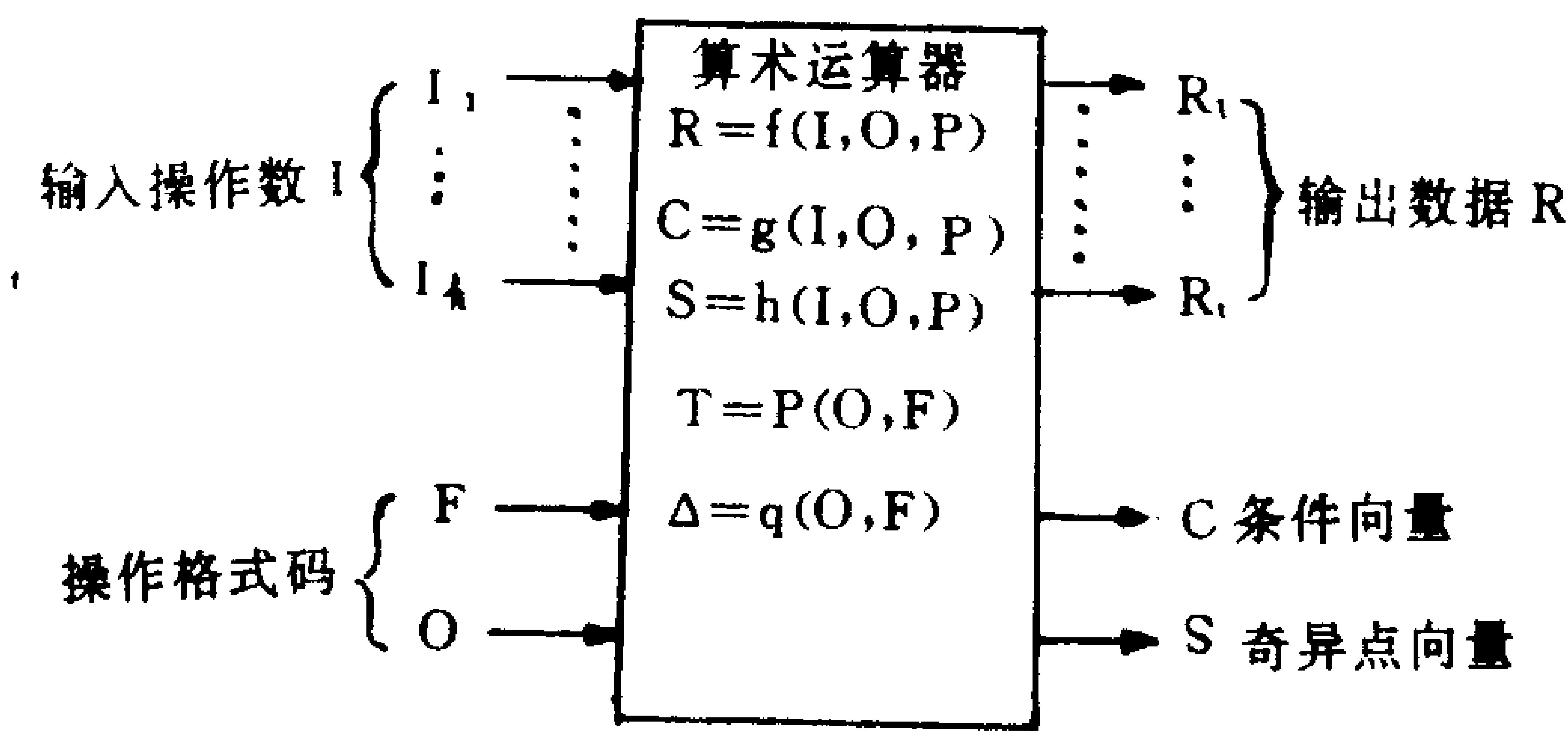



图 13.3.1

$$A = \{I、R、O、F、C、S、T、\triangle、f、g、h、p、q\}$$

其中符号说明如下($A$ 表示运算器):

(1)$I=\{I_1、I_2、\cdots、I_k\}$表示输入操作数的集合。设计者可根据系统结构的要求决定 $k$ 和满足下述特性的数据表示法的数据向量。

($i$)每一个 $I_i$ 均属于其数的表示范围内的数据集合 $M=(m|m_{min}\leqslant m\leqslant m_{max})$。

($ii$)每一个 $I_i$ 均在规定的已知控制精度之内。

(2)$R=\{R_1,\cdots,R_t\}$是满足(1)中($i$)、($ii$)规定的输出结果数据的集合。

(3)操作格式码是一个包含多种操作格式($O$、$F$)的向量集合,其中 $O$ 是可容许算子的集合,而 $F$ 是一个可容许的数据格式集合,因此有:

操作格式码$=\{O_1,F_1;O_2,F_2;\cdots,O_r,F_r\}$

(4)$C$ 是条件向量,用以确定与结果有关的特殊条件,如结果的符号等。

(5)$S$ 是奇异点向量,用它来指明没有形成合法结果的奇异点条件,如上溢、下溢、非法操作数等。

(6)$f$ 是与输入输出有关向量的映射,即有:

$f:\underline{I}\times\underline{O}\times\underline{F}\rightarrow\underline{R}$

(7)$g$ 和 $h$ 是输入有关向量值的映射,即有:

$g:\underline{I}\times\underline{O}\times\underline{F}\rightarrow\underline{C}$

$h:\underline{I}\times\underline{O}\times\underline{F}\rightarrow\underline{S}$

(8)$T$ 是一个时间域,而 $P$ 是一个时间函数,它决定操作格式码所要求的执行时间,即有:

$P:\underline{O}\times\underline{F}\rightarrow\underline{T}$

(9)$\triangle$是一个精度控制参数的集合,而 $q$ 是一个规定的精度控制函数,即有:

$q:\underline{O}\times\underline{F}\rightarrow\underline{\triangle}$

总之，有了上述描述运算器的具体指标和算法，定能较易实现运算器的逻辑设计任务。

下面以定点计算机为例，说明设计运算器的某些过程。

## 3.2 运算的算法

运算的算法在现代电子数字计算机中可用三种途径加以实现，即硬件、软件、固件或是它们的组合。

早期计算机中只有一些基本硬件算法，如加法、减法、求补和移位。而另外一些操作，诸如乘、除、对数和求平方根，都用软件加以实现，即用例行子程序来实现。随着固件的出现，可用只读存储器某些微子程序来代替软件例行子程序。现在，几乎所有计算机都具有一些硬件实现标准的逻辑运算和算术运算功能和一些基本函数的功能。下面主要论述算术运算的算法，而逻辑运算（与、或、求反、按位加等都可按位执行的）的算法比较简单，在此不作论述。

### 3.2.1 加减法的算法

加、减法的算法对一个运算器设计是至关重要的，一个高性能加法器的执行速度在很大程度上决定了该运算器的速度，而且对乘、除法算法的执行也是有影响的。下面以定点整数为例说明三种带符号数的加减法算法。

(1)双操作数的加、减法算法

在讨论加、减法算法时，首先减法算法可由加法算法来实现，即改变减数的符号后即可用加法来完成。其次采用并置记数法来表示两个数：$A=a_{n-1},a_{n-2}\cdots a_1a_0$ 或 $B=b_{n-1}b_{n-2},\cdots b_1b_0$，其中 $a_{n-1}$ 或 $b_{n-1}$表示数符（0 正 1 负）、并暂不考虑进位电路设计，可按串行进位来理解。

($i$)原码数的加法算法

原码数的加法算法如下：若 $a_{n-1}$、$b_{n-1}$同号，实施绝对值加法，即 $\varphi=\varphi_{n-1}\varphi_{n-2}\cdots\varphi_1\varphi_0$，$\varphi_{n-1}$为 $a_{n-1}$或 $b_{n-1}$，进位 $C_{n-1}=1$ 时，其结果无效并产生溢出，若 $C_{n-1}=0$ 时，有：$\varphi_{n-1}=a_{n-1}\vee b_{n-1}$、$|\varphi|=|A|+$

$|B|$;若 $a_{n-1}$、$b_{n-1}$异号,实施$|\phi|=|A|+|2^n-|B||$,得 $C_{n-1}$,此时 $\phi_{n-1}=C_{n-1}a_{n-1}\vee\neg C_{n-1}b_{n-1}$。若 $C_{n-1}=1$ 时,有 $\varphi=\phi$,反之说明 $|B|>|A|$,需实施$|\varphi|=2^n-|\phi|$及 $\varphi_{n-1}=\phi_{n-1}$。此时不会产生溢出。

($ii$)补码数的加法算法

补码数的加法算法如下:首先设 $C_0=0$,实施 $\varphi=A+B$,得 $C_n$、$C_{n-1}$,若 $C_n\oplus C_{n-1}=1$,其结果无效并产生溢出,反之结果有效。此算法可用数学加以验证,详见文献[8]。

($iii$)反码数的加法算法

反码数的加法算法类似于补码数加法算法,不同点在于:符号位的进位 $C_n$ 输出要反馈至最低进位 $C_0$ 的输入。这个算法证明留给读者自己去证明。

至于减法算法在计算机中借助于 $M$(加法时为 0,减法时为 1),即可将 $M\oplus B_i$ 送至原来的 $B_i$ 的加法器输入端可实现加法算法。

(2)多操作数的加法算法

多操作数的加法只介绍进位存储加法算法和按位划分加法算法。

($i$)进位存储加法算法

该算法充分利用了加法器的三组输入端 $A$、$B$、$C$,利用数学式子对 $N_1,N_2,\cdots,N_k$ 的 $k$ 个数实施加法:即有 $\varphi=(((\cdots(N_1+N_2+N_3)+N_4)+N_5)\cdots+N_k)$。其步骤如下:

第一步:把 $N_1$、$N_2$、$N_3$ 送入独立加法器的三个输入端实行相加,得部分和 $S$ 和进位 $R$,$R$ 寄存在触发器组成寄存器中。

第二步:把 $N_4$、$S$、$R$ 送入加法器,得到新的 $S$、$R$。而 $C_0=0$,符号位的进位 $R_{n-1}$忽略不计。

第三步:对余下的 $k-4$ 操作数,每次送一个 $N_i$,执行 $N_i$、$S$、$R$ 相加(重复第二步),直至所有操作数都进入加法器为止,需要 $k-2$ 个周期。

第四步：执行 $S$、$R$ 相加，得到新的 $S$、$R$。

第五步；重复执行第四步，直至 $R=0$ 为止，于是得到 $k$ 个数的和数 $S$，最多需要 $n-1$ 个加法周期，以完成最后的进位传播。

这种多操作数的加法称为串法，第四、五步可以改进为用进位传播器来一次完成。串法加法器结构常记为 $CSA$，与串法不一样的一种并行流水线多操作数加法，是利用多级 $CSA$ 加以完成。

(ii)按位划分的多操作数加法算法

本算法按位执行多操作数加法，多操作数按位为单元存放 $m$ 位移位寄存器的连续单元中，如何决定划分宽度，Singh 和 Waxman[9]在 $m+1$ 个周期内可以加 $k$ 个数，其中 $m$ 是划分宽度的下限

$$m \geqslant [log_2(k-1)]$$

$m$ 位移位寄存器依次按高至低的多操作数单元存放，并组成 $k$ 操作数的子加法器和 $k$ 输入的累加型加法器。如字长为 $n$，则需要 $[\frac{n}{m}]+1\wedge(\{\frac{n}{m}\}\neq 0)$ 个这样的加法装置进入并行处理。现以一个这样的加法装置为例说明其加法的步骤如下：

第一步：执行高位多操作数加法，形成和 $S_0$ 和进位 $C_1$，$C_2$，…，$C_m$，并寄存在寄存器 $S_{0\sim 2m-1}$ 中。

第二步：执行次高位多操作数加法，形成 $S_0$，$C_1$，…，$C_m$，与上次结果进行斜一位累加，得新的 $S_{0\sim 2m}$。

第三步：重复第二步，直至 $m$ 次为止，并将前 $m$ 位寄存在 $A$ 寄存器相应的低 $m$ 位中，将后 $m$ 位寄存在 $B$ 寄存器高一组 $m$ 位中。

第四步：执行 $A+B$，得 $n+m$ 位和数结果。

此种加法算法比前种加法算法要快得多，常用于高速流水线计算机的算术运算。

(3)十进数加法算法

十进数一般在计算机中按 $BCD$ 码形式表示，其双操作数的

加法步骤如下：

第一步：将操作数 $A$ 中每一个十进制数加上六，得 $A'$。

第二步：执行 $A'+B$ 的二进运算，并记下每个十进数位的进位 $C_i$。

第三步：将没有进位(即 $C_i=0$)的十六进数减去六。

第四步：决定结果符号。

例如：$A=2461$，$B=3174$，求 $A+B$：

第一步：$A'=8AC7$

第二步：$A'+B=BC3B$，次低十进数有进位。

第三步：$A+B=5635$(即减六修正)。

3.2.2 乘法算法

乘法算法种类繁多，现介绍有代表性的几种。

(1)双操作数乘法算法

计算机中乘法操作由重复的加法和移位来完成的，乘法操作的时间正比于加法与移位次数，所以提高乘法的速度需要减少加法和移位的次数。

($i$)一位乘法算法

设 $x$、$y$ 分别为被乘数和乘数，$s$ 为积数，现以原码一位乘法算法为例说明乘法执行过程：

第一步：决定乘积的符号位，即 $S_f=x_{n-1}\oplus y_{n-1}$、$S_0=0$，填次数计数器为 $n-1$。

第二步：重复执行下列算式：

$$S_{i+1}=\frac{1}{2}S_i+|x|\cdot y_i\text{、次数计数器减 1}$$

直至次数计数器为 0 才执行完毕，得 $|S|=S_{n-1}$。

为了减小加法和移位的次数，必须执行多位乘法，才能提高乘法运算速度。

($ii$)多位乘法算法

多位一乘算法是建立在多操作数的加法算法基础上，现以二

位一乘的乘法算法为例加以说明

首先决定符号位等第一步操作不变，其次要低二位的乘数位，说明第二步重复加法和移位的算式如下：

| 次低位 | 最低位 | 执行操作 |
| --- | --- | --- |
| 0 | 0 | $S_{i+1}\leftarrow\frac{1}{4}S_i$ |
| 0 | 1 | $S_{i+1}\leftarrow\frac{1}{4}(S_i+\|X\|)$ |
| 1 | 0 | $S_{i+1}\leftarrow\frac{1}{4}(S_i+2\|X\|)$ |
| 1 | 1 | $S_{i+1}\leftarrow\frac{1}{4}(S_i+2\|X\|+\|X\|)$ |

此时需要重复$[\frac{n-1}{2}]+(1\wedge\{\frac{n-1}{2}\}\neq 0)$次加法移位周期，并需要一个三操作数相加的加法器。

为了减少加法器的操作数，可加一位乘数附加位，开始内容为0，以后随移位来内容而改变。于是得需测三位乘数的二位乘法（即跳“0”跳“1”乘法算法）算法如下：

| $y_{i+2}$ | $y_{i+1}$ | $y_i$（附加位） | 操作 | 特性 |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 0 | 0 | $S_{j+1}\leftarrow\frac{1}{4}S_j$ | 0串 |
| 1 | 1 | 1 | $S_{j+1}\leftarrow\frac{1}{4}S_j$ | 1串 |
| 0 | 0 | 1 | $S_{j+1}\leftarrow\frac{1}{4}(S_j+\|x\|)$ | 1串结束 |
| 0 | 1 | 0 | $S_{j+1}\leftarrow\frac{1}{4}(S_j+\|x\|)$ | 孤立1 |
| 0 | 1 | 1 | $S_{j+1}\leftarrow\frac{1}{4}(S_j+2\|x\|)$ | 1串结束 |
| 1 | 0 | 0 | $S_{j+1}\leftarrow\frac{1}{4}(S_j-2\|x\|)$ | 1串开始 |
| 1 | 0 | 1 | $S_{j+1}\leftarrow\frac{1}{4}(S_j-\|x\|)$ | 孤立0 |
| 1 | 1 | 0 | $S_{j+1}\leftarrow\frac{1}{4}(S_j-\|x\|)$ | 1串开始 |

在本算法中，执行第一次乘法前，如遇最低位乘数为1，则需执行

$S_0 \leftarrow -|x|$，否则 $S \leftarrow 0$。其次要有形成负号及取补操作，乘法结束时，再取补一次还原成原码和数形式。

前者乘法算法称为非重叠扫描乘法，而后称为重叠扫描乘法。在 IBM360/91 和 DJS260 等计算机中，采用 12 位一乘的方案，它由后者形成的六个操作数加法算法形成，如图 13.3.2 所示。

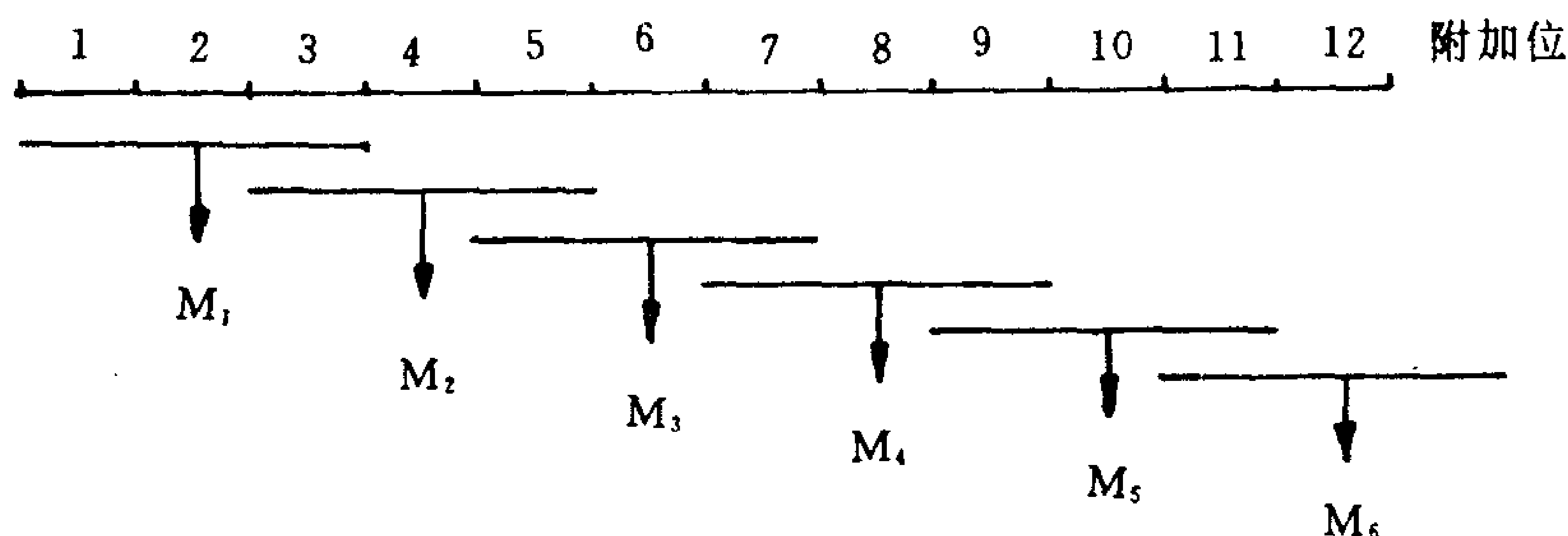



图 13.3.2

$M_i$ 均系二位一乘的乘法算法。此外还有带符号定点数的典型乘数再编码乘法算法，请参看[8]。

(2)阵列乘法算法

阵列乘法算法有原码、补码两种，现以原码为例说明：设 $A=\sum_{i=0}^{n-1}a_i \cdot 2^i$ 和 $B=\sum_{i=0}^{n-1}b_i \cdot 2^i$，在二进阵列乘法中，产生 $2n-2$ 位乘积 $P=A \cdot B$，则有：

$$P_{2n-2}=a_{n-1}\oplus b_{n-1}$$

$$|P|=|A| \cdot |B|=(\sum_{i=0}^{n-2}a . 2^i)(\sum_{j=0}^{n-2}b_j \cdot 2^j)=\sum_{i=0}^{n-2}\sum_{j=0}^{n-2}a_ib_j \cdot 2^{i+j}$$
$$=\sum_{i=0}^{2n-3}p_i \cdot 2^i$$

如用补码阵列乘法算法，只需加三个求补器，即可用原码陈列

乘法算法，其中二个是算前求补器，一个是算后求补器，即可将补码数还原成原码数了。

3.2.3 除法算法

大家知道，除法是乘法的逆运算，但它在许多方面与乘法不同，首先除法算法有串行动作存在，即每做一次减法后，由它的结果决定下一周期的操作；其次需要一个反复试验过程，从中选定商的逐位数字。

除法过程由操作的数预置、商的生成和余数的确定三部分组成。

除法算法有恢复和不恢复的两大类。

(1)原码恢复一位除法算法

设 $R^{(0)}$ 为被除数、$D$ 为除数、$Q$ 为商，于是除法算法步骤如下：

$(i)$确定符号 $q_{n-1}=R_{n-1}^{(0)}\oplus d_{n-1}$，执行 $R^{(0)}$ 与 $D$ 的相比较，若 $|R^{(0)}|>|D|$，则产生溢出，除法结束，反之可执行除法其他步骤，把次数 $n-1$ 送入计数器。

$(ii)$执行递归步骤：

$$|R^{(j+1)}|=2|R^{(j)}|-q_{n-j-1}|D| \qquad j=1,2,\cdots,n-1$$

若 $q_{n-j-1}=0$ 时，则有 $|R^{(j+1)}|=2|R^{(j)}|$；反之则有 $|R^{(j+1)}|=2|R^{(j)}|-|D|$，计数器执行减 1，直至为 0 止。

本步需要两个周期实现，先比较 $2|R^{(j)}|$、$|D|$的大小；然后根据商来决定是移位或移位相减。于是可得$|Q|$和余数 $R^{(n)}$。

(2)不恢复的除法算法

不恢复的除法算法是恢复的除法算法的一个改进，其步骤如下：

$(i)$确定符号 $q_{n-1}=R_{n-1}^{(0)}\oplus d_{n-1}$；预置次数计数器为 $n-1$；执行 $R^{(1)}=2|R^{(0)}|-|D|$，若 $R^{(1)}>0$，则溢出，除法停止，反之可继续进行除法。

$(ii)$执行递归步骤：

$$R^{(j+1)}=\begin{cases}2R^{(j)}-|D| & \text{当 } R_{n-1}^{(j)}=0 \text{ 时}\\ 2R^{(j)}+|D| & \text{当 } R_{n-1}^{(j)}=1 \text{ 时}\end{cases}$$

此时，上商规则为

$$q_{n-j-1}=\begin{cases}0 & \text{当 } R^{(j+1)}<0 \text{ 时}\\ 1 & \text{当 } R^{(j+1)}\geqslant 0 \text{ 时}\end{cases}$$

直至重复执行至计数器为 0 为止。

（*iii*）恢复真实的余数，若 $R^{(n)}\geqslant 0$ 时，则 $R^{(n)}$ 为真实余数，反之，必须执行 $R^{(n)}+|D|$ 来得出真正的余数。

至于补码或非定点数的各类算法，可参看[8]。

### 3.3 运算器的逻辑设计

根据系统结构和数的系统的要求，首先确定数据寄存器的数目、通用寄存器的数目以及有关溢出指示等有关电路，其次根据运算的算法，综合设计一个加法器的逻辑部件，它是运算器的关键。现仍以定点数为准进行介绍。

3.3.1 加法器输入的功能操作控制

现以串行进位加法器为例说明，如 13.3.2 所示：

在上图中有：$S_i=A'_i\oplus B'_i\oplus C_i$、$C_{i+1}=A'_iB'_i\vee(A'_i\vee B'_i)C_i$，对于 $A$、$B$ 两个输入产生功能操作控制和对 $B$ 输入的原码/反码控制，以产生这些功能所需要的 $A'_i$、$B'_i$，它们是 $A_i$、$B_i$ 以及两种控制的条件的函数，是根据运算算法所得出的。例如＋、－、×、÷以及逻辑运算与、或、反、按位加等指令所需 $A'_i$、$B'_i$ 输入端的生成条件是：$A'_i$ 为 $A_i\rightarrow A'_i$、$2A_i\rightarrow A'_i$，$A_i$ 的十进加六$\rightarrow A'_i$、计数器$\rightarrow A'i$ 等；$B'_i$ 为 $B_i\rightarrow B'_i$、$C_i\rightarrow B'_i$、地址$\rightarrow B'_i$，$G\rightarrow B'_i$ 等，在原/反控制下可得 $B'i/\neg B'i$，对 $C_0$ 也需要一定控制输入，即能完成上述功能操作（×法为二位一乘、除法为加减交替不恢复余数法）的组合。

要提高加法器速度，才能使计算机提高运算速度，其关键点在于缩短进位形成时间，为此计算机逻辑设计专家就此作了多种探讨其实现的方法，现介绍几种方法如下小节所述。

3.3.2 缩短进位链的形成时间的方法

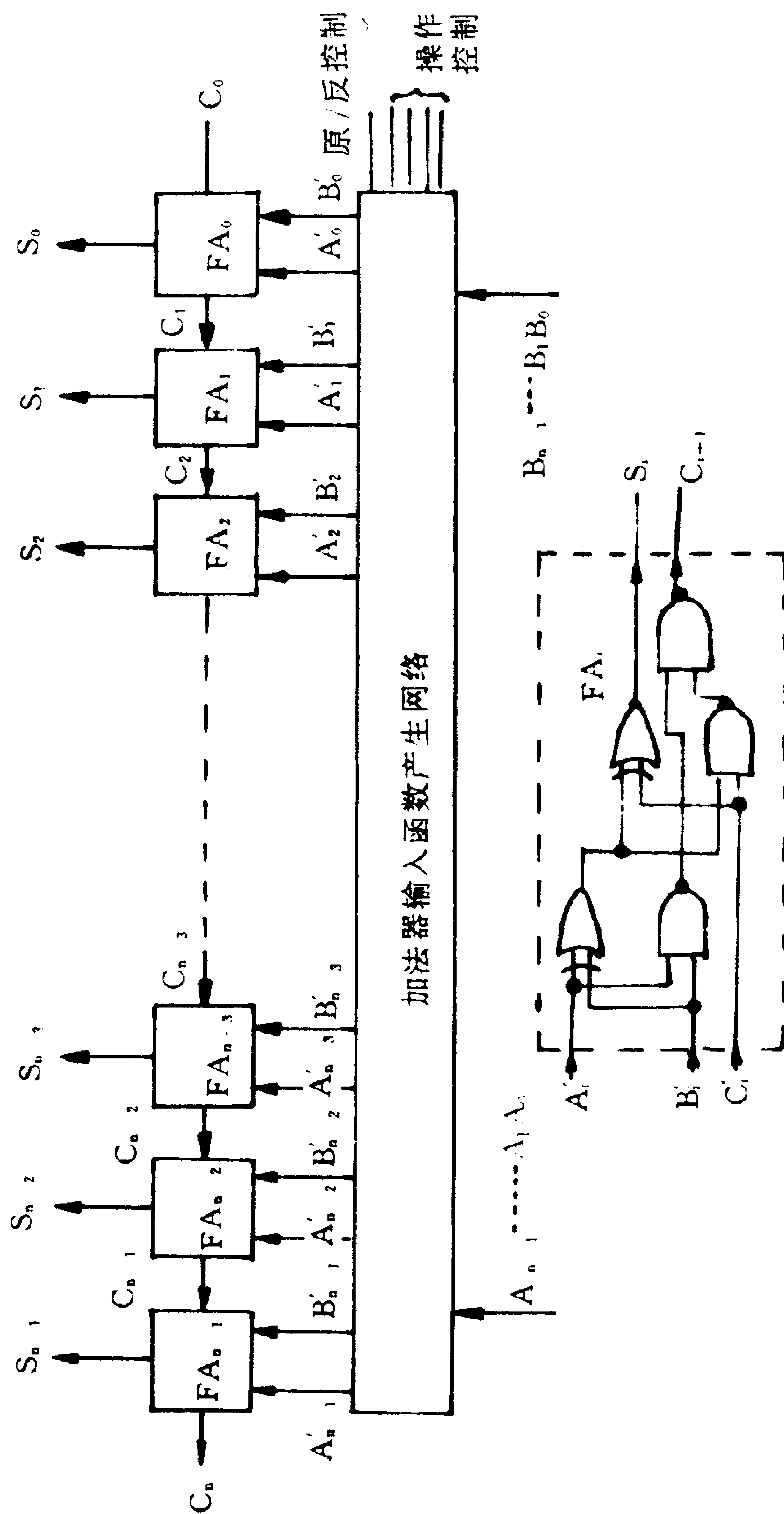



图 15.5.3

(1)条件和加法逻辑

条件和加法逻辑描述了两种相似的同步加法器的设计，使用产生间隔进位方法，克服进位传播慢的问题，并使这些进位在不同位进位输入条件下产生暂时“和”中选择真正的和数输出。它比起串行加法器来，速度有了较大提高，但也增加一定的硬件电路。

设 $A$、$B$、$S$、$C$ 表示加数、被加数、和数和进位，其下标表示数字的位置，而 $S_i^0(k)$，$S_i^1(k)$；$C_i^0(k)$、$C_i^1(k)$表示第 $k$ 步的两个暂“和”和暂定“进位”。区段大小为 $k=2^{i-1}$(由 $i$ 步决定)，$n$ 位二进数的加法过程可在$[log_2n]$步内完成。现以 $n=7$ 为例说明其逻辑代数方程式的生成。

首先生成条件和加法逻辑的基本函数：

$S_i^0=A_i\oplus B_i$、$S_i^1=\neg(A_i\oplus B_i)$；$C_{i+1}^0=A_iB_i$、$C_{i+1}^1=A_i\vee B_i$ $(i=0,1,\cdots,6)$

其次执行条件和加法逻辑的各步；

第一步：$S_0=\neg C_0S_0^0\vee C_0S_0^1$、$C=\neg C_0C_1^0\vee C_0C_1^1$

$S_i^j(1)=S_i^j \qquad (i=1,3,5;j=0,1)$

$S_i^j(1)=\neg C_i^jS_i^0\vee C_i^jS_i^1$、$C_{i+1}^j(1)=\neg C_i^jC_{i+1}^0\vee C_i^jC_{i+1}^1$ $(i=2,4,6;j=0,1)$

第二步：$S_i=\neg C_1S_i^0(i=1,2)$；$C_3=\neg C_1C_3^0(1)+C_1C_3^1(1)$

$S_3^j(2)=S_3^j(1)$、$S_4^j(2)=S_4^j(1) \quad (j=0,1)$

$S_i^j(2)=\neg C_5^j(1)S_i^0(1)\vee C_5^j(1)S_i^1(2)$ $(i=5,6,7;j=0,1)$

第三步：$S_i=\neg C_3S_i^0(2)\vee C_3S_i^1(2) \quad (i=3,4,5,6,7)$

由上可知，条件和加法时间等于($[log_2n]+1$)倍级的延迟时间(每级延迟为 2△)。

(2)成组进位的并行加法器逻辑

在此种形式的加法器中，有现成集成电路 74$LS$181 和 74$LS$182，74$LS$181 是一个四位二进并行加法器，而 74$LS$182 是扩充并行进位链的第一级进位链级联集成电路。现以 $n=16$ 为例说

明加法器的设计过程(以正逻辑为例)。

74*LS*181 实现了一个四位二进并行加法,需有四片 74*LS*181 型电路和一片 74*LS*182 型才能构作 16 位并行进位加法器。

首先是 74*LS*181 内四位并行加法器的函数建立如下:

($i$)进位传播函数逻辑代数方程:

$G_i = A_i \cdot B_i$、$P_i = A_i \oplus B_i \quad (0 \leqslant i \leqslant 15)$

($ii$)形成四位一组并行进位逻辑:

$C_{4i+1} = G_{4i} \vee P_{4i} C_{4i}^*$

$C_{4i+2} = G_{4i+1} \vee P_{4i+1} \cdot G_{4i} \vee P_{4i+1} P_{4i} C_{4i}^*$

$C_{4i+3} = G_{4i+2} \vee P_{4i+2} \cdot G_{4i+1} \vee P_{4i+2} P_{4i+1} G_{4i} \vee P_{4i+2} P_{4i+1} P_{4i} C_{4i}^*$

$G_{4i}^* = G_{4i+3} \vee P_{4i+3} \cdot G_{4i+2} \vee P_{4i+3} P_{4i+2} G_{4i+1} \vee P_{4i+3} P_{4i+2} P_{4i+1} P_{4i} G_{4i}$

$P_{4i}^* = P_{4i+3} P_{4i+2} P_{4i+1} P_{4i}$

($iii$)利用 $C_{in} = C_0^*$ 和 $P_{4i}^*$、$G_{4i}^*$ 构成第二级并行进位链,由下列逻辑代数方程式表示:

$C_4^* = G_0^* \vee P_0^* C_0^*$

$C_8^* = G_4^* \vee P_4^* G_0^* \vee P_4^* P_0^* C_0^*$

$C_{12}^* = G_8^* \vee P_8^* G_4^* \vee P_8^* P_4^* G_0^* \vee P_8^* P_4^* P_0^* C_0^*$

$G^{**} = G_{12}^* \vee P_{12}^* G_8^* \vee P_{12}^* P_8^* G_4^* \vee P_{12}^* P_8^* P_4^* G_0^*$

$P^{**} = P_{12}^* P_8^* P_4^* P_0^*$

$P^{**}$、$G^{**}$ 为第三级并行进位逻辑方程提供了输入条件。

(Ⅳ)形成加法器全和输出 $S_i$

$S_i = P_i \oplus C_i$

不难根据上述逻辑方程画出并行进位加法器逻辑,其完成二个二进数的加法时间比其他任何方案都要快得多,但所化硬件电路也较多。

此外还有串行进位和并行进位组合的串一并进位链逻辑,这里不作叙述。

(3)多操作数的加法器逻辑

根据 3.2.1 的(2)($i$)存储进位加法方案的一个改进组成如下的多操作数的 $CSA$ 串加法器加一个并行进位传播器的方案。如图 13.3.4 所示。

图中的 $CSA$,具有较少的硬件电路,因此是很有吸引力的,为了减少 $CSA$ 的进位传播时间,它可以用一个二输入并行加法器来实现 $S+R$,并在一个机器周期内完成。

这种有进位存储加法器 $CSA$,可以构成 $CSA$ 树形结构(即多个 $CSA$ 的级联形式),在一个机器周期内可完成 $k$ 个操作数相加。设 $\theta(V)$表示一个 $V$ 级 $CSA$ 树所能处理的操作数的最大数目,其中也包括两个反馈输入。Avizienis 曾推导出一个计算这个数目的递归公式:

$$\theta(V) = ([\frac{\theta(V-1)}{2}] \times 3 + (\theta(V-1))mod2)$$

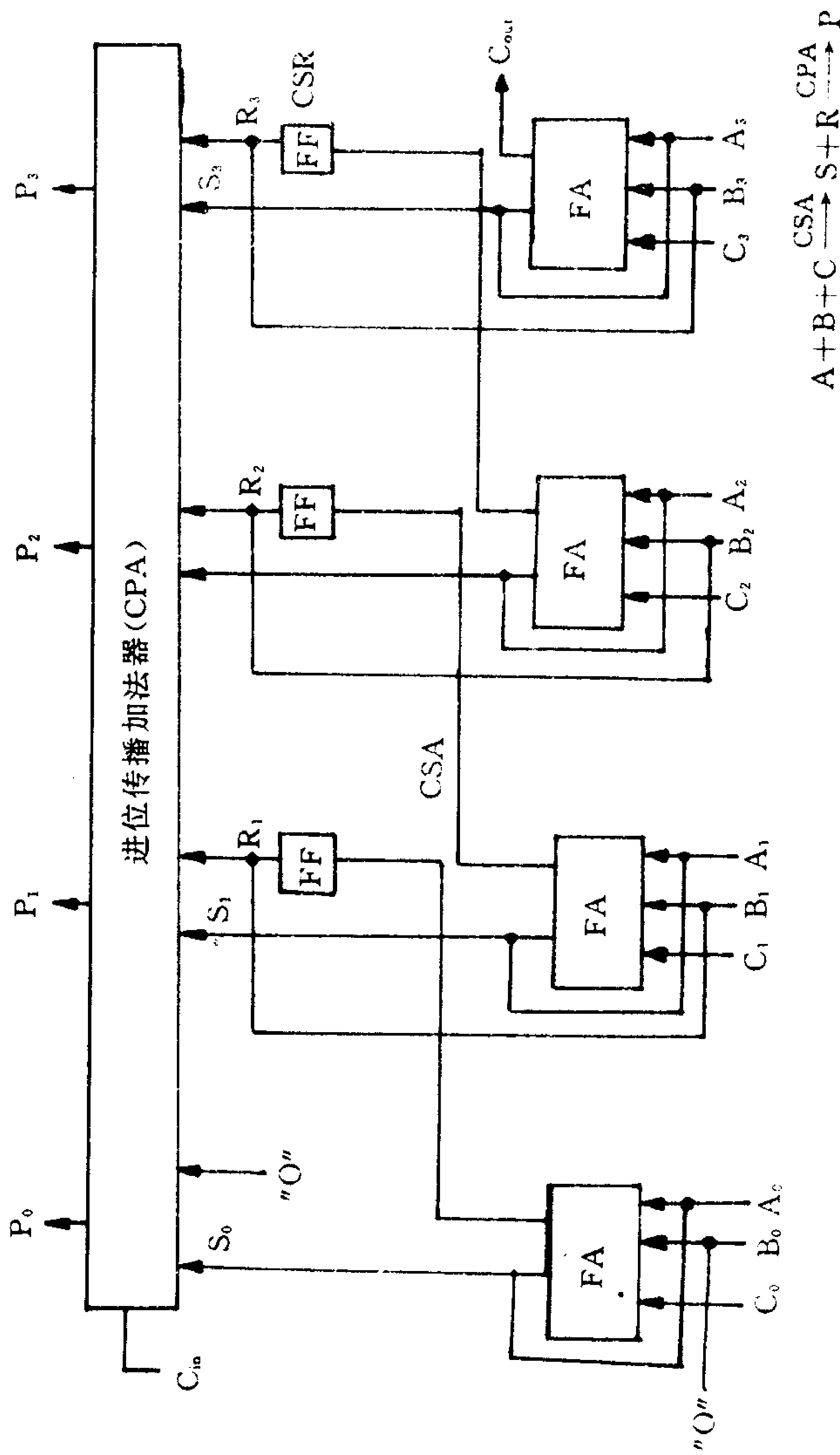
而 $\theta(1)=3$

它可以得到 $\theta(V)$个操作数的 $V$ 级 $CSA$ 树的最佳实现。例如,28 个操作数相加,需要七级 $CSA$ 树来实现其相加的逻辑结构。

本节所讨论双操作数并行加法器的运算器,有位片式集成电路可以提供,例如具有 16 个通用寄存器的四位 $ALUAm2901$,它和 $74LS182$ 相配合,可组成字长更长的运算器,这方面材料请查看有关公司的位片电路数据手册。

## 4　数字计算机的控制逻辑

目前,数字计算机有两种类型,一种是以冯·诺依曼结构型控制流计算机,其程序中指令顺序是事先确定的;另一种是非冯·诺依曼结构的数据流计算机,其特点是:执行一项计算先后次序不是事先确定的,而是由操作数先准备好的执行指令先做,所以,执行指定程序是动态安排的。不管何种类型的计算机,总是依照程序的



进位传播加法器(CPA)
CSA串行加法器+CPA
A+B+C →CSA→ S+R →CPA→ P
CSR
CSA
FF
FA
$C_{out}$
$C_{in}$
$P_0$ $P_1$ $P_2$ $P_3$
$S_0$ $S_1$ $S_3$
$R_1$ $R_2$ $R_3$
$A_0$ $B_0$ $C_0$
$A_1$ $B_1$ $C_1$
$A_2$ $B_2$ $C_2$
$A_3$ $B_3$ $C_3$
"0"


图 13.3.4

执行来完成计算任务。现以冯·诺依曼结构型计算机为例进行叙述。

## 4.1 计算机控制器功能及一般描述

计算机的控制器是按照人们预先规定好的步骤指挥计算机各部分按一定顺序自动而协调地进行工作。

### 4.1.1 计算机控制器的主要功能

计算机控制器有下述二方面的功能：

(1)控制计算机外设和主机之间联系，如将程序和数据输入至内存储器中，或将结果从内存储器中送至输出设备输出，或内、外存储器交换信息等。

(2)控制运算器和内存储器及有关设备自动而协调地执行程序中规定的操作过程。

计算机在执行程序过程中，总是按程序规定的指令顺序一条一条指令执行。因此完成任何一条指令，通常需经历两个阶段：取指令阶段——即按现行指令地址从内存中取出指令至指令寄存器，并随后决定下一条指令地址；执行指令阶段——即按指令的地址码格式所决定的地址从内存中取出操作数或往内存中写入数据，然后由运算器及有关部分依据指令的操作码完成所规定功能操作。

### 4.1.2 计算机控制器的一般描述

由 4.1.1 所知，控制器应由下述部分组成：指令部件（包括指令寄存器及其有关译码电路、指令地址寄存器及其后继指令地址的形成电路）、时序脉冲分配器、操作控制电路（包括中断装置在内）、机器状态字寄存器和总线等。

在设计计算机控制器时，必须根据计算机的具体系统结构要求，描述指令的控制算法（诸如单指令流的重迭控制或先行控制等），对它进行具体的逻辑设计。一般分为三步：根据其控制算法编制执行指令（包括中断基本操作在内）的算法流程图；其次按照指

令算法流程图和时序脉冲编制实现指令的操作时间表；最后对指令操作时间表列出各种不同基本操作命令进行综合，画出控制器的逻辑图。因此，一般控制器的设计规格如图13.4.1描述。

$$C_u=\{F、S、AI、SO、SF、CO、AO、T、m、f、g、h、p、q\}$$

其中：(1)$F=\{F_1、F_2\cdots F_r\}$是计算机的其他部分反馈至控制器的控制信息集(包括人工操作在内)。

(2)$S=\{S_1,S_2,\cdots,S_s\}$是指令集的现行执行的指令集，根据设计要求，可选$S=1$或$S=2$等。

(3)$AI$为输入的转移指令地址。

(4)控制格式码由$S_0=\{SO_1、SO_2、\cdots SO_k\}$(控制算子集)和指令格式码集$SF=\{SF_1,SF_2,\cdots,SF_j\}$组成，它决定各种指令的解释执行。

(5)$CO$为基本操作命令集，$f$是$CO$与输入$F、S、SO、SF$和内部时序$M_i、m_i$之间映射的映象：

$$f:F\times S\times SO\times SF\times M_i\times m_i\rightarrow CO$$

而$g、h$是$AO、S_d$(指令地址次态)与输入间另二个映象：

$$g:F\times S\times SO\times SF\times M_i\rightarrow AO$$

$$h:F\times S\times SO\times SF\times AI\times m_i\times S_d\rightarrow S_d$$

(6)$T$是一个时间域，而时间函数$p$，是反映控制格式码的要求时间，即

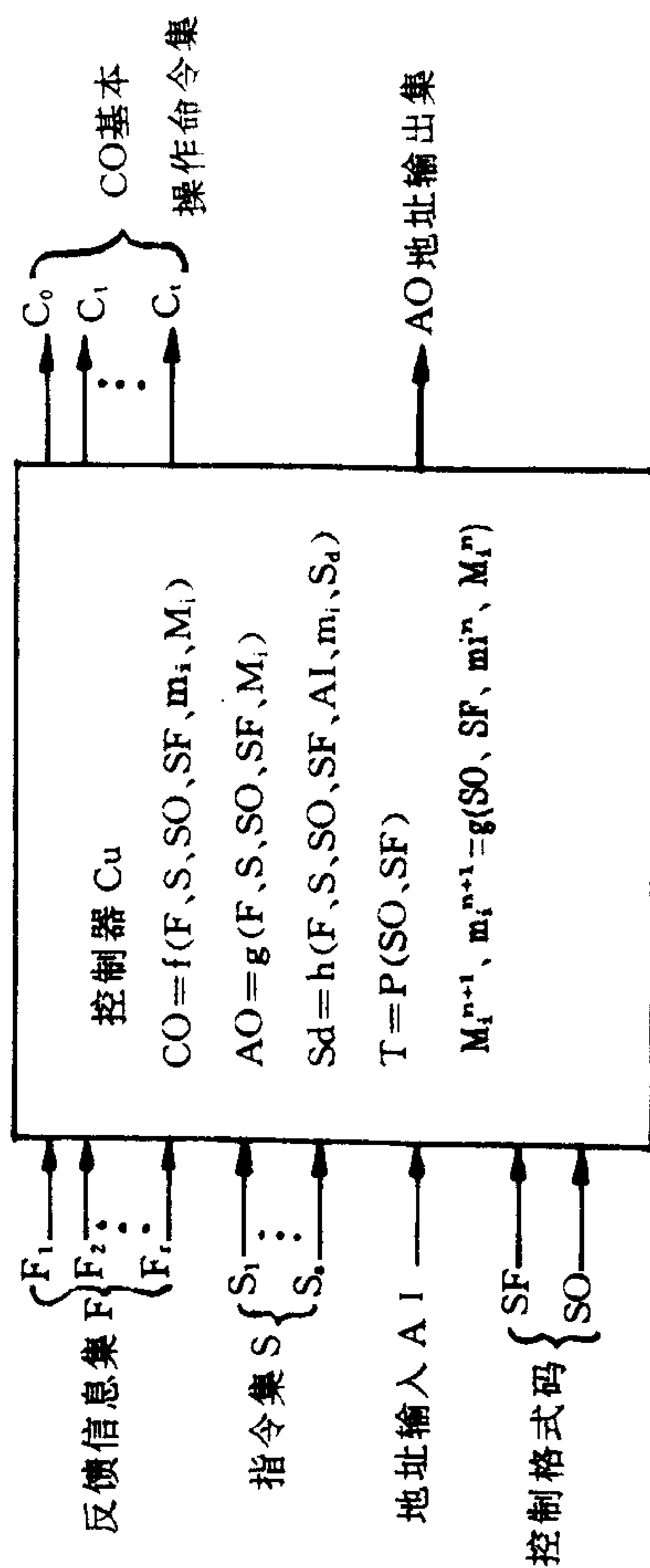
$$p:SO\times SF\rightarrow T$$

而$q$是内部时序函数，反映$M_i、m_i$间的变化，即有

$$q:SO\times SF\times m_i^n\times M_i^n\rightarrow m_i^{n+1}、M_i^{n+1}$$

## 4.2　控制器的控制逻辑

计算机的控制器控制逻辑的算法有两大类，即有两种逻辑设计的方法：硬连逻辑(在定时电路分配下用组合逻辑来实现基本操作命令的设计)和微程序控制逻辑(用微程序固件及有关电路实现基本操作命令的设计)。



控制器 Cu
CO=f(F,S,SO,SF,m_i,M_i)
AO=g(F,S,SO,SF,M_i)
Sd=h(F,S,SO,SF,AI,m_i,S_d)
T=P(SO,SF)
M_i^n+1, m_i^n+1=g(SO, SF, mi^n, M_i^n)
C_0
C_1
C_t
CO基本操作命令集
AO地址输出集
反馈信息集 F
F_1
F_2
F_r
指令集 S
S_1
S_e
地址输入 A I
控制格式码
SF
SO


图 13.4.1

4.2.1 计算机内部定时和时序节拍

计算机控制器严格按照规定的先后次序发出控制信号，因此需要有时序节拍电路来进行定时，有同步控制和异步控制两种定时方法。

同步控制是每隔一定时间间隔就发出一个定时信号（节拍电位和脉冲），时间间隔的宽度通常是不变的，它取决于所有基本操作命令完成其功能所需的最长时间，会使一些基本操作命令有若干的空闲时间，会影响计算机的操作速度。为此，也有少数机器采用多种时间宽度的同步控制方案。

异步控制的定时设计方法就是为了减少同步控制中空闲时间，它没有单独的定时信号，而是通过每个操作完成时，给出一个反馈信号给控制器定时器，转入下一操作。这种应答信号方式需化费较多硬件电路，使定时电路变得复杂，但赢得了时间。

定时电路的设计取决于指令的循环节拍周期，并完成指令需要执行操作功能的周期性。

4.2.2 指令循环周期的确定

在计算机中执行一条指令，大体需经历四个阶段：取指令、解释、取操作数和指令的执行。因此，指令循环周期的控制算法有串行、部分重迭执行和先行控制等。

串行指令循环周期的控制算法为四个阶段的串接而成，而先行控制算法如图 13.4.2 所示。

与串行执行控制算法相比较，串行执行算法的二条指令循环周期的时间等于先行控制算法中五条指令执行时间，因此先行控制算法可提高计算机的运算速度。

在设计时，指令循环周期可取存储周期的整数倍较为适宜。下面举一个同步部分重迭算法来设计指令循环周期的例子来说明定时电路的产生。

例：某机的指令循环周期长度取二个存储周期的长度，其他不规则操作可增加一些节拍进行控制，它的流程如图 13.4.3 所示。

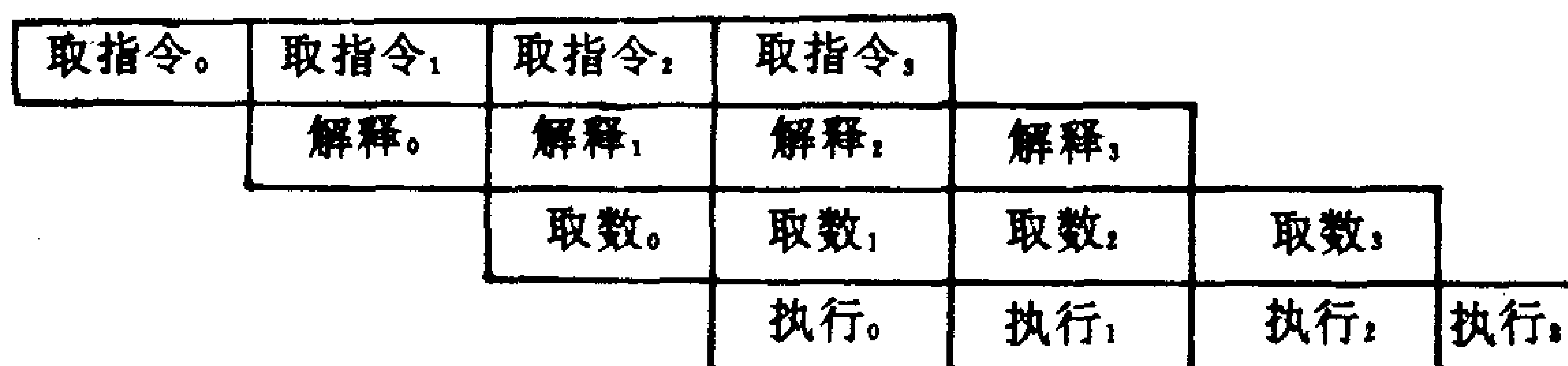



图 13.4.2

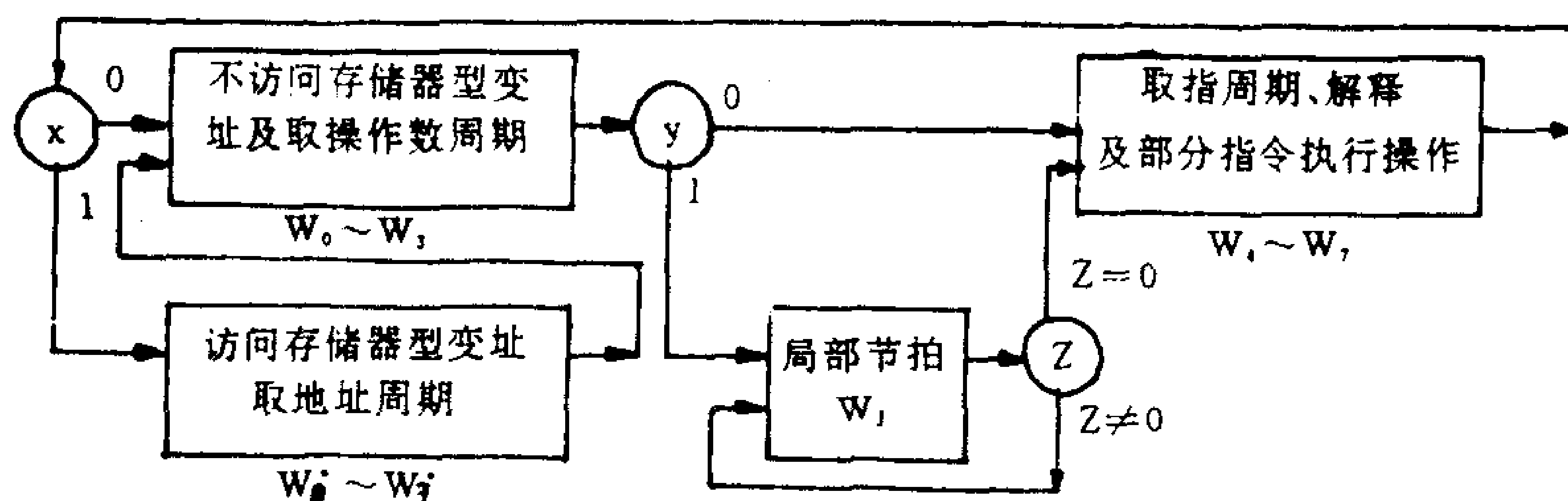



图 13.4.3

在图中，一般指令只需含有 $W_0$—$W_3$、$W_4$—$W7$ 两个存储周期，而 x 为变址型需访问存储器的标志。y 为需要重复节拍的指令标志。$Z$ 为重迭周期结束标志，即 $Z=0$ 结束，$Z\neq0$ 继续重复节拍，对乘、除、移位、输入等指令特别有用，常用计数器内容是否为 0 来进行 $Z$ 的控制。根据其流程图不难画出指令循环周期的同步定时电路。

4.2.3 指令的执行算法流程图

根据指令系统和指令的执行算法，可画公共操作流程图和各条指令的执行算法流程图。

(1)指令系统和指令格式码

在计算机的总体设计已规定了系统结构的要求，确定指令的种类和数目、指令格式类型以及其他操作规定。

指令系统中包括常用四则运算、逻辑运算、入出操作、传送类和其他操作类的指令或操作，这里不作列出，任找一机器的指令系统就可以明确的指定。

计算机中指令格式种类，各种型号机器有不同的型式，有单一指令格式，也有多种类型的指令型式。一般，指令格式有单地址、双地址、三地址或甚至有四地址等类型式。现举单地址的指令型式作为说明。

例如单地址指令格式如图 13.4.4 所示。

| 操作码 $\theta$ | 特征码 $\lambda$ | 变址码 $\delta$ | 地址码 $d$ |
|---|---|---|---|

图 13.4.4

图中指令格式，$\theta$ 为操作码，含有至多 2 的二进数码方幂条指令；$\lambda$ 为特征码，表示可能的变址、非变址的地址型式；变址码 $\delta$ 表示有变址时变址内容的单元；地址码为给出位移量的直接地址。因此操作地址的产生由函数 $D(\lambda,\delta,d)$ 所决定。常有立即地址(即为操作数)、直接地址、间接地址、浮动地址和变址等等类型，常由 $\lambda$ 决定何种地址，以计算得操作地址 $D$。该指令格式还规定一个累加器，一般有下列功能：

(累加器)$\theta(D(\lambda,\delta,d))\rightarrow$累加器

(2)指令的执行操作流程图

首先根据指令系统中规定的各条指令的算法进行论证，保证正确有效。其次根据指令的算法化为本机的执行该指令的操作流程图。

(3)根据指令流程图和指令循环周期编制指令操作时间表(在微程序控制的计算机中为编制微程序)。

4.2.4 控制器基本操作命令的综合

控制器基本操作的综合方法(即逻辑设计方法)有两种:硬连控制逻辑和微程序控制逻辑。

(1)硬连控制逻辑

对 4.2.1—4.2.3 中规定指令循环周期和指令操作时间表后,硬连控制逻辑就是对指令操作时间表中的基本操作命令的条件(即什么操作码、什么时间(节拍电位和脉冲)、什么其他条件(包括地址型式条件、反馈条件信息、中断等等控制条件)等)用组合逻辑方法列出逻辑表达式,并对这些表达式进行综合,即得其逻辑框图。

(2)微程序控制逻辑

微程序控制逻辑是类似程序设计方法的一种微程序设计方法,它亦是属于同步控制的范畴,定时电路极其简单,指令循环周期可化解成微地址的下字地址的转移来实现,并根据微指令格式和指令算法编制微程序执行指令流程图和指令微程序,其公共的可编微子程序,使得微程序中微指令数目最小,最后用 *EPROM* 和其他 *ROM* 固化成只读存储器,因此,指令的执行可化解成一串微指令(指令微程序)执行而得完成。

在微程序设计中,要做下述工作:

(Ⅰ)对机器各部分操作进行分解成微命令操作,然后对微命令操作进行分类,即把相同性质且互斥的微操作分在一类,以组成一个字段,每个字段中各微操作按二进编码规定,例如,加法器可分成 *A*、*B* 两个输入字段、功能操作字段及数据输出字段等,最后,把各个字段综合成一个微指令格式(即微指令字)。

(Ⅱ)根据微指令字描述指令操作的微程序流程图,其下字微地址(下字址)由有关下字址形成的各字段决定,即有顺序执行和非顺序的转移执行两类,其下字址决定对描述微程序流程图有着

重要作用。

(Ⅲ)编制指令微程序,并加以代真固化成只读存储器。

根据上述工作,于是只要读出只读存储器控制字信息就可完成各条指令操作的执行功能。所以,微程序设计具有定时电路简单、控制电路规整等特点,其脉冲周期取决于微指令执行时间和只读存储器的存储周期。

微程序控制逻辑有水平控制、垂直控制和它们的组合等类逻辑,想了解详情,请参看书[10]。

## 5 计算机的存储器设计

计算机的存储系统由存放程序和数据的各种存储器及读写控制和管理调度设备(硬件)和算法(软件)所组成,要构成一个大容量、最优控制算法和最合理的价格性能比的计算机存储系统,得化番功夫,它是计算机中不可缺少部件之一。

### 5.1 存储系统的层次和存储器的类型

(1)存储系统的层次结构

根据本节前言中的要求,必须组成存储系统的层次结构,它可以分高速缓冲存储器、主存储器和辅助存储器三个层次。

(Ⅰ)高速缓冲存储器用来改善主存储器与中央处理器之间速度匹配问题,具有存储容量小且存储周期短的特点,使计算机能高速运行。

(Ⅱ)主存储器要满足用户和系统程序存放的容量,并且存储周期不能太慢,要适中。

(Ⅲ)辅助存储器用于扩大存储空间,具有容量极大的特点,例如磁带存储器、磁盘存储器等。

(2)存储系统资源管理和存储保护

对于一个庞大的存储系统,必须对其资源进行管理和保护,才

能充分发挥其资源的作用。

(Ⅰ)要合理管理存储系统的资源，必须解决逻辑地址(程序员编制的程序地址)和物理地址(程序在主存储器中的实际地址)间的变换(即为存储映像)。存储映像在此两地址空间大小不一样时，实现逻辑地址实际所对应的物理地址的变换。例如最简单的方法是采用基址变换，即物理地址等于基址寄存器的内容加上逻辑地址。

(Ⅱ)在近代计算机中，其系统资源往往同时多个用户所共享，为防止存储器中系统软件和用户程序不被其他用户所破坏，需进行存储保护，是多道程序和多处理系统必不可缺少的部分，而且主存保护是它的重要环节。

存储保护有存储区域保护和访问保护两种：存储区域保护采用上、下界限寄存器方法，由操作系统为用户规定上、下界寄存器的内容，并禁止越界访问(由硬件电路所保证)；访问方式保护可采用键式保护和环形保护两种：键式保护是由操作系统对每个存储页面规定一个存储键，要访问主存储器，必须进行两键比较，相同时才能允许访问。以保证其他页面不受破坏；环形保护是把系统程序和用户程序按其重要性分层(环)、对每个环都规定访问它的级别，违反规定的访存操作都是非法的，以此实现存储保护。

(Ⅲ)存储器的种类很多，按器件划分有磁芯、半导体、磁表面等类存储器；按访问方式分有按地址、内容等类访问存储器；按读写方式分有只读存储器和可读写存储器。

目前半导体存储器芯片生产飞速发展，并被采纳构作主存储器，它可分只读存储器 *ROM*、静态和动态读写存储器 *RAM* 两大类。

## 5.2 主存储器的设计

主存储器是用来存放程序和数据，其速度要比辅助存储器快得多，而容量要比高速缓冲存储器大得多，且速度要慢一些。

(1)主存储器组成和存取周期

按地址访问的主存储器是一个能读写信息存储装置,它由地址寄存器及译码驱动、存储体、数据寄存器和存取控制等部分组成。如图 13.5.1(*a*)所示,而工作过程由图 13.5.1(*b*)定时来进行控制。

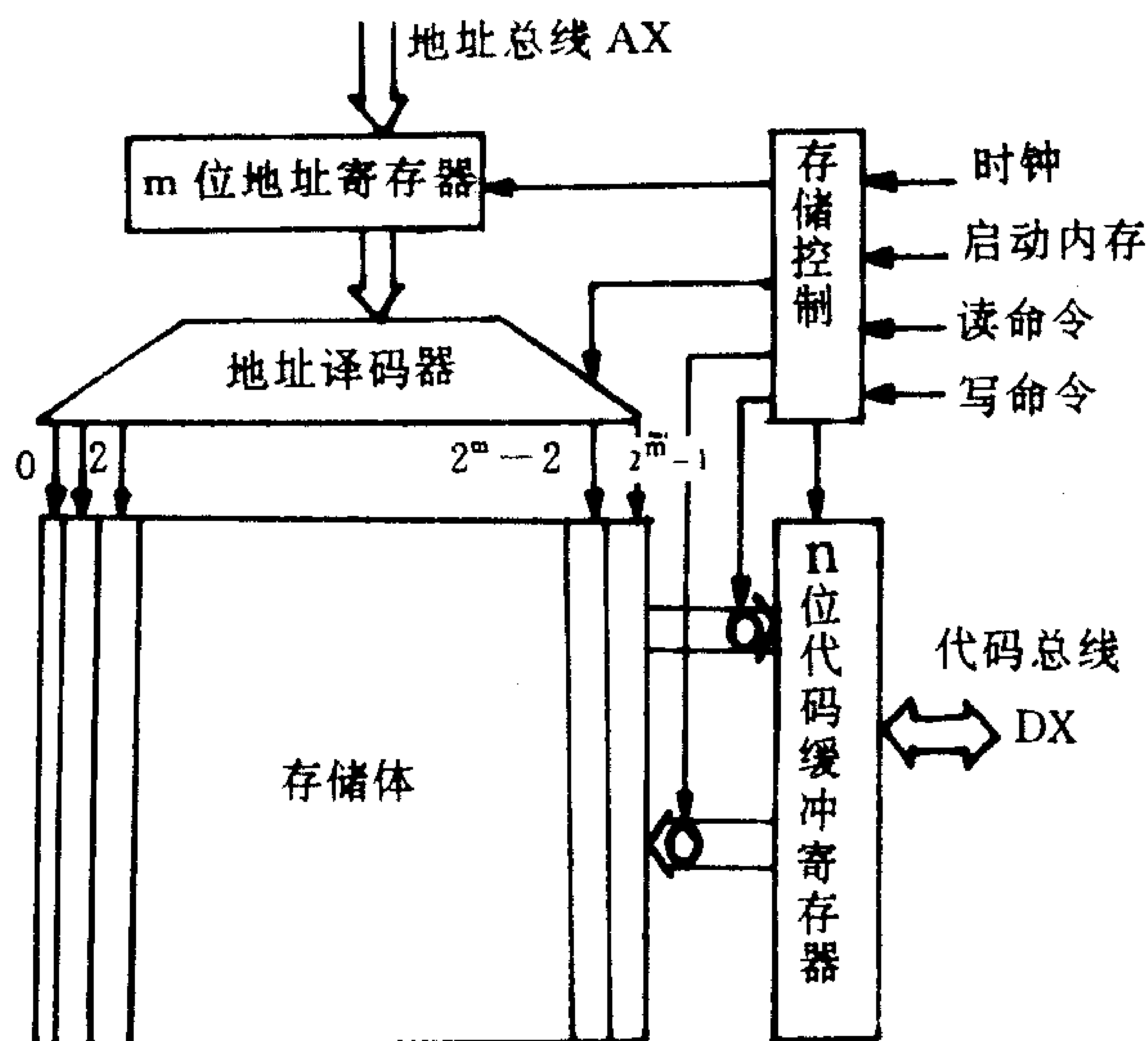



图 13.5.1(*a*)主存储器一般逻辑框图

(Ⅰ)接收中央处理器发来的地址信息至地址寄存器,并由启动访存命令发出地址译码信号。

(Ⅱ)接收中央处理器来的读写命令。如读,则由地址所指定单元的内容送至代码缓冲寄存器;如写,则将代码缓冲寄存器的内容写入该指定地址单元中,此时,写入数据必须写控制信息形成前送入代码缓冲寄存器中。

(Ⅲ)存储器的定时图如图 13.5.1(*b*)所示。

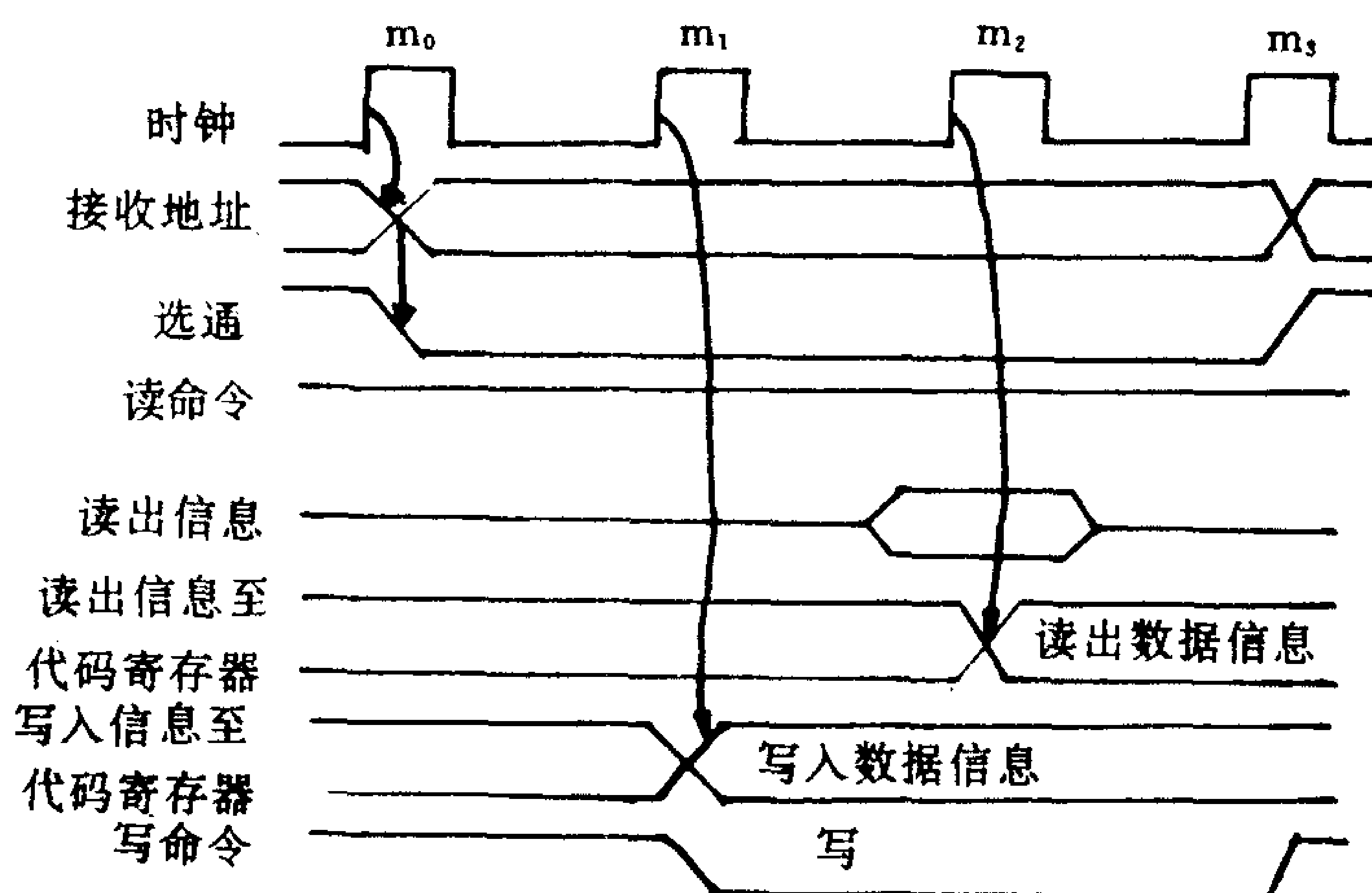



图 13.5.1(*b*)静态 *RAM* 存储器的读写定时电路

根据上述不难画出其逻辑框图。

(2)主存储器的主要参数

存储器的主要参数有存储容量、存取速度和取数时间等。

存储容量表示存储器的大小,常用位、字节或字来表示,例如 *IMbits*、256*Kbytes*、256*Kwords* 等。

存取速度(存取周期)表示存储器完成一次存取操作所需要的时间宽度。

取数时间表示从启动内存命令至读出数据送到代码缓冲寄存器的稳定输出所需的时间。

(3)提高主存储器提供数据速率的方法

提高主存储器提供数据速率的方法有二,一是研制存取速度快的存储器,二是研制并行存储结构的存储器。

并行存储结构的实现方法有二种:一种是用增大数据宽度来

一次读出多个字的单体存储结构。另一种是采用多体存储器交叉编址的存储结构，在后一种存储结构，假如有 $M$ 个存储器，其编址按 $MODM$ 进行，并有存取时间 $T$，则可以按 $T/M$ 的最高存取频率工作，此时，若 $M$ 为素数，其存取地址冲突可以避免，但地址转换极为复杂；若 $M$ 为 $2^n$，则地址转换简单，但在向量运算中易产生地址冲突，使速率下降。在实现多存储器交叉编址的存储器中，需有一个主存分配器进行管理，协调各存储器交叉并行工作。

*ROM* 的设计类似 *RAM*（静态存储器）设计，而动态 *RAM* 还需有一个取指令周期的行刷新周期的控制结构，以保证动态 *RAM* 中信息不丢失。微程序控制存储器和其他 *ROM* 设计大体一样，但下字址形成比 *ROM* 设计更为复杂。

其他磁表面存储器等设计不同于主存储器的设计方法，需进行驱动设备机构和控制设备操作的设计，这里不作赘述，请参看文献[6]中有关部分章节。

## 6 计算机中的错误检测逻辑

现代电子数字计算机是一个极其复杂的电子系统，为使它保持长时间的正确运行，必须采取若干可靠性措施，这些措施是：提高元器件的可靠性技术，即提高元器件可靠性设计和改善元器件的环境条件；一旦出现故障，需有故障诊断技术来排除故障，及时得到修复；在计算机设计采用错误检纠逻辑和残存运行措施，即 *RAS* 技术或容错技术，以提高系统运行的可靠性。

评价 *RAS* 效能的主要指标为：平均无故障时间 *MTBF* 和平均修复时间 *MTTR*，并有

$A = MTBF/(MTBF + MTTR)$ （可用度 $A$）

一般可用统计推断来估算 $MTBF$ 和 $MTTR$①

评价容错功能的主要指标是可靠度 $R$、可用度 $A$ 和残存运行率。可通过模型来预测或用实验方法来估算容错度量。

本节主要讨论计算机硬件方面错误检纠错码设计技术及其理论。

## 6.1 布尔差分理论及其应用

在开关代数中，一个 $n$ 变元的逻辑函数可用下列数学表达式表示

$$F(x)=F(x_1,x_2,\cdots,x_n)$$

其中 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 是逻辑网络的输入，均属于集合 $x$；$F(x)$的输出就是该逻辑网络的输出，$F(x)$表示了逻辑网络输入与输出间函数关系。

若 $F(x)$中某个变元 $x_i$ 发生了错误，即 $x_i$ 变成$\neg x_i$，则有 $F(x_1,x_2,\cdots,\neg x_i\cdots x_n)$。现在就要研究发生这种变化时会产生什么样的结果。故引入了布尔差分的概念，现先给出布尔差分的定义，然后推导得布尔差分的一些重要性质。

**定义** 6.1：布尔差分$\dfrac{dF(x)}{dx_i}=F(x_1,x_2,\cdots,x_i\cdots,x_n)\oplus F(x_1,x_2,\neg x_i\cdots,x_n)$首先要说明$\dfrac{d}{dx_i}$不是数学上求导数的算子，而是布尔差分算子，其次说明$\oplus$是异或算子。另外还给与它相等价的定义 6.2。

**定义** 6.2：$\dfrac{dF(x)}{dx_i}=F(x_1,x_2,\cdots,1,\cdots,x_n)\oplus F(x_1,x_2,\cdots,0,\cdots,x_n)$

---

① RAS 为 Reliability、Availability、Serviceability 三字缩写。
MTBF 为 mean time between failure 的缩写。
MTTF 为 mean,time to failure 的缩写。
A 为 Availability 的缩写。
R 为 Reliability 的缩写。

下面根据定义 6.1(或定义 6.2)给出布尔差分的主要性质：

$$\frac{d\neg F(x)}{dx_i}=\frac{dF(x)}{dx_i},\qquad \frac{d(F(x)\oplus G(x))}{dx_i}=\frac{dF(x)}{dx_i}\oplus\frac{dG(x)}{dx_i}$$

$$\frac{dF(x)}{dx_i}=\frac{dF(x)}{d\neg x_i},\qquad \frac{d}{dx_i}\frac{dF(x)}{dx_j}=\frac{d}{dx_j}\frac{dF(x)}{dx_i}$$

$$\frac{d(F(x)G(x))}{dx_i}=(F(x)\frac{dG(x)}{dx_i})\oplus(G(x)\frac{dF(x)}{dx_i})\oplus\frac{dF(x)}{dx_i}\cdot\frac{dG(x)}{dx_i}$$

$$\frac{d(F(x)\vee G(x))}{dx_i}=(\neg F(x)\frac{dG(x)}{dx_i}\oplus(\neg G(x)\frac{dF(x)}{dx_i}\oplus\frac{dF(x)}{dx_i}\frac{dG(x)}{dx_i}$$

**定义** 6.3：若 $F(x_1,x_2,\cdots x_i\cdots x_n)=F(x_1,x_2,\cdots\neg x_i\cdots x_n)$，则称逻辑函数对 $x_i$ 不相关。

$T6.1$ 函数 $F(x)$对 $x_i$ 不相关的充分必要条件是$\frac{dF(x)}{dx_i}=0$。

根据定理 6.1，若 $F(x)$对 $x_i$ 不相关时，有下列等式成立：

$$\frac{dF(x)}{dx_i}=0,\qquad \frac{d(F(x)\cdot G(x))}{dx_i}=F(x)\frac{dG(x)}{dx_i},$$

$$\frac{d(F(x)\vee G(x)}{dx_i}=\neg F(x)\frac{dG(x)}{dx_i}$$

于是有下列结果：若$\frac{dF(x)}{dx_i}=0$ 时，则 $x_i$ 的错误不会引起 $F(x)$产生错误；若$\frac{dF(x)}{dx_i}=1$ 时，则 $x_i$ 的错误必定引起 $F(x)$产生错误；若$\frac{dF(x)}{dx_i}=G(x)$时，则当且仅当 $G(x)=1$ 时，$x_i$ 的错误才会引起 $F(x)$发生错误。

在一个逻辑网络中出现故障，就可用布尔差分算子来进行故障诊断，其方法是：首先对逻辑网络的输入各点和各中间输出点选择测试数据，其次判断是什么错，编出故障表，就可发现是什么点

出错。例如 $F(x)=x_1x_2 \vee x_3$，如 $x_1$ 出错则其出错模型的测试数据为(110)、(010)，这是因为 $\frac{dF(x)}{dx_1}=\neg x_3x_2=1$ 之故。

关于故障诊断的方法还有许多，诸如通路敏化法、$D$ 算法、星算法等，可参看[10]。

**定义** 6.4：逻辑函数 $F(x)$ 的双重布尔差分的定义为：$\frac{d^2F(x)}{dx_idx_j}=F(x_1,x_2\cdots x_i\cdots x_j\cdots x_n)\oplus F(x_1,x_2\cdots \neg x_i\cdots \neg x_j\cdots x_n)$ 它也是一个布尔差分算子，不同于二级求导算子。

$T6.2F(x)$ 对 $x_i$、$x_j$ 不相关的充要条件是 $\frac{d^2F(x)}{dx_idx_j}=0$

本定理仅指 $x_i$、$x_j$ 同时发生的双重的错误，不同检测双错的一般含义，为此要加以区别：

$\frac{d^2F(x)}{dx_idx_j}$ 是严格研究 $x_i$、$x_j$ 同时发生错误的双重布尔差分。而 $\frac{dF(x)}{d(x_i\oplus x_j)}=\frac{dF(x)}{dx_i}\vee\frac{dF(x)}{dx_j}$ 是研究 $x_i$、$x_j$ 中有一个发生错误的布尔差分。而 $\frac{dF(x)}{d(x_i\vee x_j)}=\frac{dF(x)}{d(x_i\oplus x_j)}\vee\frac{dF(x)}{dx_idx_j}$ 是研究 $x_i$、$x_j$ 中有一个发生错误或同时发生错误的布尔差分。

布尔差分除用作故障诊断外，还可用来对逻辑网络分析其错误特征用，下面以加法器为例进行必要的说明。

(1)加法器的逻辑函数方程为 $S_n=a_n\oplus b_n\oplus c_n=H_n\oplus c_n$，对其进行布尔差分计算，有下列结果：

$$\frac{dS_n}{da_n}=\frac{dS_n}{db_n}=\frac{dS_n}{dc_n}=\frac{dS_n}{dH_n}$$

它表示了 $a_n$、$b_n$、$c_n$(上一位进位)和 $H_n$(半加)中任一个发生错误都会引起 $S_n$(和数)的错误。

(2)串行进位链的错误分析

串行进位链的逻辑函数方程为 $c_{n+1}=G_n\vee T_nc_n$ 于是有：

$\frac{dc_{n+1}}{dc_n}=\neg G_nT_n$、$\frac{dc_{n+1}}{dG_n}=\neg(T_nc_n)$，$\frac{dc_{n+1}}{dT_n}=\neg G_nc_n$

因此有：

$$\frac{dc_{n+q}}{dc_n}=\frac{dc_{n+q}}{dc_{n+q-1}}\cdot\frac{dc_{n+q-1}}{dc_{n+q-2}}\cdots\frac{dc_{n+1}}{dc_n}=\neg G_{n+q-1}\cdots\neg G_nT_{n+q-1}\cdots T_n$$

由此得出结论：$c_n$ 的出错不仅会引起 $c_{n+1}$，…，$c_{n+q}$发生错误，而且也必定会引起和数 $S_n$，$S_{n+1}$，…，$S_{n+q}$错误。

(3)并行进位链的错误分析

并行进位链的逻辑函数方程为：

$$c_{n+q}=G_{n+q-1}\vee T_{n+q-1}G_{n+q-2}\vee\cdots\vee T_{n+q-1}\cdots T_{n+1}G_n$$
$$\vee(T_{n+q-1}\cdots T_{n+1})T_n(G_{n-1}\vee T_{n-1}G_{n-2}\vee\cdots\vee T_{n-1}\cdots T_1G_0)$$

首先可以看出：所有进位函数与上一位进位无关，但每个进位都依赖于前级的 $G_n$ 和 $T_n$，可以得出：

$$\frac{dc_{n+q}}{dT_n}=\neg(G_{n+q-1}\vee G_{n+q-2}T_{n+q-1}\vee\cdots\vee T_{n+q-1}\cdots T_{n+1}G_n)$$
$$(T_{n+q-1}\cdots T_{n+1})(G_{n-1}\vee\cdots)$$
$$=\neg G_{n+q-1}\neg G_{n+q-2}\cdots\neg G_nT_{n+q-1}\cdots T_{n+1}(G_{n-1}\vee T_{n-1}G_{n-2}\vee\cdots\vee$$
$$T_{n-1}\cdots T_1G_0)$$

$$\frac{dc_{n+q}}{dG_n}=\neg G_{n+q-1}\neg G_{n+q-2}\cdots\neg G_{n+1}T_{n+q-1}\cdots T_{n+1}\neg(T_n(G_{n-1}\vee$$
$$T_{n-1}G_{n-2}\vee\cdots\vee T_{n-1}\cdots T_1G_0))$$

由上述两式可以得出如下结论：$T_n$ 或 $G_n$ 的错误不但能引起 $c_{n+1}$，…$c_{n+q}$的错误，而且会引起 $S_{n+q}$，…，$S_n$ 的错误。

综合上述，其加法器的错误特征综合如下：

(1)和数错误只能引起单错。

(2)进位错误总会引起下一位和数错误。

(3)在串行进位链中，任何一个进位错误都会引起并发性错误。同样，在并行进位链中，$T_n$ 和 $G_n$ 的错误也会引起进位和和数的并发性错误。

## 6.2 奇偶校验码逻辑

奇偶校验码逻辑是计算机系统中用得最为普遍的一种错误检

测逻辑。

设二进数表示式为：

$$N=a_{n-1}2^{n-1}+\cdots+a_1\cdot 2+a_0=\sum_{i=0}^{n-1}a_i2^i$$

现在二进数中加一位校验附加位 $a_n$，并使 $a_n$ 有：

$$a_n=\sum_{i=0(\oplus)}^{n-1}a_i=(\sum_{i=0}^{n-1}a_i)(mod2)$$

显然有 $\sum_{i=0}^{n}a_i\equiv 0$，这时称 $a_na_{n-1}\cdots a_0$ 为二进数 $N$ 的奇偶校验代码。

当该代码经传输后，变成 $a_i+e_i=a_i^*$，于是有：

$$\begin{aligned}(\sum_{i=0}^{n}a_i^*)(mod2)&=(\sum_{i=0}^{n}(a_i+e_i))(mod2)\\&=(\sum_{i=0}^{n}a_i)(mod2)+(\sum_{i=0}^{n}e_i)(mod2)\\&=(\sum_{i=0}^{n}e_i)(mod2)\end{aligned}\tag{1}$$

在(1)式中，除 $(\sum_{i=0}^{n}e_i)(mod2)\equiv 0$ 外，所有其他错误均能被检测。只要分析一下 $(\sum_{i=0}^{n}e_i)(mod2)\neq 0$ 的情况，即可得：奇偶校验码能检测奇数个错误。

奇偶校验码可分奇校验或偶校验两种：即奇校验为 $(\sum_{i=0}^{n-1}a_i)(mod2)=a_n$，而偶校验的方程为 $(\sum_{i=0}^{n-1}a_i)(mod2)\oplus 1=a_n$。

在计算机中，常以字符信息的八位配一个奇偶校验位，也可对一字设一位奇偶校验位。对磁带的数据区还可采用水平垂直奇偶校验位。它具有检测双重错误的能力。

### 6.3 加法器的奇偶预测校验逻辑

在 6.1 中对加法器的错误特征作了分析，因此不能运用奇偶

校验来检测 $c_n$、$G_n$ 或 $T_n$ 所产生的错误，所以对加法器进行校验方法也须由三个部分组成：半和奇偶校验、进位复制比较校验和加法器的奇偶预测。

现在以四位并行的进位加法器为例，进行推导加法器的奇偶预测：

$P_c$(进位的奇偶校验位)$=c_{in}\oplus c_1\oplus c_2\oplus c_3$

$=c_{in}\oplus(G_0\vee T_0c_{in})\oplus(G_1\vee T_1G_0\vee T_1T_0c_{in})\oplus(G_2\vee T_2G_1\vee T_2T_1G_0\vee T_2T_1T_0c_{in})$

利用 $x\vee y=x\oplus\neg xy$ 和 $H_i=G_iT_i$ 可推导得：

$P_c=c_{in}\oplus\neg G_0T_0c_{in}\oplus(G_1\vee T_1G_0)\oplus\neg(G_1\vee T_1G_0)T_1T_0c_{in}\oplus G_0\oplus(G_2\vee T_2G_1\vee T_2T_1G_0)\oplus\neg(G_2\vee T_2G_1\vee T_2T_1G_0)T_2T_1T_0c_{in}$

$=G_0\oplus G_1\oplus\neg G_1G_0T_1\oplus G_2\oplus\neg G_2T_2G_1\oplus\neg G_2\neg(T_2G_1)T_2T_1G_0\oplus c_{in}(1\oplus\neg G_0T_0\oplus\neg G_1(\neg T_1\vee\neg G_0)T_1T_0\oplus G_2(\neg T_2\vee\neg G_1)(\neg T_2\vee\neg T_1\vee\neg G_0)T_2T_1T_0)$

$=G_0\oplus G_1\oplus G_2\oplus H_1G_0\oplus H_2G_1\oplus H_2H_1G_0\oplus c_{in}(1\oplus H_0\oplus H_1H_0\oplus H_2H_1H_0)$

$=G_0\oplus G_1\oplus G_2\oplus H_2G_1\oplus\neg H_2H_1G_0\oplus c_{in}(\neg H_0\vee\neg H_2H_1)$

于是有四位加法器的奇偶校验方程：

$P'_s=P_a\oplus P_b\oplus P_c=P_a\oplus P_b\oplus G_0\oplus G_1\oplus G_2\oplus H_2G_1\oplus\neg H_2H_1G_0\oplus c_{in}(\neg H_0\vee\neg H_2H_1)$

即有校验方程式：

$P'_s\oplus P_s=P'_s\oplus s_0\oplus s_1\oplus s_2\oplus s_3$

为了构成更长的加法器校验，$P_a$、$P_b$ 是无法提供的，可由四位 $a'$、$b'$ 和产生进位 $G$ 利用传递函数可获得：

$P_{a'b'}G=T_0\oplus T_1\oplus T_2\oplus H_3=(H_0\oplus G_0)\oplus(H_1\oplus G_1)\oplus(H_2\oplus G_2)\oplus H_3$

$=H_1\oplus H_2\oplus H_3\oplus H_0\oplus G_0\oplus G_1\oplus G_2$

$=P'_a\oplus P'_b\oplus G_0\oplus G_1\oplus G_2$

它构成 $P'_s$ 中前五项，由它去组合产生更长的加法奇偶预测电路。

根据前述，$P_{\sum}$错$=P_H$ 错 $\vee$ $(P'_s \oplus P_s)$错 $\vee$ 进位电路比较错。进位链需要复制，并执行比较，得出进位电路比较错，于是，$P_{\sum}$错具有检测奇数个错误的能力。

## 6.4 余数校验逻辑

在数论中有模 $m$ 的同余数概念，并有下列性质：

若 $a_i \equiv b_i (mod m)$，则有 $\sum a_i \equiv \sum b_i (mod m)$、$\Pi a_i \equiv \Pi b_i (mod m)$和$(a_1 - a_2) \equiv (b_1 - b_2)(mod m)$。

根据这个理论，可以将一般二进制数奇偶校验码推广至更一般的 $r$ 进制数的 $mod m$ 余数校验码，有下列定理成立。

$T6.3$ 在 $r$ 进制数中，且取模 $m$ 的余码，数据经传输后产生的错误模型 $E=(e_n, e_{n-1} \cdots e_0)$中，除$(\sum_{i=0}^{n} c_i r^i) \equiv 0 (mod m)$外，其余错误均能被检测。

本定理证明省略，但有二个很有用的推论：

**推论** 1：若 $m=r-1$，则除 0 变成 $r-1$ 或 $r-1$ 变 0 外，所有单个错误均能被检测。

**推论** 2：若 $m=r+1$，则所有单个位错误均能被检测。

当 $m=r$ 时，余码校验就变成模 $r$ 的奇偶校验代码了。

余码校验常用于算术运算、移位操作或数据传输等方面的错误检测中。

例如对数 $R(N)$左移 $s$ 位、移出位的余码为 $R_{s0}$、移入数的余码为 $R_{sI}$，则移位 $s$ 次后的数据余码为$(2^S(N) - R_{s0} + R_{sI})(mod m)$，和移位后加法输出数据的余码相比较，就能达到检纠错目的。

至于余数检纠码的检纠错能力，需要用它的码距来衡量，请参看下节的码距定义，并给以推广可得余码的最小码距，用它来判断该码的检纠能力，或参看[12]。

## 6.5 代数错误检纠代码逻辑

代数错误检纠码的理论和众多编译码方法可参考书[13]，这里只介绍几种计算机中常用的代数检纠错码。下面先介绍码距概念，再介绍海明码和循环码两种及其纠检错能力。

### 6.5.1 海明码距

对于有 $k$ 位信息和 $r$ 位校验码信息构成的 $n=k+r$ 位码字，可用代数多项式来表示，并且 $k$ 位信息多项式和校验信息多项式存在一定的代数关系，其多项式的系统数值只能取 0、1，非常类似初等代数，并且有初等代数的类似的基本性质。

设有两个码字多项式 $A(x)$、$B(x)$，分别有：

$$A(x)=\sum_{i=0}^{n-1}a_ix^i=a_{n-1}x^{n-1}+a_{n-2}x^{n-2}+\cdots+a_1x+a_0$$

$$B(x)=\sum_{i=0}^{n-1}b_ix^i=b_{n-1}x^{n-1}+b_{n-2}x^{n-2}+\cdots+b_1x+b_0$$

可定义码距如下：

$$D(A,B)=\sum_{i=0}^{n-1}(a_i\oplus b_i)=\sum_{i=0}^{n-2}(|a_i-b_i|)$$

当模 $m\neq 2$，$\sum_{i=0}^{n-1}a_i\oplus b_i$ 的定义就不能运用，所以常称这种 $\sum_{i=0}^{n-1}a_i\oplus b_i$ 定义的码距为海明码距。

最小码距 $d$ 定义如下：

$d=minD(A,B)$（$A$，$B$ 均属于同一码字集合中任二个码字）

并有下列性质：

$D(A,B)+D(B,C)\geqslant D(A,C)$

最小码距 $d$ 的物理意义如图 13.6.1 所示，按照最大自然译码法可用实现纠检错能力。

从图 13.6.1 中可以得出代数检纠码的纠检错能力的结论：

(1)若码字集合的最小码距为 $d$，则具有可纠正$[\frac{d-1}{2}]$个错误

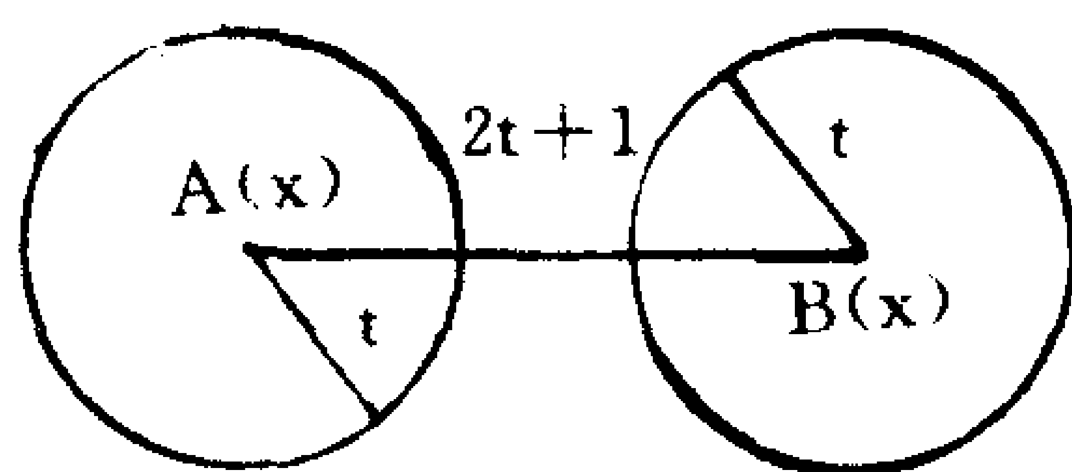



图 13.6.1

$d=2t+1$ 能纠正 $t$ 个错误，或检测 $2t$ 个错误，即能纠正 $t'\leqslant t$ 个错误能力。

或检测 $d-1$ 个错误的能力。

(2)用错误图样的数目 $2^{n-k}$ 来描述时，则当 $2^{n-k}-1\geqslant n$ 时，则可纠正单个错误；当 $2^{n-k}\geqslant C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^t$ 时，则具有纠正 $t$ 个错误的能力($t=2,3,\cdots$)。此时，其生成多项式必为本原多项式。

显然奇偶校验码(即($n,n-1$)线性码)具有检测单个错误的能力。

6.5.2 海明码

海明码(Hamming code)须满足 $2^r-1\geqslant k+r=n$，它是一个能纠正单错的代数检纠码，常称为($n,k$)海明码。

(1)编码有两种：一种是多项式的编码方法，另一种是用生成矩阵的编码方法。

(Ⅰ)多项式编码方法

首先寻找一个 $r=n-k$ 次不可约(本原)多项式 $G(x)$，对任一个小于 $k$ 次多项式(信息)$M(x)$，可得下式：

$$x^{n-k}M(x)=G(x)Q(x)+R(x)$$

则称 $V(x)=x^{n-k}\cdot M(x)+R(x)$ 为码字多项式，并有所有码字多项式 $V(x)$ 被 $G(x)$ 所整除。在通信设备中，常用 $n-k$ 级移位寄存器 $G(x)$ 来进行编码

(Ⅱ)生成矩阵编码法

前面所说的码字多项式 $V(x)$ 可用一个 $n$ 维向量表示，则可推

导出码字向量组成一个 $n$ 维空间的 $k$ 维子空间 $V_k$，于是，存在 $k$ 个线性无关的码字向量 $g_1$、$g_2$，…，$g_k$，使 $V_k$ 中任一码字向量都是它们一个线性组合，所以有生成矩阵：

$$G = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1n} \\ \vdots & & & \vdots \\ g_{k1} & g_{k2} & \cdots & g_{kn} \end{pmatrix}$$

对任一 $k$ 维信息向量都可用下列矩阵乘法来进行编码：即

$$V = mG$$

其中矩阵乘法中的加法按模 2 运算执行。例如(7.4)海明码的生成矩阵可为：

$$G = \begin{pmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ g_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0001 & 011 \\ 0010 & 110 \\ 0100 & 111 \\ 1000 & 101 \end{pmatrix}$$

若 $m=(1,1,1,1)$，则其编码得到的码字向量 $V$ 为

$$V(1111)G = (1111111)$$

若生成矩阵中前 $k$ 列呈单位矩阵形式，称此$(n,k)$海明码为系统码。

(2)解码

在数字通讯中，常采用最大似然译码来进行解码。现设 $V(x)$ 经传递后变成 $H(x)$，则有

$$H(x) = V(x) + E(x)$$

其中 $E(x)$为错误模型多项式，若 $H(x)$能被 $G(x)$所整除，则$E(x)$也必被 $G(x)$所整除，所以没有检测出错误。反之 $H(x)$不能被 $G(x)$所整除，即 $E(x)$不能被 $G(x)$所整除得 $R(x)$余数多项式，按 $R(x)$的类型规定位进行纠错。

而对矩阵解码，需找一个与矩阵 $G$ 的行向量都正交的矩阵的转置矩阵 $H$，且其秩为 $n-k$，即：

$g_j h_i = 0 \qquad 1 \leqslant i \leqslant n-k, 1 \leqslant j \leqslant k$ 时

$V \cdot h_i = 0 \qquad 1 \leqslant i \leqslant n-k$ 时

所以，码字向量 $V$ 经传送后变为向量 $u$，可使它来计算校验信息 $R$：

$$uH^T = R$$

若 $R=0$ 时，传送后信息没有错；若 $R$ 不为 0，则可按 $R$ 所决定错误位进行纠错。

在讨论系统码时，只需对 $x^{n-k}$、$x^{n-k+1}\cdots, x^{n-1}$ 被 $G(x)$ 除得到余数多项式 $P_1(x), P_2(x)\cdots, P_{n-k}(x)$，则生成矩阵 $G$ 为

$$G = (I_k P_{ij})$$

于是一致校验矩阵 $H$ 为

$$H = (P_{ij}^T I_{n-k})$$

现仍以(7,4)海明码为例：则有

$$
\begin{array}{cccccccc}
 & m_3 & m_2 & m_1 & m_0 & R_2 & R_1 & R_0 \\
 & V_6 & V_5 & V_4 & V_3 & V_2 & V_1 & V_0 \\
H= & \left[\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 1 \end{array}\right. & \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 0 \\ 1 \\ 0 \end{array} & \left.\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \end{array}\right]
\end{array}
$$

设码字 $V(V_6, V_5, \cdots, V_1, V_0)$ 有一致校验方程式：

$$\begin{cases} V_6+V_5+V_3+V_2=0 \\ V_5+V_4+V_3+V_1=0 \qquad (mod2) \\ V_6+V_5+V_4+V_0=0 \end{cases} \tag{1}$$

设信息向量 $(m_3、m_2、m_1、m_0)=m$，则 $R=(R_2, R_1, R_0)$，则有生成方程组为

$$\begin{cases} R_2=m_0+m_2+m_3 \\ R_1=m_0+m_1+m_2 \qquad (mod2) \\ R_0=m_1+m_2+m_3 \end{cases} \tag{2}$$

经传送后 $V$ 向量变成 $V+E=V'$，按 $V'H^T$ 计算得：

$$\begin{cases} e'_2 = m'_3 \oplus m'_2 \oplus m'_0 \oplus R'_2 \\ e'_1 = m'_2 \oplus m'_1 \oplus m'_0 \oplus R'_1 \\ e'_0 = m'_3 \oplus m'_2 \oplus m'_1 \oplus R'_0 \end{cases} \quad (3)$$

$E' = (e'_2、e'_1、e'_0)$为出错误模型

例如(1111111)经传送后变为(1011111),经方程组(3)计算后得 $E(1,1,1)$,说明 $m_2$ 有错,对 $m_2$ 触发器翻转为1来纠错,由此不难用(2)、(3)两个方程组来进行逻辑设计。

6.5.3 循环码

一个$(n,k)$线性码,具有下列特性,才称为循环码。

设一个 $n$ 维码字向量 $V=(V_{n-1},V_{n-2},\cdots,V_0)$,则循环右(左)移一位后,得 $V'=(V_0、V_{n-1},\cdots,V_1)$(或 $V''=(V_{n-2}、\cdots、V_0、V_{n-1})$)也是一个码字向量。

(1)编码

设$(n,k)$线性循环码的 $n-k$ 次本原多项式 $G(x)$,则其生成矩阵 $G$ 为

$$G = \begin{pmatrix} x^{k-1}G(x) \\ \vdots \\ xG(x) \\ G(x) \end{pmatrix}$$

因此,给了一个 $m(x)$,可用 $m(x)\cdot G(x)$来编码。

(2)译码

前面已讲过,$H(x)$与 $G(x)$有如下关系式:

$x^n-1=G(x)H(x)=0$ 模$(x^n-1)$

因此,也可以用 $H(x)$来确定$(n,k)$循环码的编码。现讲译码:若 $V(x)$码字经传输后变成 $V'(x)$则有

$$V'(x)\cdot H(x) = E(x)$$

$E(x)$为错误模型多项式,若 $E(x)=0$ 时,传输正确,反之为错误,可按 $E(x)$所指定位进行纠错。

最后再讲一个结论:设$(n,k)$线性码的生成多项式 $G(x)$,若该

码能纠正单错，则$(1+x)G(x)$所产生的$(n+1,k)$线性码具有纠正单错和检则双错的能力。

至于能纠正双错的 $BCH$ 码、卷积码等，请参看[12]。

## 6.6 硬件的其他错误检测方法

硬件中其他错误检测方法有下列几类：

(1)有关数与字符方面错误检测码

(Ⅰ)非法操作数，例 $BCD$ 码除 0～9 外为非法数字，定权码中不符合"1"个数的非法数字等。

(Ⅱ)存储器中故障单元更换技术。

(Ⅲ)在程序或指令中硬件复执技术。

(2)逻辑网络中检错法

(Ⅰ)多重比较法

此法设置两组以上的逻辑网络，并给以同样的输入，然后通过输出间比较实现检错。

如想得到正确结果，可通过 $C_n^m(m>[\frac{n}{2}])$法，即用多数表决方法来选择正确结果。

(Ⅱ)最可能输入模式法(*MLP* 法)

对所有可能输入模式进行输出错误的检测，需要增加大量电路。但此法(即最可能输入模式(*Most Likely pattern*)检测法)只对出现频次特别高的输入模式进行检测输出错误。尽管检错能力不完备，但所化设备较少。

(Ⅲ)逆逻辑法

对于一个逻辑网络的输出检测错误，可化解用逆逻辑网络的输出与原逻辑网络的输入相比较的检错方法，此时，原逻辑网络的输出就是逆逻辑网络的输入，原逻辑网络的输入在正确情况下应是逆逻辑网络的输出。

(作者：骆光武)

# 参考文献

[1] Post. E. T. ,"Entroduction to a general Theory of Elemental proposition",Am. J. Math. ,vol. 43,1921,PP163—185.

[2] Smith,W. R. , Ⅱ ,"Some Algebraic properties and Minimigation Technigues for Multivalued Lattice logics,"Conference Record of the 1972 "Sympesium on the Theory and Applications of Multiple—Valued logic Design,"Buffalo,N. Y. May25—26,1972,PP163—174.

[3] Svoboda, A. , "Digitale Informations Wandler, Braunchiveig," Germany,Vieweg and Sohm. 1960.

[4] Szaba,N. S. and Tanaka,R. I. ,"Reside Arithmetic and Its Application to compucter Technology",Megraw—Hill. New York,1967.

[5] Matula, D. W. ,"Fixed—Slash and Floating—slash Rational Arithmetic,"proc. of the Third Symposium on computer Arithmetic ,1979 catalog No. 75 CH1017—3c,November 1975,PP90—91.

[6] 王绪宜、陈华生、骆光武等编著,计算机系统结构和组织,国防工业出版社出版,1985。

[7] [美]小内格尔、卡罗尔、欧文编著,李作新译、李宗杰,王飞龙校,计算机逻辑导论,人民邮电出版社出版,1984。

[8] 黄铠著,李三立、林定基译,计算机算术运算—原理、结构与设计,科学出版社出版,1980。

[9] Marasa,J. D. ,"Accumuleted Arithmetic Eorror in Floating—paint and Alternative Logarithmic Number Systems,"M. S. Thesis,seven Institute Technology Weshington University,st. louis,Mo. ,June 1970.

[10] 陈炳从编著,电子计算机微程序设计技术,国防工业出版社出版,1981。

[11] 陈廷槐著,故障诊断讲义,重庆大学印,1980。

[12] 张国良、赵庆林编,数字计算机错误检测系统的设计,国防工业出版社

出版,1986。

[13] [美]S·林著,陈太一译,纠错编码入门,人民邮电出版社出版,1976。

[14] 中国大百科全书--电子学与计算机Ⅰ、Ⅱ,中国大百科全书出版社出版,1986。

# [十四] 数字逻辑

在我们的周围环境中存在许许多多的物理量，用以表征它们数值特征的量叫做信息。人类的生活和生产活动中就要大量的传递、加工和处理这些信息，而这些物理量常常是有连续变化的特点。例如外界温度的变化、长江水位的变化等，它们都是一个实数，常用不恰当的术语模拟量(*Analog Value*)来称呼这些连续变化的物理量，并用模拟量来指示，如钟表指针、温度计、压力表等来指示这些模拟量，并且较难得到其较高的精度，在传递过程中也容易产生误差。上述物理量的另一种表示方法就是在一定精度要求下以离散的数字值来表示，此种数字值称之为离散量(*Discrete Value*)，它对立于前面所提的模拟量，常用不恰当的术语数字量(*Digital Value*)来称呼。运用电子技术，可相当方便地把它们进行互相转换(即实行 *A—D Conversion* 或 *D—A Conversion*)。

使用数字量来传递和加工处理信息的实际工程系统，常称之为数字系统(*digital syetem*)。其特点可用离散的数字来表示，使系统能准确地传递和进行各种逻辑或算术加工，具有精度高、误差小和信息传递可靠等特性，在控制和决策等应用中得到广泛地使用，但所化设备较多。常习惯称它为数字逻辑电路(*digital logical circuit*)，但称为数字逻辑(*digital logic*)为好。

数字逻辑主要用以研究两个离散状态的开关器件所构成的数字逻辑电路。它对电路的输入与输出之间关系提供理想的描述，研究这种描述的特性和电路的实现，并探讨将数字模块间互连起来完成特定逻辑功能的理论和方法。它不考虑特殊条件下动作或稳

定的物理现象和状态变更过渡时的细节。它的理论主要建立在数理逻辑、特别是开关代数(*switching algebra*)和时序机(*Sequential machine*)的理论基础上。

数字逻辑由组合逻辑(*Combinational logic*)和时序逻辑(*Sequential logic*)两大部分组成。组合逻辑的输出结果仅仅依赖于当前的各输入值;而时序逻辑的输出结果不仅依赖于当前各输入值,而且依赖于过去的输入值。两者之间的差别就在于包含或不包含有时序存储元件,组合逻辑则不包含有存储元件,而时序逻辑则至少包含有一个存储元件。

数字逻辑有两部分的研究内容:一是对现成的数字逻辑电路,研究它的工作性能和逻辑功能,常称为数字逻辑的分析;二是先确定要完成的逻辑功能或工作性能,再求出应有的实现其功能的逻辑电路,常称为数字逻辑的逻辑设计或综合。在逻辑设计中要实施最少(简)化技术,以求得一个最佳设计、实现其功能的最简化的逻辑电路。

数字逻辑在电报通信、电话自动交换系统、工业自动控制以及电子数字计算机的逻辑设计等诸方面有着广泛的应用,其范围很广,诸如日常生活中决策过程、电话拨号和号码锁的开启过程等,都是数字逻辑的典型例子。

# 1 逻辑代数

1849 乔治·布尔(George Boole)提出了逻辑思维和推理过程的代数公式[1],形成了现在所说的布尔代数(Boolean Algebra),又常称为逻辑代数,其中二值布尔代数常称为开关代数,是数字逻辑的数学理论基础之一,现予以简单的介绍。

## 1.1 逻辑代数的公理

描述逻辑代数的公式需要有一些前提作为公理,本文介绍了

逻辑代数(布尔代数)的七个公理,组成了逻辑代数的公理系统。

$A1$ 定义

逻辑代数是一个封闭的代数系统,该系统常用($B$;+,·,¬;0,1)描述,即由一个元素集 $B$(至少含有二个元素 0 和 1)和一个运算符集(逻辑加+、逻辑乘·和逻辑非¬)组成,这里的逻辑加($OR$)、逻辑乘($AND$)亦分别简称为"或"、"与"。换言之,对集 $B$ 中任何元素 $a$ 和 $b$,总有 $a+b$、$a\cdot b$、$\neg a$、$\neg b$ 都属于 $B$。

$A2$ 置换律

在这个封闭的代数系统中的两个表达式,仅当一个表达式能为另一个表达式所代替时,才说它们相等(=)。

$A3$ 0 和 1 的存在律

在集 $B$ 中存在两个独特的元素 0 和 1,使得对 $B$ 中任一元素 $a$,总有:

(1)$a+0=a$

(2)$a\cdot 1=a$

$A4$ 交换律

对集 $B$ 中任二个元素 $a$ 和 $b$,总有

(1)$a+b=b+a$

(2)$a\cdot b=b\cdot a$

$A5$ 结合律

对集 $B$ 中任三个元素 $a$、$b$、$c$,总有

(1)$a+(b+c)=(a+b)+c$

(2)$a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c$

$A6$ 分配律

对集 $B$ 中任三个元素 $a$、$b$、$c$,总有

(1)$a+(b\cdot c)=(a+b)\cdot(a+c)$

(2)$a\cdot(b+c)=(a\cdot b)+(a\cdot c)$

$A7$ 非元素的存在律

对集 $B$ 中任一元素 $a$,都存在一个唯一的元素 $\neg a$($a$ 的非元

素)仍属于 $B$,并有

(1)$a+\neg a=1$

(2)$a\cdot\neg a=0$

必须说明一点,这里的 · 、+ 和元素 0、1 都没有普通代数中所确定的意义。

下面举两个逻辑代数的例子。

例 1,二值逻辑代数($B_2=\{0,1\}$;+、·、¬;0,1)其三个运算符的操作定义如下:

| + | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

| · | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |

| ¬ | |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |

如设 $B_2$ 是一切命题组成的集合,用 0 表示假命题,1 表示真命题,且满足上述定义的三个运算符的操作和 $A1$—$A7$ 的代数系统,就构成了命题代数。

又如 $B_2$ 是一切开关组成的集合,用 0 表示开关的断开、1 表示开关的接通,并规定+为开关并联、· 表示开关串联、¬表示开关反相(即为常通开关、平常 0 时开关接通,1 时开关断开),那末满足逻辑代数的 $A1$—$A7$ 的公理系统称为开关代数。

例 2,考虑如下的($B_4=\{0、a、b、1\}$;+、·、¬;0、1)代数系统,其三种运算操作定义如下:

| + | 0 | $a$ | $b$ | 1 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | $a$ | $b$ | 1 |
| $a$ | $a$ | $a$ | 1 | 1 |
| $b$ | $b$ | 1 | $b$ | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

| · | 0 | $a$ | $b$ | 1 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $a$ | 0 | $a$ | 0 | $a$ |
| $b$ | 0 | 0 | $b$ | $b$ |
| 1 | 0 | $a$ | $b$ | 1 |

| ¬ | |
|---|---|
| 0 | 1 |
| $a$ | $b$ |
| $b$ | $a$ |
| 1 | 0 |

显然满足 A1—A7 公理的代数系统（$B_4=\{0、a、b、1\}$；+、·，¬；0、1），存在一个正整数 $n$，且有 $B$ 中元素数为 $2^n$。

## 1.2 逻辑代数的一些重要定理

设字母 $a_1, a_2, \cdots, a_n, b, c, \cdots$ 等等代表 $B$ 中元素，那末逻辑代数的主要定理不加证明的列出如下：

$T1$：幂等性

(1) $a+a=a$

(2) $a \cdot a=a$

$T2$：(1)$a+1=1$

(2)$a \cdot 0=0$

$T3$：吸收律

(1)$\neg a+a \cdot b=\neg a+b$

(2)$\neg a \cdot (a+b)=\neg ab$

$T4$：荻·摩根(De Morgen)定理

(1)$\neg(a+b)=\neg a \cdot \neg b$

(2)$\neg(a \cdot b)=\neg a+\neg b$

显然 $T4$ 可推广至更一般的形式

(1′) $\neg(a_1+a_2+\cdots+a_n)=\neg a_1 \cdot \neg a_2 \cdot \cdots \cdot \neg a_n$

(2′) $\neg(a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdots a_n)=\neg a_1+\neg a_2+\cdots+\neg a_n$

$T5$：(1) $a+\neg a \cdot b=a+b$

(2) $a \cdot (\neg a+b)=a \cdot b$

$T6$：一致性定理

(1)$a \cdot b+\neg a \cdot c+b \cdot c=a \cdot b+\neg a \cdot c$

(2)$(a+b) \cdot (\neg a+c) \cdot (b+c)=(a+b) \cdot (\neg a+c)$

$T7$：(1)$a \cdot b+a \cdot \neg b=a$

(2)$(a+b) \cdot (a+\neg b)=a$

$T8$：(1)$a \cdot b+\neg a \cdot c=(a+c)(\neg a+b)$

(2)$(a+b)(\neg a+c)=a \cdot c+\neg a \cdot b$

$T9$：对合律

$\neg(\neg a)=a$

本定理说明元素$\neg a$的逆元素是$a$，即$a$的两次非运算后所得元素仍然是$a$。

### 1.3 逻辑函数的两种定义

在研究逻辑代数时，十分关心它定义的函数特性，其实逻辑函数是逻辑代数向其自身的一个映射。逻辑函数常用下面两种方法来加以定义：

1.3.1 逻辑函数的递归定义

在对逻辑函数进行递归定义之前，必须给出两个称之为常函数和射影函数的定义。

**定义** 1：逻辑代数$B$中任一元素称为$B$上的常量，一般用$a$、$b$、$c$，0、1 等表示。

**定义** 2：逻辑代数$B$中任一元素的符号称为$B$上的逻辑变元，常用$x$，$y$，$z$等表示。

**定义** 3：逻辑函数

设$x_1,x_2,\cdots,x_n$是逻辑代数$B$上逻辑变元，如果$f$能按下述规则建立，则$B$向其自身映射的结果。如$f$成为$n$变元的逻辑函数，常用$f(x_1,x_2,\cdots x_n)$表示。

（Ⅰ）设$a$为$B$上的任一个常量，则$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=a$为逻辑函数，常称为逻辑常函数。

（Ⅱ）设$x_i$为$B$上的逻辑变元，则$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=x_i$为逻辑函数，常称为逻辑射影函数。

（Ⅲ）设$f_1(x_1,x_2,\cdots,x_n)$、$f_2(x_1,x_2,\cdots,x_n)$为逻辑函数，则$f_1(x_1,x_2,\cdots,x_n)+f_2(x_1,x_2,\cdots,x_n)$、$\neg f_1(x_1,x_2,\cdots,x_n)$、$f_1(x_1,x_2,\cdots,x_n)\cdot f_2(x_1,x_2,\cdots,x_n)$、$\neg f_2(x_1,x_2,\cdots x_n)$也都是逻辑函数。

（Ⅳ）有限次使用上述规则所构成的任何函数，而且只有这样

的函数，才为逻辑函数。

综合上述，可以说逻辑函数是由常函数及射影函数经过有限次应用·、+、¬等操作所构成的任意函数。

例如，$f_1(x_1,x_2,x_3)=(x_1+x_2)\cdot x_3+x_1\cdot x_2\cdot \neg x_3$

$$f_2(x_1,x_2,x_3)=a\cdot x_1+b\cdot x_2\cdot \neg x_3(x_2+\neg x_3)$$

都是逻辑函数。

1.3.2 用真值表来定义逻辑函数

对于任何逻辑函数，都有它的真值表，其格式如下：

| $x_1$ | $x_2$ | $\cdots$ | $x_{n-1}$ | $x_n$ | $f(x_1,x_2\cdots x_n)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $e_1$ | $e_1$ | $\cdots$ | $e_1$ | $e_1$ | $d_1$ |
| | | $\vdots$ | | $e_2$ | $d_2$ |
| | | | | $e_3$ | $d_3$ |
| | | | | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $e_1$ | $e_2$ | $\cdots$ | $e_1$ | $e_m$ | $d_m$ |
| $e_1$ | $e_1$ | $\cdots$ | $e_2$ | $e_1$ | $d_{m+1}$ |
| | | $\vdots$ | | $\vdots$ | $d_{2m+1}$ |
| | | | | | $\vdots$ |
| $e_m$ | $e_m$ | $\cdots$ | $e_m$ | $e_1$ | $d_{m^n-m+1}$ |
| | | $\vdots$ | | $e_2$ | $\vdots$ |
| | | | | $\vdots$ | |
| $e_m$ | $e_m$ | $\cdots$ | $e_m$ | $e_m$ | $d_{m^n}$ |

其中，$B=\{e_1,e_2,\cdots,e_m\}$，即有 $m$ 等于 2 的某一个幂次个不同元素，而函数的值域为 $B$，所以逻辑函数值 $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=d_i$ 均为 $e_1,e_2\cdots e_m$ 中一个。由于每个变元可取值 $e_1,e_2,\cdots e_m$ 中之任一个，故 $n$ 变元就有 $m^n$ 种不同指定的值行，于是得出 $B$ 中有 $m^{m^n}$ 个不同的逻辑函数。一旦给定 $d_i$ 的固定值，就可得到一个逻辑函数，故可用真值表来定义逻辑函数。现举例说明。

例 3：下表所定义的逻辑函数 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1\cdot x_2+\neg x_1\cdot x_3+x_1\cdot \neg x_3$，它是一个二值逻辑函数，即为开关函数，$B=\{0,1\}$

| $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $f(x_1,x_2,x_3)$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |

从真值表中，可得

$$f(x_1,x_2,x_3)=\neg x_1\cdot\neg x_2\cdot x_3+x_1\cdot\neg x_2\cdot\neg x_3$$
$$+x_1\cdot x_2\cdot x_3+\neg x_1\cdot x_2\cdot x_3+x_1\cdot x_2\cdot\neg x_3$$

经公理及定理进行化简可得

$$f(x_1,x_2,x_3)=x_1\cdot x_2+\neg x_1\cdot x_3+x_1\cdot\neg x_3$$

虽然逻辑算符·不同于普通代数中的·，但仍可沿用普通代数的习惯，·可省略。即上述 $f(x_1,x_2,x_3)$ 可书写成 $x_1x_2+\neg x_1x_3+x_1\neg x_3$

| $x_1$ | $x_2$ | $f(x_1,x_2)$ |
|---|---|---|
| $\varnothing$ | $\varnothing$ | $\varnothing$ |
| $\varnothing$ | $a$ | $\varnothing$ |
| $\varnothing$ | $b$ | $\varnothing$ |
| $\varnothing$ | 1 | $\varnothing$ |
| $a$ | $\varnothing$ | $a$ |
| $a$ | $a$ | $\varnothing$ |
| $a$ | $b$ | $a$ |
| $a$ | 1 | $\varnothing$ |
| $b$ | $\varnothing$ | $b$ |
| $b$ | $a$ | $b$ |
| $b$ | $b$ | $\varnothing$ |
| $b$ | 1 | $\varnothing$ |
| 1 | $\varnothing$ | 1 |
| 1 | $a$ | $b$ |
| 1 | $b$ | $a$ |
| 1 | 1 | $\varnothing$ |

例 4：$B_4=\{\varnothing,a,b,1\}$上的下列真值表定义四值布尔函数

$$f(x_1,x_2)=\neg x_2 x_1$$

从 $f(x_1,x_2)$中取值 $a$、$b$、1 各行都满足 $x_1 \neg x_2$ 的函数值。

由于开关代数是数字逻辑的数学基础，因此下面着重讨论开关代数和开关函数的重要性质及其最简化技术。

## 1.4 开关函数的重要性质和规则

本节讨论开关函数的一些重要性质，首先逻辑代数中的公理和定理都是开关代数的公理和定理，因此对开关函数中满足公理和定理的条件的式子，也都是正确无误的。其次通过开关函数的定理讨论，导出开关代数的三条规则。

1.4.1 开关代数的代入规则

$R1$：代入规则　任何一个含有变元 $x$ 的开关代数等式中，若将所有出现 $x$ 的位置，都代以一个开关函数 $f$，则此等式仍然成立。

实际上，在开关代数中，任一个开关函数 $f$ 都和变元 $x$ 一样，只能取值 0 或 1，等式仍然成立，只不过类似于普通代数中复合函数的概念。

1.4.2 开关代数的反演规则

首先给出一般化的开关函数的荻·摩根定理。

$T10$：设 $x_1,x_2,x_3,\cdots,x_n$ 都是逻辑变元，则有：

(1)$\neg(x_1+x_2+x_3+\cdots+x_n)=\neg x_1\neg x_2\neg x_3\cdots\neg x_n$.

(2)$\neg(x_1x_2x_3\cdots x_n)=\neg x_1+\neg x_2+\neg x_3+\cdots+\neg x_n$

根据 $T10$，香农(Shannon)作了一般化的说明互补函数之间的完善定理。

$T11$：Shannon 定理

设 $f(x_1,x_2,x_3,\cdots x_n)$可写成变元和运算符的关系式 $F(x_1,x_2,\cdots,x_n;\cdot,+)$，则有

$$\neg F(x_1,x_2,\cdots,x_n;\cdot,+)=F(\neg x_1,\neg x_2\cdots,\neg x_n;+,\cdot)$$

香农定理的证明可使用多次定理10即可完成，使用香农定理时，千万注意不能忘掉运算符・的变换和逻辑积项的括号。

香农定理给出一个求开关函数之非，可以通过对变元(包括原变元和非变元(补变元))求非，常量求非，运算符・、+变成相应的+、・后取得，于是得开关代数的反演规则 $R2$

$R2$：对已知任一开关函数 $F$ 求 $\neg F$ 时，只要对 $F$ 中变元(包括补变元)求非，"0"变"1"，"1"变"0"，・变+和+变・后，即可得所需的 $\neg F$。

例5：已知 $F(x_1,x_2,x_3)=x_1(x_2+x_3)$，使用反演规则得：$\neg F=\neg x_1+\neg x_2\neg x_3$. 可用真值表验证是正确的。

1.4.3 开关代数的对偶规则

从逻辑代数的公理和定理中可知，每一个公理或定理都是成双给出，它们之间是互为对偶式，有了对偶定理之后，只需证明定理的一个等式即可。

$R3$：开关函数的对偶规则

对已知一开关函数 $f$，求其对偶函数时，只要将 $f$ 中・变成+、+变成・、0变成1、1变成0，其变元保持不变，即得开关函数 $f^D$。

显然，逻辑常函数和射影函数的对偶函数就是其自身，且 $f$ 和 $f^D$ 是互为对偶式。

$T12$：对偶定理

设 $f^D(x_1,x_2,\cdots,x_n)$、$g^D(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 分别为 $f(x_1,\cdots,x_n)$、$g(x_1,\cdots,x_n)$ 的对偶式，若 $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=g(x_1,x_2,\cdots x_n)$，则有 $f^D(x_1,x_2,\cdots,x_n)=g^D(x_1,x_2,\cdots,x_n)$。反之亦然。

1.4.4 开关函数的两种范式

任何一个开关函数，都能展开成为两种标准形式：积之和($SP$)和和之积($PS$)两种范式(相当于命题演算中析合范式和合析范式)。下面叙述开关函数的展开定理：

$T13$：(1) $f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=x_1f(1,x_2,\cdots,x_n)+\neg x_1f(0,$

$x_2,\cdots,x_n)$

$(2) f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=(x_1+f(0,x_2,\cdots,x_n))(\neg x_1+f(1,x_2,\cdots,x_n))$

从 $T13$ 又可得出下列结果：

$T14$：$(1) x_1 f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=x_1 f(1,x_2,\cdots,x_n)$

$(2) x_1+f(x_1,x_2,\cdots x_n)=x_1+f(0,x_2,\cdots x_n)$

$T15$：$(1) \neg x_1 f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\neg x_1 f(0,x_2,\cdots,x_n)$

$(2) \neg x_1+f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\neg x_1+f(1,x_2,\cdots,x_n)$

使用 $T13$ $n$ 次，可以得到开关函数的两种标准形式：即积之和范式和和之积范式，其式子列出如下：

积之和范式：$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\sum f(e_1,e_2,\cdots,e_n)x_1^{e_1}x_2^{e_2}\cdots x_n^{e_n}$

和之积范式：$f(x_1,x_2,\cdots,x_n)=\prod(f(e'_1,e'_2,\cdots,e'_n)+x_1^{e'_1}+x_2^{e'_2}\cdots+x_n^{e'_n})$

其中，式中$\sum$、$\prod$两个符号分别表示连加（指逻辑加）、连乘（指逻辑乘）含义。$f(e_1,e_2,\cdots,e_n)$或 $f(e'_1,e'_2,\cdots,e'_n)$中，可对 $e_i$ 或 $e'_i$ 进行 0 或 1 取值，此时，$f(e_1,e_2,\cdots,e_n)$或 $f(e'_1,e'_2,\cdots,e'_n)$可为 0 或 1，若 $f(e_1,e_2,\cdots,e_n)$为 0，则此项不在积之和范式中，否则就在积之和范式中；对 $f(e'_1,e'_2,\cdots,e'_n)$，若 $f(e'_1,e'_2,\cdots,e'_n)$为 1，则此项不出现在和之积范式中，否则就出现和之积范式中。若 $e_i=1$，则有 $x_i^{e_i}=x_i$，若 $e_i=0$，则有 $x_i^{e_i}=\neg x_i$；若 $e'_i=1$，则有 $x_i^{e'_i}=\neg x_i$，若 $e'_i=0$，则有 $x_i^{e'_i}=x_i$。而 $x_1^{e_1}x_2^{e_2}\cdots x_n^{e_n}$ 是一个积项，共有这样的积项 $2^n$ 个，常称为最小项（*Minterm*），常用其变元值的二进编码来确定那一个最小项，常用 $m_i$ 来指出。那末，任何一个具体的开关函数就可由拥有最小项的和来表示。例如

$$f_2(x_1,x_2,x_3)=x_1\neg x_3+x_2\neg x_3+x_1x_2x_3=m_2+m_4+m_6+m_7$$

亦经常用 $f_2(x_1,x_2,x_3)=\sum m(2、4、6、7)$来表示。

在和之积范式中，和项 $x_1^{e'_1}+x_2^{e'_2}+\cdots+x_n^{e'_n}$ 称为最大项（*Maxterm*），类似最小项，可对其变元值变反进行编码得 $i$，常用 $Mi$，亦

有 $2^n$ 个项，且有

$$M_i = \neg m_i$$

$$\neg M_i = \neg\neg m_i = m_i$$

同样，任一开关函数可用最大项的积表示。如 $f_2(x_1, x_2, x_3) = \prod(0,1,3,5) = M_0 M_1 M_3 M_5$

### 1.5 开关函数的最简化和化简方法

对于任何给定的开关函数，如何来简化它，使之成为最简形式。首先对简化形式要有一个标准，然后用这个标准来检验简化程度。其次对最简化要有一个认识，事实上，最简化问题至今仍是一个没有完全解决的课题，并且最简形式亦不是唯一的。为此，在开关函数的化简中，确定最简化形式具有下列标准。

(1)开关函数中积(和)项数目最少。

(2)在开关函数的和(积)项中，逻辑变元数目最少。

本标准仅对积之和(和之积)范式而言，对它们的混合式需要一条标准。

(3)在开关函数中出现的字母个数数目最少。

有了最简化标准，就可对开关函数进行化简，其化简方法很多，这里仅介绍常用的几种化简方法。

1.5.1 公式化简法

对于给定的一个开关函数，运用逻辑代数的公理和定理的等式进行化简，直至认为不能再简化为止的方法。其特点是依赖公理和定理使用熟练程度和经验而定，化简后开关函数并不认为是最简的。

例 6：化简 $f = \neg A \neg B + AC + \neg B \neg C + \neg B \neg CD$

$$f = \neg A \neg B + AC + \neg B \neg C + \neg B \neg CD$$

$$\overset{T3}{=} \neg A \neg B + AC + \neg B \neg C$$

$$\overset{A4,A6}{=} AC + \neg B(\neg A + \neg C)$$

$\overset{T4}{=} AC + \neg(AC)\neg B$

$\overset{T5}{=} AC + \neg B$

1.5.2 卡诺图(Karnaugh map)化简法

本方法是建立在开关函数的积之和范式(和之积范式)的最小(大)项基础上的卡诺图来进行化简,这里仅讨论积之和范式的卡诺图化简法,对于和之积范式卡诺图化简法,读者可参考积之和范式卡诺图化简法自行推出。

(1)卡诺图的结构

卡诺图是文氏(Venn)图的变形,其结构如下图所示的1—6变元卡诺图($a$)—($f$)。

图中每一小方块对应于方块内数字所决定的最小(大)项,由于$\neg m_i = M_i$,导致下列各式成立:

$$\sum_{i=1}^{2^n-1} m_i = 1 \qquad \prod_{i=1}^{2^n-1} M_i = 0$$

$$m_i \cdot m_j = 0 (i \neq j) \qquad M_i + M_j = 1 (i \neq j)$$

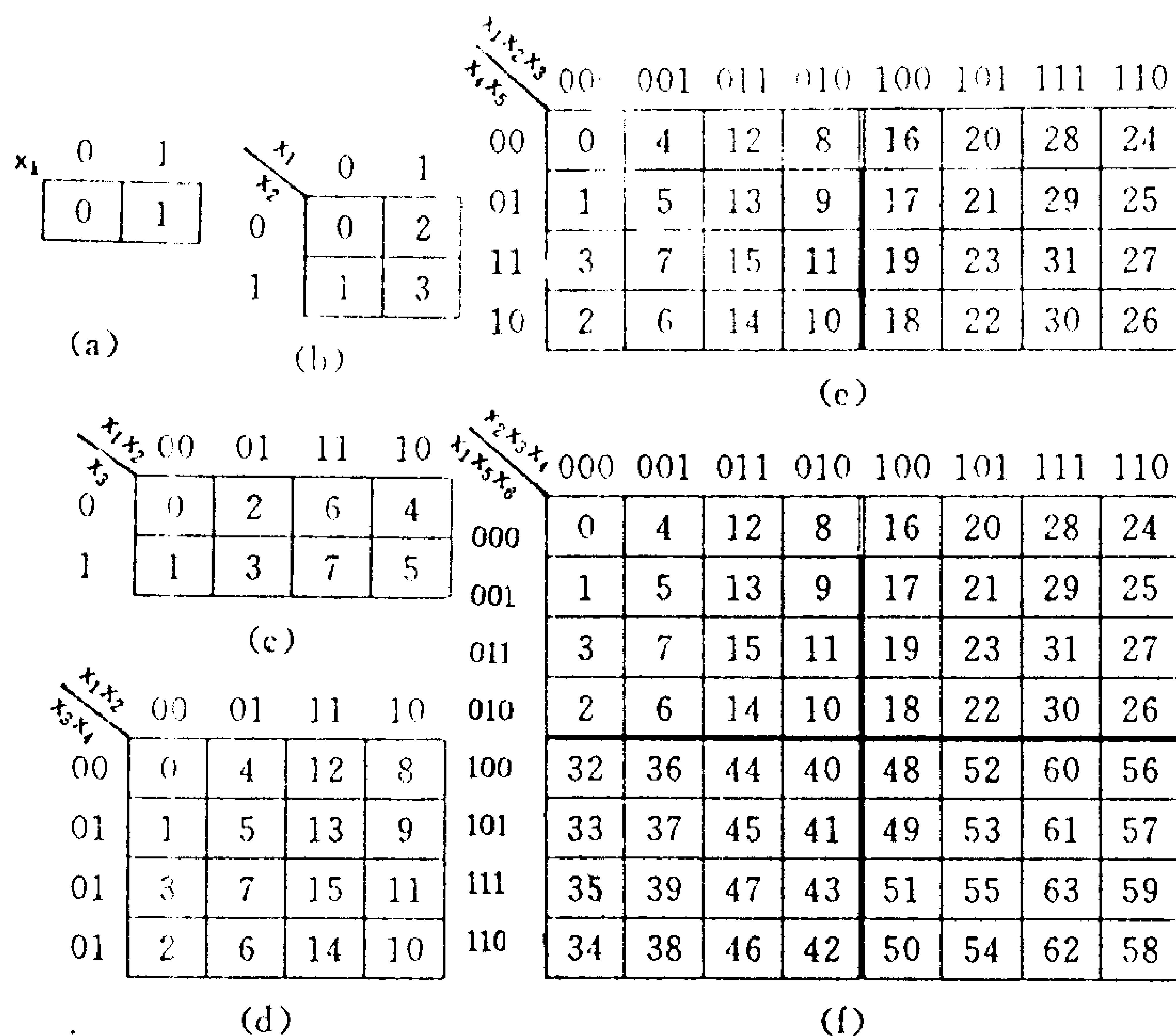
$$m_i M_i = 0 \qquad m_i + M_i = 1$$

奠定了可用卡诺图简化开关函数的基础。

(2)卡诺图的性质

对于任一开关函数,都可由卡诺图标出它所含有的最小(大)项方块中为1。同时,卡诺图的优点是明显地揭示出积之和(和之积)范式的相邻项,以此来进行开关函数的化简。现讨论卡诺图的最基本性质。

何为相邻?以四变元卡诺图为例说明,它是连接一起的两个小方块单元,并且上下边线和左右边线均看成一条线。例如1单元和0单元、3单元、5单元和9单元均为相邻单元。超过五变元的卡诺图中,把同一行或同一列的两个四变元卡诺图上相同位置单元亦看成相邻的。所以,用四变元以下的卡诺图来简化开关函数是很方便,如变元数增多,则用卡诺图来简化开关函数将越来越不方便。




性质 1：卡诺图中两个标 1(或作其他记号)的相邻单元可合并一项，并消去一个变元。

性质 2：符合下列条件之一的四个标 1 单元可合并一项，并消去两个变元。

(1)四变元以下卡诺图中任一行或任一列或组成正方形的四个邻近单元。

(2)图(*e*)或(*f*)中,任一个四变元卡诺图符合(1)规定的四个邻近单元,或同行或同列的两个四变元卡诺图上相同位置的两个相邻单元,或四个四变元卡诺图上相同位置的单元。

性质3:符合下列条件之一的八个标1单元可合并一项,并消去三个变元。

(1)任一个四变元卡诺图中两个相邻的行或列。

(2)图(*e*)和(*f*)中任一行或列。

(3)图(*e*)和(*f*)中同行或同列的两个四变元卡诺图中相同位置上组成正方形的四个邻近单元,或四个四变元卡诺图中相同位置的两个相邻单元。

性质4:符合下列条件之一的十六个标1单元可并一项,并消去四个变元。

(1)任一个四变元卡诺图上十六个单元。

(2)同行或同列的两个四变元卡诺图中相同位置的两个相邻的行和列①

(3)四个四变元卡诺图中相同位置的组成正方形的四个邻近单元。

性质5:符合下列条件之一的三十二个标1单元可并一项,并消去五个变元。

(1)同列或同行的两个四变元卡诺图的所有三十二个单元。

(2)四个四变元卡诺图相同位置上两个相邻的行或列。

从以上性质可知,当变元增加了,性质1～5就需要补充,判别可并项的条件就复杂了。所以常用卡诺图来化简四变元以下的开关函数,有时也可用来化简五至六变元的开关函数。多于六变元的开关函数就不用它化简了。

(3)卡诺图化简开关函数的步骤。

在应用卡诺图化简开关函数之前,先给出有关的定义。

---

① 图(e)和(f)中,画有双线隔开的两行或两列是不符合相邻行和列的概念。

**定义** 4:蕴涵项(*Implicant*)

经性质1—5化简得合并积项和不能化简合并的最小项，称为该函数的蕴涵项。

**定义** 5:素蕴涵项(*prime implicant*)

若一个蕴涵项不是该函数的其他蕴涵项的一个子集，则此蕴涵项称为素蕴涵项。

**定义** 6:实质素蕴涵项(*Essential prime implicant*)

若某素蕴涵项中某一标1最小项不包含在其他任何素蕴涵项中，则此素蕴涵项称为实质蕴涵项。

**定义** 7:若一个函数的素蕴涵项集，如满足以下三个条件，则该集叫做该函数的最简积之和式。

(1)集中包含该函数卡诺图中所有标1的项。

(2)若集中除去任一素蕴涵项，则不再满足条件1。

(3)找不到更简单的素蕴涵项能替代集中的素蕴涵项。

根据以上定义，用卡诺图化简开关函数的步骤如下：

(1)将需化简开关函数成积之和式，并在卡诺图中标1。

(2)根据性质求出所有素蕴涵项。

(3)求出所有的实质素蕴涵项。

(4)求出最简的素蕴涵项集。先看所有的实质素蕴涵项是否“覆盖”卡诺图中所有标1单元，如是，则所有实质素蕴涵项就是最简的素蕴涵项集；否则还需要在素蕴涵项集中挑选能“覆盖”卡诺图剩下的标1单元的简单素蕴涵项，它和实质素蕴涵项集组成最简的素蕴涵项集。

例7:用卡诺图化简下列开关函数：

$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=\sum m(1,5,7,8,9,10,11,14,15)$

解:用卡诺图标1得图14.1.1

由卡诺图找出素蕴涵项：$x_1x_3$、$x_1\neg x_2$、$x_2x_3x_4$、$\neg x_1\neg x_3x_4$、$\neg x_1x_2x_4$ 和 $\neg x_2\neg x_3x_4$。

实质素蕴涵项为 $x_1x_3$、$x_1\neg x_2$，但不能覆盖 $m_1$、$m_5$ 和 $m_7$，只能

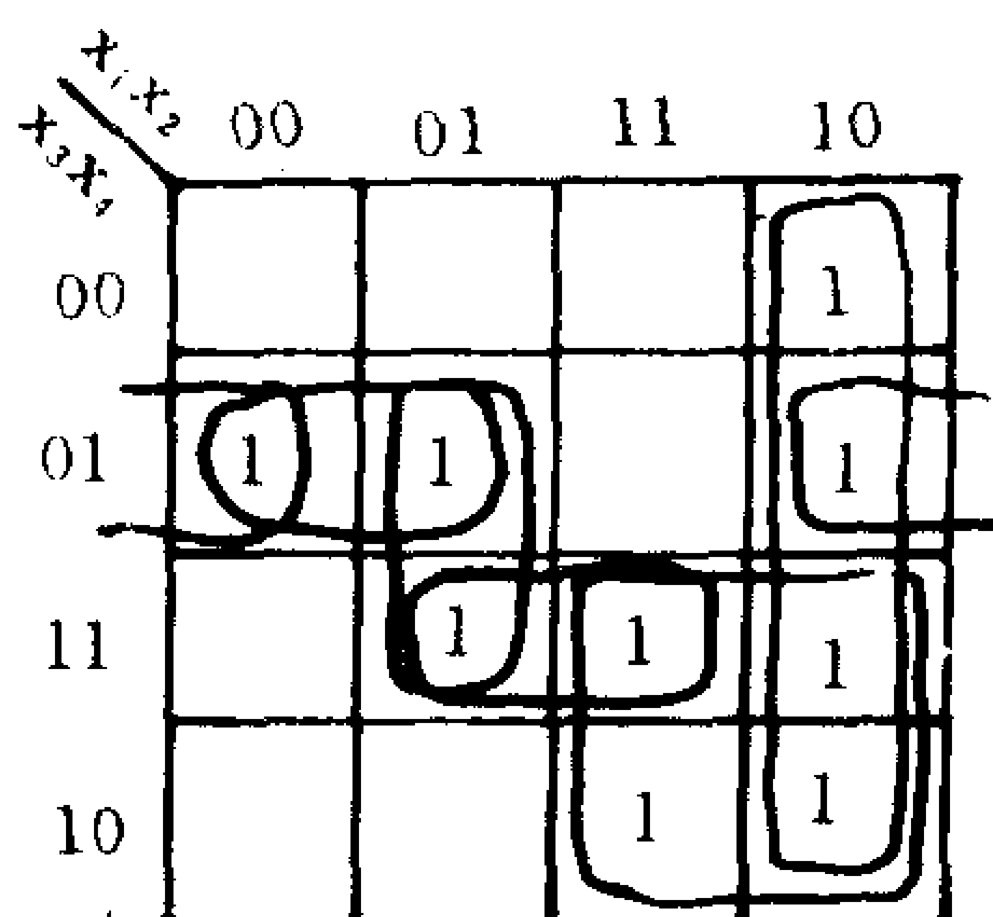



图 14.1.1

从其他四个素蕴涵项中寻找，有三种覆盖$\sum m(1,5,7)$的组合，则该函数的最简式为：

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4) = x_1x_3 + x_1\neg x_2 + \begin{cases} \neg x_2\neg x_3x_4 + \neg x_1x_2x_4 \\ \neg x_1\neg x_3x_4 + \neg x_1x_2x_4 \\ \neg x_1\neg x_3x_4 + x_2x_3x_4 \end{cases}$$

本例的最简式有三个。另外需说明一点，含有无关项开关函数的化简，只需将无关项填入方格并标以 $d$，在覆盖卡诺图所有标 1 单元时，并不要求覆盖所有的标 $d$ 单元，而只利用标 $d$ 单元和标 1 单元一起寻找蕴涵项、素蕴涵项和实质素蕴涵项。就恕不举例了。

1.5.3 奎恩—麦克拉斯基(Quine—Mccluskey)化简法

为了弥补卡诺图化简法的不足，本节将引入一种开关函数的表格式化简法，即奎恩—麦克拉斯基化简法，它仍从开关函数的积之和范式出发，对四变元以上的开关函数的化简较为方便，其化简过程有下列几步：

(1)求出开关函数的素蕴涵项。

(2)建立开关函数的素蕴涵项表，求出函数的实质素蕴涵项。

(3)把求出的实质素蕴涵项填入最简和式中。

(4)从素蕴涵项表中除去实质素蕴涵项,确定表中的劣势行(*dominated rows*)和优势列(*dominated calumns*),再求一次实质素蕴涵项。

(5)多次应用(3)和(4)步,直至得到函数的最小覆盖为止。

寻找素蕴涵项(没有被实质素蕴涵项集覆盖的那一些)中劣势行和优势列的目的,是为了得到"价值"较低的素蕴涵项,以不断覆盖这些素蕴涵项,求出函数的最终最简和式。其"价值"由素蕴涵项的变量数来决定,确定优势列和劣势行的标准可如下陈述:

在一个素蕴涵项表中,若 $i$ 行(列)和 $j$ 行(列)打×的情况完全相同,则 $i$ 行(列)和 $j$ 行(列)相等,记 $i=j$。若设 $i$ 和 $j$ 是素蕴涵项表中两个列(行)且有 $i=j$ 或 $j$ 列(行)中打×的行(列)在 $i$ 列(行)的相应行(列)中都有×、则说 $i$ 列(行)优势 $j$ 列(行),记做 $i \supset j$,且称 $i$ 为优势列(行),$j$ 为劣势列(行)。

由上可知,优势列一定被它覆盖的劣势列的行所覆盖;劣势行的各列也一定被包括在最简和式中优势行所覆盖。因此消去优势列和劣势行是不会增加函数最简式的"价值"。它是化简素蕴涵项表起重要作用,也是开关函数化简过程中的一个重要步骤。

下面用举例来说明奎恩—麦克拉斯基化简开关函数的过程。

例 8:化简五变元的开关函数;

$f(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)=\sum m(0,1,2,8,9,15,17,21,24,25,27,31)$

(1)建立素蕴涵项的生成表。

首先第一列列出每一个最小项,并用二进制数示出(1 表示原变元,0 表示非变元),并按 1 的个数进行分组,并将十进制数放在前面。

其次,从最小组号开始,取其中各项与下一组各项逐步比较,并根据 $T7$ 消去多余变元,在该多余变元处记一,并在第二列中建立,和在第一列中将被覆盖的项后打√。直至第二列建立完毕为

止。那末,那些没有打✓的项便是素蕴涵项。

最后,重复其次部分动作,得第三列、第四列,…,直至不能再继续化简为止,并对素蕴涵项依前后次序用英语大写字母加以标识。

| | 十进数 | 项的二进表示 | 十进数 | 第一次化简 | 十进数 | 第二次化简 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0组 | 0 | 00000 ✓ | 0,1 | 0000— ✓ | 0,8,1,9 | 0—00—C |
| 1组 | 1 | 00001 ✓ | 0,2 | 000—0 I | 1,9,17.25 | ——001 B |
| | 2 | 00010 ✓ | 0,8 | 0—000 ✓ | 8,9,2425 | —100— A |
| | 8 | 01000 ✓ | 1,9 | 0—001 ✓ | | |
| 2组 | 9 | 01001 ✓ | 1,17 | —0001 H | | |
| | 17 | 10001 ✓ | 8,9 | 0100— ✓ | | |
| | 24 | 11000 ✓ | 8,24 | —1000 ✓ | | |
| 3组 | 21 | 10101 ✓ | 9,25 | —1001 ✓ | | |
| | 25 | 11001 ✓ | 17.21 | 10—01G | | |
| 4组 | 15 | 01111 ✓ | 17,25 | 1—001 ✓ | | |
| | 27 | 11011 ✓ | 24,25 | 1100— ✓ | | |
| 5组 | 31 | 11111 ✓ | 25,27 | 110—1 F | | |
| | | | 15,31 | —1111 E | | |
| | | | 27,31 | 11—11 D | | |

(2)建立素蕴涵项 $A$、$B$、$C$、…为行、最小项所对应的十进数为列的表格,以产生实质素蕴涵项。

首先在素蕴涵项表中,建立对应关系,即在素蕴涵项行中与被包含的最小项列的交叉处打×。

其次,找出只有一个×的列,并将该×加圈(即⊗),和将对应的素蕴涵项字母前打*。凡含有打*的素蕴涵项就是实质素蕴涵项。

最后,建立部分最简和式,并划去实质素蕴涵项的行和这些行中所有带×的列,得新的素蕴涵项表,并在新表中寻找优势列和劣势行,并消去它们,重新产生二次实质素蕴涵项,反复执行此步,直至得到函数的最小覆盖为止。

| | 0 | 1 | 2 | 8 | [illegible] | [illegible] | 17 | 21 | 24 | 25 | 27 | 31 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ·A | | | | × | × | | | | ⊙ | × | | |
| B | | × | | | × | | × | | | × | | |
| C | × | × | | × | | | | | | | | |
| D | | | | | | | | | | | × | × |
| ·E | | | | | | ⊙ | | | | | | × |
| F | | | | | | | | | | | × | |
| ·G | | | | | | | × | ⊙ | | | | |
| H | | × | | | | | × | | | | | |
| ·I | × | | ⊙ | | | | | | | | | |

| | 1 | 27 |
|---|---|---|
| B | × | |
| C | × | |
| D | | × |
| F | | × |
| H | × | |

由素蕴涵项表中可得实质素蕴涵项为 $A$、$E$、$G$ 和 $I$，去除实质素蕴涵项行和带×的列，得新的素蕴涵项表，有二组等势行：$\{B、C、H\}$，$\{D、F\}$，可得六组二次实质素蕴涵项集：$\{B,D\}$，$\{B,F\}$，$\{C,D\}$，$\{C,F\}$，$\{H,D\}$和$\{H,F\}$，然而后二组的"价值"没有前四组的"价值"低。

(3)该函数的最简和式为：

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5)=x_2\neg x_3\neg x_4+x_2x_3x_4x_5+x_1\neg x_2\neg x_4\neg x_5+\neg x_1\neg x_2\neg x_3\neg x_5+\begin{cases}\neg x_3\neg x_4x_5+x_1x_2x_4x_5\\ \neg x_3\neg x_4x_5+x_1x_2\neg x_3x_5\\ \neg x_1\neg x_3\neg x_4+x_1x_2x_4x_5\\ \neg x_1\neg x_3\neg x_4+x_1x_2\neg x_3x_5\end{cases}$$

本化简法的优点在于可用数字计算机来化简多于四变元的开关函数和根据某种标准化简多输出开关函数(见本篇 3)

至于其他化简开关函数的方法可见文献[3]，这里不作赘述。

## 2 开关电路

数字技术使用了离散状态的开关器件，二值信号器件尤为普

遍，例如开关的断与通，继电器接点的断与通，晶体管电路和半导体集成电器截止和导通，命题的真与假，电路输出电压的高与低等等。使用这种二值的数字电路在自动控制等领域极为有用，例如日常生活中经常遇到二个开关控制一盏白炽灯的线路。人们常用开关代数——二值逻辑代数作为数学工具，来描述各种逻辑控制装置的逻辑功能。数字逻辑的基本器件就是组合逻辑元件（开关电路）和时序逻辑元件（存储记忆元件），它们本身也是一些最简单的开关函数和时序存储函数。本节主要介绍半导体集成电路的逻辑特性。

## 2.1 半导体集成门电路

在数字技术中，经常使用的半导体集成门电路有与门、或门、非门、与非门、或非门、异或门、禁止门以及复合组成的与或非门等等。下面示出的门电路的一组图形符号，如图 14.2.1 所示。第一组为常用门电路的图形符号；第二组是美国军用规格 *MIL SPEC 806B* 所采用的图形符号。

2.1.1 逻辑门电路的功能

在逻辑门电路中，有高电位和低电位两种离散状态值，一般被用来记作所对应 1 或 0，其门电路的逻辑功能如表所示。

| $a$ $b$ | $a\cdot b$ | $a+b$ | $\neg a$ | $\neg(a\cdot b)$ | $\neg(a+b)$ | $a\oplus b$ | $a\cdot\neg b$ | $\neg(a\oplus b)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

从表中可知：与（*AND*）门的逻辑算符是逻辑乘，只有两个输入同为 1 时，其输出才为 1，否则为 0。或（*OR*）门的算符是逻辑加，当且仅当两个输入同为 0 时，其输出才为 0。非（*NOT*）门的算符是逻辑

| 算符 | 与 | 或 | 非 | 与非 | 或非 | 异或 | 禁止门 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I | ab<br>a b | a+b<br>a b | ¬a<br>a | ¬(ab)<br>a b | ¬(a+b)<br>a b | a⊕b<br>a b | a ¬b<br>a b |
| II | ab<br>a | a+b<br>a b | ¬a | ¬(ab)<br>a b | ¬(a+b)<br>a b | a⊕b<br>a b | a ¬b<br>a b |

图 14.2.1

否定(*logic negation*)(有时也称求补(*Complement*)或反相(*Inversion*)),是逻辑代数求反操作,组成了开关代数的三个基本算符。其他几个算符都是此三个算符的复合形式。

2.1.2 逻辑门电路的正负逻辑功能

在数字电路制作过程中,必须对门电路的高、低电位作出明确规定,如高电位定义 1 状态、低电位定义成 0 状态。同时对逻辑关系也作出规定,根据这些规定制造数字门电路。因此每一种门电路存在有二种不同情况:一种是正逻辑门(即“1”为高电位、“0”为低电位),另一种是负逻辑门(即“1”为低电位、“0”为高电位)。例如有正逻辑与门、负逻辑与门之分。

在数字逻辑设计中，首先设计者必须了解门电路主要参数，如平均延迟时间、扇入、扇出等等。扇入(*fan—in*)表示一个门电路输入端数，扇出(*fan—out*)表示输出负载(即能带动的下一级输入端数(典型数据8个，驱动门为16个))。平均延迟时间为前、后延迟平均值，与速度指标有关。其次，设计者必须规定设计中所使用的逻辑，与实际门电路逻辑有何关系，才能使设计保证正确无误。

无论从门电路的制造者，或门电路的使用者，都存在着正、负逻辑的处理问题。

从2.1.1的正逻辑表中可知，只需更换0为1和1为0，可得负逻辑的功能表，比较后可得结论：正与负或、正或负与。因此，使用正逻辑的与门，如用负逻辑来设计，只能当或门用。同样道理，对负逻辑与门，如用正逻辑来设计，也只能当或门用。

2.1.3 逻辑算符的完备性

在开关代数中，有三个基本的算符·、+和¬，它和$B_2=\{0,1\}$构成一个封闭的代数系统。现从二变元开关函数出发，寻找其他算符，以得到开关代数系统的其他算符完备性。

二变元开关函数共有16个，现列如下：

| | | | |
|---|---|---|---|
| $F_0=0$ | $F_1=AB$ | $F_2=A\neg B$ | $F_3=A$ |
| $F_4=\neg AB$ | $F_5=B$ | $F_6=A\oplus B$ | $F_7=A+B$ |
| $F_8=\neg(A+B)$ | $F_9=\neg(A\oplus B)$ | $F_{10}=\neg B$ | $F_{11}=A+\neg B$ |
| $F_{12}=\neg A$ | $T_{13}=\neg A+B$ | $F_{14}=\neg(AB)$ | $F_{15}=1$ |

在这些开关函数中，有常函数$F_0$、$F_{15}$；原反变元函数$F_3$、$F_5$、$F_{10}$、$F_{12}$；$F_7$为或门逻辑函数；$F_1$为与门逻辑函数；$F_6$为异或门逻辑函数，而$F_9$为同或门逻辑函数；$F_2$、$F_4$为禁止门逻辑函数；$F_{11}$、$F_{13}$为蕴含(*Implies*，符号为⊃)逻辑函数；$F_8$被定义为*peirce*函数，常用$A\downarrow B$表示，实际上是一个或非门逻辑函数；$F_{14}$被定义为谢弗(*sheffer*)函数，用$A|B$表示，实为与非门逻辑函数。综合以上，目前有逻辑门的算符有¬、·、+、⊕、↓、|。在这些算符中，还有那些算符的组合可以像·、+、¬一样构成封闭的开关代数系统的完备

算符组。下表列出几组完备算符组。

| 完备算符组 | 对应的逻辑门 | 需替代的算符 AND | OR | NOT |
|---|---|---|---|---|
| ¬、+ | 非门,或门 | $A\cdot B=\neg(\neg A+\neg B)$ | ✓ | ✓ |
| ¬、· | 非门,与门 | ✓ | $A+B=\neg(\neg A\cdot\neg B)$ | ✓ |
| ↓ | 或非门 | $A\cdot B=(A\downarrow A)\downarrow(B\downarrow B)$ | $A+B=(A\downarrow B)\downarrow(A\downarrow B)$ | $\neg A=A\downarrow A$ |
| $\mid$ | 与非门 | $A\cdot B=(A\mid B)\mid(A\mid B)$ | $A+B=(A\mid A)\mid(B\mid B)$ | $\neg A=A\mid A$ |
| ⊕、·、 | 异或门,与门 | ✓ | $A+B=1\oplus((1\oplus A)(1\oplus B))$ | $\neg A=1\oplus A$ |

此外,与或非算符是·、+、¬的复合,也构成开关代数完备算符组。在数字电子计算机的逻辑设计中,常采用与非门或或非门来构成计算机内的数字电路,当然也可采用众多的门电路来完成计算机的逻辑设计。

## 2.2 时序逻辑元件

在数字逻辑中,时序逻辑元件也是它的一个组成成分。这些元件包括有延迟线,触发器和其他存储记忆元件。

2.2.1 延迟元件

延迟元件可用声延迟线、电容电感网络、级联门电路等多种方法来实现,其符号及波形如图 14.2.2 所示。

一个输入信号通过延迟元件总需要滞迟一定时间(即$\triangle t$)后,输出才能出现所传输的信号,事实上它具有存储能力,可用数学描述其特性方程为:

$$y(t+\triangle t)=Y(t)$$

即在 $t+\triangle t$ 时刻,该元件输出 $t$ 时刻进入该元件的信号。现设 $t=k\triangle t$($k$ 为整数),则有:

$$y((k+1)\triangle t)=Y(k\triangle t)$$

常记做 $y^{k+1}=Y^k$。

需要指出,对延迟元件的入出信号应予以阻抗匹配,以减少反射和波形失真。

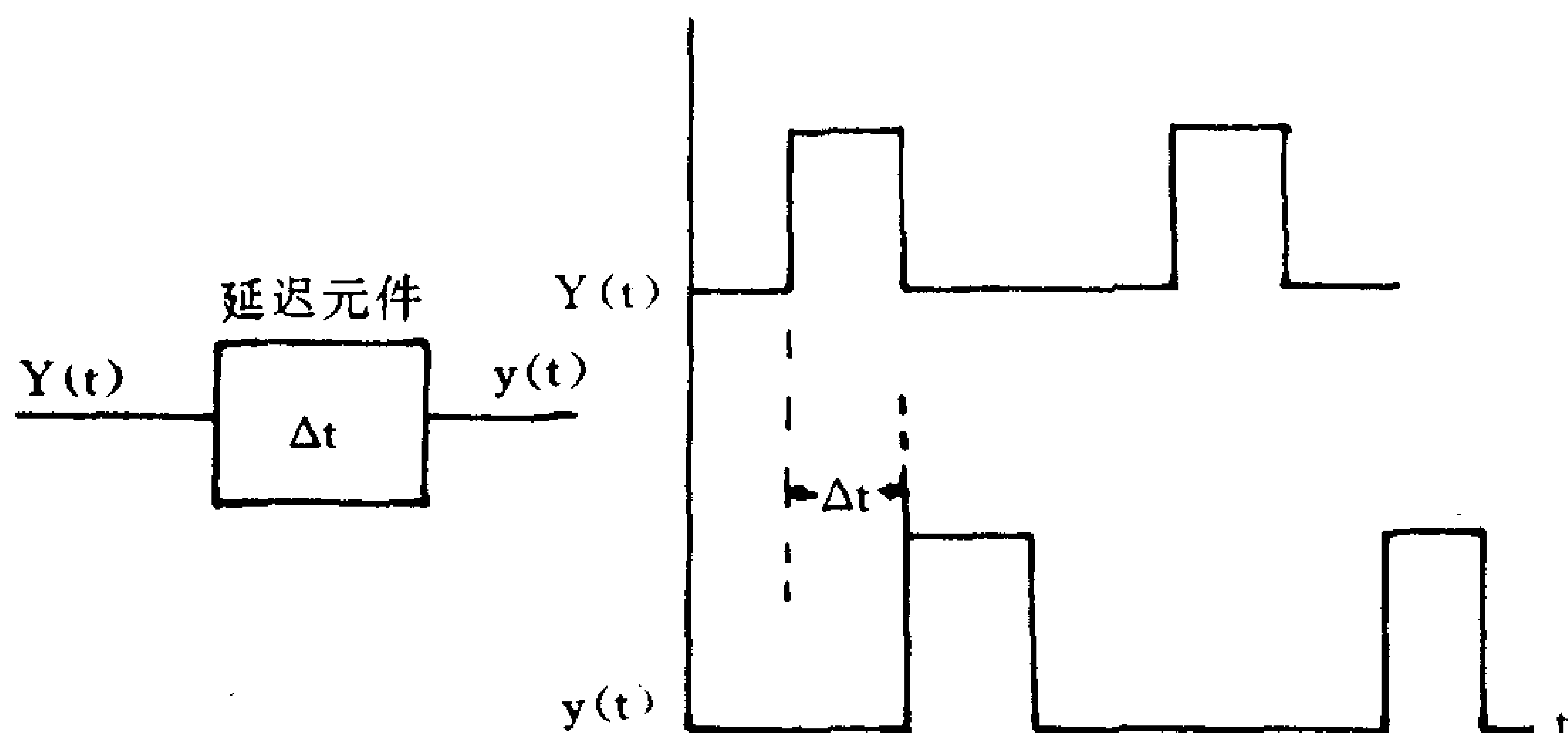



图 14.2.2

2.2.2 触发器

触发器，又名为双稳态电路，有存储记忆特性，在数字逻辑中特别有用。

触发器的种类很多，常用的有 $R—S$ 触发器、$D$ 触发器、$T$ 触发器、$J—K$ 触发器等等，现分别描述如下：

(1)$R—S$ 触发器

$R—S$ 触发器常用两个与非门或或非门来构成，它有复位(*Reset*)和置位(*Set*)两个输入和两个彼此互补的输出 $Q$ 和 $\neg Q$，是构作其他类型触发器的基本元件。下面给出了它的构作结构、逻辑符号如图 14.2.3 所示。

从图中可以看出：ε 表示 $R—S$ 触发器建立稳定状态的时间，它必须大于门元件传输延迟时间的二倍，因此，要求复位脉冲或置位脉冲的宽度至少为门传输延迟时间的二倍，并且不允许置位脉冲和复位脉冲两个同时到达，即有 $\neg S+\neg R=1$ 的约定。所以，$R—S$ 触发器的时序方程应为

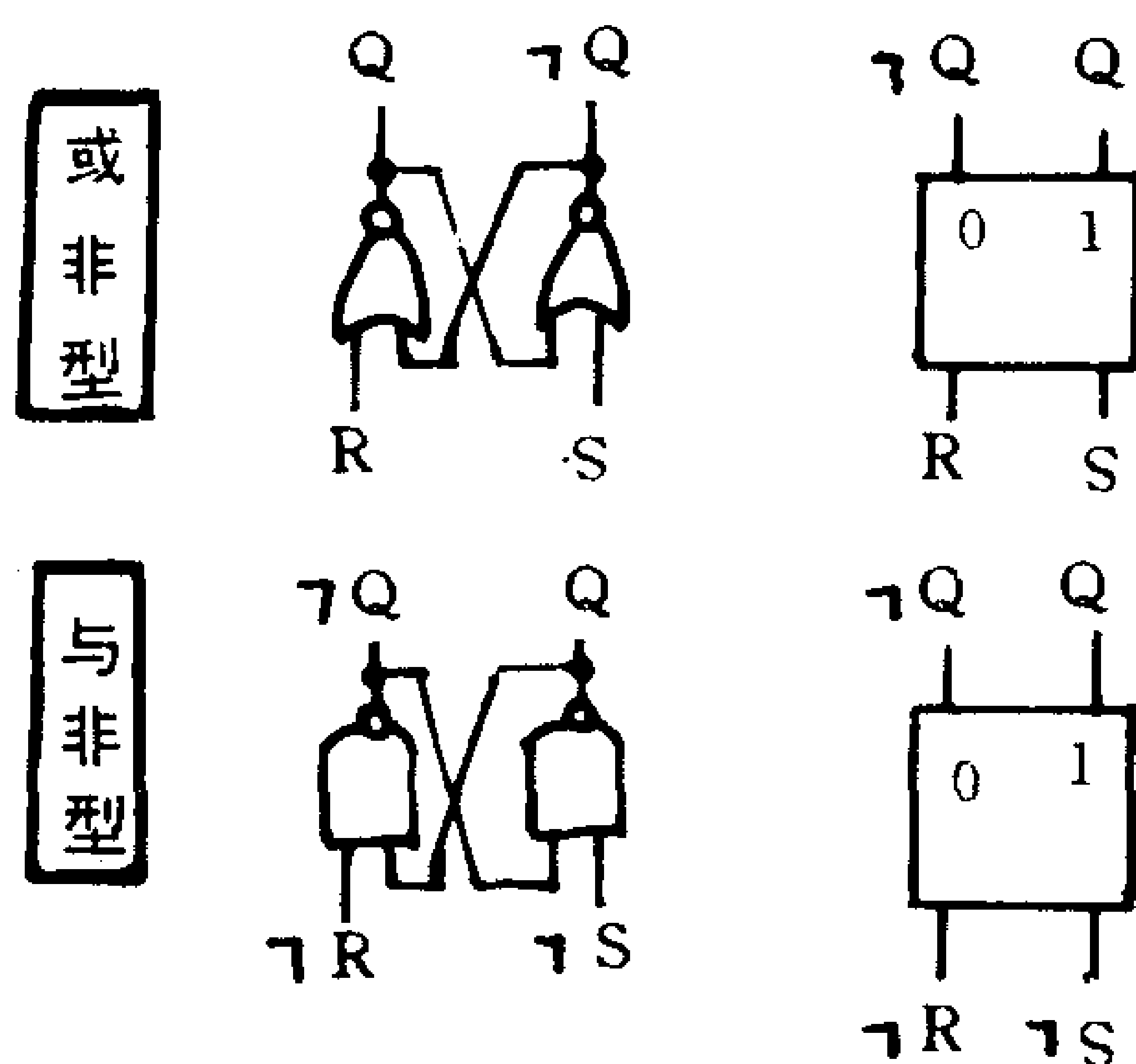



图 14.2.3

$$\begin{cases} Q^{k+1} = S + \neg RQ^{k} \\ \neg S + \neg R = 1 \end{cases}$$

$R$--$S$ 触发器是一个非同步的触发器，在异步控制中有较大的用处。

(2)维持阻塞型触发器

维持阻塞型触发器有 $D$ 触发器、$T$ 触发器和 $J$--$K$ 型触发器，现以 $D$ 触发器的构作说明其维持阻塞功能，如下图 14.2.4 所示。

从图中可知，$D$ 触发器由三个 $R$—$S$ 触发器组成，并有两个输入信号——数据 $D$ 和 $CP$(*clock pulse*)脉冲，它是一个边沿触发器，依靠 $CP$ 上升沿来触发接收数据 $D$ 并保存在该 $D$ 触发器中，即在 $CP$ 脉冲上升沿后的 $\varepsilon$ 时间内，使 $\neg R$ 或 $\neg S$ 建立稳定输出(由两根维持线实现)，此后就与 $D$ 端信息无关，而保证接收 $CP$ 脉冲上升沿时刻的 $D$ 端信息；而一根阻塞线就实现了条件 $\neg R+\neg S=1$，以保证 $D$ 触发器的稳定输出。它是一种前沿触发器，而前沿触发的 $T$ 触发器和 $J$—$K$ 触发器在 $D$ 触发器图中稍加修改即

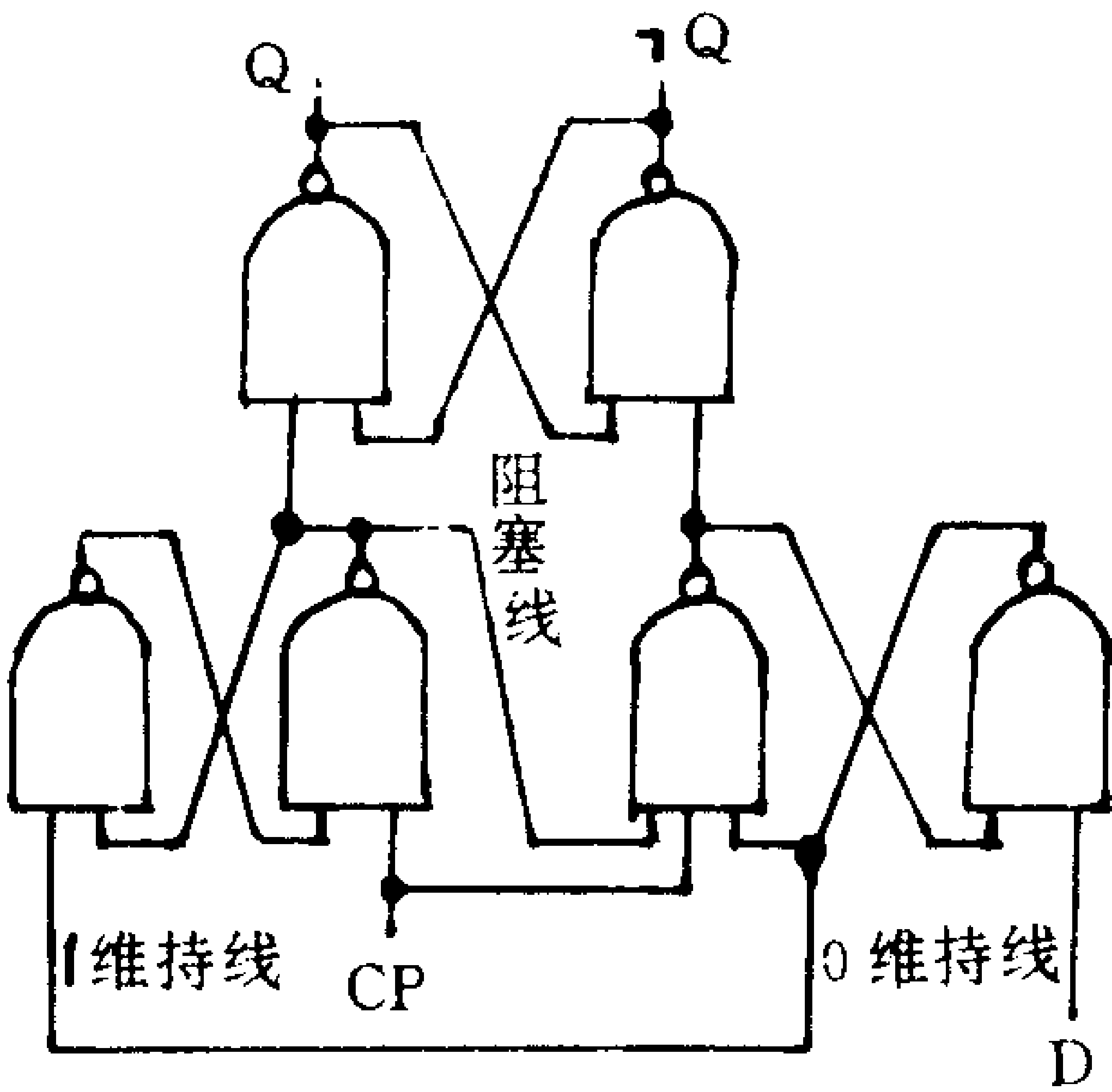



图 14.2.4

可得它们的原理图，例如连接¬$Q$ 端和 $D$ 端，即得 $T(=CP)$触发器。下面我们列出该三种前沿触发器的逻辑符号如图 14.2.5 所示，

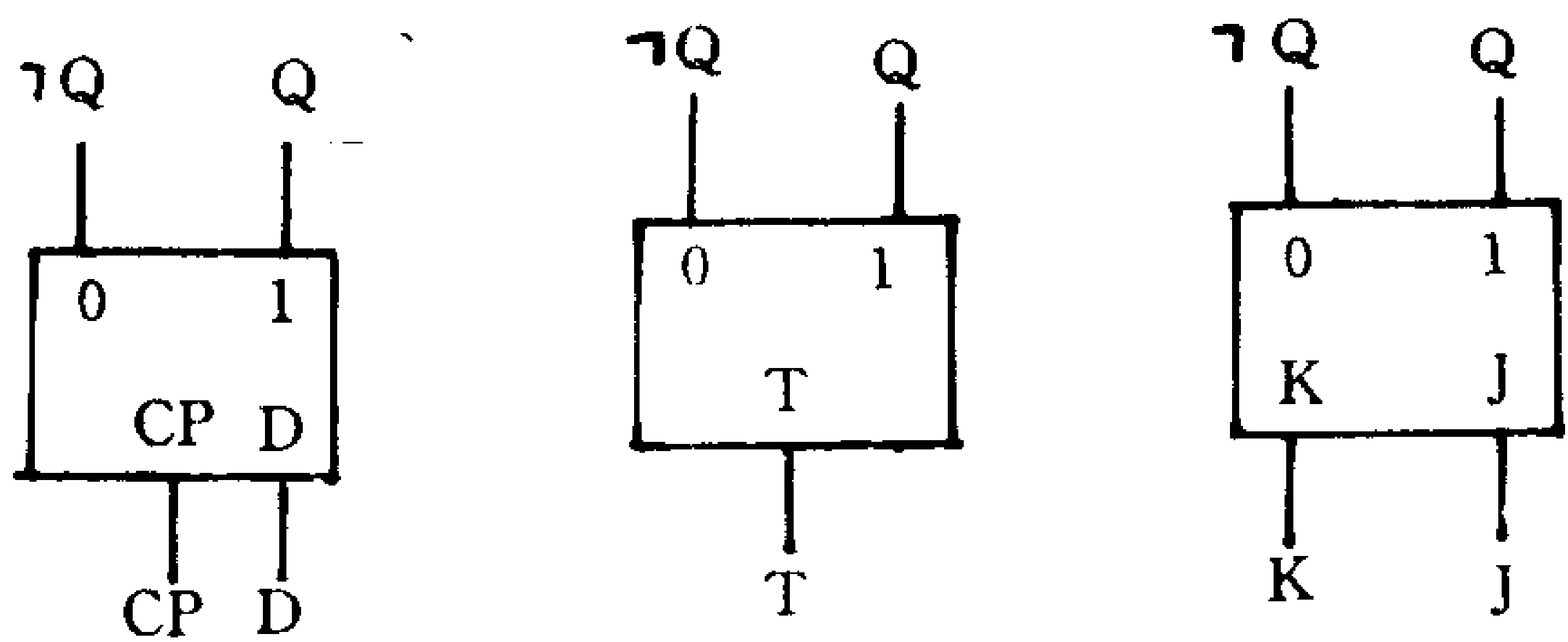



图 14.2.5

此三类的触发器的次态方程为：

$D$ 触发器：$Q^{k+1}=DCP+Q^{k}\neg CP$

$T$ 触发器：$Q^{k+1}=\neg Q^{k}T+Q^{k}\neg T=Q^{k}\oplus T$

$J$-$K$ 触发器：$Q^{k+1}=J\neg Q^{k}+\neg KQ^{k}$

必需指出，此三种触发器还有前沿触发的电路形式，在使用中必须引起设计者的注意。另外还有各种组合形式的触发电路，例如 *R—S—T* 触发器、*R—S—D* 触发器、同步 *J—K* 触发器等，这里不一一描述。

最后，诸如磁介质存储元件等其他存储元件，这里亦不予讨论。

## 3 组合逻辑

组合逻辑是一种决策逻辑，其输出值依赖于当前的输入值所决定的。它含有组合逻辑的分析和综合两大课题，前者是对一个已知的逻辑图用开关函数来描述它的工作，研究它的工作特性和逻辑功能；后者是根据已确定的逻辑功能和要求，化归成开关函数，经化简后用逻辑电路来实现其确定的逻辑功能和要求的逻辑图.所以组合逻辑的综合又可称为组合逻辑的设计。显然，这二个过程是互逆的。

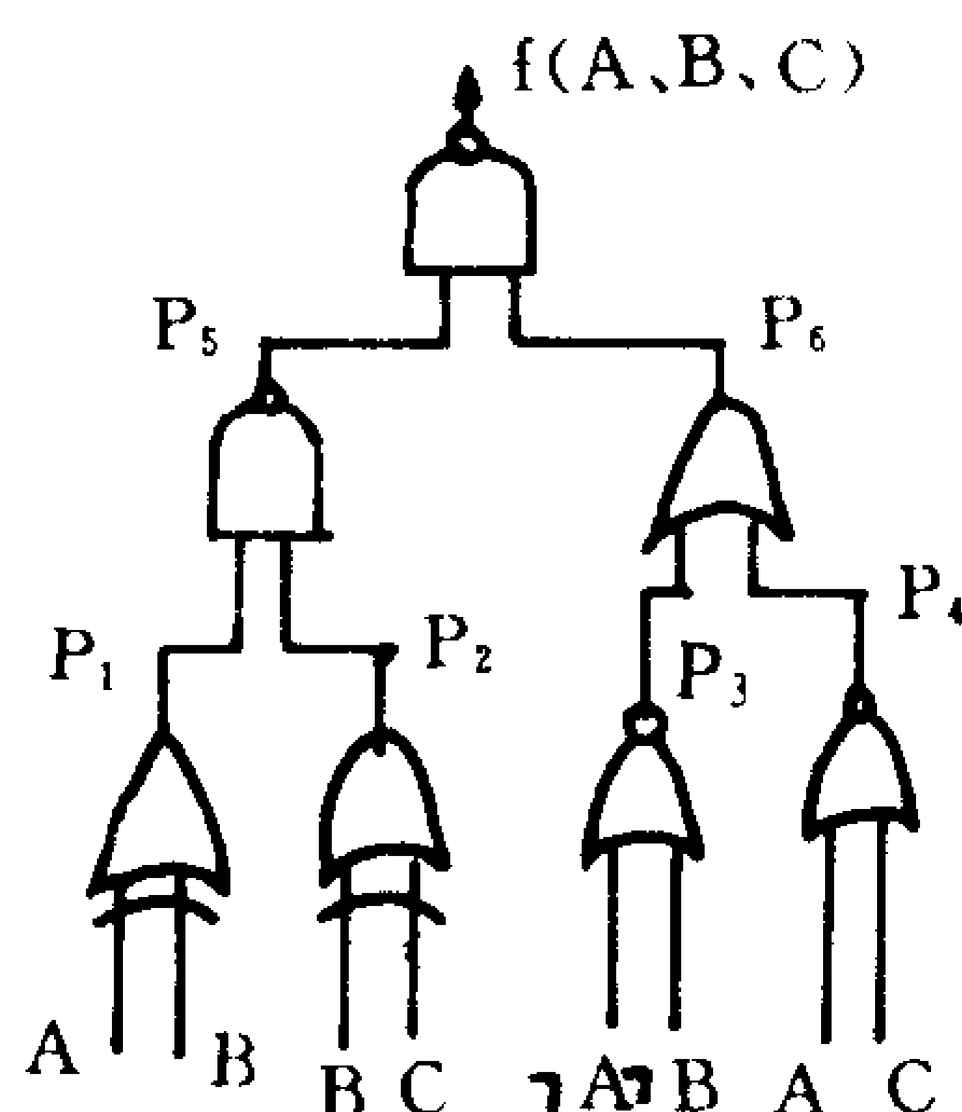



图 14.3.1

### 3.1 组合逻辑的分析

当我们研究一个给定的逻辑电路逻辑图时，经常会提出下列问题：推敲它的设计思想；更换其中的某些电路；估价它的功能和指标。于是产生对它进行分析。

组合逻辑的分析，就是根据给定的电路逻辑图，写出它的开关函数表达式，以此来描述它的逻辑功能和确定输入输出之间关系，并评估其设计的合理性。

一般，组合逻辑的分析可由下列步骤来实现：

(1)根据给出的电路逻辑图写出它的开关函数表达式。

(2)根据开关函数的表达式，列出真值表。

(3)对该电路逻辑图设计进行评估。

例 9：试分析如图 14.3.1 的电路逻辑图

解：一般情况下，对逻辑图进行分析时，一、二步可结合进行，可按真值表的变元值，分级推导得其开关函数的真值表，而不一定要写出它的开关函数表达式，这对复杂的逻辑图是行之有效的。于是根据逻辑图可列出如下真值表。

| $A$ | $B$ | $C$ | $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ | $P_4$ | $P_5$ | $P_6$ | $f(A,B,C)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |

得 $f(A,B,C)=m_1+m_2+m_3+m_4+m_5$

用卡诺图化简可得：

$$f(A,B,C)=A\oplus B+\neg BC \text{ 或 } A\oplus B+\neg AC=f(A,B,C)$$

两式具有同样最简形式，因此图 14.3.2 中($a$)、($b$)之一均可代替原逻辑图，既减少连线和使用门电路的数目，又提高了可靠性。

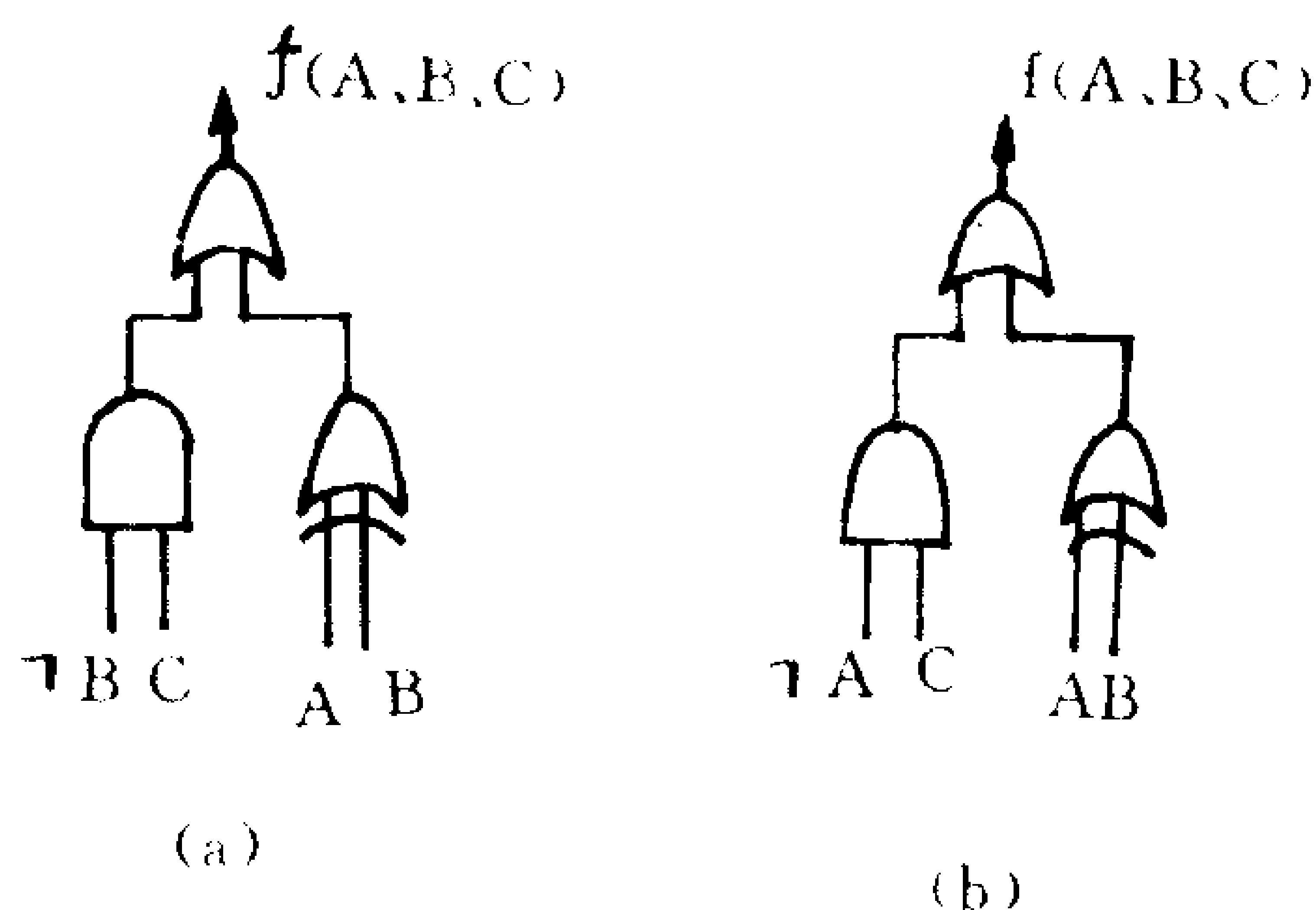



图 14.3.2

## 3.2　组合逻辑的综合

组合逻辑的综合又称组合逻辑的逻辑设计或组合逻辑的设计。它根据给定的逻辑功能和要求，在特定的条件下，找出最少的逻辑元件实现给定逻辑功能和要求的逻辑图。

组合逻辑的综合有下列步骤：

(1)根据给出的逻辑功能和要求建立真值表。

(2)根据真值表写出开关函数的积之和范式。

(3)对所求得的开关函数进行简化。简化的标准可能是最少门电路个数；或最少的传输延迟时间；或其他特定的要求等，从而找

出最佳的性能价格比的开关函数式。

(4)根据化简后所得的开关函数表达式画出电路逻辑图。

以上各步中第一步是关键,设计者必须对逻辑问题有全面的理解和正确的判断,任何疏忽大意,都会导致整个设计的错误。

下面举一例说明组合逻辑的综合过程:

例 10:设有两个二位二进数分别用 $x$、$y$ 表示,现要求用与非门设计一个判别 $x>y$ 的电路逻辑图。

解:设两个数 $x$、$y$ 分别由 $x_1x_2$、$y_1y_2$($x_1$、$y_1$ 为高位)表示。

(1)根据题意,$x$、$y$ 的比较大小可化结成相应二进值的比较,有三种情况:

($a$)若 $x_1>y_1$,则有 $x>y$

($b$)若 $x_1=y_1$,且 $x_2>y_2$,则有 $x>y$,否则 $x\leqslant y$

($c$)若 $x_1<y_1$,则有 $x<y$

现定义 $f(x_1,x_2;y_1,y_2)=\begin{cases}1,\text{当 } x>y \text{ 时}\\0,\text{当 } x\leqslant y \text{ 时}\end{cases}$

则可列出 $f(x_1,x_2;y_1,y_2)$命题的真值表如下(表中 $x$ 为任意值):

| $x_1$ | $x_2$ | $y_1$ | $y_2$ | $f(x_1,x_2;y_1,y_2)$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $X$ | 0 | $X$ | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 其 | | 它 | | 0 |

(2)根据以上真值表,得开关函数表达式:

$f(x_1,x_2;y_1,y_2)=x_1\neg y_1+(x_1y_1+\neg x_1\neg y_1)x_2\neg y_2$

(3)用卡诺图 14.3.3 简化 $f(x_1,x_2;y_1,y_2)$得

$$f(x_1,x_2;y_1,y_2)=x_1\neg y_1+x_2\neg y_1\neg y_2+x_1x_2\neg y_2$$
$$=x_1\neg y_1+x_2\neg y_2(\neg y_1+x_1)$$

然后,利用获·摩根定理对与非逻辑进行综合得:

$f(x_1,x_2;y_1,y_2)=\neg(\neg(x_1\neg y_1+x_2\neg y_2(\neg y_1+x_1)))$

$=\neg(\neg(x_1\cdot\neg y_1)\neg(x_2\neg y_2$
$(\neg y_1+x_1))$
$=\neg(\neg(x_1\cdot\neg y_1)\neg(x_2\neg y_2$
$\neg(y_1\neg x_1)))$

(4)画出该函数的实现电路逻辑图 14.3.4。

同样,多输出开关函数的综合亦可按此进行。

| $x_2y_2$ \ $x_1y_1$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | | | | 1 |
| 01 | | | | 1 |
| 11 | | | | 1 |
| 10 | 1 | | 1 | 1 |

图 14.3.3

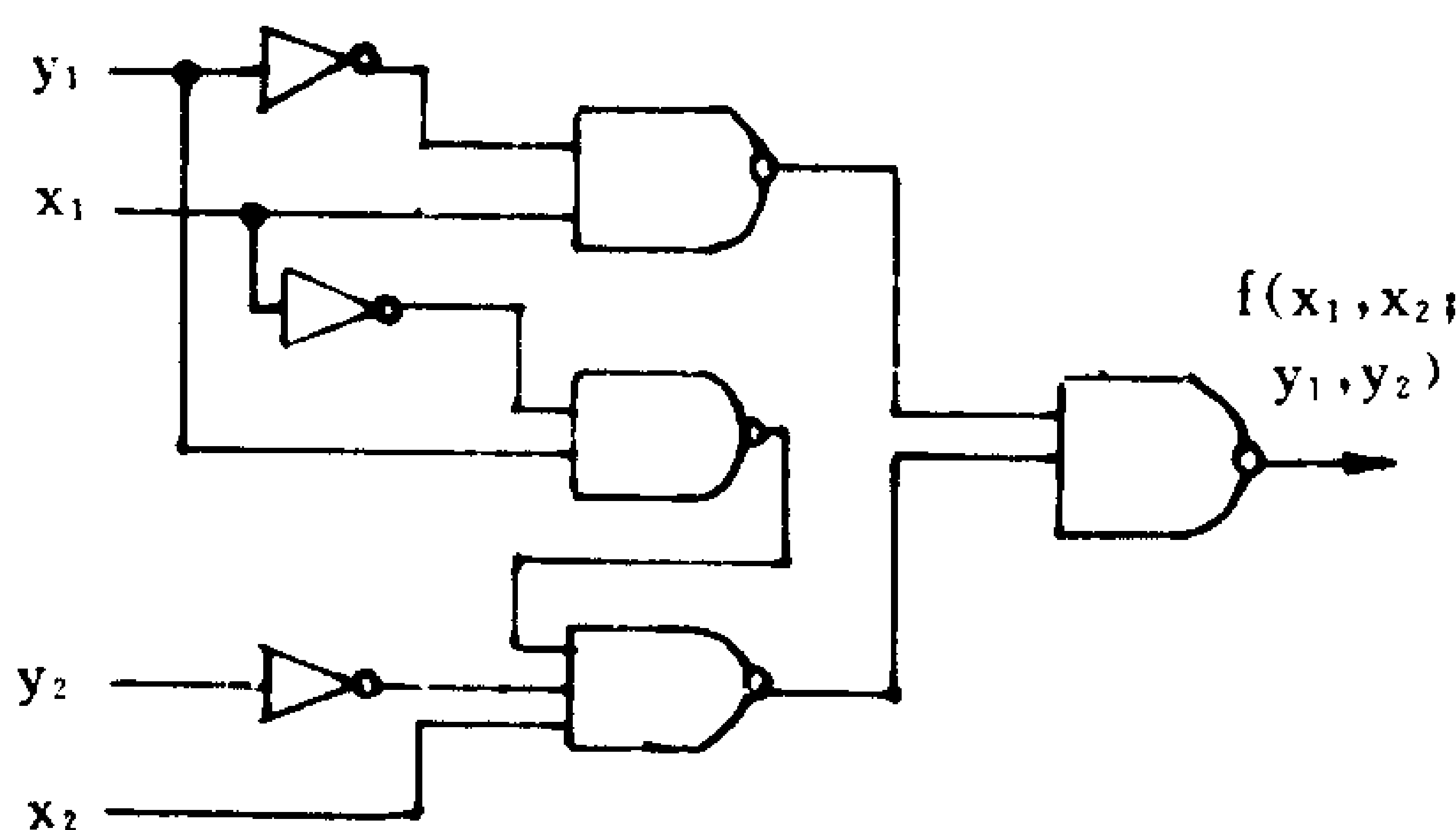



图 14.3.4

## 3.3 组合逻辑的冒险

前面讨论组合逻辑的综合时,只研究输出和输入间稳定状态值的关系,但由于导线和门电路都会导致时间的延迟,即使各输入达到稳定值时,其函数的输出并不是都能达到稳定值,有可能出现

短暂的毛刺，大都是出现在输入状态的转换时刻，它不符合该函数的逻辑关系，就构成了组合逻辑的冒险现象。冒险可分静态冒险和动态冒险两种，前者出现只是一个短暂现象，以后就会保持正确输出值，它又可分偏 1 冒险和偏 0 冒险两种。而后者是指当输入值发生变化，导致输出值产生不符合逻辑关系的值，它往往是由静态冒险发展而来。不管那一种冒险，其根据是出在各类电路的时间延迟上。因此，消除组合逻辑的冒险的方法是：在组合逻辑的综合中用增加相应的冗余项或在工程上规定使用门电路的延迟时间。如果消除了静态冒险，也就消除了动态冒险。

下面举一例说明组合逻辑的冒险产生及消除的方法。

例 11：研究开关函数 $F=AB+\neg AC$ 产生冒险情况。

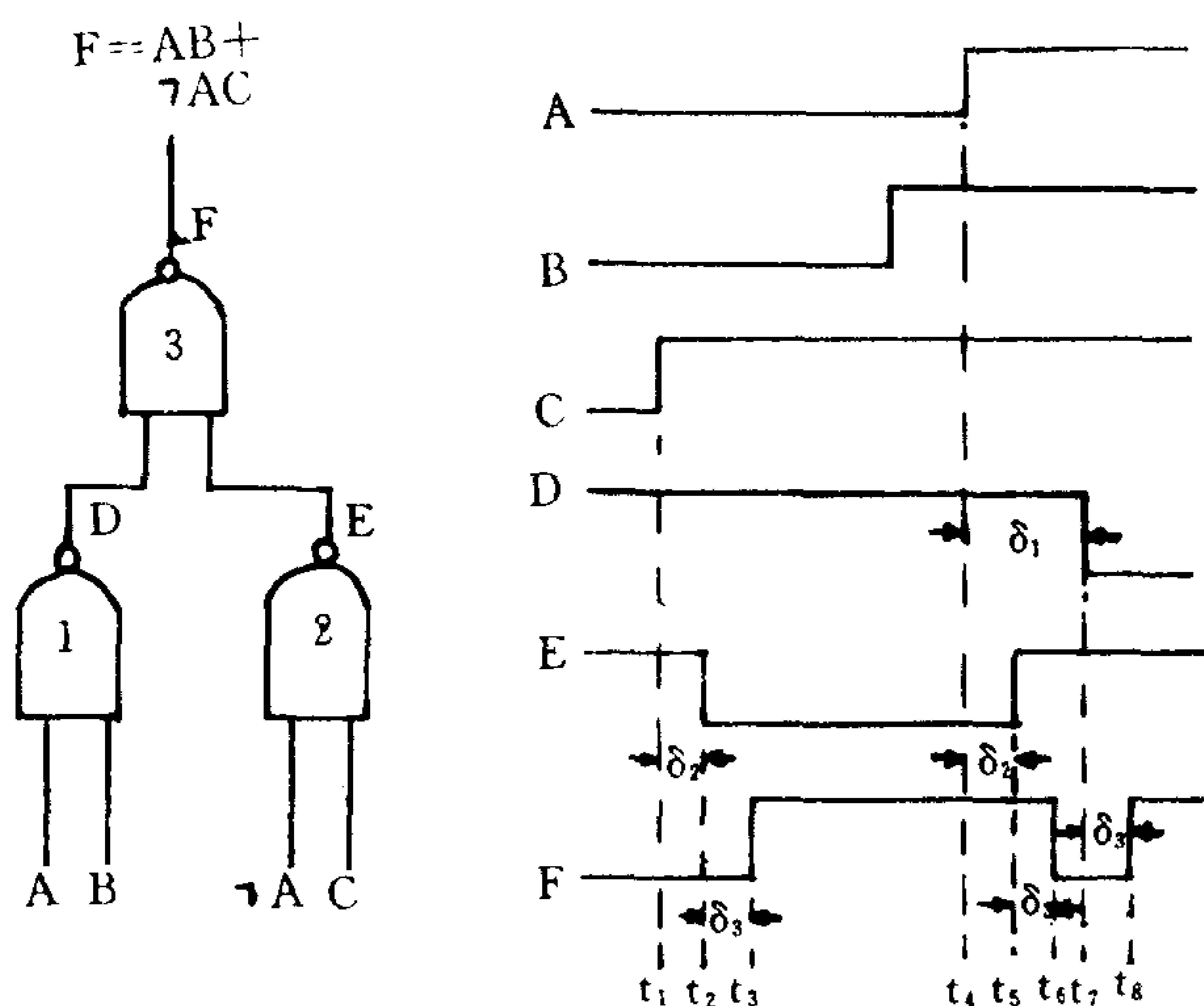



图 14.3.5

解，如图 14.3.5 实现该函数，并且编号的 1、2、3 门的延迟时

间为 $\delta_1$、$\delta_2$ 和 $\delta_3$，且有 $\delta_1 > \delta_2$，则必导致产生所画的波形图，在 $t_6$ 至 $t_7$ 间产生不符合函数逻辑关系值(偏 0 静态冒险)。在集成电路逻辑图，$\delta_i$ 均很小，就可能出现一个极短暂的毛刺后就恢复正确的逻辑关系值。

克服组合逻辑的冒险的方法，可采用增加冗余项来解决，在本例中，主要是 $\neg A$ 转变成 $A$ 时产生，那末冗余项应是除去 $A$ 和 $\neg A$ 的两项与，即 $BC$，于是有 $F=AB+\neg AC+BC$ 就可克服这种冒险现象，读者不难用与非门去实现 $F$ 的逻辑图。

克服组合逻辑的冒险另一种方法，在工程上选取延迟时间为 $\delta_1=\delta_2=\delta_3$ 的门元件，亦保证不会出现此类冒险。

如果所有的静态冒险都克服了，那末动态冒险亦不能产生了。

## 3.4 组合逻辑中其他课题

组合逻辑中其他课题有开关函数的分解和用与非或或非逻辑进行组合逻辑的综合等。其目的是在开关函数的综合中用较少的硬件加以实现该函数的电路逻辑图。

### 3.4.1 开关函数的分解

开关函数的分解课题是：把一个复杂的开关函数分解成一组比较简单的开关函数，它给电子元件应用于设计一个复杂的开关函数带来了好处。关于这个专题的详细内容可参看阿伸赫斯特(Ashenhurst)[4]和卡尔蒂斯(Curtis)[5]的文章，本文仅给出开关函数的两种分解结果，不涉及分解方法。

(1)开关函数的简单断离分解

设 $f(X)=f(x_1,x_2,\cdots,x_n)$ 是一个 $n$ 变元的开关函数，$f$ 能简单断离分解当且仅当 $X$ 的不相交的子集 $Y(y_1,y_2,\cdots,y_i)$ 和 $Z(z_1,z_2,\cdots,z_j)$ 存在，且 $Y$、$Z$ 的并集为 $X$，并有开关函数 $F_1$、$F_2$，使得

$$f(X) = F_2(F_1(Y),Z)$$

成立。此时称 $Y$ 为束缚变元集，$Z$ 为自由变元集。

(2)开关函数的简单非断离分解

设 $f(X)$ 是一个 $n$ 变元的开关函数，$f$ 能简单非断离分解当且仅当存在 $X$ 的子集 $Y_1(y_1,y_2,\cdots,y_i)$ 和 $Y_2(y_{i-k},y_{i-k+1},\cdots,y_n)$，且有 $i>k>1$，$Y_1$、$Y_2$ 的并集为 $X$，并存在有开关函数 $F_1$、$F_2$，使得

$$f(X)=F_2(F_1(Y_1),Y_2)$$

成立。

对于复杂分解只不过对一个开关函数的许多简单分解，这里不作进一步讨论。

3.4.2 与非和或非逻辑综合

与非门和或非门比起与门和或门来，有放大作用，并且是一个完备的基本函数。它在开关函数的综合中起着十分重要的作用，这里叙述它们综合的二种方法。

(1)双补法

在开关函数中，利用定理 $\neg\neg f=f$ 及狄·摩根定理，可用来对积之和(和之积)式进行与非(或非)逻辑综合，这就是双补法，前面已多次使用它来对开关函数进行综合。

(2)变换法

规则1：把开关函数表达式分解成积之和(和之积)形式的因子，使得奇数级为或(与)门，偶数级为与(或)门，并使电路中偶数级的输入是原变元，奇数级门的输入为补变元。

规则2：对符合规则1形式电路逻辑图中，用与非(或非)门取代全部的门，并且将所有奇数级门的输入补变元变成原变元(即求非)。

变换法就是将符合规则1的积之和(和之积)形式的开关电路逻辑图变换成按规则2形成的与非(或非)逻辑综合的电路逻辑图。

# 4 时序逻辑引论

时序逻辑与组合逻辑不同，其输出不仅仅是现时输入的函数，

而且又与从前的输入有关。例如楼房中电梯运行就是一个时序逻辑的例子，即电梯运行动作由控制按扭(每层楼及电梯控制板均有)的输入和目前的位置(现状)一起决定所去向的楼层(次态)，然后发出状态跳变命令给牵引电机，驱动电梯到次态楼层。这里输入、现态、次态和状态跳变等都是时序逻辑的基本概念。它和组合逻辑有下列不同点：

(1)时序逻辑至少含有一个记忆存储元件(存储现态)，而组合逻辑则没有此类存储元件。

(2)时序逻辑的输出由当时输入和现态有关，而组合逻辑仅与输入有关。

(3)时序逻辑的特性由次态函数集和输出函数集描述，而组合逻辑的特性仅用输出函数集描述。

从上可知，时序逻辑提供了那些无法用组合逻辑处理的数字逻辑设计。

## 4.1 时序逻辑模型

图 14.4.1 示出了组合逻辑的模型，可由下列数学关系式描述：

$$Z_i=f_i(x_1,x_2,\cdots,x_n)(i=1,2,\cdots,n) \tag{1}$$

而图 14.4.2 是时序逻辑的模型，由下列数学关系式描述：

$$Z_i=g_i(x_1,x_2,\cdots,x_n,y_1,\cdots y_r)(i=1,2,\cdots n) \tag{2}$$

$$Y_j=h_j(x_1,x_2,\cdots,x_n,y_1,\cdots,y_r)(j=1,2,\cdots,r) \tag{3}$$

其中 $Z$ 为输出组$(Z_1,Z_2,\cdots,Z_n)$，$y$ 为现态组$(y_1y_2,\cdots y_r)$，$Y$ 为次态组$(Y_1,Y_2,\cdots,Y_r)$和变元组$(x_1,x_2,\cdots,x_n)$。方程组(2)为输出函数，方程组(3)称为次态函数。

尽管如此，方程组(2)、(3)能描述其逻辑图的行动，却不能清晰地表示状态之间所存在的关系，可用状态表或状态图来说明。

时序逻辑中状态(*states*)由现态变量组$(y_1,y_2,\cdots,y_r)$给出，一般可由 $y_j$ 的二进编码给出，亦可用英文字母 $A$、$B$、$C\cdots$给出。其状

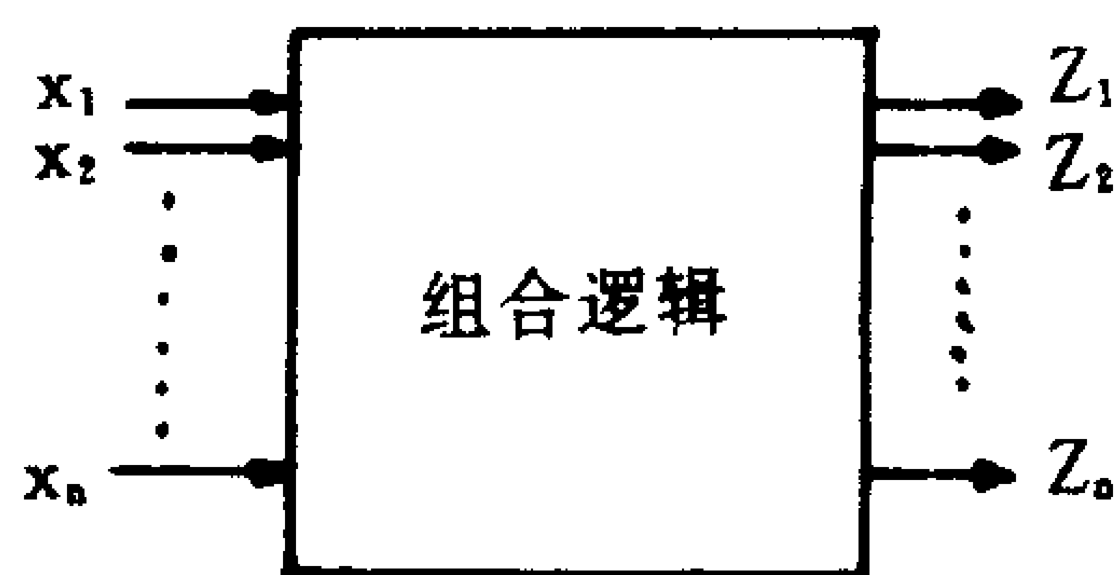



图 14.4.1

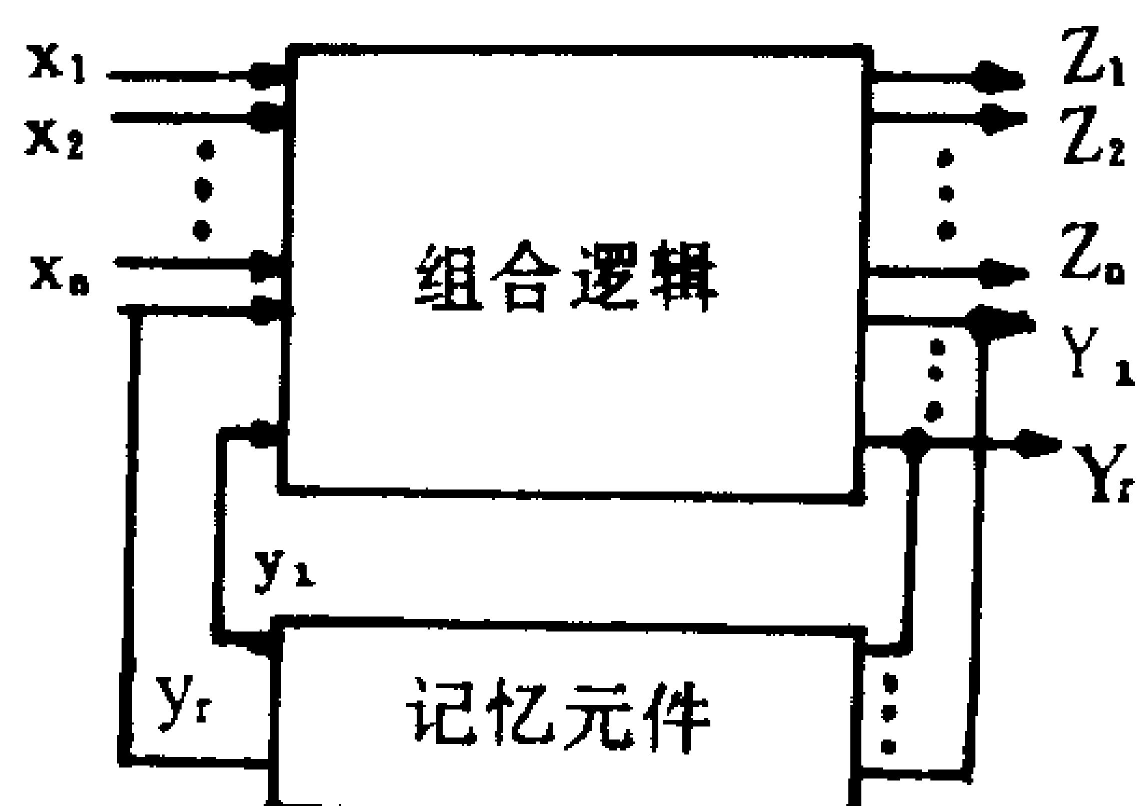



图 14.4.2

态数 $n$ 和 $r$ 之间有如下关系式：

$$2^{r-1} < n \leqslant 2^{r}$$

状态表或状态图可用图 14.4.3 或图 14.4.4 给出。

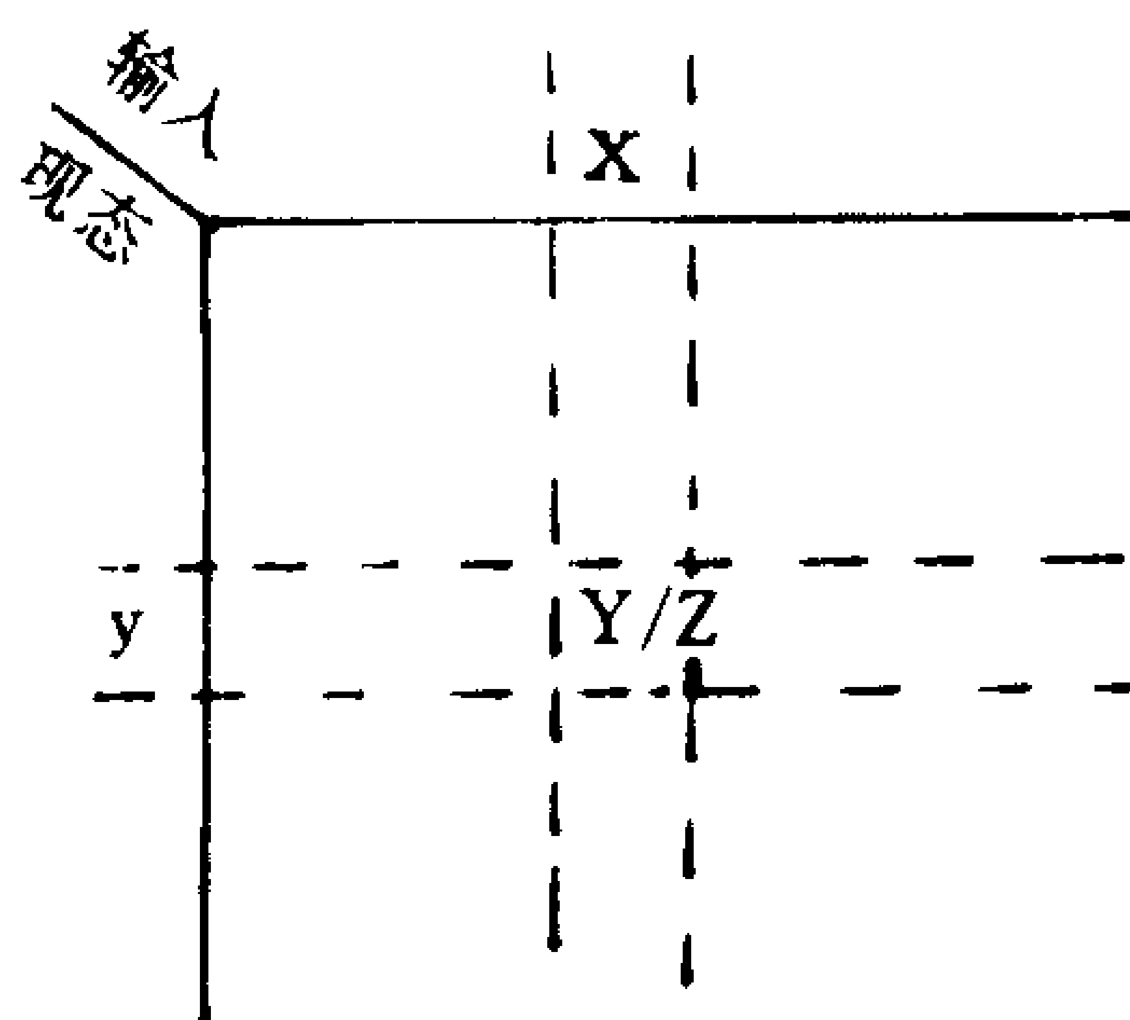



图 14.4.3

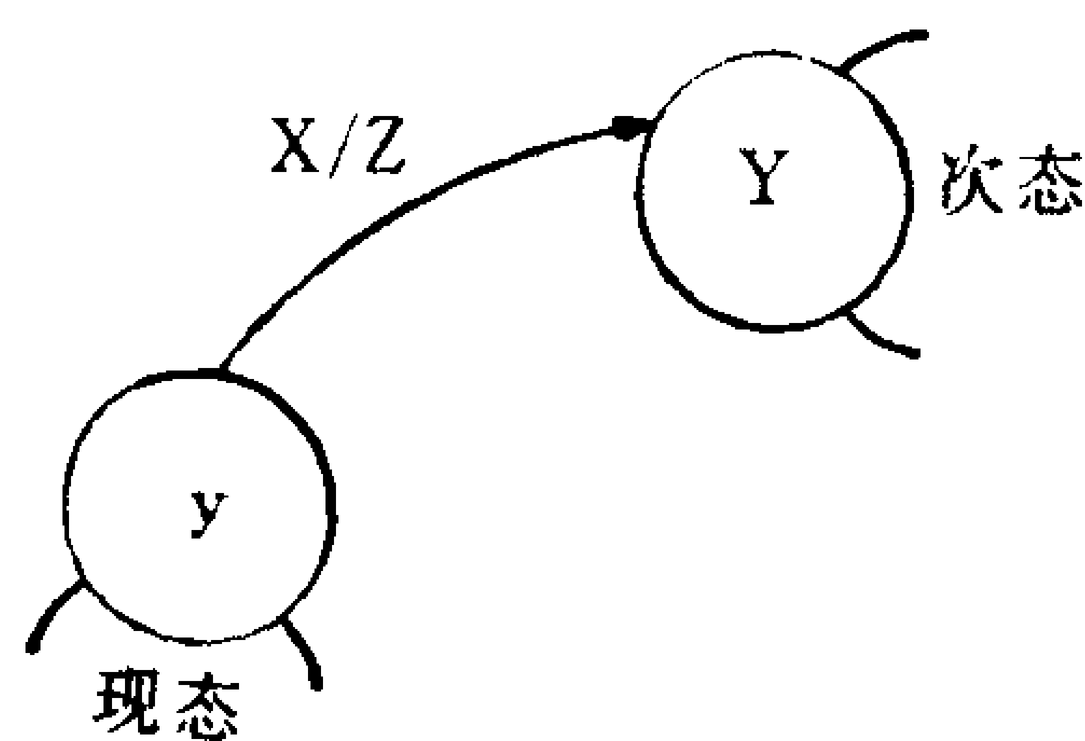



图 14.4.4

上图给出了 $y$ 状态并输入值 $X$ 的 $Y/Z$ 的状态表(*state Table*)和状态图(*State diagram*)，圆圈可表示一个状态，状态间的弧线代表状态的跳变，边上注明了输入/输出值。

以上描述可抽象到时序机概念。从本质上说，时序机(*Sequential Machine*)只不过是一个抽象的模型，只能用来描述系统的操作特性，而不能描述时序逻辑，有时甚至是无形的，只要满足时序机模型的公理，不管是具体的或抽象的，统称时序机。

时序机理论是一门有关信息处理系统，如计算机等采用离散数学模型的理论(也包含有时序等价和最小化等理论)，现给出时序机的定义：

时序机是一个系统，它用五位一体的参量来表征：$M=(\sum、Q、Z、\lambda、\delta)$

其中，$\sum$=输入符号 $\sigma_1,\sigma_2,\cdots,\sigma_e$ 的有限非空集；

$Q$=状态 $q_1,q_2,\cdots,q_n$ 的有限非空集；

$Z$=输出符号 $z_1,z_2,\cdots z_m$ 的有限非空集；

$\delta$=次态函数，它表示输入及状态向次态的映射 $Q\times\sum\rightarrow Q$；

$\lambda$=输出函数，它表示输入及状态向输出的映射 $Q\times\sum\rightarrow Z$，或输出函数仅是状态的函数(即 $Q\rightarrow\sum$)。前者称密利(Mealy)型时序机，后者称为穆尔(Moore)型时序机，并且两者时序机可相互转换。

时序逻辑是时序机的一种数学模型描述，所以，它可以由物理电路来实现。

在时序逻辑中，方程组(2)和(3)构成密利模型，而穆尔模型由方程组(4)和(5)描述：

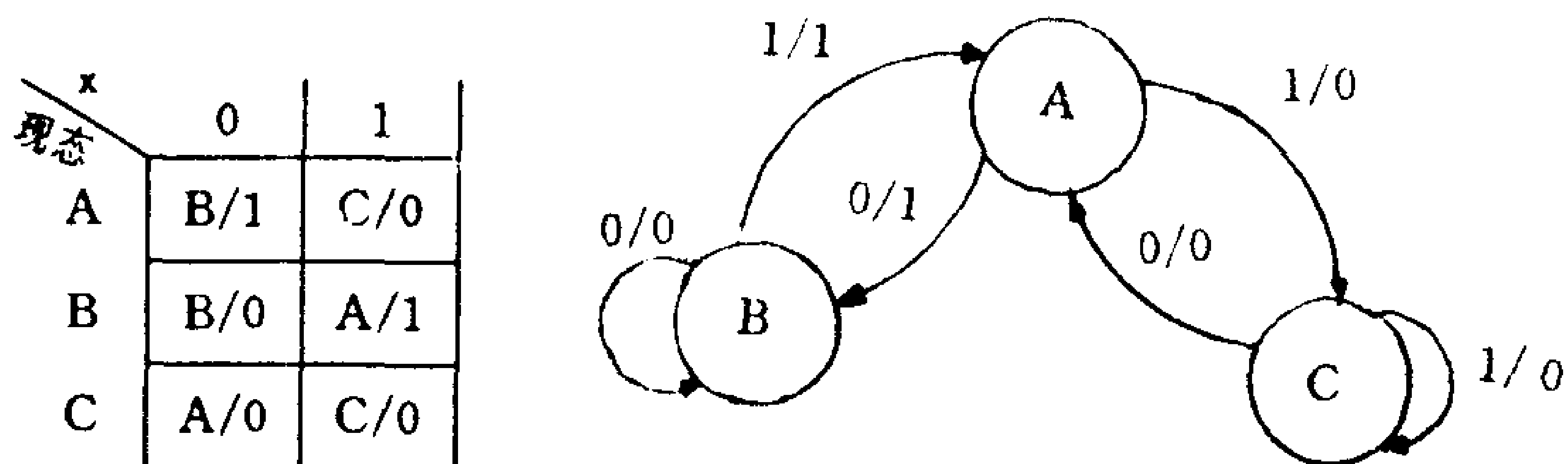
$$Z_i=g_i(y_1,y_2,\cdots,y_r)(i=1,2,\cdots n) \tag{4}$$

$$Y_j=h_j(x_1,x_2,\cdots x_n,y_1,y_2,\cdots y_r)(j=1,2,\cdots,r) \tag{5}$$

密利型时序逻辑的状态表和状态图 14.4.5 如下：

若起始状态为 $A$，送入 0100111 输入序列，则与每个输入相应的现态、次态、输出等值如下：

输入：0100111



| 现态 \ x | 0 | 1 |
|---|---|---|
| A | B/1 | C/0 |
| B | B/0 | A/1 |
| C | A/0 | C/0 |



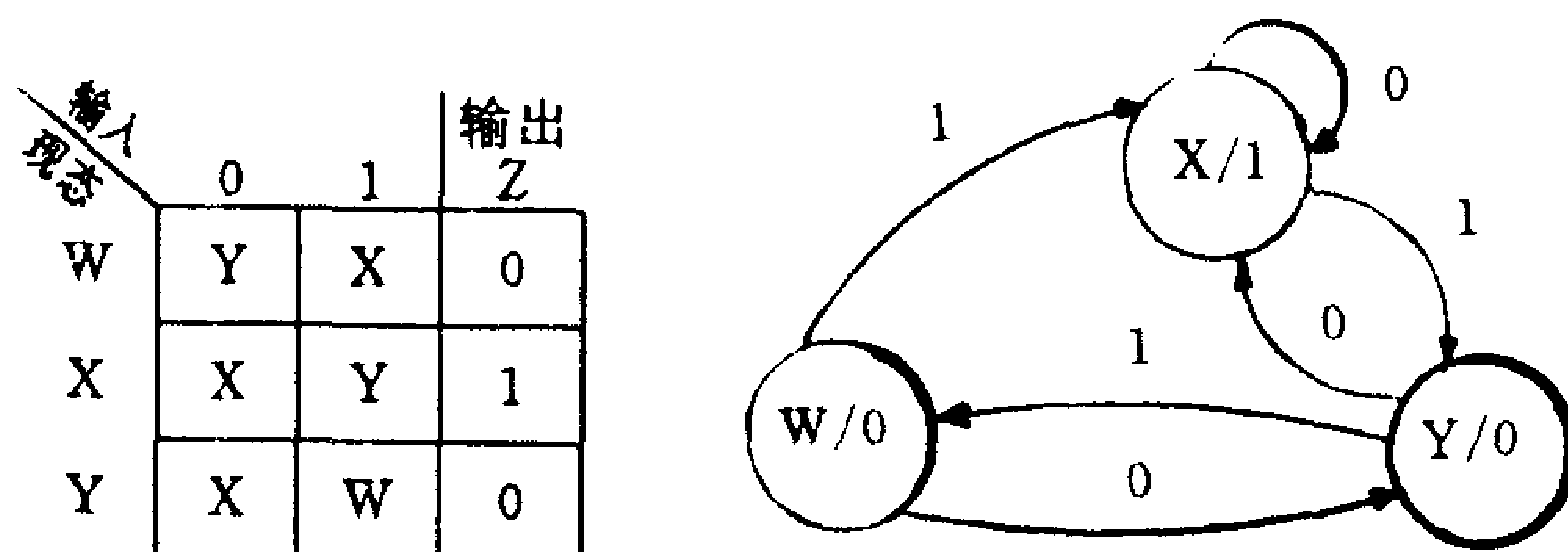
图 14.4.5

现态:*ABABBAC*

次态:*BABBACC*

输出:1110100

穆尔型时序逻辑的状态表和状态图 14.4.6 如下:



| 现态 \ 输入 | 0 | 1 | 输出 Z |
|---|---|---|---|
| W | Y | X | 0 |
| X | X | Y | 1 |
| Y | X | W | 0 |



图 14.4.6

若起始状态为 *W*,送入 000111 输入序列的例子:

输入:000111

现态:*WYXXYW*

次态:*YXXYWX*

输出:001100

### 4.2 时序逻辑的分类

时序逻辑可以按照输入、输出及存储特性来分类，通常可分四大类：

(1)同步脉冲型时序逻辑；

(2)同步电位型时序逻辑；

(3)异步脉冲型时序逻辑；

(4)异步电位型时序逻辑。

同步信号系有规则的外部时钟信号，输出信息可分电位型和脉冲型两种。

下面将通过实例说明时序逻辑的基本问题。

## 5 时序逻辑的分析

时序逻辑的分析是根据时序逻辑图，找出它的状态表或状态图，然后根据其工作特性来进行评估。同步时序逻辑和异步时序逻辑的分析过程有所不同，故分开加以叙述。

### 5.1 同步时序逻辑的分析

同步时序逻辑的分析步骤如下：

(1)根据时序逻辑图，列出全部输出函数和控制激励函数的表达式。

(2)将输出函数的控制激励函数转换成状态真值表。

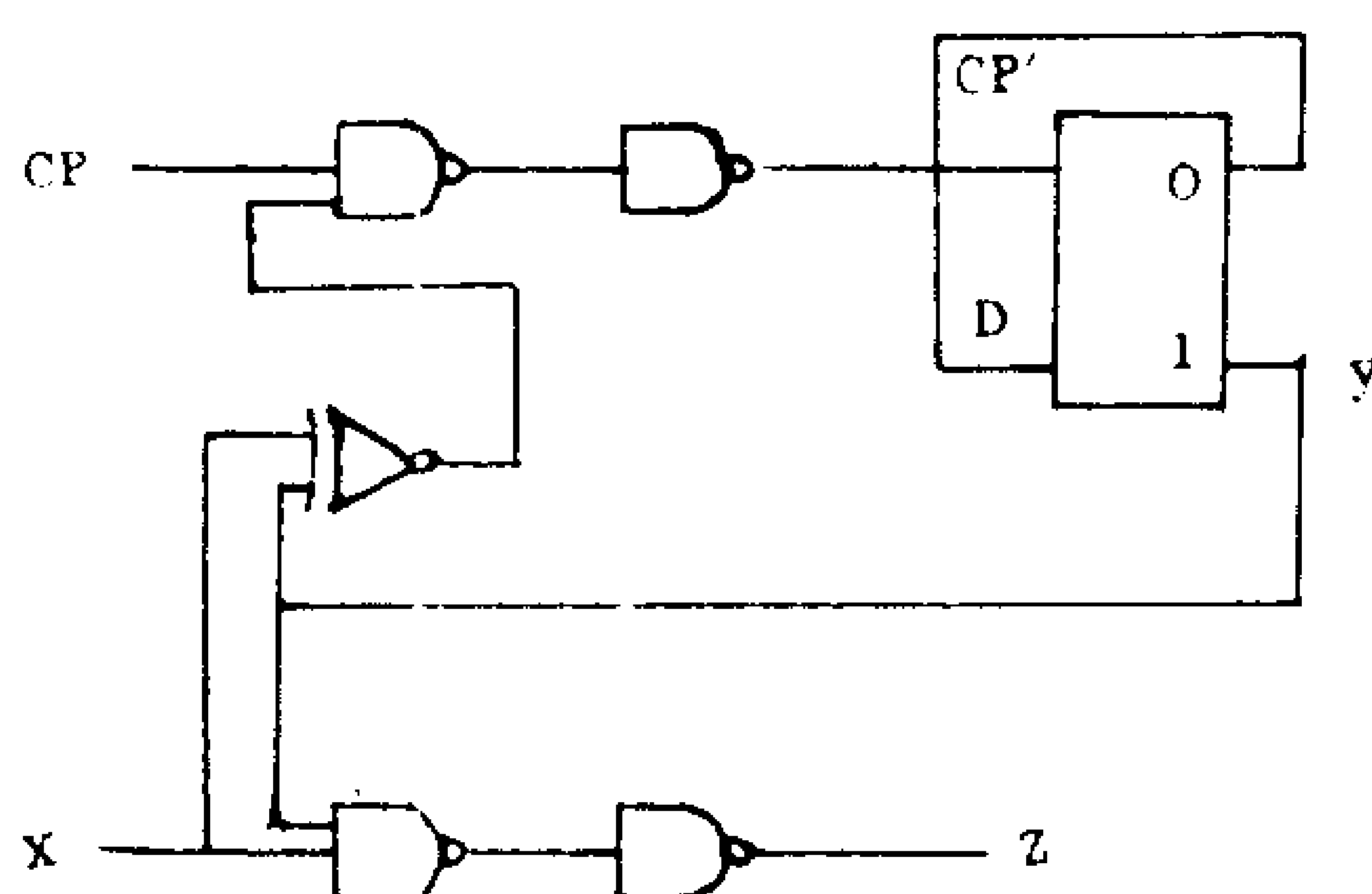
(3)根据状态真值表列出它的次态真值表。

(4)作出时序逻辑状态表，并画出状态图。

(5)用文字和时间图(*Timing Diagram*)描述该时序逻辑的逻辑图所完成的功能及其特性。

例 12：试分析下图($a$)的同步时序逻辑的逻辑图。

($a$)



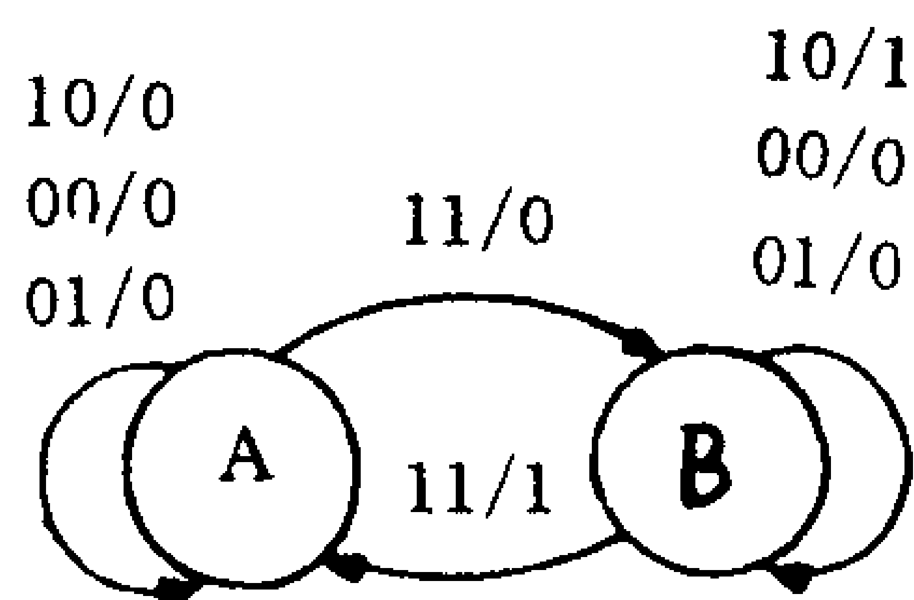

| x y | Z D |
|---|---|
| 0 0 | 0 0 |
| 0 1 | 0 1 |
| 1 0 | 0 1 |
| 1 1 | 1 0 |

(b)

| CP | 输入 $x$ | 输出 $y^k$ | 次态 $y^{k+1}$ |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 |

(c)

| XCP / 现态 | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| A | A/0 | A/0 | B/0 | A/0 |
| B | B/0 | B/0 | A/1 | B/1 |




(d)

解:(1)根据图(a)得:$Z=xy$ 和 $Y=x\neg y+\neg xy$

(2)列出输出函数 $Z$ 和控制激励函数 $Y$ 的真值表如图(b)所示。

(3)由于 $Y=D$,可得图(C)之次态真值表。

(4)由于输入只有 $x$ 和同步脉冲，次态函数为 $D$ 触发器的时序方程 $y^{k+1}=D\cdot CP+y^{k}\cdot\neg CP$，其状态只有两个：$A(y=0)$ 和 $B(y=1)$，其输出值分别 $Z=0$ 和 $Z=1$。于是可构图($d$)的状态卡诺图和状态图。

(5)本时序逻辑的初始状态为 $A$，输入 $x$ 应从 0 开始，任给一个输入序列，其次态函数组成一个不带进位的累加器，其输出函数则是输入序列的进位标志，其次态函数可看作一个计数器。

## 5.2 异步时序逻辑的分析

异步时序逻辑因为没有时钟作为定时信号，而是由输入信号的变化立即改变状态，因此输入值和二次状态有一个发生变化，就可能导致从一种状态转变成另一种状态。在输入值不变的条件下，若控制激励状态和二次状态相同，就产生了一个稳定状态；反之，就可能产生不稳定状态(暂态)，但这些不稳定状态也不能长期维持下去，而转变成某个稳定状态。常用总态这个术语来描述，即用 $(x,y)$ 表示。对一组输入组合言，其稳定状态可能不止一个。

异步时序逻辑的分析步骤有：

(1)根据时序逻辑图，列出输出函数和控制激励函数的表达式。

(2)列出状态转移表。

(3)作出时间图。

(4)说明时序逻辑图的逻辑功能。

例 13. 分析下图($a$)的异步时序逻辑图。

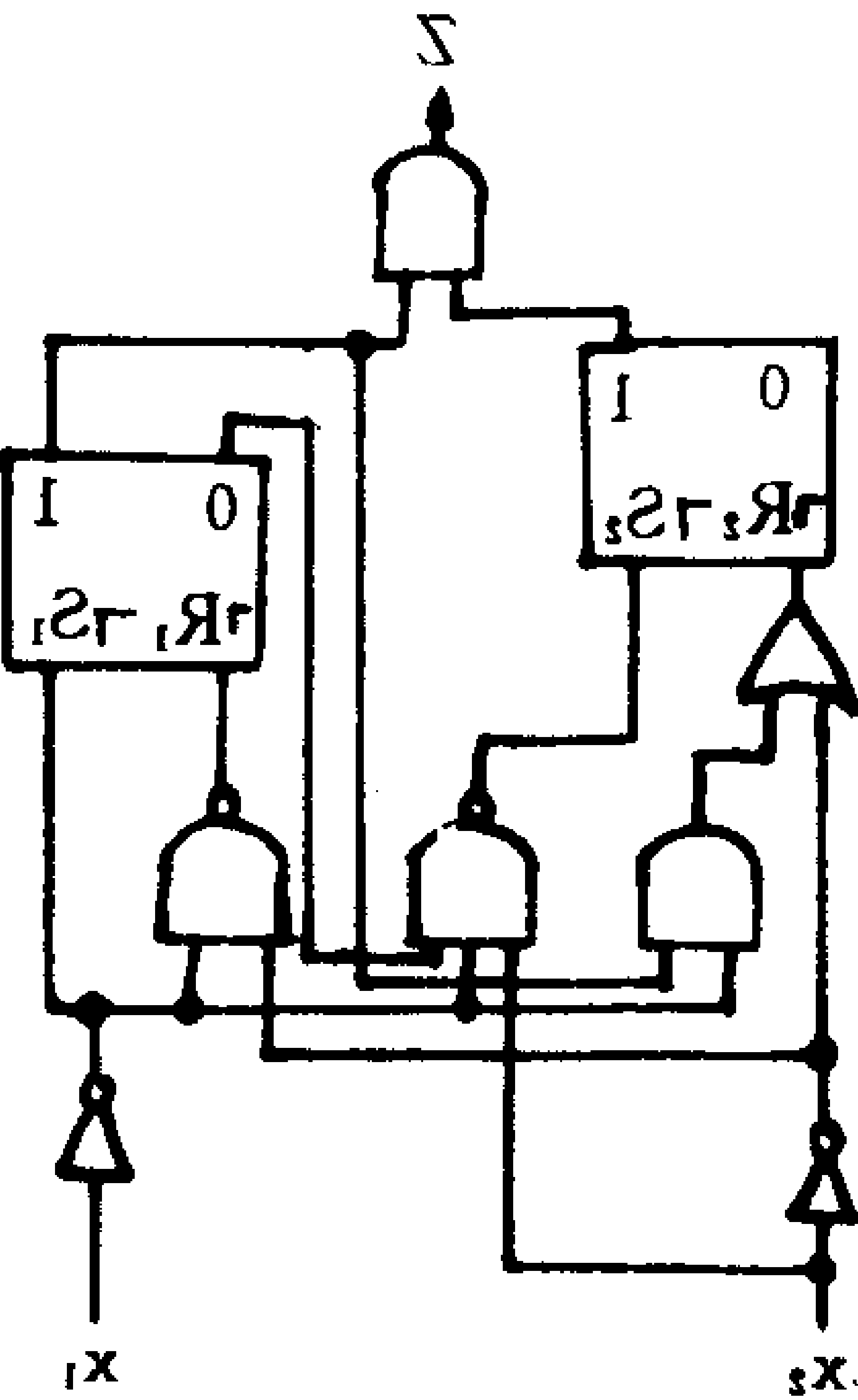
下图($a$)中有两个输入 $x_1$、$x_2$，输出为 $Z$，有两个用与非门组成 $R—S$ 触发器。

**解**：(1)设 $Q_1$、$Q_2$ 为二次状态 $y_1$、$y_2$，而次态 $Q_1^{k+1}$、$Q_2^{k+1}$ 当作控制激励函数 $Y_1$、$Y_2$，于是可写出 $Z$、$Y_1$ 和 $Y_2$ 的函数表达式。

$Z=y_2y_1$

$Y_1=x_1+(x_1+x_2)y_1=x_1+x_2y_1$

$Y_2 = x_1x_2y_2 + x_2\neg y_1y_2 + \neg x_1x_2\neg y_1$。

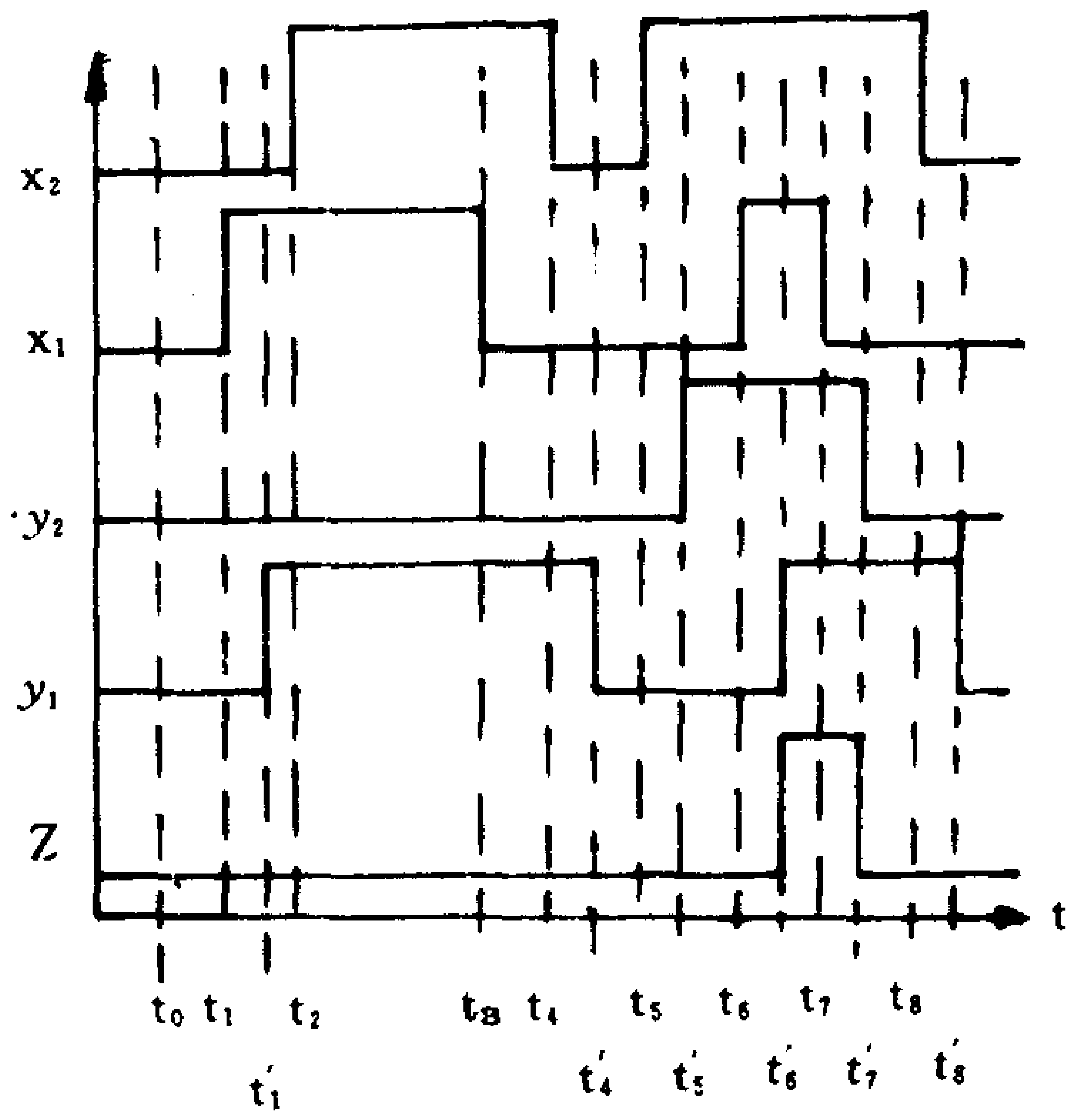


(a)

| 二次状态 | 激励状态 $Y_2Y_1$ | | | | 输出 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_2y_1$ | $x_2x_1=00$ | $x_2x_1=01$ | $x_2x_1=11$ | $x_2x_1=10$ | $z$ |
| 00 | (00) | 01 | 01 | 10 | 0 |
| 01 | 00 | (01) | (01) | (01) | 0 |
| 11 | 00 | 01 | (11) | 01 | 1 |
| 10 | 00 | 01 | 11 | (10) | 0 |

(b)

(2)可列出图(b)的状态转移表。有圈为稳定状态，无圈为暂态，所有暂态按列方向转移成稳定状态。




(C)

(3)根据给定输入($x_2x_1$)的序列 00、01、11、10、00、10、11、10、00 画出该时序逻辑的波形时间图($C$)。输入状态与总态之间对应如下：

| 输入状态($x_2x_1$) | 00 | 01 | 11 | 10 | |
|---|---|---|---|---|---|
| 总态($x_2x_1,y_2y_1$) | 00,00 | 01,00<br>↓<br>01,01 | 11,01 | 10,01 | |
| 输入状态($x_2x_1$) | 00 | 10 | 11 | 10 | 00 |
| 总态($x_2x_1,y_2y_1$) | 00,01<br>↓<br>00,00 | 10,00<br>↓<br>10,10 | 11,10<br>↓<br>11,11 | 10,11<br>↓<br>10,01 | 00,01<br>↓<br>00,00 |

(4)从图(C)可以看出,它为输入 00→10→11 的序列检测器。

从本例中可以看出,异步时序逻辑的状态可按输入和二次函数的组合总态($x_2x_1$,$y_2y_1$)来进行分割描述。

# 6 时序逻辑的综合

时序逻辑的综合过程就是时序逻辑的分析逆过程。即根据提出问题的逻辑要求,综合出能实现其逻辑功能的时序逻辑图。现分同步和异步两类时序逻辑的综合进行叙述。

## 6.1 同步时序逻辑的综合

同步时序逻辑的综合步骤其内容介绍如下:

6.1.1 由问题的描述导出状态图表

设计者必须根据题意进行全面分析,明确被设计的时序逻辑的输入、状态数及其转换、输出等项要求及相互间的关系。确定初始状态和状态的流程图,以便正确作出它的状态图表。

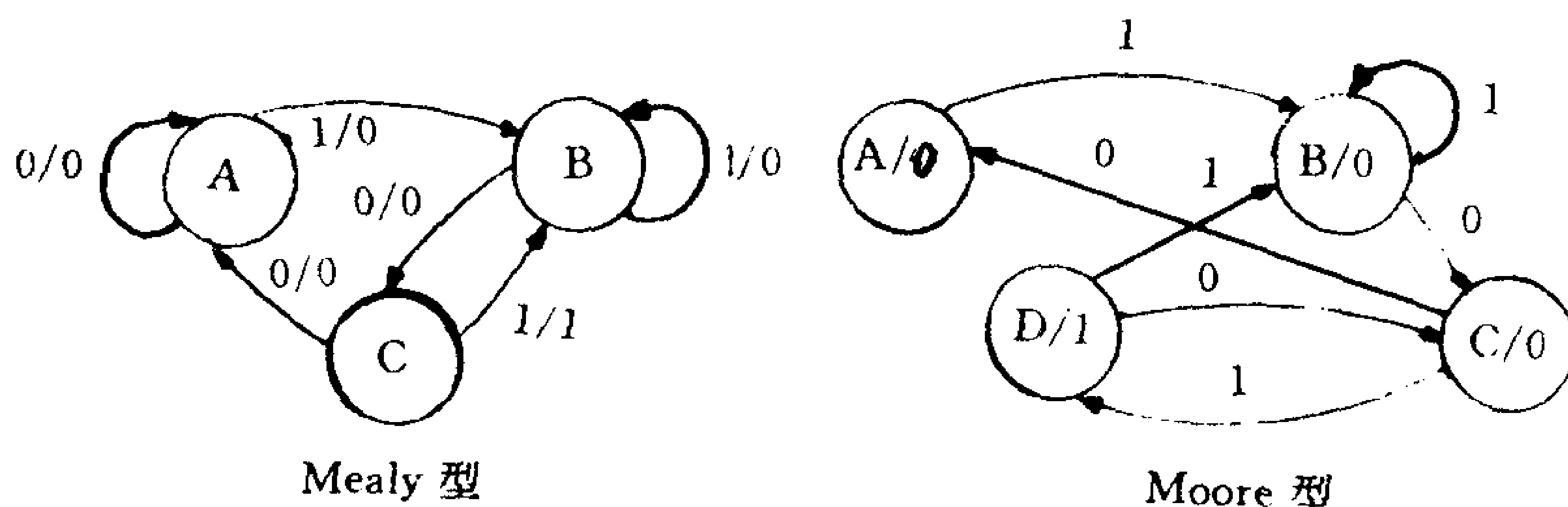
本步是时序逻辑的综合中的关键一步,设计者必需认真严谨去对待才行。例如一个输入为 $x$ 的输入序列为 101 的识别时序逻辑的状态图表如下所示(起始状态为 $A$)。

6.1.2 用状态化简法求最简化状态表

前面求出了状态图表后,有否多余的状态,如何去掉了多余状态呢?人们为状态化简作了研究和探讨,其实质就是寻找一个最小数目状态的状态表,这对降低成本提高效率有极大的好处。现就完全确定状态表(不含无关项)和含有无关项的不完全确定状态表的状态化简分别预以讨论。

(1)完全确定状态表的状态简化

完全确定状态表的状态简化是基于等效状态概念上执行其化简过程。




一个时序逻辑图中的状态 $S_1, S_1, \cdots, S_i$ 被认为是等效的，当且仅当该时序逻辑中任一输入序列下，不管 $S_1, S_2, \cdots, S_i$ 中那一个作为初始状态都产生相同的输出序列。

换句话来定义成对等效状态的定义是：当输入 $I_p$ 加入分别处在状态 $S_i$ 和 $S_j$ 的时序逻辑图时，并设相应的次态为 $S_k$ 和 $S_e$，那末对各种可能的输入 $I_p$，当且仅当下述条件成立时，才说 $S_i$、$S_j$ 是等效状态，记为$(S_i, S_j)$。

(Ⅰ)状态 $S_i$ 和 $S_j$ 产生相同的输出。

(Ⅱ)次态 $S_k$ 和 $S_e$ 也是等效的。

等效关系具有传递性(*Transitivity*)(即$(S_1, S_2)$，$(S_2, S_3) \rightarrow (S_1, S_3)$)和对称性(*Symmetric*)、自反性(*Reflexive*)。

所谓等效类(*Equivalence clasess*)是指它中的状态都是相互等效，记成$(S_1, S_2, \cdots, S_i)$，所谓最大等效类是指在一个原始状态表中所有相互等效状态都包含在内的等效类。那末状态化简过程就是寻找原始状态表所有的最大等效类，并得简化了的状态表(每个最大等效类只留一个状态)。

使用等效状态来简化状态表的方法有三：

(*A*)视察法

视察法是通过视察认识等效状态，可以消去冗余状态，获得最

简化状态表。

| 现态＼输入 | $x=0$ | $x=1$ |
|---|---|---|
| $A$ | $A/0$ | $B/0$ |
| $B$ | $H/1$ | $C/0$ |
| $C$ | $E/0$ | $B/0$ |
| $D$ | $C/1$ | $E/0$ |
| $E$ | $C/1$ | $D/0$ |
| $F$ | $F/1$ | $G/0$ |
| $G$ | $B/0$ | $F/0$ |
| $H$ | $H/1$ | $C/0$ |

($a$)

| 现态＼输入 | $x=0$ | $x=1$ |
|---|---|---|
| $A'$ | $A'/0$ | $B'/0$ |
| $B'$ | $B'/1$ | $C'/0$ |
| $C'$ | $D'/0$ | $B'/0$ |
| $D'$ | $C'/1$ | $D'/0$ |
| $E'$ | $E'/1$ | $F'/1$ |
| $F'$ | $B'/0$ | $E'/0$ |

($b$)

例如上表($a$)中 $B$ 行和 $H$ 行相同,可消去 $H$ 行。$D$ 行和 $E$ 行也是等效(在 $x=1$ 时次态交叉),故可消去其中一行,重新编号($A'=A$、$B'=(B,H)$、$C'=C$、$D'=(D,E)$、$E'=F$ 和 $F'=G$)后得最简化状态表($b$)。

($B$)分割法

分割法是根据等效的第二定义进行的:第一步按相同的输出值进行分割(即定义的条件(Ⅰ))。第二步分割 $P_k$ 应满足定义的条件(Ⅱ),即当且仅当两个或多个状态对每一个输入所产生次态都属于 $P_{k-1}$的同一字组中的这些状态放到 $P_k$ 的同一字组中,从而得下一分割。第三步若 $P_{k+1}=P_k$,则分割完毕,此时 $P_k$ 中每个字组中的状态都 $k$ 价等效。否则重复第二步。

仍以上表($a$)为例说明分割法的各次分割:

$P_1=(ACG)(BDEH)(F)$(按相同输出值)

$P_2=(A)(CG)(BH)(DE)(F)$(由列 $x=1$)

$\quad=(A)(C)(G)(BH)(DE)(F)$(由列 $x=0$)

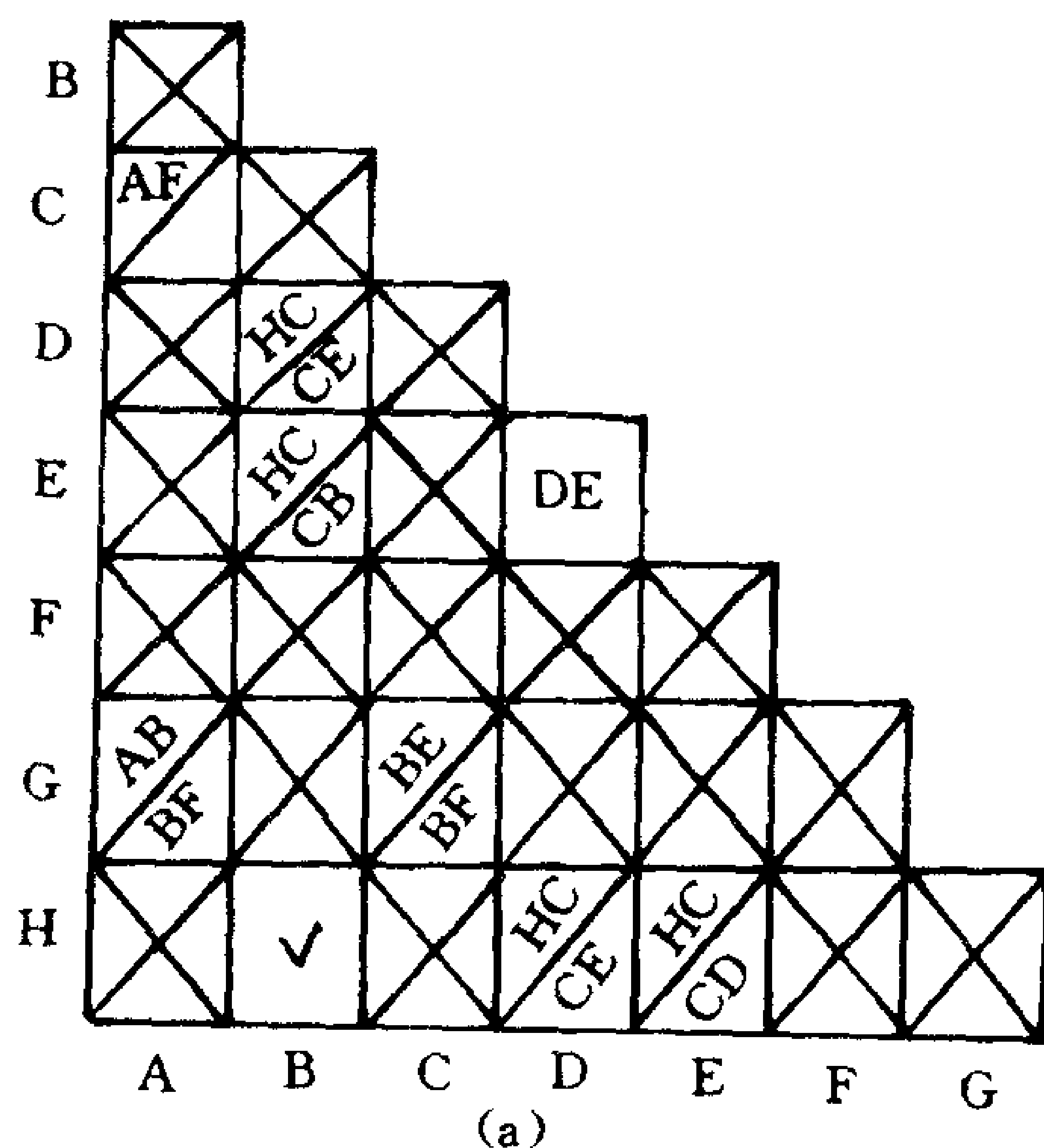
$P_3=P_2$,分割完毕,仍得表($b$)的最简状态表。

(C)蕴涵表法

蕴涵表法和分割法一样，用来确定等效状态，不同的是用表格式来执行。在不完全确定的时序逻辑状态中化简时用得较为普遍。仍以上表(a)为例。

首先画出下图(a)的两两状态比较阶梯方块图，纵向填以除第一个状态字母外依序状态字母；横向依序填以除最后一个状态字母外状态字母，可用此图(a)来寻找等效状态。其次在图(a)的组合方块中填写下列内容：若输出值不同，则在该方块中填╳；若输出值相同，并且次态也相同，则填√，否则就填入等效条件的次态对。再次检查方块中次态是否等效，若不等，则在该方块中再填一/。最后列出最大等效类并对状态重新命名，仍可得上表(b)的简化状态表。

(2)不完全确定状态表的简化



(a)

由于不完全确定状态表中含有无关状态，因此其时序逻辑的综合可得比完全确定时序逻辑综合的逻辑图要简单一些，并且不会产生被禁止的输入所产生的状态和输出。但在状态化简需要特殊考虑，并建立在下列概念的基础上。

(A)可用输入序列

一个输入序列对不完全确定机器的状态 $S_i$ 是可用的，当且仅当这个时序机器在状态 $S_i$ 并加入这个输入序列时所产生的除序列最后元素外所有次态均能确定。

(B)相容状态

两个状态 $S_i$ 和 $S_j$ 称为相容的，当且仅当对每一个可用于 $S_i$ 和 $S_j$ 的输入序列，无论由 $S_i$ 或 $S_j$ 作为初始状态，只要在确定其输出时能产生相同的输出序列。

两个状态 $S_i$、$S_j$ 是相容(记$(S_iS_j)$)的另一定义是：当且仅当满足以下两个条件：

(Ⅰ)状态 $S_i$ 和 $S_j$ 对每一种可能的输入 $I_p$ 产生确定的输出必须相同。

(Ⅱ)状态 $S_i$ 和 $S_j$ 对每一种可能的输入 $I_p$ 产生确定的次态必须是相容。

一组相容的状态集称为相容类，而最大相容类是指一个加入不在本相容类中的任何状态就成为不相容类的相容类。若 $S_i$ 和 $S_j$ 不满足上述两个条件，则说 $S_i$、$S_j$ 不相容，一组不相容状态构成不相容类，而最大不相容类是指没有不相容状态可以加入从而不破坏该不相容类。

可以从蕴涵表法来确定最大相容类和最大不相容类。

(C)状态合并图

从蕴涵表导出相容对后，如用状态合并图来寻找最大相容类是方便的，首先将时序逻辑状态表示在圆周上等距离点，然后用一条线把相关(相容或不相容)成对状态连接起来，就构成了一个状态合并图。在状态合并图寻找最大状态集的三条规则是：

（Ⅰ）使每一个最大状态集尽可能大。

（Ⅱ）最大状态集中每个状态都必须有线段与该集中任一个状态相连。

（Ⅲ）每一个有关的（相容或不相容）成对状态至少必须在一个最大状态集中出现。

（D）状态最简化方法

一个不完全确定时序逻辑状态表的最简化是寻找下列条件都满足的相容类。

（Ⅰ）完全性：所选相容类中各集的并集必须包含原时序逻辑的全部状态。

（Ⅱ）一致性：所选相容类集必是封闭的，即所选集中的每个相容类的蕴涵次态必包含在该集内的某个相容类之中。

（Ⅲ）最简性：应选择满足上述两条件而数目最少的相容类。

一旦寻找到满足上述条件的相容类集，该集中每个相容类对应简化状态表中一个状态。可用试凑法寻找相容类集，在最简状态时序逻辑实现中，其状态数 $K$ 必须满足下式：

$$[L=max(NSMI_1,\cdots NSMI_2,\cdots)]\leqslant K\leqslant[u=min(NSMC,NSOC)]$$

其中 $NSMC$ 表示最大相容类的数目；$NSOC$ 表示原始状态表中状态数；$NSMI_i$ 表示最大不相容类第 $i$ 组的状态数。于是，不完全确定时序逻辑的状态化简的步骤如下进行：

（Ⅰ）用蕴涵表和状态合并图求出最大相容类和最大不相容类。

（Ⅱ）求出所需状态的上限 $U$ 和下限 $L$。

（Ⅲ）用试凑法求出最简相容类集。

（Ⅳ）产生最简状态表。

例 14：对下图（$a$）的状态表进行状态化简。

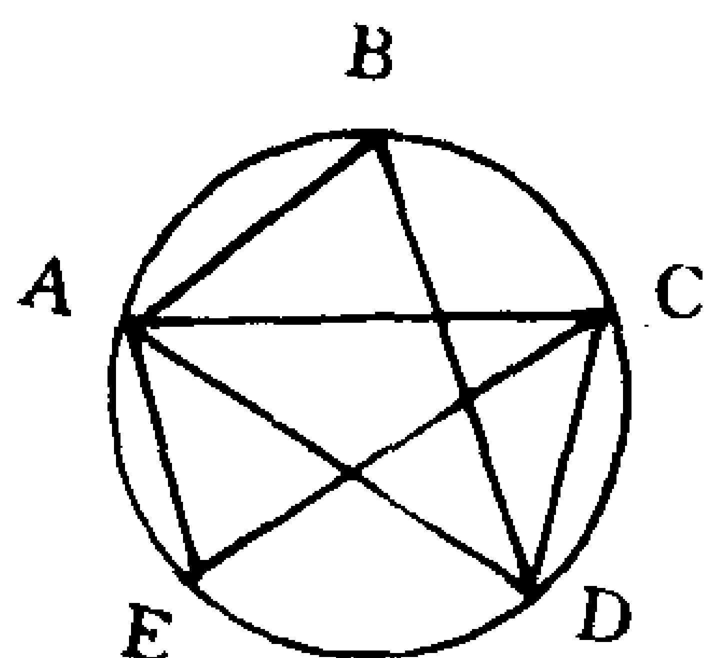
解：根据图（$b$）、（$c$）、（$d$）得最大相容类（$ABD$）、（$ACD$）、（$ACE$）和最大不相容类（$BC$）、（$BE$）、（$DE$）；计算（$L=2$）$\leqslant K\leqslant$（$U$

| | x=0 | x=1 |
|---|---|---|
| A | A/— | —/— |
| B | C/1 | B/0 |
| C | D/0 | —/1 |
| D | —/— | B/— |
| E | A/0 | C/1 |

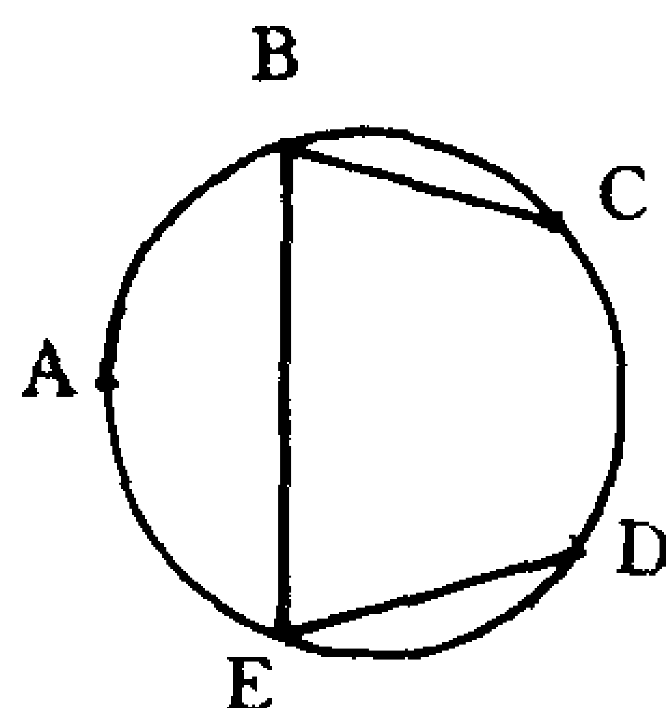
($a$)状态表

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| B | AC | | | |
| C | AD | ╳ | | |
| D | ✓ | ✓ | ✓ | |
| E | ✓ | ╳ | AD | BC ╱ |

($b$)蕴涵表




($c$)最大相容类




($d$)最大不相容类

$=3$);求出相容类集($A'=(ABD)$,$B'=(ACE)$);最后得出($F$)的最简化状态表。

6.1.3 状态分配

一旦最简状态表中状态数确定后,下一综合步骤是状态分配(或状态赋值),即对状态进行二进编码。在时序逻辑,每一状态都是由一组存储元件组合决定,所以对状态数为 $N$ 的时序逻辑,必须由满足条件 $2^{n-1}\leqslant N\leqslant 2^n$ 的 $n$ 个存储元件所组成,于是有 $K_s=A_{2^n}^N=\frac{2^n!}{(2^n-N)!}$ 种分配方案。有人曾经证明,彼此独立的分配方案只有 $K_U=\frac{(2^n-1)!}{(2^n-N)!\ n!}$ 种。

| | x=0 | x=1 |
|---|---|---|
| (ABD) | AC | B |
| (ACD) | AD | B |
| (ACE) | AD | C |

(*e*)封闭表

| | x=0 | x=1 |
|---|---|---|
| A′ | B′/1 | A′/0 |
| B′ | A′/0 | B′/1 |

(*f*) 简化状态表

对于如此众多的分配方案中,如果寻找一个最佳分配方案的原则是:

(Ⅰ)对于给定输入有相同次态的状态,应指定为逻辑上相邻的两个状态。

(Ⅱ)同一个现态在逻辑上相邻的两个输入下,出现两个次态,应给这两个次态的状态以逻辑上相邻的指定。

(Ⅲ)如果某些状态有相同的输出,那末应尽可能给这些状态以逻辑上相邻的指定。

上述原则,(Ⅰ)最为重要,必须优先考虑。状态分配好坏直接影响到逻辑图复杂程度。

例 15:对下表(*a*)的最简状态表进行状态分配。

解:根据(Ⅰ),状态 $A$、$B$;$A$、$C$ 应给以逻辑上相邻指定。根据(Ⅱ),状态 $C$、$D$;$A$、$C$;$B$、$D$;$A$、$B$;应给以逻辑上相邻指定。根据(Ⅲ),状态 $A$、$B$、$C$ 应给以逻辑上相邻分配,故可得表(*b*)的状态分配方案。

| 现态 | 次态 | | 输出 | |
|---|---|---|---|---|
| | $x=0$ | $x=1$ | $x=0$ | $x=1$ |
| $A$ | $C$ | $D$ | 0 | 0 |
| $B$ | $C$ | $A$ | 0 | 0 |
| $C$ | $B$ | $D$ | 0 | 0 |
| $D$ | $A$ | $B$ | 1 | 1 |

(a)

| $y_1 \backslash y_2$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | $A$ | $B$ |
| 1 | $C$ | $D$ |

(b)

6.1.4 确定记忆元件，求出其激励函数图并画出时序逻辑的逻辑图。

通过状态分配后，首先可得二进最简状态表，并根据所选定的同步触发器的激励表(即用现态和次态来描述激励变元)和卡诺图的化简，可得激励函数和输出函数表达式，然后用与非逻辑进行综合后，画出该时序逻辑的逻辑图。

现仍以例 15 的二进最简状态表出发，经卡诺图化简后，可得下式：

$$D_1=x\neg y_2+\neg x_1\neg y_1=\neg(\neg(x\neg y_2)\neg(\neg x\neg y_1))$$

$$D_2=x\neg y_2+xy_1+\neg y_2y_1=\neg(\neg(x\neg y_2)\neg(xy_1)\neg(\neg y_2y_1))$$

$$Z=y_2y_1=\neg(\neg(y_2y_1))$$

读者不难用 $D$ 触发器及上式画出该时序逻辑的逻辑图。

## 6.2 异步时序逻辑的综合

异步时序逻辑的综合有二：脉冲型时序逻辑的综合和电平型时序逻辑的综合，前者没有真正的同步式的脉冲，而是一次只能有一条线输入且只可使用非补形式的输入脉冲信号，因而其综合类同于同步时序逻辑的综合，这里不作赘述。后者仅讨论基本型电路(即在任一瞬间只许一个输入变元有所改变的电平型时序逻辑)的

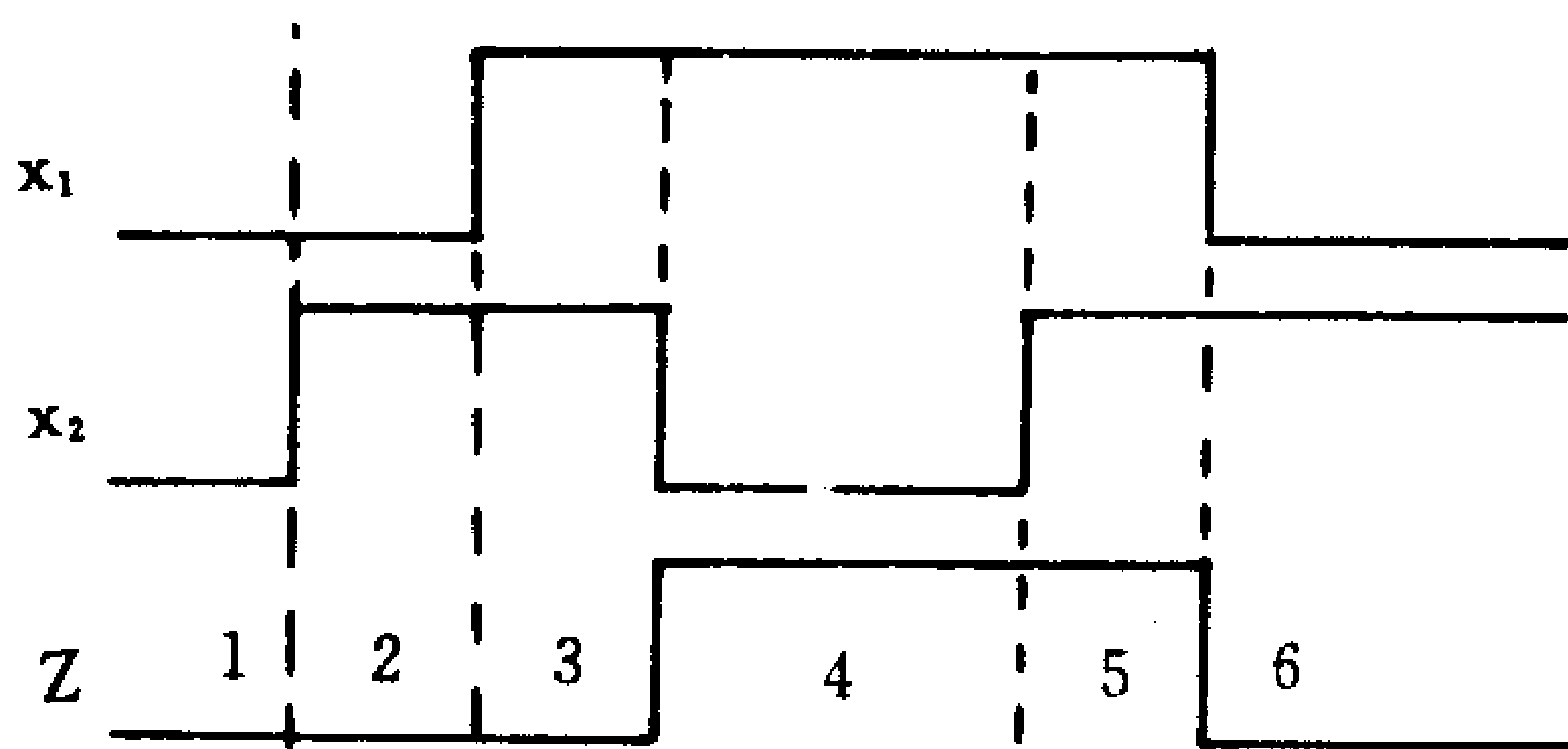
综合步骤，它不能很方便用状态图表来描述，因而采用由输入状态和次态组成的总态来描述其原始流程表（每行只含一个稳态的流程表）。其综合步骤分别描述如下：

6.2.1 建立原始流程表

必须根据题意，弄清所有可能的状态转移，才能毫无遗漏地列出原始流程表。建立它的方法有二：一是按逻辑问题的文字说明直接建立原始流程表，然而这是一件不易办的难事；二是根据逻辑问题的逻辑功能描述输入输出时间图，然后根据时间图的规律建立原始流程表。现按第二种方法举例说明原始流程表的建立过程。

例 16：设计一个两输入 $x_1$、$x_2$ 和输出为 $Z$ 的时序逻辑。它满足：只有当 $x_1=0$ 时，则 $Z$ 为 0；只有当 $x_1=1$ 以后，$x_2$ 的第一次变化时，$Z$ 才为 1，并一直保持到 $x_1=0$ 为止。

根据题意，可画典型的入出时间图如下图($a$)，并根据时间图划分所需状态，得原始流程表($b$)。




(a)

$x_1x_2$

| | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | ①/0 | 2/— | —/— | 6/— |
| 2 | 1/— | ②/0 | 3/— | —/— |
| 3 | —/— | 2/— | ③/0 | 4/— |
| 4 | 1/— | —/— | 3/— | ④/1 |
| 5 | —/— | 2/— | ⑤/1 | 4/— |
| 6 | 1/— | —/— | 5/— | ⑥/0 |

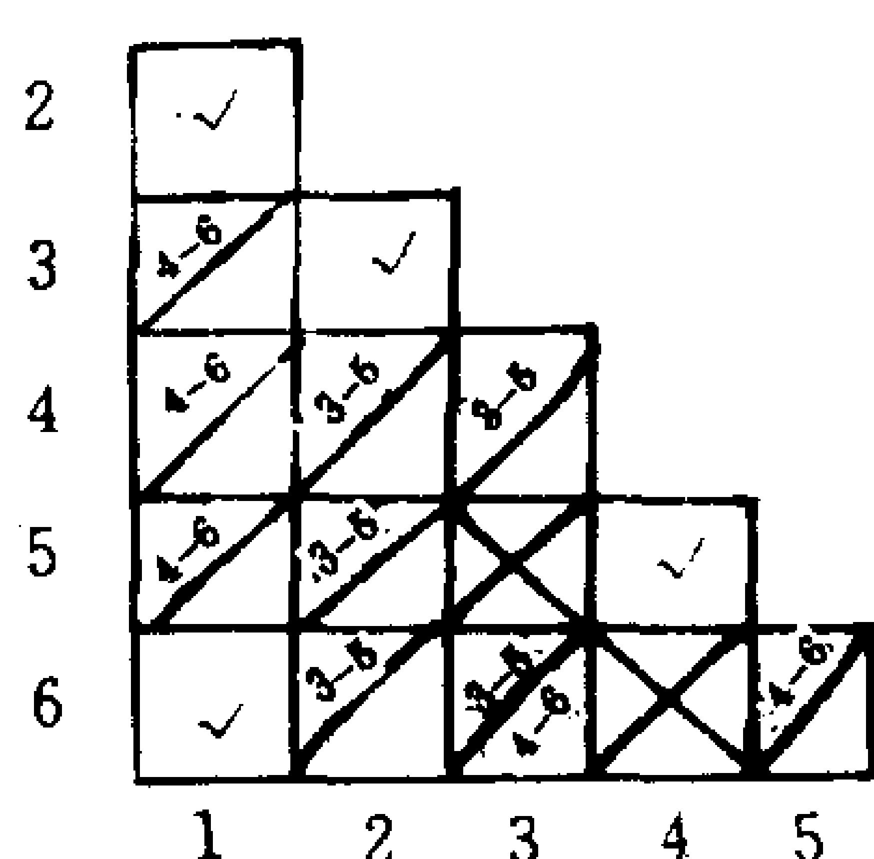
($b$)

其中—表示任意，即不可能出现，$S/Z$ 是指：$S$ 为状态，而 $Z$ 指输出。

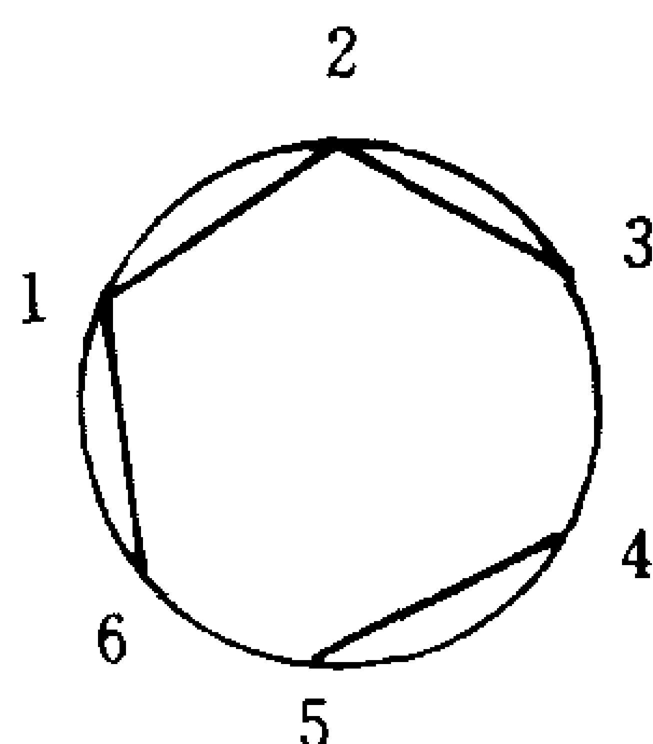
6.2.2 原始流程表的最简化

如何将原始流程表简化成最简流程表，可采用相容状态简化法，需把相容状态改成相容行的概念：第一步找出所有相容行，其规则有三：稳态ⓘ和非稳态 $i$ 是相容的；若ⓘⓙ相容，则有稳态ⓘ和非稳态 $j$ 是相容的；若ⓘⓙ相容，则 $i$、$j$ 也相容。第二步构作状态合并图，找出最大相容行类，选择相容行类的最小覆盖。第三步列出最简流程表。

例 16 的蕴涵表、合并图及最简流程表如下图($a$)、($b$)、($c$)所示。



(a) 蕴涵表



(b) 合并图

$x_1x_2$

| | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| (1,6) | ①/0 | 2/— | 5/— | ⑥/0 |
| (2,3) | 1/— | ②/0 | ③/0 | 4/— |
| (4,5) | 1/— | 2/— | ⑤/1 | ④/1 |

(*c*)最简流程表

其最小覆盖相容行集为(1,6)、(2,3)、(4,5)。

6.2.3 状态分配

它的状态分配方案类似同步时序逻辑的状态分配原则，但必须利用电路简化。例 15 的状态分配为(1,6)，为 $Y_1=0$、$Y_2=0$；(2,3)，为 $Y_1=Y_2=1$；(4,5)，为 $Y_1=0$、$Y_2=1$。

6.2.4 构作激励函数和输出函数

按照状态分配代入上图(*C*)得二进次态激励表如下图(*a*)。

对于每个非稳态指定输出值的规则是：

(Ⅰ)若一个非稳态是两个输出为 0(1)的稳态之间的暂态，则指定输出值为 0(1)。

(Ⅱ)若一个非稳态是两个稳态间的暂态，且输出值不同，则此非稳态的输出值可任意取值。

根据以上指定输出值规则，可得图(*b*)的输出表。

| $y_1y_2$ \ $x_1x_2$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | [00] | 11 | 01 | [00] |
| 11 | 00 | [11] | [11] | 01 |
| 01 | 00 | 11 | [01] | [01] |

(*a*)次态激励表

| $y_1y_2$ \ $x_1x_2$ | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 0 | 0 | *d* | 0 |
| 11 | 0 | 0 | 0 | *d* |
| 01 | *d* | *d* | 1 | 1 |

(*b*)输出表

然后用卡诺图化简(加以 10 状态为 *d*)可得：

$Y_1 = \neg x_1x_2 + x_2y_1$

$Y_2 = x_2 + x_1y_2$

$Z = \neg y_1y_2$

于是使用延迟元件不难画出其逻辑图。

# 7 异步时序逻辑的竞争和冒险

## 7.1 异步时序逻辑的竞争

在异步时序逻辑的状态瞬变期间，若存在多于一个非稳定状态变元(即 $y_i \neq Y_i$)，则说此逻辑图处于**竞争**之中。若电路逻辑图所趋向的最终稳态与状态变元的变化次序有关，则说此电路逻辑图具有**临界竞争**，否则就是**非临界竞争**。

例 17：分析下表的临界竞争与非临界竞争的例子。

设该电路逻辑图处于稳定总态(01,11)，当输入由 01 变至 00 时，电路的激励状态 $Y_2Y_1$ 由于延迟的影响，可能导致三种情况：若 $y_2$、$y_1$ 同时由 1 变成 0，因此其激励状态由 11 直接变成 00；若 $y_2$、$y_1$ 不同时由 1 变 0，则有两种达到(00,00)总态情况，一是激励状态转变过程为 11→10→00($y_1$ 先变成 0)，二是激励状态转变过程为 11→01→00($y_2$ 先变成 0)。此种竞争对电路正常无影响，称为

非临界竞争。

| 二次状态 | 激励状态 $Y_2Y_1$ | | | | 输出状态 $Z_2Z_1$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_2y_1$ | $x_2x_1=00$ | $x_2x_1=01$ | $x_2x_1=11$ | $x_2x_1=10$ | $x_2x_1=00$ | $x_2x_1=01$ | $x_2x_1=11$ | $x_2x_1=10$ |
| 00 | [00] | 11 | 10 | [00] | 00 | 00 | 0— | 00 |
| 01 | 00 | [01] | [01] | [01] | —0 | 10 | 10 | 10 |
| 10 | 00 | [11] | 01 | 00 | 00 | 00 | —0 | 00 |
| 11 | 00 | [10] | [10] | [10] | 0— | 01 | 01 | 01 |

假如电路总态处于(00,00),当输入由 00 变成 01 时,则二次状态 $y_2y_1$ 由 00 变成 11 的过程也有三种情形:若 $y_2y_1$ 同时由 00→11,达到总态(01,11);若 $y_1$ 先变成 1,则会造成 $y_2y_1$ 的错误转移 00→01,只能达到总态(01,01);若 $y_2$ 先变成 1,则也会产生 $y_2y_1$ 的错误转移 00→10,达到总态(01,10)。这种会产生错误转移并有不正确结果的竞争,称为临界竞争。

## 7.2 消除异步时序逻辑的竞争的方法

可用状态分配的方法来消除时序逻辑的竞争现象。常用的方法有二,分别予以介绍。

7.2.1 用状态相邻最少变元状态赋值法

在时序逻辑中,设 $n$ 为状态转移中的状态数,$S=[\log_2 n]$ 为 $n$ 状态编码的最小状态变元数,$m$ 为相邻图中关于一个状态的最大相邻状态数,于是有:

(1)若 $S\geqslant m$,则该逻辑图中存在一个无竞争的状态赋法(即用本法对状态赋值)。

(2)若 $S<m$,则有两种无临界竞争的最少变元赋值法存在:

(Ⅰ)在状态转移表中某一列中包含有竞争状态,但该列中只有一个稳态,则此竞争是非临界的,且不需要消除它的竞争,仍用状态相邻图最少变元状态赋值法赋值。

(Ⅱ)设从状态 $S_i$ 到 $S_j$ 的转换中,含有一个临界竞争,若在该

列(输入)中可找到一个状态 $S_k$,使得 $S_i \to S_k \to S_j$,且有 $S_i$、$S_k$ 相邻,则消除其临界竞争是用 $S_k$ 代替 $S_j$,并不影响时序机的操作,仍可用状态相邻图最少变元状态赋值法赋值。

(Ⅲ)当 $n < 2^s$ 时,可用增加过渡状态(冗余状态)以改变相邻图结构,仍可用本法赋值。也不会影响原来的逻辑功能,与原时序逻辑等效。

7.2.2 $N$ 状态变元的状态分配赋值法

$N$ 状态变元的状态分配赋值法是一种利用冗余状态的无竞争的通用分配赋值法,其赋值原理如下:

(1)对异步时序逻辑电路中稳态和非稳态 $S_1, S_2, \cdots, S_n$ 的状态变元 $y_1, y_2, \cdots y_n$ 的向量组 $E^i = (e_1, e_2, \cdots, e_n)$,并赋值如下:即 $S_i$ 的编码为 $E^i$,且有

$$E^i = \begin{cases} 1 & \text{当 } i = j \text{ 时} \\ 0 & \text{当 } i \neq j \text{ 时} (j = 1, 2, \cdots, n \quad 1 \leqslant i \leqslant n) \end{cases}$$

并说明 $S_i$ 的向量编码仅有一个 $y_i$ 为 1,其他为 0。

(2)在输入符 $x_\alpha$ 的作用下,若存在 $S_i$ 至 $S_j$ 的转换。可增加一个冗余状态 $S_{ij}$,其赋值 $E^i$、$E^j$ 的向量加($i \neq j$,若 $i = j$,无转换存在)。作为 $S_i$ 的次态函数。

(3)新建 $S_{ij}$ 的次态函数 $\delta(S_{ij}, x_\alpha) = S_j$,若对于输入 $x_\beta$ 言,如不存在 $S_i$ 至 $S_j$ 的转换,次态函数用—表示(即是不确定的)。

(4)对 $S_{ij}$ 建立输出函数 $\lambda(S_{ij}, x_\alpha)$,可取 $\lambda(S_i, x_\alpha)$ 或 $\lambda(S_j, x_\alpha)$ 或任意(即—)。

7.1 中例 17 用本法编码状态转移表是无竞争的,如下表所示。

| 二次状态 | 激励状态 $Y_4Y_3Y_2Y_1$ | | | | 输出状态 $Z_2Z_1$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_4y_3y_2y_1$ | $x_2x_1=00$ | $x_2x_1=01$ | $x_2x_1=11$ | $x_2x_1=10$ | $x_2x_1=00$ | $x_2x_1=01$ | $x_2x_1=11$ | $x_2x_1=10$ |
| 0001 | 0001 | 0101 | 1001 | 0001 | 00 | 00 | 0— | 00 |
| 0010 | 0011 | 0010 | 0010 | 0010 | —0 | 10 | 10 | 10 |
| 0100 | 0101 | 0100 | 0110 | 0101 | 00 | 00 | —0 | 00 |
| 1000 | 1001 | 1000 | 1000 | 1000 | 0— | 01 | 01 | 01 |
| 0011 | 0001 | — | — | — | —0 | —— | —— | —— |
| 0101 | 0001 | 0100 | — | 0001 | 00 | 00 | —— | 00 |
| 0110 | — | — | 0010 | — | —— | —— | —0 | —— |
| 1001 | 0001 | — | 1000 | — | 0— | —— | 0— | —— |

## 7.3 异步时序逻辑的冒险生成与消除

前面组合逻辑的冒险已在本文 3.3 中论及，在时序逻辑电路中组合逻辑部分也存在静态和动态的冒险，在设计中必须给以考虑，3.3 中讨论仍旧成立，这里不再讨论。但基本型时序逻辑中存在第三类型的冒险—本质冒险，它是由同一条输入线开始的两条或多条通路的不相等的延迟所引起的冒险，克服这种冒险的方法是选择适当组成它的器件延迟特性加以解决，而没有其他办法。

最后，诸如时序机分解等专题，由于篇幅限制，这里不作赘述。

（作者：骆光武）

# 参考文献

[1] Boole, G "An Investigation of the Laws of Thought, on which are Founded the Mathematical Theories of logic and probability," 1948. Reprinted by Dover publications, Ins New York, 1954.

[2] H. TROY NAGLE, Jr. B. D. CARROLL. J. DAvid IRWIN. "An Introduction to computer logic", prentice—Hall, Inc, 1975.

[3] 李建勋著,罗银芳、刘启业译,李树贻校,数字电路与逻辑设计,科学出版社,1981。

[4] Ashenhurst, R. L, "The decompositions of Switching funetions," proe, Symp, Theory of switching, 1957.

[5] Curtis, H. A., "Design of switching Circuits", New York; Van Nastrand Reinhold Company, 1962.

[6] Montgomery phister, JR. "logical Design of digitel computers." Director of Engineering, Thompson — Wooldridge products, Inc, Los Angeles, california, 1958.

# [十五] 动态逻辑

动态逻辑(*Dynamic Logic*),又称程序模态逻辑(*modal logic of programs*),是进行计算机程序逻辑性质研究,进行计算机程序分析及正确性证明的有力数学工具。

动态逻辑与时序逻辑一样,是模态逻辑的扩充。但是,动态逻辑与时序逻辑又有着根本的不同。首先,在时序逻辑中只用有限多个模态词,而在动态逻辑中则可以有无穷多个模态词。其次,时序逻辑的语义结构中可能世界(状态)间关系 $R$ 只有一个,即程序变元指派序列之间的转换关系,或者说是以执行一个个语句的时间先后确定状态变换关系。但是,在动态逻辑中,语义结构中关系 $R$ 也可以是无限多个,对于每一个程序段 $\alpha$(本文中用希腊小写字母表示程序段),有一个相应的状态转换关系,因此状态之间转换关系实际上是一种动态关系。

## 1 命题动态逻辑

命题动态逻辑系统(以下简称 $PDL$)的语言,基本上是由命题演算形式系统语言作如下扩充后得到的:

(1)在字母表 $\Sigma$ 中增加称为程序的字符。

(Ⅰ)表示原子程序的字符,其中包括空程序 $\theta$(没有语句的程序)和么程序 $\tau$(赋值语句 $\vec{x} \leftarrow \vec{x}$)。

(Ⅱ)如果 $\alpha,\beta$ 为程序,那么$(\alpha;\beta)$、$(\alpha \cup \beta)$均为程序。

(Ⅲ)如果 $\alpha$ 为程序,那么

$$\alpha^* = \bigcup_{i=0}^{\infty} \alpha^i = \alpha^0 \cup \alpha^1 \cup \alpha^2 \cup \alpha^3 \cup \cdots$$

为程序，其中 $\alpha^0=\tau$，$\alpha^i=\underbrace{\alpha;\alpha;\cdots;\alpha}_{i个}$。

这里$(\alpha;\beta)$表示程序 $\alpha$ 与程序 $\beta$ 的毗连，$\alpha$、$\beta$ 顺序执行。$(\alpha\cup\beta)$表示一个不确定的程序，它或者同 $\alpha$ 或者同 $\beta$。$\alpha^*$ 可以看作是一个不确定循环程序。很显然，$\theta$ 与 $\tau$ 满足

$$\theta \cup \alpha = \alpha \cup \theta = \alpha$$

$$\tau;\alpha = \alpha;\tau = \alpha$$

(2)对每一程序 $\alpha$，在字母表 $\Sigma$ 中增加符号$\langle\alpha\rangle$和$[\alpha]$，它们被称为模态词，因此 *PDL* 有可数无穷多个模态词。

(3)增加公式定义条款

如果 $A$ 为 *PDL* 公式，那么$\langle\alpha\rangle A$，$[\alpha]A$ 都是 *PDL* 的公式。

$\langle\alpha\rangle A$ 表示“经程序 $\alpha$ 运行后，存在一个状态使 $A$ 成立”，读作“$\alpha$ 后有 $A$”。

$[\alpha]A$ 表示“经程序 $\alpha$ 运行后，所有状态使 $A$ 成立，“读作”$\alpha$ 后恒有 $A$”。

*PDL* 的语义如下规定：

**定义** *PDL* 的语义结构由以下三个部分组成：

(1)非空集合 $U$，称为状态集，其成员称为状态，用符号 $s$,$t$ 等表示之。

(2)映射 $M:R_0\rightarrow\rho(U\times U)$，其中 $R_0$ 为原子程序集，即 $M$ 把原子程序解释为状态之间的一个转换关系。特别地

$$M(\theta) = \varnothing$$

$$M(\tau) = \{(s,s)|s \in U\}$$

对任意原子程序 $\alpha$，$(t,s)\in M(\alpha)$意指，在状态 $t$ 时执行程序 $\alpha$ 后必定进入状态 $s$。

(3)映射 $I:U\times\{p_1,p_2,p_3,\cdots\}\rightarrow\{0,1\}$，其中 $p_i(i=1,2,3,\cdots)$为原子命题，即 $I$ 对每一状态下的每一原子命题的真值作出指派，$I$ 也可用一个 $U$ 的子集序列 $P_1$,$P_2$,$P_3$,…来表示，使得

$I(s,p_i)=1$ 当且仅当 $s\in P_i$

常用三元矢$\langle U,R,I\rangle$来表示 $PDL$ 的一个语义结构。

为了定义 $PDL$ 中公式的真值，我们还必须把映射扩展到的所有程序上。

定义：$\overline{M}:R\to\rho(U\times U)$，其中 $R$ 为全体程序的集合，$\overline{M}$ 定义如下

$\overline{M}(\alpha)=M(\alpha)$ 当 $\alpha\in R_0$

$\overline{M}(\alpha;\beta)=\overline{M}(\alpha)\cdot\overline{M}(\beta)$

$\overline{M}(\alpha\cup\beta)=\overline{M}(\alpha)\cup\overline{M}(\beta)$

$\overline{M}(\alpha^*)=(\overline{M}(\alpha))^*$

这里等式右边的运算·，∪，* 分别表示二元关系的合成运算，并运算以及自反传递闭包运算，具体地说

$\overline{M}(\alpha;\beta)=\{(s,t)\mid\exists u((s,u)\in\overline{M}(\alpha)\land(u,t)\in\overline{M}(\beta))\}$

$\overline{M}(\alpha\cup\beta)=\{(s,t)\mid(s,t)\in\overline{M}(\alpha)\lor(s,t)\in\overline{M}(\beta)\}$

$\overline{M}(\alpha^*)=\{(s,t)\mid\exists i\geqslant 0\exists s_0\exists s_1\cdots\exists s_i(s_0=s\land s_i=t\land\forall j(0\leqslant j<i\to(s_j,s_{j+1})\in\overline{M}(\alpha)))\}$

下文将 $\overline{M}$ 省略为 $M$，将$(s,t)\in M(\alpha)$简记为 $s\alpha t$。

$PDL$ 公式的真值定义与模态逻辑系统的真值定义几乎相同，不同的只是状态间的关系依赖于所涉及的程序 $\alpha$。

定义对任一状态 $s$ 及 $PDL$ 中任一公式 $A$，对 $A$ 的构成归纳定义 $A$ 的真值($\models_s A$ 表示 $A$ 在状态 $s$ 中真)：

$\models_s p_i$ 当且仅当 $s\in P_i(i=1,2,3,\cdots)$。

$\models_s \neg B$ 当且仅当 $\models_s B$ 不成立。

$\models_s B\lor C$ 当且仅当 $\models_s B$ 或者$\models_s c$。

$\models_s B\land C$ 当且仅当 $\models_s B$ 并且$\models_s c$。

$\models_s B\to C$ 当且仅当 $\models_s B$ 不成立，或者$\models_s c$。

$\models_s\langle\alpha\rangle A$ 当且仅当 存在状态 $t$，使 $s\alpha t$，$\models_t A$。

$\models_s [\alpha]A$ 当且仅当　对所有满足 *sat* 的状态 $t$，有$\models_t A$。

在上述语义结构及真值规定下，显然有下列永真式(以下 $\alpha$ 为任一程序)：

$$[\alpha]A \wedge \langle\alpha\rangle true \to \langle\alpha\rangle A \tag{1}$$

$$[\theta]A \to A \tag{2}$$

$$[\tau]A \leftrightarrow A \tag{3}$$

$$\langle\tau\rangle A \leftrightarrow A \tag{4}$$

$$[\alpha](A \to B) \to ([\alpha]A \to [\alpha]B) \tag{5}$$

$$\langle\alpha\rangle(A \vee B) \leftrightarrow (\langle\alpha\rangle A \vee \langle\alpha\rangle B) \tag{6}$$

$$\langle\alpha\rangle(A \wedge B) \to (\langle\alpha\rangle A \wedge \langle\alpha\rangle B) \tag{7}$$

$$[\alpha](A \wedge B) \leftrightarrow ([\alpha]A \wedge [\alpha]B) \tag{8}$$

$$([\alpha]A \vee [\alpha]B) \to [\alpha](A \vee B) \tag{9}$$

$$[\alpha]A \leftrightarrow \neg\langle\alpha\rangle\neg A \tag{10}$$

$$\langle\alpha\rangle A \leftrightarrow \neg[\alpha]\neg A \tag{11}$$

注意，并不同模态逻辑一样，并非对一切 $\alpha$ 有

$$[\alpha]A \to \langle\alpha\rangle A \tag{12}$$

因为对有的 $\alpha$ 而言(例如 $\alpha=\theta$)，对状态 $s$ 根本不存在状态 $t$ 满足 *sat*，从而$\models_s [\alpha]A$ 无义地真，但$\models_s \langle\alpha\rangle A$ 却不能成立，从而使得

$\models_s [\alpha]A \to \langle\alpha\rangle A$ 不成立

可是，如果排除这样的程序，即限定 $\alpha$ 对一切状态 $s$ 均有状态 $t$ 满足 *sat*，那么(12)可以成立。$\langle\alpha\rangle true$ 正是表示 $\alpha$ 满足上述要求，因此，我们看到有(1)式永真。

更进一步地，我们有下列永真式，其中 $\alpha,\beta$ 为任意程序：

$$[\alpha;\beta]A \leftrightarrow [\alpha][\beta]A \tag{13}$$

$$[\alpha \cup \beta]A \leftrightarrow [\alpha]A \wedge [\beta]A \tag{14}$$

$$\langle\alpha;\beta\rangle A \leftrightarrow \langle\alpha\rangle\langle\beta\rangle A \tag{15}$$

$$\langle\alpha \cup \beta\rangle A \leftrightarrow \langle\alpha\rangle A \vee \langle\beta\rangle A \tag{16}$$

我们证明一下(16)式，以帮助读者理解这些永真式，但为了节

省篇幅，我们全部采用形式记号来表示推演过程。

对任何状态 $s$

$$\models_s \langle\alpha\cup\beta\rangle A \Leftrightarrow \exists\ t(s(\alpha\cup\beta)t \wedge \models_t A)$$

$$\Leftrightarrow \exists\ t((s\alpha t \vee s\beta t) \wedge \models_t A)$$

$$\Leftrightarrow \exists\ t(s\alpha t \wedge \models_t A) \vee \exists\ t(s\beta t \wedge \models_t A$$

$$\Leftrightarrow \models_s \langle\alpha\rangle A \vee \models_s \langle\beta\rangle A$$

故对一切 $s$ 有 $\models_s \langle\alpha\cup\beta\rangle A \leftrightarrow \langle\alpha\rangle A \vee \langle\beta\rangle A$，(16)式得证。

此外，我们还有

**定理** 对任意程序 $\alpha$ 及 $PDL$ 中任一公式 $A$，对任一结构的任一状态 $s$，如果 $\models_s [\alpha^*]A$，那么对每一整数 $n\geqslant 0$ 有 $\models_s [\alpha^n]A$。

证

$$\models_s [\alpha^*]A \Leftrightarrow \forall\ t(s\alpha^* t \rightarrow \models_t A)$$

$$\Leftrightarrow \forall\ t(\exists\ n \exists\ s_1 \cdots \exists\ s_n(s\alpha s_1 \wedge \cdots \wedge s_{n-1}\alpha s_n \wedge s_n = t) \rightarrow \models_t A)$$

$$\Leftrightarrow \forall\ n \forall\ s_1 \forall\ s_2 \cdots \forall\ s_n \forall\ t(\neg(s\alpha s_1 \wedge \cdots \wedge s_{n-1}\alpha s_n \wedge s_n = t) \vee \models_t A)$$

$$\Leftrightarrow \forall\ n \forall\ t(n \geqslant 0 \wedge s\alpha^n t \rightarrow \models_t A)$$

$$\Leftrightarrow \forall\ n(n \geqslant 0 \rightarrow \models_s [\alpha^n]A)$$

在 $PDL$ 的讨论中，通常将程序集 $R$ 限定为正规表达式集合，正如本文所作的这样，因此可以利用正规表达式性质来建立众多的 $PDL$ 永真式，例如

$[\alpha^*;\alpha^*]A \leftrightarrow [\alpha^*]A$（因 $\alpha^*;\alpha^* = \alpha^*$）

本文不一一列举。

## 2 一阶动态逻辑

为了讨论的方便和易于理解，我们对动态逻辑中的程序，用一

种简单的程序语言具体地给出。

### 2.1 一种简单的程序语言

用 $PL$ 表示我们要介绍的程序语言。$PL$ 的组成如下：

对任何变元 $x$ 及 $n$ 元函词 $f^{(n)}$，$PL$ 中有基本表达式 $x$ 及 $f^{(n)}(e_1,e_2,\cdots,e_n)$，其中 $e_1,e_2,\cdots,e_n$ 为基本表达式。

对任何一阶公式 $B$，$PL$ 中有布尔型表达式 $B$。

$PL$ 的语句有

(1)$x\leftarrow e$，称为赋值语句。这里 $x$ 是变元，$e$ 为基本表达式，$\tau$ 即为 $x\leftarrow x$。

(2)$B?$，称为判断语句。这里 $B$ 为布尔表达式。

(3)$\theta$，称为空语句。

(4)如果 $\alpha,\beta$ 为语句，那么$(\alpha;\beta)$，$(\alpha\cup\beta)$，$Loop\alpha$ 均为语句。

注意，$(\alpha;\beta)$，$(\alpha\cup\beta)$意义同前，$Loop\alpha=\alpha^*$，因此，$PL$ 仍为一不确定型的程序语言。

### 2.2 一阶动态逻辑的语言及语义

我们用 $FDL$ 表示一阶动态逻辑，它的语言可在一阶语言的基础上扩展而成。扩展方式如下：

(1)引入程序语言 $PL$，将 $PL$ 中的所有程序看作 $FDL$ 语言中除了项和公式以外的又一类表达式——程序表达式。

(2)对每一程序 $\alpha$，引入模态词$\langle\alpha\rangle$和$[\alpha]$。

(3)重新规定公式意义。规定："当 $A$ 为公式时，$\langle\alpha\rangle A$ 与$[\alpha]A$ 均为公式。"

下面我们要讨论 $FDL$ 语言的语义，由于出现了变元、函词、谓词及具体的赋值语句、循环语句，语义的规定就复杂得多。这里仅讨论一种较简单的语义结构。

定义　$FDL$ 的语义结构表示为四元矢

$$\langle U,D,I,M\rangle$$

其中

(1)$U$ 为非空集合，称为状态集(*universe*)，它的成员称为状态，用 $s,t$ 等字母表示之。

(2)$D$ 为非空集合，称为论域(*domain*)，其成员称为个体，用 $d_0,d_1,d_2$ 等字母表示之。

(3)状态被定义为对变元的指派，即状态为一变元集到论域 $D$ 的映射，换言之

$$U = \{s \mid s: VARIABLE \to D\}$$

(4)$I$ 为解释(*interpratation*)，其意义同一阶逻辑语义结构中的解释，我们约定 $I$ 把函词 $f$ 解释为 $D$ 上函数 $\overline{f}$，把谓词 $P$ 解释为 $D$ 上关系 $\overline{P}$。

在解释 $I$ 下，可把 $s$ 扩充到一切项和基本表达式上。用 $\bar{s}$ 表示 $s$ 的扩充：

$\bar{s}(x)=s(x)$ (对任一变元 $x$)

$\bar{s}(f(e_1,\cdots,e_n))=\overline{f}(\bar{s}(e_1),\cdots,\bar{s}(e_n))$

(5)$M$ 为程序集 $R$ 到 $\rho(U\times U)$的一个映射：

$M(\theta)=\varnothing$

$M(\tau)=\{(s,s)\mid s\in U\}$

$M(x\leftarrow e)=\{(s,s(x\mid\bar{e}))\mid s\in U\}$，这里 $\bar{e}$ 为 $\bar{s}(e)$的简写，$s(x\mid\bar{e})$ 定义如下：

$$s(x\mid\bar{e})(y)=\begin{cases} s(y) & \text{当 } y\neq x \\ \bar{e} & \text{当 } y=x \end{cases} \tag{17}$$

$M(B?)=\{(s,s)\mid \models_s B\}$

($\models_s B$ 表示 $B$ 在一阶语义下对指派 $s$ 为真)

$M(true?)=M(\tau)$

$M(faule?)=M(\theta)$

$M(\alpha;\beta)=M(\alpha)\cdot M(\beta)$

$M(\alpha\cup\beta)=M(\alpha)\cup M(\beta)$

$M(Loop\alpha)=(M(\alpha))^*$

对原子公式及真值联结词的真值规定同上一节对命题动态逻辑所作的那样，另补充以下条款：

$\models_s \forall xA$ 当且仅当对所有 $d\in D$，$\models_{s(x|d)} A$

$\models_s \exists xA$ 当且仅当存在 $d\in D$，$\models_{s(x|d)} A$

这里 $s(x|d)$ 意义如(17)式所规定。

在上述语义及真值规定下，可以证明以下各式是永真的：

$$[\alpha;\beta](x=z \vee y=u) \tag{18}$$

(其中，$\alpha$ 为 $(x=z \wedge y=u)?$

$\beta$ 为 $(x\leftarrow f(x) \cup y\leftarrow f(y)))$

$$x=y\rightarrow[\alpha]\langle\beta\rangle x=y \tag{19}$$

(其中 $\alpha$ 为 $Loop(x\leftarrow f(f(x)))$

$\beta$ 为 $(y\leftarrow f(y))^*$)

$$x=y\rightarrow[\alpha](A(x)\rightarrow(x=y \vee \langle\beta\rangle A(y)) \tag{20}$$

(其中 $\alpha$ 为 $(x\leftarrow f(x))^*$

$\beta$ 为 $(y\leftarrow f(y);(y\leftarrow f(y))^*)$

当然，(1)—(11)，(13)—(16)在 FDL 中亦仍为永真式。

如果对 FDL 的语义结构作一些限定，讨论也许可以更容被理解。我们限定结构的论域 $D$ 恒为自然数集，从而可以讨论，哪些公式在这类结构中恒真，称为 $N$—永真。不难看出，下列公式是 $N$—永真的。

$$\langle(x\leftarrow x-1)^*\rangle x=0 \tag{21}$$

$$y>0 \vee \langle y=0?\rangle true \tag{22}$$

我们给出(21)式的证明。

为证 $\langle(x\leftarrow x-1)^*\rangle x=0$ 永真，只需对任一状态 $s$，证明有状态 $t$，使得

$$s(x\leftarrow x-1)^* t \wedge \models_t x=0$$

或

$$\exists n(s(x\leftarrow x-1)^n t) \wedge \models_t x=0$$

现对 $s(x)$ 归纳证明：$s(x)=k$ 时，有状态 $t$，$s(x\leftarrow x-1)^k t$，$\models_t x=0$。

若 $s(x)=0$，那么 $s(x\leftarrow x-1)^0 s$，取 $t=s$，同时有 $\models_t x=0$（因 $s(x)=0$ 蕴涵 $\models_s x=0$）。

设 $s(x)=k$ 时命题成立，现有 $s(x)=k+1$。现令 $t$ 满足 $s(x\leftarrow x-1)^{k+1}t$，即

$$s((x\leftarrow x-1);(x\leftarrow x-1)^k)t$$

或者有 $s'$，

$$s(x\leftarrow x-1)s' \text{ 且 } s'(x\leftarrow x-1)^k t$$

由于 $s(x\leftarrow x-1)s'$，故 $s'(x)=k$，又由 $s'(x\leftarrow x-1)^k t$，用归纳假设即得 $\models_t x=0$。

此外，关于 $FDL$ 还有下列明显事实。

**定理** 对任一赋值语句 $x\leftarrow e$，任何一阶公式 $B$，以及任何 $FDL$ 公式 $A$，有

(1) $\models[x\leftarrow e]A\leftrightarrow A_e^x$

(2) $\models[B?]A\leftrightarrow(B\rightarrow A)$

(1)式是十分明白的，(2)式可如下证明：

对任一结构的任何状态 $s$，

$\models_s[B?]A$ 当且仅当 $\forall t(s(B?)t\rightarrow\models_t A)$

当且仅当 $\forall t(s=t\wedge\models_t B\rightarrow\models_t A)$

当且仅当 $\models_s B\rightarrow\models_s A$

当且仅当 $\models_s B\rightarrow A$

## 2.3 FDL 的公理系统

$FDL$ 的公理系统包括下列公理（除非特别说明，以下 $A$，$B$ 等均指任意 $FDL$ 公式，$\alpha$，$\beta$ 等均指任意 $PL$ 程序）：

$A1$. 所有重言式均为 $FDL$ 的公理。

$A2.\ [x \leftarrow e]A \leftrightarrow A_e^x$。

$A3.\ [B?]A \leftrightarrow (B \rightarrow A)$.（其中 $B$ 为一阶公式）

$A4.\ [\tau]A \leftrightarrow A$.

$A5.\ [\theta]A \leftrightarrow true$

$A6.\ [\alpha;\beta]A \leftrightarrow [\alpha][\beta]A$.

$A7.\ [\alpha \cup \beta]A \leftrightarrow [\alpha]A \wedge [\beta]A$

$A8.\ \neg\langle\alpha\rangle\neg A \leftrightarrow [\alpha]A$

$A9.\ \neg\exists\ x \neg A \leftrightarrow \forall\ xA$

$FDL$ 的公理系统还包括下列推理规则：

$R1.\quad \dfrac{A, A \rightarrow B}{B}$

$R2.\quad \dfrac{A \rightarrow B}{[\alpha]A \rightarrow [\alpha]B}$

$R3.\quad \dfrac{A \rightarrow B}{\forall\ xA \rightarrow \forall\ xB}$

$R4.\quad \dfrac{A \rightarrow [\alpha]A}{A \rightarrow [\alpha^*]A}$

对于自然数集的讨论，还应添加公理和规则：

$A10$. 全体自然数集上的真命题。

$R5.\ \dfrac{A(n+1) \rightarrow \langle\alpha\rangle A(n)}{A(n) \rightarrow \langle\alpha^*\rangle A(0)}$（$A$ 为一阶公式，$n$ 为自然数，$\alpha$ 中赋值语句的左边不含 $n$。）

理论研究表明，$FDL$ 系统不仅是合理的，而且是完备的。对此本文不作详析，但指出 $FDL$ 中若干有趣的事实。

**定理** 对任何程序 $\alpha$ 及任一公式 $A$

$$\frac{[\alpha^*](A \rightarrow [\alpha]A)}{A \rightarrow [\alpha^*]A}$$

为 $FDL$ 的一个导出规则。

证明是简单的。

(1) $[\alpha^*](A \rightarrow [\alpha]A)$ 前提

(2) $[\tau \vee \alpha \vee \alpha^2 \vee \cdots](A \rightarrow [\alpha]A)$ $\alpha^*$ 定义

(3) $[\tau](A\to[\alpha]A)$ 公理 $A7$

(4) $A\to[\alpha]A$ 公理 $A3$

(5) $A\to[\alpha^*]A$ 由(4)及规则 $R4$

**定理** 对任意程序 $\alpha$ 及公式 $A,B$,变元 $x$

(1) $\dfrac{A\to B}{\langle\alpha\rangle A\to\langle\alpha\rangle B}$

(2) $\dfrac{A\to B}{\exists xA\to\exists xB}$

均为 $FDL$ 的导出规则。

证明同通常的一阶逻辑有关定理的证明,不赘。

**定理** 对任意程序 $\alpha$ 及公式 $A,B,C$,$FDL$ 中有下列导出规则

$$\frac{C\to A, A\to[\alpha]A, A\to B}{C\to[\alpha^*]B}$$

证明序列如下:

(1) $A\to[\alpha]A$ 前提

(2) $A\to[\alpha^*]A$ (1)及规则 $R4$

(3) $C\to A$ 前提

(4) $C\to[\alpha^*]A$ 由(2)(3)得

(5) $A\to B$ 前提

(6) $[\alpha]A\to[\alpha]B$ (5)及规则 $R2$

(7) $[\alpha^*]A\to[\alpha]A$ 公理 $A7$

(8) $[\alpha^*]A\to[\alpha^*]B$ 由(6),(7)得

(9) $C\to[\alpha^*]B$ 由(4),(8)得

关于自然数还有下列导出的归纳推理规则。

**定理** 若 $A$ 为任意一阶公式,$B,C$ 为 $FDL$ 中任意公式,$n$ 为 $A$ 中自由变元,且 $\alpha$ 中赋值语句左边不含 $n$,那么

$$\frac{C\to\exists nA(n), A(n+1)\to\langle\alpha\rangle A(n), A(0)\to B}{C\to\langle\alpha^*\rangle B}$$

为 $FDL$ 的导出规则。

## 2.4 确定型一阶动态逻辑

由于使用程序 $\alpha\cup\beta$,因此 *FDL* 允许使用不确定程序,这大大增加了 *FDL* 的复杂性。如果我们对 *PL* 作一些限制,那么可以使得 *PL* 变为一种确定型的程序设计语言,从而使 *FDL* 变为一个确定型的一阶动态逻辑,我们将它记为 *DFDL*(*deterministic first-order dynavmic logic*)。当然,*DFDL* 是 *FDL* 的特例。

我们限定 *PL* 中运算∪和 *(*Loop*)只允许在下列模式中使用:

$$(B?;\alpha)\cup((\neg B)?;\beta) \tag{23}$$

$$(B?;\alpha)^*;(\neg B)? \tag{24}$$

其中 $B$ 为任何一阶公式,$\alpha$,$\beta$ 为任意受上述限制的 *PL* 程序。

其实(23),(24)可以表示为更为人熟知的程序语句

$$if\ B\ then\ \alpha\ else\ \beta \tag{25}$$

$$while\ B\ do\ \alpha \tag{26}$$

这就是说,*DFDL* 中可以不使用∪和 *(*Loop*),但使用运算 *if…then…else* 与 *while…do…*。它们的语义可用(23),(24)来规定。*DFDL* 的其余语言组成及语义均同 *FDL*。

由于不再使用∪与 *(*Loop*),容易证明,对任何程序 $\alpha$ 及任一状态 $s$,至多只有一个状态 $t$ 满足 $s\alpha t$,这是因为

(1)当 $B$ 真时 $s(if\ B\ then\ \alpha\ else\ \beta)t\Leftrightarrow s\alpha t$

当 $B$ 假时 $s(if\ B\ then\ \alpha\ else\ \beta)t\Leftrightarrow s\beta t$

(2)当存在 $n$,使 $s\alpha^n t$,$\models_t B$ 不成立,令 $n_0$ 为此种 $n$ 中最小者,那么

$s(while\ B\ do\ \alpha)t\Leftrightarrow s\alpha^{n_0}t$

否则,$M(while\ B\ do\ \alpha)=\{(s,s)\models_s \neg B\}$,即 $s(while\ B\ do\ \alpha)t$ $\Leftrightarrow s=t$

对于确定型动态逻辑系统,下列事实是很直观的。

**定理** 对任何 $DFDL$ 中公式 $A,B$,以及程序 $\alpha$,下列两式永真:

(1) $\langle\alpha\rangle A \leftrightarrow [\alpha]A \wedge \langle\alpha\rangle true$

(2) $\langle\alpha\rangle(A \wedge B) \leftrightarrow \langle\alpha\rangle A \wedge \langle\alpha\rangle B$

这就是说,在 $DFDL$ 中,$\langle\alpha\rangle$ 与 $[\alpha]$ 几乎没有什么区别。

因此,需调整 $FDL$ 的公理系统,才能得到 $DFDL$ 的公理系统。

首先,应当把公理 $A7$ 换为下列公理

$A5'$ $[if\ B\ then\ \alpha\ else\ \beta]A \leftrightarrow ((B \rightarrow [\alpha]A) \wedge (\neg B \rightarrow [\beta]A))$

其他公理可保留。应当指出,由于有 $A5'$,$A3$ 可以省略,这是因为

$$\begin{aligned}[B?]A &\Leftrightarrow [(B?;\tau) \cup ((\neg B)?;\ \theta)]A \\ &\Leftrightarrow [if\ B\ then\ \tau else\ \theta]A \\ &\Leftrightarrow (B \rightarrow [\tau]A) \wedge (\neg B \rightarrow [\theta]A) \\ &\Leftrightarrow B \rightarrow A\end{aligned}$$

另外,可保留规则 $R1,R2,R3$,而用下列两规则代替规则 $R4$,$R5$:

$$R4' \quad \frac{A \wedge B \rightarrow [\alpha]A}{A \rightarrow [while\ B\ do\ \alpha](A \wedge \neg B)}$$

这里 $B$ 为一阶公式。

$$R5' \quad \frac{A(n+1) \rightarrow (B \wedge \langle\alpha\rangle A(n))A(0) \rightarrow \neg B}{A(n) \rightarrow \langle while\ B\ do\ \alpha\rangle A(0)}$$

这里 $A,B$ 为一阶公式,$n$ 为自然数,$\alpha$ 中赋值语句的左边不含 $n$。

## 2.5 一阶动态逻辑的表述能力

一阶动态逻辑有很强的描述程序特性的能力。一般地说,可以用:

$A \rightarrow [\alpha]B$ 表示程序段 $\alpha$ 的部分正确性。这里 $A$ 为 $\alpha$ 执行前程序变量后所满足的条件,$B$ 为程序 $\alpha$ 执行后程序变量所满足的条件。

$\varphi \rightarrow [\alpha]\psi$ 表示程序 $\alpha$ 的部分正确性。这里 $\varphi$ 为输入谓词,$\psi$

为输出谓词，分别表示输入，输出变量应满足的条件。

$\langle\alpha\rangle\psi_0$ 表示程序 $\alpha$ 的有终性(最终必定停机的特性)。这里 $\psi_0$ 为输出变量所满足的谓词。

$\varphi\rightarrow\langle\alpha\rangle\psi$ 表示程序 $\alpha$ 的完全正确性。这里 $\varphi$ 为输入谓词，$\psi$ 为输出谓词。

$\forall\vec{y}(\langle\alpha\rangle\vec{x}=\vec{y}\leftrightarrow\langle\beta\rangle\vec{x}=\vec{y})$，$\vec{x}$表示 $\alpha,\beta$ 中赋值语句左边的变元组，$\vec{y}$为与 $\vec{x}$不交的数组。本式表示程序 $\alpha$ 与 $\beta$ 的等价性。

$\forall\vec{y}(\langle\alpha\rangle\vec{x}=\vec{y}\rightarrow[\alpha]\vec{x}=\vec{y})$，$\vec{x}$，$\vec{y}$意义同上。本式表示程序 $\alpha$ 的确定性，即 $\alpha$ 执行后只进入唯一的一个状态。

最后，我们用一个例子来说明上述表示方式。

考虑计算两正整数 $x_0,y_0$ 的最大公约数的程序：

```
while x≠y do
      if x>y then x←x−y
              else y←y−x
end
```

该程序的输出应满足 $x=gcd(x_0,y_0)$。程序的这一特性可在 *DFDL* 中描述为

$[(x=x_0\wedge y=y_0)?]\langle while(\neg x=y)do(if(x>y$
$then(x\leftarrow x-y)else(y\leftarrow y-x)\rangle x=gcd(x_0,y_0)$

在 *FDL* 中可描述为

$[(x=x_0\wedge y=y_0)?]\langle((\neg x=y)?;((x>y?;x\leftarrow x-y)\cup(x<$
$y?;y\leftarrow y-x))^*;x=y?\rangle x=gcd(x_0,y_0)$

由于在 *DFDL* 和 *FDL* 中上面两式都是可以证明的，因此可以断定以上计算最大公约数的程序是完全正确的。

(作者：王元元)

# 参考文献

[1] Harel. D, First-Order Dynamic Logic, Springer-Verlag, Lecture Notes in Computer Science 68. (1979).

[2] 王元元,计算机科学中的逻辑学,科学出版社(1989)。

[3] 王元元,模态逻辑。

[4] 莫绍揆,王元元,可计算性理论,科学出版社(1987)。

# [十六] 子句逻辑

本文所言子句逻辑，系指一阶逻辑的两个实用推理系统：合一消解推理系统和 Horn 子句推理系统，前者是人工智能研究领域中定理证明、问题求解的重要基础，后者则被直接开发为人工智能程序设计语言 PROLOG。此外，前者又是后者的准备。

## 1 合一消解推理系统

### 1.1 子句及子句集

在一阶逻辑的介绍中我们已经知道，对任何一阶公式 $A$，都可以作出一个与 $A$ 等价的前束合取范式 $A'$，即 $A'=A$ 且 $A'$ 呈下列形式：

$$Q_1x_1Q_2x_2\cdots Q_nx_nB \tag{1}$$

其中 $Q_1,Q_2,\cdots,Q_n$ 为量词$\exists$ 或$\forall$ ，$B$ 为无量词的合取范式。此外我们还知道，可作出与(1)式同可满足性的 Skolem 标准型 $A''$，作法如下：

(1)当 $Q_i$ 为量词$\forall$ 时，删去 $Q_ix_i(i=1,2,\cdots,n)$。

(2)当 $Q_i$ 为量词$\exists$ 时，如果没有 $Q_j(j<i)$为量词$\forall$ ，则删去 $Q_ix_i$，并用 $a_i$ 代替 $B$ 中的变元 $x_i$，这里 $a_i$ 为新常元(称为 Skolem 常元)。

(3)当 $Q_i$ 为量词$\exists$ 时，如果有 $Q_{j_1},Q_{j_2},\cdots,Q_{j_l}(Q_{j_1},Q_{j_2},\cdots,Q_{jl}<i)$为量词$\forall$ ，则删去 $Q_{j_1},x_{j_1},\cdots,Q_{j_l}x_l$，并用 $f_i(x_{j_1},\cdots,x_{j_l})$代替 $B$

中的变元 $x_i$，这里 $f_i$ 为新函词(称为 Skolem 函词)。

因而 A 可(不可)满足当且仅当它的 Skolem 标准型 $A''$可(不可)满足，并且 $A''$呈下形

$$C_1 \wedge C_2 \wedge \cdots \wedge C_m \quad (2)$$

其中 $C_i(i=1,2,\cdots,m)$为原子公式或原子公式的否定式的析取。

**定义** 称(2)式中 $C_1,C_2,\cdots,C_m$ 为公式 $A''$的子句(*clauses*)，$C_i$ $(i=1,2,\cdots,m)$中各原子公式和原子公式的否定式均称为子句 $C_i$ 的**文字**(*literales*)。又称子句集合$\{C_1,C_2,\cdots,C_m\}$为公式 **A 的子句集**

**定义** 子句集 $S$ 称为**可满足的**(*satisfiable*)，如果存在域 $U$ 和 $U$ 上解释 $I$，使 $S$ 每一子句均为真；否则称 $S$ 是不可满足的。

很显然，$A$ 可满足当且仅当 $A$ 的子句集 $S$ 可满足。由此我们知道：

(1)要证公式 $A$ 永真，只要证明$\neg A$ 的子句集 $S$ 是不可满足的。

(2)需证公式 $B$ 是公式 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 的逻辑结果(或演绎结果)，只要证明 $S\cup S_1\cup S_2\cup\cdots\cup S_n$ 是不可满足的，其中 $S$ 为$\neg B$ 的子句集 $S_i(i=1,2,\cdots,n)$为 $A_i$ 的子句集。这是因为公式 $A_1\wedge A_2\wedge\cdots\wedge A_n\rightarrow B$ 的否定等价于 $A_1\wedge A_2\wedge\cdots\wedge A_n\wedge\neg B$，而它的子句集即为 $S_1\cup S_2\cup\cdots\cup S_n\cup S$。

## 1.2 代换与合一

**定义** **代换**(*substitutions*)指集合

$$\{t_1/x_1,t_2/x_2,\cdots,t_n/x_n\}$$

表示对公式中变元 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 分别作代入项 $t_1,t_2,\cdots,t_n$。这里 $x_1,x_2,\cdots x_n$ 各不相同，且 $x_i\neq t_i(i=1,2,\cdots,n)$。代换常用希腊字母 $\lambda,\theta,\delta$ 等表示。空集称为空代换，用 $\varepsilon$ 表示之。如果用 $\lambda\circ\theta$ 表示代换的合成(即表示继代换 $\lambda$ 后再作代换 $\theta$)。那么，显然有

(1)$\lambda \circ \varepsilon = \varepsilon \circ \lambda = \lambda$

(2)$(\lambda \circ \theta) \circ \delta = \lambda \circ (\theta \circ \lambda)$

设 $X$ 为任一项或公式，$X$ 在代换 $\theta$ 下的代换结果(代换实例)，常记为 $X\theta$。显然 $X\varepsilon = X$。

**定义** 代换 $\theta$ 称为表达式集合 $\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ 的**合一**(*uniferes*)，如果 $X_1\theta = X_2\theta = \cdots = X_n\theta$，合一的 $\theta$ 称为是**最一般的**(*most general uniferes*)，如果对 $\{X_1, \cdots, X_n\}$ 的任意一 $\sigma$，均有一代换 $\lambda$，使得 $\sigma = \theta \circ \lambda$。

例如，$\{P(x, f(x), g(x,y), y), P(u, v, w, h(u,v,v))\}$ 有合一 $\sigma = \{a/x, a/u, f(a)/v, h(a, f(a), f(a))/y, g(a, h(a, f(a), f(a)))/w\}$，但它不是最一般的，下列合一才是最一般的：

$$\theta = \{x/u, f(x)/v, h(x, f(x))/y, g(x, h(x, f(x), f(x)))/w\}$$

容易看出 $\sigma = \theta \circ \{a/x\}$。

研究表明，对任意表达式的有限集合 $S$，$S$ 是否有合一是可判定的，并且 $S$ 有合一当且仅当 $S$ 有最一般的合一(下称 *mgu*)。求取 *mgu* 的算法在文献[1]中可以找到。

### 1.3 命题演算消解原理

分离规则

$$\frac{P, P \rightarrow Q}{Q} \tag{3}$$

是大家熟悉的，如果将(3)改写为

$$\frac{P, \neg P \vee Q}{Q} \tag{4}$$

当然没有什么实质性的区别，但从形式上看则更有趣、更易于推广为一个子句间的形式推理规则：

$$\frac{P_1 \vee P_2 \vee \cdots \vee P_{l_1}, Q_1 \vee Q_2 \vee \cdots \vee Q_{l_2} (P_1 \equiv \neg Q_1)}{P_2 \vee \cdots \vee P_{l_1} \vee Q_2 \vee \cdots \vee Q_{l_2}} \tag{5}$$

这就是说，两个子句中的两个互补文字($L$，与$\neg L$ 形文字)可以消

去。(5)式便是所谓命题演算的**消解原理**(*resolution princeple*)。更一般地

设 $C_1, C_2$ 分别是含有文字 $L$ 与 $\neg L$ 的子句，$C_1 - L, C_2 - (\neg L)$ 分别表示从子句 $C_1, C_2$ 中删去 $L$ 及 $\neg L$ 后所得的子句，那么消解原理可表示为

$$\frac{\begin{matrix} C_1 \\ C_2 \end{matrix}}{(C_1 - L) \vee (C_2 - (\neg L))} \tag{6}$$

这里 $C_1, C_2$ 称为消解母式，$L, \neg L$ 称为消解基，子句 $(C_1 - L) \vee ((C_2 - (\neg L))$ 称为消解结果。

消解原理的合理性是容易证明的，这就说我们可证下列事实：

**定理**　消解结果 $(C_1 - L) \vee (C_2 - (\neg L))$ 是消解母式 $C_1, C_2$ 的逻辑结果。

例如，$\neg P \vee R \vee Q$ 与 $P \vee \neg Q$ 以 $P, \neg P$ 为消解基的消解结果是 $R \vee Q \vee \neg Q$；以 $Q, \neg Q$ 为消解基的消解结果是 $\neg P \vee R \vee P$，$\neg P \vee R$ 与 $P \vee \neg Q$ 的消解结果是 $P \vee \neg Q$。容易验证 $(\neg P \vee R) \wedge (P \vee \neg Q) \rightarrow (R \vee \neg Q)$ 是永真式。

注意，当 $C_1 = L, C_2 = \neg L$ 时，$C_1 \wedge C_2$ 为永假式，而 $C_1$ 与 $C_2$ 的消解结果是一个没有文字的子句，称为**空子句**($NIL$)。因此空子句 $NIL$ 是不可满足的。

为建立一个以消解原理为推理规则的形式推演系统，我们还需要下列术语。

**定义**　设 $S$ 为一子句集，称子句 $C$ 为 **S 的消解结果**，如果存在子句序列

$$C_1, C_2, C_3, \cdots, C_l (= C)$$

使得 $C_i (i = 1, 2, \cdots, l)$ 或者是 $S$ 中子句，或者是 $C_k$ 与 $C_j (k, j < i)$ 的消解结果。当 $C$ 为 $NIL$ 时，称子句集 $S$ 有一个**否证**(*refutation*)。

依据消解原理的合理性，下列事实是明显的。

**定理** 如果子句集 $S$ 有一个否证，那么 $S$ 是不可满足的。

理论研究表明：

**定理** 如果子句集 $S$ 是不可满足的，那么，必可作出 $S$ 的一个否证。

以上讨论表明，为证公式 $A$ 永真，只要作出 $\neg A$ 的子句集 $S$，从而对 $S$ 中子句使用消解原理，直至作出一个否证

$$C_1, C_2, C_3, \cdots, C_l (= NIL)。$$

例如，求证 $(P \vee Q) \wedge (P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q) \Rightarrow P$，只要证明 $(P \vee Q) \wedge (P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q) \rightarrow$ 永真，而它的否定的子句集

$$S = \{P \vee Q, P \vee \neg Q, \neg P \vee \neg Q, \neg P\}$$

$S$ 有否证

| | | |
|---|---|---|
| (Ⅰ) | $\neg P$ | $S$ 中子句 |
| (Ⅱ) | $P \vee Q$ | $S$ 中子句 |
| (Ⅲ) | $Q$ | 由(Ⅰ)(Ⅱ)消解得 |
| (Ⅳ) | $P \vee \neg Q$ | $S$ 中子句 |
| (Ⅴ) | $P$ | 由(Ⅲ)(Ⅳ)消解得 |
| (Ⅵ) | $NIL$ | 由(Ⅰ)(Ⅴ)消解得 |

因此原式得证。

### 1.4 谓词演算消解原理

我们约定只讨论闭公式(不含自由变元的公式)，因此，当我们求得一公式的 Skolem 标准型或它的子句集时，各子句中的变元均为全称量化的变元。

同样地，由下列推理规则

$$\frac{\forall x(P(x) \rightarrow Q(x)) \quad P(a)}{Q(a)} \qquad \frac{\neg P(x) \vee Q(x)\{a/x\} \quad P(a)}{Q(a)}$$

可推广得到谓词演算消解原理

$$\frac{\begin{array}{c}C_1\\C_2\end{array}(\text{无公共变元})}{(C_1\theta-L_1\theta)\vee(C_2\theta-L_2\theta)}\tag{7}$$

这里 $L_1\theta=\neg L_2\theta$，$\theta$ 是 $L_1$ 与 $\neg L_2$ 的 $mgu$。有时，$C_1$，$C_2$ 中分别有文字可合一，这时先将 $C_1$ 和 $C_2$ 中可合一的文字合并再作消解更好，因此(7)式可改为下列更一般的形式：

$$\frac{\begin{array}{c}C_1\lambda_1\\C_2\lambda_2\end{array}}{(C_1\lambda_1\theta-\{L_1^1,\cdots,L_1^{i_1}\}\lambda_1\theta)\vee(C_2\lambda_2\theta-\{L_2^1,\cdots,L_2^{i_2}\}\lambda_2\theta)}\tag{8}$$

其中 $\lambda_k$ 是$\{L_k^1,\cdots,L_k^{i_k}\}(k=1,2)$的 $mgu$，令

$$L_1^1\lambda_1=\cdots=L_1^{i_1}\lambda_1=L_1,L_2^1\lambda_2=\cdots=L_2^{i_2}=L_2$$

那么，$\theta$ 是 $L_1$ 与 $L_2$ 的 $mgu$。

例如，$C_1=P(x)\vee P(f(y))\vee Q(x)$，$C_2=\neg P(f(a))\vee R(x)$。由于 $C_1$ 与 $C_2$ 有公共变元，应对 $C_2$ 改名，使得，$C_2=\neg P(f(a))\vee R(z)$，然后，用 $\lambda=\{f(y)/x\}$对 $C_1$ 中 $P(x)$，$P(f(y))$作合并

$$C_1\lambda=P(f(y))\vee Q(f(y))$$

再用合一 $\theta=\{a/y\}$对 $C_1\lambda$ 及 $C_2$(或 $C_2\lambda$)作消解，得到消解结果 $Q(f(a))\vee R(z)$。

完全沿用上一小节的术语，所有关于命题演算消解原理的结论完全适用于谓词演算消解原理。因此，可以利用(8)式作为推理规则构成一个形式推演系统，也就是本节标题所说的“合一消解推理系统。”

利用合一消解推理系统可以进行：

(1)定理证明。证明 $A_1\wedge A_2\wedge\cdots\wedge A_n\rightarrow B$ 永真。

(2)问题求解。问，在前提 $A_1,\cdots,A_n$ 下，是否有$\exists xB(x)$。这时，我们证明 $A_1\wedge\cdots\wedge A_n\rightarrow\exists xB(x)$永真，即证明 $A_1\wedge A_2\wedge\cdots\wedge A_n\wedge\forall x\neg B(x)$不可满足，在证明中 $B(x)$中 $x$ 得到代换 $a/x$，那么我们不仅知道问题有解，且解为 $a$。

(3)规划生成、程序综合。问，在前提 $A_1,A_2,\cdots,A_n$ 下，是否有

一过程可对任意 $x$ 求出值 $y$ 使之满足 $B(x,y)$。这时，我们证明

$$A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n \rightarrow \forall x \exists y B(x,y) \text{ 永真，}$$

即证明 $A_1 \wedge A_2 \wedge \cdots \wedge A_n \wedge \exists x \forall y \neg B(x,y)$ 不可满足，在证明中常由代换得到 $y=f_1(f_2(\cdots f_n(c)))$（$c$ 为 $\exists x \forall y \neg B(x,y)$ 化为 $\neg B(c,y)$ 后的 Skolem 常元）。这里，$f_1,f_2,\cdots,f_n$ 便是由 $c$ 求取 $y$ 的一个规划或一个过程。

最后我们用一个简明的例子来说明合一消解推理过程及其在定理证明中的应用。

图 16.1.1 是一个梯形，我们要证明其中

$$\angle abd = \angle cdb \tag{9}$$

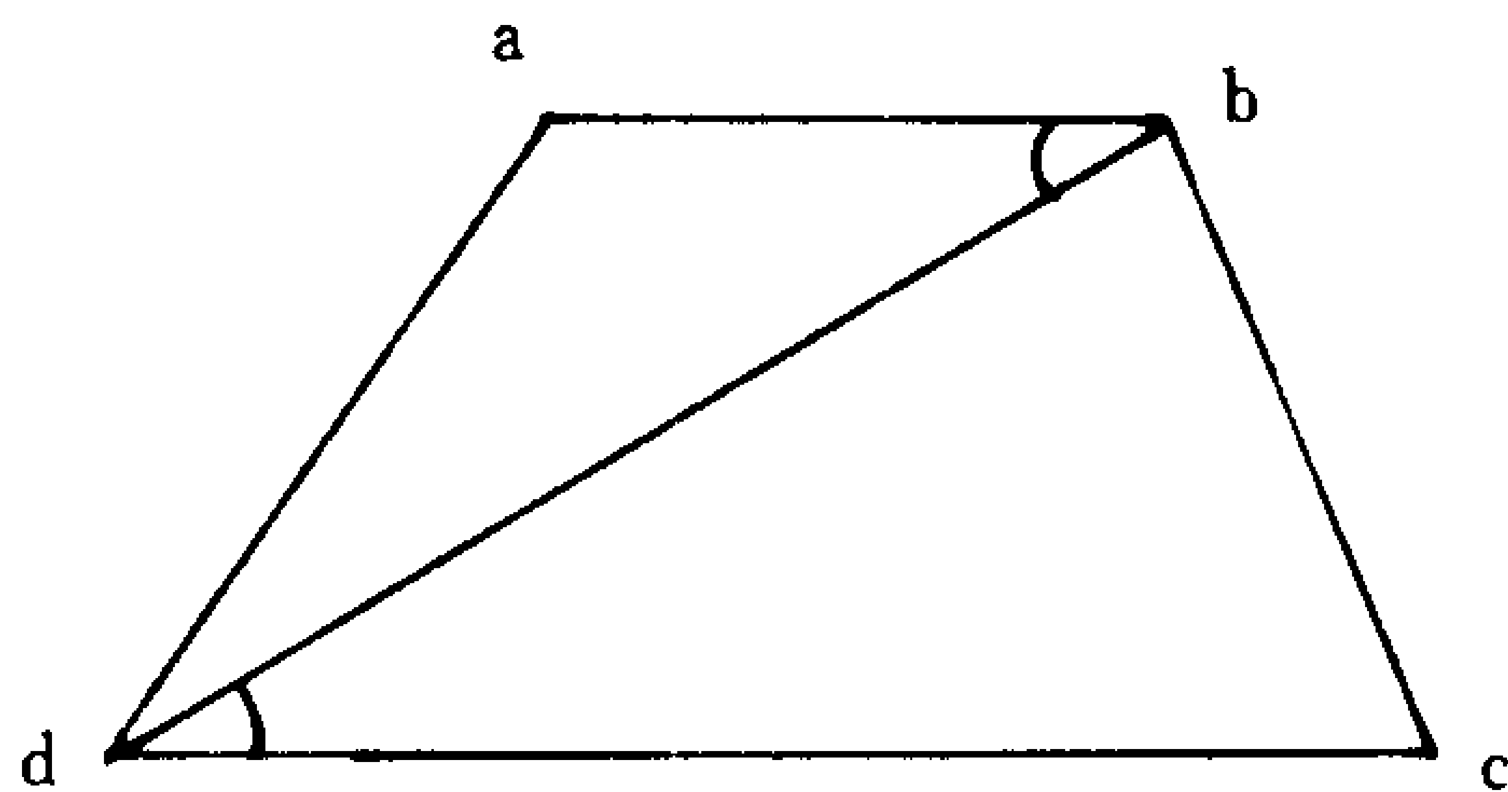



图 16.1.1

我们已知的事实：

(1)梯形的上下底平行。

(2)平行线内错角相等。

如果

$T(x,y,u,v)$表示四边形 $xyuv$ 为梯形

$P(x,y,u,v)$表示线段 $xy$ 平行线段 $uv$

$E(x,y,z,u,v,w)$表示$\angle xyz=\angle uvw$，

那么(1)(2)可表示为

$\forall x \forall y \forall u \forall v(T(x,y,u,v) \rightarrow P(x,y,u,v))$

$\forall x \forall y \forall u \forall v(P(x,y,u,v) \rightarrow E(x,y,v,u,v,y))$

已知条件可表示为

$T(a,b,c,d)$

求证的命题可表示为

$E(a,b,d,c,d,b)$

它们可被化为下列四个子句组成的子句集

(Ⅰ)　$\neg T(x,y,u,v) \vee P(x,y,u,v)$

(Ⅱ)　$\neg P(x,y,u,v) \vee E(x,y,v,u,v,y)$

(Ⅲ)　$\neg T(a,b,c,d)$

(Ⅳ)　$\neg E(a,b,d,c,d,b)$

合一消解推理得

(Ⅴ)　$\neg P(a,b,c,d)\{a/x,b/y,c/u,d/v\}$　由(Ⅱ)(Ⅳ)得

(Ⅵ)　$\neg T(a,b,c,d)\{a/x,b/y,c/u,d/v\}$　由(Ⅰ)(Ⅴ)得

(Ⅶ)　$NIL$　(Ⅲ)(Ⅵ)得

于是(9)式得证。

# 2　Horn 子句推理系统

虽然合一消解推理系统是一个几乎算法化了的推理系统(只需加上一点控制便可在计算机上实现)，但它毕竟没有明确的过程含义，因而不便于开发为程序设计的工具。如果对子句的形式作一点改变和限制，那么情形就大不相同了，这正是下文要介绍的 Horn 子句推理系统。

## 2.1　子句的蕴涵表示形式

我们知道，子句 $\neg P \vee Q$ 等价于 $P \rightarrow Q$。事实子句 $\neg P_1 \vee \neg P_2 \vee \cdots \vee \neg P_n \vee Q_1 \vee Q_2 \vee \cdots \vee Q_m$ 等价于

$$P_1 \wedge P_2 \wedge \cdots \wedge P_n \rightarrow Q_1 \vee Q_2 \vee \cdots \vee Q_m \qquad (10)$$

如果我们约定将→改写为←，其前后件也作相应的位置改变，另约定省去∧和∨，即约定←右边的文字为合取，←左边的文字为析取，那么(10)式可简略为

$$Q_1, Q_2, \cdots, Q_m \leftarrow P_1, P_2, \cdots, P_n \tag{11}$$

如果，我们还约定

$$Q_1, Q_2, \cdots, Q_m \leftarrow \tag{12}$$

表示 $Q_1 \vee Q_2 \vee \cdots \vee Q_m$

$$\leftarrow P_1, P_2, \cdots, P_n \tag{13}$$

表示 $\neg P_1 \wedge \neg P_2 \wedge \cdots \wedge \neg P_n$。那么，一切子句均可表示为(11)、(12)、(13)之一，它们被称为子句的蕴涵表示形式。

关于子句的蕴涵表示形式显然有：

(1)子句 $C$ 化为蕴涵表示形式时，只要将其"正文字"(含有偶数个否定词的文字)全部放在符号←的左边，而将其"负文字"(含有奇数个否定词的文字)全部放在符号←的右边即可。

(2)在←同一侧的相同文字可以合并为一个，可合一的文字通过 $mgu$ 加以合并。

(3)在←两侧有相同文字时，该子句永真。

(4)当子句 $C = P_1, \cdots, P_m \leftarrow Q_1, \cdots, Q_n$ 与另一子句 $C' = P'_1, \cdots, P'_{m'} \leftarrow Q'_1, \cdots, Q'_{n'}$ 中有文字 $P_1$ 与 $Q'_1$ 可合一(有 $mgu\sigma$)时，那么 $C$ 与 $C'$ 有消解结果

$$P_2\sigma, \cdots, P_m\sigma, P'_1\sigma, \cdots, P'_{m'}\sigma \leftarrow Q_1\sigma, \cdots, Q_n\sigma, Q'_2\sigma, \cdots, Q'_{n'}\sigma$$

显然，用子句的蕴涵表示形式仍然可以进行合一消解推理，但是由于使用了蕴涵形式，问题的表示常常更加接近于自然描述形式。如果对形式(11)，(12)，(13)放宽一点限制，允许在←左边出现负文字及在←右边出现负文字，那么利用它们可以更加自然地表示自然语言描述的语句，并且可以允许在←两边移动文字，当文字 $L$ 从←左边(右边)移到右边(左边)时，只要将 $L$ 改为 $\neg L$。

例如，$P, Q, \leftarrow R$ 等价于 $P \leftarrow \neg Q, R$，因为 $R \rightarrow P \vee Q$ 等价于 $R$

$\wedge \neg Q \to P$。

容易看到，子句的蕴涵表示形式给我们带来的好处不很大，其原因是，这一表示形式仍无助于推理的过程化。因此，应当对这一形式作一点限制，以利于它携有过程意义。

### 2.2 Horn 子句与 Horn 子句逻辑程序

Horn 子句是指如下形式的蕴涵子句：

(1) $P \leftarrow Q_1, Q_2, \cdots, Q_m$

(2) $P \leftarrow$

(3) $\leftarrow Q_1, Q_2, \cdots, Q_m$

(4) $NIL$

换言之，Horn 子句是至多只有一个正文字的子句的蕴涵表示形式。

Horn 子句不仅逻辑意义清晰、形式简明，而且其本身和运用它们进行消解的过程都可解释为程序和程序的执行过程。

我们把一个形如 $P \leftarrow Q_1, \cdots, Q_m$ 的 Horn 子句称为一个过程，$P$ 称为过程名，$\{Q_1, \cdots, Q_m\}$ 称为过程体，诸 $Q_i$ 可解释为过程调用。

形如 $P \leftarrow$ 的 Horn 子句可称为一个事实；形如 $\leftarrow Q_1, \cdots, Q_m$ 的 Horn 子句可作为一个目标，目标全部由过程调用所组成，常被用来表示一个询问；子句 $NIL$ 称为停机语句，表示程序执行（成功）终止。

当我们要证明一个定理或求解一个问题时，可将已知事实表示为过程的事实语句，将待证命题表示为目标语句，例如求证 $B$，则表示为 $\leftarrow B$，这正是 $\neg B$，即待证命题的否定。这样，我们便得到一个求解本问题的"程序"，这就是所谓的"Horn 子句逻辑程序"。

Horn 子句逻辑程序就是指这种由过程语句、事实语句和目标语句组成的子句集合。给定一个 Horn 子句逻辑程序，它由目标中的一个过程调用与一个事实或与一个过程的过程名匹配启动。当

过程调用与事实匹配时，该调用成功，再由目标中另一过程调用重新启动程序。当过程调用与一过程名匹配时，这意味着程序需调用该过程的过程体，因此需将该过程中的过程调用与原目标中余下的过程调用合并，构成新的目标，并以此重新启动程序。

例如，已知“张三在哪儿，他的狗就在哪儿”，“张三在火车上”，问“张三的狗在哪儿？问题可表示为

$$\left.\begin{array}{l}\forall x(AT(zhang,x)\rightarrow AT(dog,x))\\ AT(zhang,train)\end{array}\right\}\text{已知}$$

$$\exists xAT(dog,x) \qquad \text{求证}$$

又可表示为 *Horn* 子句逻辑程序

过程　$AT(dog,x)\leftarrow AT(zhang,x)$

事实　$AT(zhang,train)$

目标　$\leftarrow AT(dog,x)$　　（待证命题的否定）

目标 $AT(dog,x)$ 与过程名 $AT(dog,x)$ 匹配，调用该过程，构成新目标

$$\leftarrow AT(zhang,x)$$

它与事实匹配（合一为 $\{train/x\}$），产生 $NIL$，停机，问题解毕：狗在火车上。

很显然，Horn 子句逻辑程序建基于这样一个事实：由 Horn 子句及消解原理组成了一个形式推理系统，它的唯一的形式推理规则仍然是合一消解，即程序执行过程中的匹配调用。

应当指出，Horn 子句推理系统要弱于合一消解推理系统，这是因为并非所有子句都可以表示为 Horn 子句，例如

$$P\rightarrow Q\vee R \qquad (14)$$

它的子句形为 $\neg P\vee Q\vee R$，含有两个正文字。但是，理论研究表明，如果在用 Horn 子句描述问题时，不仅可以使用一阶语言，而且允许对一阶谓词演算元语言中的有关概念使用 Horn 子句表示形式，例如运用二元谓词 $OR$，$OR(x,y)$ 在 $x,y$ 之一成功时即成功，从而(14)可表示为 Horn 子句

$$OR(Q,R) \leftarrow P$$

那么,Horn 子句推理系统具有较合一消解推理系统更强的功能。

### 2.3 PROLOG 语言

PROLOG(PROgramming in LOGic)语言是以 Horn 子句逻辑推理系统为基础的高级程序设计语言。1972 年阿兰·库尔迈勒(Alain Colmerauer)在法国马赛大学研制自然语言问题回答系统时,提出了 PROLOG 的雏型,1975 年它被用于问题求解系统。此后,PROLOG 在人工智能的许多研究领域获得了应用,诸如关系数据库、定理证明、智能问题求解、符号方程求解、规划生成、计算机辅助设计、编译程序构造等领域。目前,由于日本宣布第五代计算机的研制以 PROLOG 为其核心语言。因此使 PROLOG 风靡一时。

PROLOG 程序由三个基本部分组成:

(1)关于客体性质和关系的事实语句。

(2)关于客体性质和关系的定义规则的语句,又称规则语句或规则。

(3)关于客体性质或关系的询问语句。

例如

*AT*(*zhang*,*train*)。 事实

*AT*(*dog*,*X*):—*AT*(*zhang*,*X*) 规则

? —(*dog*,*X*) 询问

这就是一个 PROLOG 程序

PROLOG 的执行方式主要是搜索和回溯,其控制成分包括:整体上的自上而下的搜索和若干控制输入、输出、回溯的控制语句。

因此,不难明白,PROLOG 实际上就是

Horn 子句推理系统 + 控制

以下是一个 PROLOG 程序的实例及其执行过程的梗概:

（Ⅰ） *likes(bell, sports).*

（Ⅱ） *likes(mary, smith).*

（Ⅲ） *likes(mary, sports).*

（Ⅳ） *likes(jones, smith).*

（Ⅴ） *friend(john, X):—likes(X, sports), likes(X, smith)*

（Ⅵ） ? —*friend(john, Y).*

(6)与(5)匹配，得到目标

（Ⅶ） ? —*likes(X, sports), likes(X, smith)*并且有{*X/Y*}，即*Y*与*X*共享赋值。

（Ⅶ）中第一个项与事实（Ⅰ）匹配，成功，*X*赋值*bell*(*Y*便取值*bell*)，从而使目标（Ⅶ）的第二个项成为*likes(bell, smith)*，它失败，于是产生回溯，重新执行目标（Ⅶ）的第一项，它与事实（Ⅲ）匹配，成功，*X*赋值*mary*(*Y*亦取值*mary*)，从而使目标（Ⅶ）的第二项成为*likes(mary, smith)*，它与事实（Ⅱ）匹配，成功。至此，程序执行完毕，目标成功，程序输出是*Y*＝*mary*，即

*friend(john, mary)*

从以上介绍可以看出PROLOG的下列几个基本特点：

(1) PROLOG既是一种程序设计语言，又是Horn子句逻辑推理系统。

(2) PROLOG是一种描述性语言，而不是像FORTRAN，ALGOL60那样的指令式语言，因而它是一种面向问题的语言。它只要知道"做什么"(*what to do*)，即知道问题的逻辑描述，不必知道"如何做"(*how to do*)。为此，PROLOG被认为是一种更加高级的程序设计语言——逻辑程序设计语言。

(3) PROLOG完全依靠匹配、回溯来进行搜索，因此PROLOG的求解过程是一个合一消解过程，一个寻求(待证结论的否定的)否证的过程。

（作者：王元元）

# 参考文献


[1] Chang, C. L., Lee, R. C. T, Symbolic Logic and Mechanical Theorem Proving. Academic Press, New York, (1973).

[2] Kowalski, R., Logic for Problem Solving. North Holland, New York · Oxford, (1979).

[3] Clocksin, W. F., Mellish, C. S., Programming in PROLOG. Springer-Verlag(1981).

[4] 王元元,计算机科学中的逻辑学,科学出版社,(1989)。

# [十七] 非单调逻辑

非单调逻辑作为一类逻辑推理系统的总称，是计算机科学界在70年代末提出来的，对此作出最主要贡献的是美国计算机科学家、逻辑学家、LISP语言的倡始人J. McCarthy等人。

## 1 单调性与非单调性

我们说传统逻辑系统都是单调的，因为由已知事实的集合推出的结论，永远不会被进一步的推演所否定。更形式地看，如果我们用$Th(\Gamma)$表示由事实集$\Gamma$可推出的所有结论的集合，即$Th(\Gamma)=\{A \mid \Gamma \vdash A\}$，那么对任一传统逻辑系统而言，$\Gamma_1 \subseteq \Gamma_2$蕴涵$Th(\Gamma_1) \subseteq Th(\Gamma_2)$。

可是，在人们的常识性推理中，这种单调性就不复存在了。例如，当你被告之"$a$是一只鸟"时，你立即会据常识"鸟是会飞的"进行推理，作出结论"$a$是会飞的"。但是，当你又被告知"$a$是一只驼鸟"，你当然会立即撤回"$a$是会飞的"结论，并据常识"驼鸟不会飞"而作出新的结论"$a$不会飞"，并对常识"鸟是会飞的"作出修正，例如改为"鸟是会飞的，除非它是驼鸟"。

像这样，在推理中撤消已经推出的结论，修改推理的依据的性质，称为推理的非单调性，这样的推理称为非单调推理，使用非单调推理的逻辑系统称为非单调逻辑。在非单调逻辑中，如果引入新公理，系统所规定的非单调的推理方式可能使原有的定理不再成立，这就是说，对于公式集合$\Gamma_1$，$\Gamma_2$，即使$\Gamma_1 \subseteq \Gamma_2$，也未必有$Th$

$(\Gamma_1) \subseteq Th(\Gamma_2)$。

由于人工智能要模拟人的推理机制，因而正确地刻划这种常识推理的非单调特性是十分重要的。

在最早的PROLOG版本中就已经有了"封闭世界假设"，即当系统推不出$A$时，便认为$\neg A$成功，而当系统的知识库扩充时，可能推出$A$，从而$\neg A$不再为系统所接受。这里已经有了非单调推理的思想。

PLANNER系统则更进一步，其中设有算符THNOT，THNOT($A$)表示"试图证明$A$，若不成功，则THNOT($A$)真"。不仅如此，为了便于在运行中更新系统，PLANNER还设有前提表和删除表，可随时删除那些系统已经导出，但在系统更改后不再成立的事实。

在用逻辑来刻划状态转换、动作规划时，非单调性的处理显得尤为重要。

在STRIPS系统中，用状态变换的规则来模拟机器人的动作，这些规则均由三部分组成：

(1)前提。规则执行的前提。

(2)删除表。规则执行后，状态描述中不复存在的原状态描述。

(3)添加表。规则执行后，状态描述中应当添加的那些事实(原状态描述中没有)。

在实际应用中，上述对非单调性的处理方式是有启发性的，它们为非单调逻辑的出现奠定了基础。到了70年代后期和80年代初期，开始出现非单调逻辑系统的研究，较为令人注目并至今仍有影响的是：里特(Reiter)的缺省推理系统，麦克德姆特(McDermott)和道尔(Doyle)的非单调逻辑系统，以及麦卡锡(McCarthy)的限定论，它们也是本文所要介绍的主要的非单调逻辑系统。

## 2 缺省推理逻辑

1977年里特开始研究信息不完全时的推理形式——缺省推理(*default reasoning*),1980年他正式提出缺省推理逻辑。

我们先用一个例子来说明什么是缺省推理。如果我们仅仅知道鸟类中只有驼鸟不会飞,那么当我们听说企鹅是鸟类的一种时,我们会推理出“企鹅会飞”的结论,尽管结论是错误的,但这种推理方式应当被认为是合理的,这正是一种缺省推理。

由此可知,缺省推理是非单调的,因为当我们有了“企鹅也不会飞”的知识时,就不会推出“企鹅会飞”的结论了。可以认为,上例中的推理是依据下列形式的规则进行的:

$$\frac{x\text{是鸟}:x\text{会飞与系统的知识不冲突}}{x\text{会飞}}\left(\frac{Bird(x):Mfly(x)}{fly(x)}\right) \quad (1)$$

这就是说:如果是 $x$ 鸟,并且我们不知道 $x$ 不会飞(即我们只知道驼鸟不会飞,$x$ 不是驼鸟),那么可以非单调地推出 $x$ 会飞的结论。因此,当 $x$ 是企鹅时,我们会得出企鹅会飞的结论。但是,当我们得知企鹅不会飞,而 $x$ 是企鹅时,由于此时 $Mfly(x)$不再成立,“企鹅会飞”的结论也便无从导出了。

上述形式的推理规则称为缺省推理规则,它的一般形式是:

$$\frac{\alpha(\vec{x}):M\beta_1(\vec{x}),\cdots,M\beta_m(\vec{x})}{w(\vec{x})} \quad (2)$$

这里 $\alpha(\vec{x})$,$\beta_1(\vec{x})$,…,$\beta_m(\vec{x})$和 $w(\vec{x})$均为一阶逻辑中的公式,它们中的自由变元均在 $\vec{x}=(x_1,\cdots,x_n)$中,$\alpha(\vec{x})$叫做规则的先决条件;$\beta_1(\vec{x})$,…,$\beta_m(\vec{x})$称为规则的缺省条件;$w(\vec{x})$称为规则的结论。

规则(2)可以看作是传统逻辑规则形式

$$\frac{\alpha(\vec{x})}{w(\vec{x})} \quad (3)$$

的“非单调化”。因为用(3)刻划常识推理规则时，往往有许多例外，引入缺省条件正是为了指出这些例外，使它们随着知识的增长而改变其对某些客体的推理结果。$M\beta(\vec{x})$中$M$常读作“可能”，“可能$\beta(\vec{x})$”表示：就现在知识而言，$\beta(\vec{x})$成立是可能的，即我们(系统)尚无知识$\neg\beta(\vec{x})$。

如果缺省推理规则中含有自由变元，那么称此规则为闭规则。

一个缺省推理逻辑理论(下简称缺省理论)由下列两部分组成：

(1)缺省规则集$D$。

(2)语句集$W$，它是已知的或约定的事实集合。

因此一个缺省理论常用序偶$\langle D,W\rangle$来表示。当$D$中所有规则是闭规则时，称$\langle D,W\rangle$为闭理论。

缺省理论是非单调的。试考虑理论$T=\langle D,W\rangle$，其中$D=\{\frac{:MA}{B}\}$(规则无先决条件)，$W=\varnothing$，那么$B$在$T$中可推出。而当我们发现$\neg A$真，使$T$成为$T'=\langle D,W'\rangle$，$W'=W\cup\{\neg A\}$，那么尽管$T'$是$T$的扩充，但$B$却不能从$T'$中推出了。

在缺省理论中“推出”的概念与传统逻辑中的“推出”概念显然是不同的，前者是非单调的，而后者是单调的。为了在缺省理论中定义“推出”概念，我们需要下列术语。

**定义** 设$\triangle=\langle D,W\rangle$为一闭的缺省理论，$\Gamma$为关于$D$的一个算子，$\Gamma$作用于任意的语句集$S$，且其值为满足下列三个性质的最小语句集$\Gamma(S)$：

(1) $W\subseteq\Gamma(S)$

(2) $Th(\Gamma(S))=\Gamma(S)$。

这里$Th(\Gamma(S))=\{A\mid\Gamma(S)\underset{FL}{\vdash}A\}$，$FL$表示一阶逻辑。

(3) 如果$D$中有规则

$$\frac{\alpha:M\beta_1,\cdots,M\beta_m}{W}$$

且$\alpha\in\Gamma(S)$， $\neg\beta_1,\cdots,$ $\neg\beta_m\notin S$，那么$W\in\Gamma(S)$。

称算子 $\Gamma$ 的固定点(即 $\Gamma(E)=E$ 的语句集)$E$ 为△的一个**扩张**(*extention*)。

有了扩张的概念便可定义非单调的“推出”概念。

**定义** 如果语句 $A$ 包含在 $\Delta$ 的一个扩张中,那么称 $A$ 在 $\Delta$ 中可**推出**,记为 $\underset{\Delta}{\mid\!\sim} A$(使用符号 $\mid\!\sim$ 是为区别于 $\vdash$,$\mid\!\sim$ 表示非单调的推出)。

例如,$D=\{\frac{:MA}{\neg B},\frac{:MB}{\neg C},\frac{:MC}{\neg F}\}$,$W=\varnothing$。那么 $\Delta=\langle D,W\rangle$ 有唯一的扩张 $E=Th(\{\neg B,\neg F\})$。易验证 $E$ 为 $\Gamma$ 的一个固定点。因此

$$\underset{\Delta}{\mid\!\sim}\neg B,\ \underset{\Delta}{\mid\!\sim}\neg F,\ \underset{\Delta}{\mid\!\sim}\neg B\wedge\neg F$$

但是,对 $S\subseteq\{\neg B,\neg C,\neg F\}$,$S\neq\{\neg B,\neg F\}$,$Th(S)$ 均非 $\Gamma$ 的固定点。

并非所有缺省理论均有固定点,也并非所有缺省理论只有唯一的固定点。

例如,当 $D=\{\frac{:MA}{\neg A}\}$,$W=\varnothing$ 时,$\Delta=\langle D,W\rangle$ 无扩张,因为可证关于 $\Delta$ 的算子 $\Gamma$ 无固定点。若 $\Gamma$ 有固定点 $E$,那么

$$\begin{array}{l}\neg A\notin E\rightarrow\neg A\in E\\ \neg A\in E\rightarrow\neg A\notin E\end{array}\qquad(\text{据 }\Gamma\text{ 定义})$$

这是一个悖论,因此 $\Gamma$ 无固定点。

又如,当 $D=\{\frac{:MA}{A},\frac{B:MC}{C},\frac{F\wedge A:ME}{E},\frac{C\wedge E:M\neg A,M(F\vee A)}{G}\}$,$W=\{B,C\rightarrow F\vee A,A\wedge C\rightarrow\neg E\}$,那么 $\Delta=\langle D,W\rangle$ 有不止一个的扩张。

由此看来,缺省理论的扩张变幻莫测,从而使非单调推出概念显得不可捉摸。但是,有了下一定理,问题就变得清晰多了。

**定理** 设 $E$ 为一阶语句集,$\Delta=\langle D,W\rangle$ 为一闭的缺省理论。

递归定义 $E_i$ 如下：

$E_0=W$

$E_{i+1}=Th(E_i)\cup\{W\mid\frac{\alpha:M\beta_1,\cdots,M\beta_m}{W}\in D,\alpha\in E_i,$

$\neg\beta_1,\cdots,\neg\beta_m\notin E\}$那么，$E$ 为 $\Delta$ 的一个扩张，当且仅当

$$E=\bigcup_{i=0}^{\infty}E_i$$

作为本定理的推论，我们有：闭缺省理论$\langle D,W\rangle$有不致扩张 $E$，当且仅当 $W$ 不一致。充分性是显然的，因为 $W\subseteq E$。反之，若 $E$ 不一致，$E$ 必含有全体语句，因而所有缺省规则成为无用的，$E=Th(W)$，故 $W$ 必非一致。由此又可得

**定理** 设 $\Delta_1=\langle D_1,W_1\rangle$，$\Delta_2=\langle D_2,W_2\rangle$均为缺省理论，且 $W_1\subseteq W_2$。如果 $\Delta_2$ 的扩张都是一致的，那么 $\Delta_1$ 的扩张也都是一致的。

这是因为，$\Delta_1$ 有不一致扩张时，$\Delta_1$ 必不一致，从而 $\Delta_2$ 不一致，进而导至有 $\Delta_2$ 的不一致扩张，矛盾。

利用上述定理，我们还可证明下列重要事实(证明略)：

**定理** 设 $E,F$ 为闭缺省理论$\langle D,W\rangle$的两个扩张，如果 $E\subseteq F$，则 $E=F$。

为了发展缺省理论的“形式证明”工具，理特还引进了规范理论的概念。

**定义** 一个缺省理论$\langle D,W\rangle$称为是**规范的**，如果 $D$ 中规则均为如下形式

$$\frac{\alpha(\vec{x}):Mw(\vec{x})}{w(\vec{x})}$$

它们被称为规范(缺省推理)规则。

例如(1)式便是一条规范规则。

关于闭规范缺省理论，理特获得了下列几个漂亮的结果：

(1)闭规范缺省理论总有扩张。

(2)如果 $E$、$F$ 同为一闭规范理论的扩张，且 $E\neq F$，那么 $E\cup F$ 是不一致的。

(3)设 $\Delta\langle D,W\rangle$ 为闭规范缺省理论,$D'\subseteq D$,$E'_1$ 和 $E'_2$ 为 $\langle D',W\rangle$ 的两个不同的扩张,那么,$\Delta$ 必有不同的扩张 $E_1$ 和 $E_2$,使 $E'_1\subseteq E_1$,$E'_2\subseteq E_2$。

上述事实表明,闭规范缺省理论有着良好的性质,并且其扩张的大小是随其缺省规则数目的增加而单调不减的。

在规范缺省理论中,理特引入了"证明"的形式定义:

**定义** 设 $\Delta=\langle D,W\rangle$ 为闭规范缺省理论,

$P(D)=\{\alpha|\alpha$ 为 $D$ 中规则的先决条件$\}$

$C(D)=\{w|w$ 为 $D$ 中规则的结论$\}$

称一阶语句 $\beta$ 有 $\Delta$ 中的一个(缺省)证明,如果存在 $D$ 的有穷子集的有穷序列 $D_0,D_1,\cdots,D_k$,使得

(1) $W\cup C(D_0)\underset{FL}{\vdash}\beta$

(2) 对于 $1\leqslant i\leqslant k$,$W\cup C(D_i)\underset{FL}{\vdash}\alpha(\in P(D_{i-1}))$

(3) $D_k=\varnothing$

(4) $W\cup\bigcup\limits_{i=0}^{k}C(D_i)$ 可满足

在此基础上,里特证明了:

**定理** 设 $\Delta$ 为一致的闭规范缺省理论,$\beta$ 为一阶语句,那么,$\Delta$ 中可推出 $\beta$,即 $\Delta$ 有包含 $\beta$ 的扩张,当且仅当 $\beta$ 在 $\Delta$ 中有一个缺省证明。

对缺省规范理论,有一个类似于"线性消解"的算法可进行缺省证明,但这一算法被证明是不完备的,即存在一阶语句 $\beta$,它是缺省规范理论 $\Delta$ 中可证明的,但利用上述算法却得不到肯定的判断。进一步的研究还表明,存在闭规范缺省理论,它的"定理"集合,即所有扩张之并不是递归枚举集、不是半可判定的。

我们最后指出,缺省理论的语构研究方面虽已取得了许多成果,但它的语义研究困难重重,至今未有令人满意的语义结构可赋予这一十分有趣的推理理论。

# 3 非单调逻辑

麦克德姆特和道尔给他们推出的非单调推理系统命名为“非单调逻辑”(*non-monotonic logic*),于1978年至1982年间发表了好几篇很有影响的文章。他们的非单调逻辑建基于一阶逻辑之上,并引入模态词 $M$,用 $MA$ 表示 $A$ 与当前已推得的**定理**相容(注意在这一点是它与缺省理论的相似之处)。

我们首先用一个例子说明非单调逻辑的推理形式。

设理论 $T$ 有以下三条公理:

(1) 正值中午 $\wedge M$(出太阳)$\rightarrow$出太阳

(2) 正值中午

(3) 日食$\rightarrow\neg$(出太阳)

那么,在 $T$ 中可证

(4) 出太阳

但是,如果把

(5) 日食

添作公理,那么由(3)及(5)得出$\neg$(出太阳),这使得 $M$(出太阳)不能成立,从而(4)不再可证。

显然,非单调逻辑是非单调的,与传统逻辑根本不同。如果把公理(5)改为

正值中午 $\rightarrow$ 出太阳

那么在添入公理(5)时系统便不一致,从而一切语句为系统的定理。然而,现在理论 $T$ 没有上述问题,更适合于作常识推理。

今后我们将看到,由于在非单调逻辑中允许 $MA$ 与一般一阶语句一样使用(这一点与缺省推理不同,它的 $MA$ 只在缺省规则中使用,是由系统的内部功能实现的),使得它与缺省理论有许多根本的区别。

由上例我们看到,非单调逻辑的关键是对 $M$ 的意义规定。从

$M$ 的直观意义出发，从语构角度来规定的话，似乎可以引入下列规则来确定 $M$ 的意义：

$$\text{如果} \nvdash \neg A\text{，那么} \vdash MA \tag{4}$$

但是，(4)是不适当的，因为这里包含了一个“循环”。我们知道“可推出($\vdash$)”是指由公理及推理规则“可推出”，而推理规则当然也应包括(4)在内。

麦克德姆特与迈尔的做法是，改(4)为

$$\text{如果，} \not\mid\!\sim \neg A\text{，那么} \mid\!\sim MA \tag{5}$$

这里$\mid\!\sim$仍表示“非单调地推出”，并规定$\mid\!\sim$的语义如下。

以下将加入模态词 $M$ 的一阶谓词演算系统记为 $FC$，将允许使用 $M$ 的一阶公式全体记为 $L_{FC}$。对任何公式集 $\Gamma$，$Th(\Gamma)$的意义同前，即

$$Th(\Gamma) = \{A \mid \Gamma \underset{FC}{\vdash} A\}$$

**定义**　对任何公式集 $\Gamma \subseteq L_{FC}$，定义算子 $NM_\Gamma$，对任意公式集 $S \subseteq L_{FC}$

$$NM_\Gamma(S) = Th(\Gamma \cup As_\Gamma(S))$$

其中 $As_\Gamma(S)$称为 $S$ 的假设集

$$As_\Gamma(S) = \{MQ \mid Q \in L_{FC} \land \neg Q \notin S\}$$

令

$$TH(\Gamma) = \bigcap (\{L_{FC}\} \cup \{S \mid NM_\Gamma(S) = S\})$$

如果 $P \in TH(\Gamma)$，则称 $P$ 可由 $\Gamma$ **非单调推出**(可证)，记为 $\Gamma \mid\!\sim P$。

我们对 $TH(\Gamma)$作点解释。$TH(\Gamma)$可以说是算子 $NM_\Gamma$ 的所有固定点的交，而当 $NM_\Gamma$ 无固定时，$TH(\Gamma) = \bigcap(\{L_{FC}\}) = L_{FC}$，即规定 $NM_{(}\Gamma)$无固定点时，$TH(\Gamma)$为全体公式集 $L_{FC}$。

应当指出，算子 $NM_\Gamma$ 有固定点时，$\Gamma \mid\!\sim P$ 是指 $P$ 在 $NM_A$ 的每一个固定点中，这与缺省理论不同，$P$ 在缺省理论中“可证”，是指 $P$ 属于该理论的某一扩张中，即属于算子的某一固定点中。

例如，$\Gamma = FC \cup \{MC \to \neg C\}$时 $NM_\Gamma$ 无固定点。设 $NM_\Gamma(S) = S'$。若$\neg C \notin S$，则$\neg C \in S'$；而$\neg C \in S$ 时，$MC \notin AS_\Gamma(S)$，从而$\neg C$

$\notin S'$，这就是说 $S'$ 不可能等于 $S$，$NM_\Gamma$ 无固定点。

又如，$\Gamma = FC \cup \{MC \to \neg D, MD \to \neg C\}$ 有两个固定点 $F_1, F_2$，$F_1$ 不含 $\neg C$，从而含 $\neg D$，而 $F_2$ 不含 $\neg D$，从而含 $\neg C$。

由此看出，非单调逻辑中，公式集 $\Gamma$ 也未必有 $NM_\Gamma$ 固定点，并且其固定点未必唯一，这与缺省理论是一致的。下面的例子指出了它们之间的区别。

设 $\Gamma = FC \cup \{A \wedge MB \to B, C \wedge MD \to D, A \vee C\}$，那么 $NM_\Gamma$ 有唯一固定点，该固定点含有 $B \vee D$，因此，我们有 $\Gamma \mid\!\sim B \vee D$。值得注意的是，缺省理论 $\Delta = \langle D, W \rangle$，$D = \{\frac{A : MB}{B}, \frac{C : MD}{D}\}$，$W = \{A \vee C\}$，也有唯一扩张 $Th(A \vee C)$，它不含有 $B \vee D$ 等。这一差别便是由于非单调逻辑中把 $MB, MD$ 与 $A, C$ 等看作平等的语句所造成的。

与缺省理论相似，我们有

**定理** 设 $Q_1, Q_2, \cdots$ 是 $L_{FC}$ 的一个枚举，$\Gamma \subseteq L_{FC}$。现令

$\Gamma_0 = \Gamma$

$$\Gamma_{i+1} = \begin{cases} L_{FC} & \text{若有 } P \in L_{FC} \text{ 使 } MP \in \Gamma_i \text{ 且 } \Gamma_i \vdash \neg P \\ \Gamma_i \cup \{MQ_i\} & \text{若 } \Gamma_i \cup \{Q_i\} \text{ 一致} \\ \Gamma_i & \text{否则} \end{cases}$$

置 $\Gamma_\infty = \bigcup_{i=0}^{\infty} \Gamma_i$。那么，$\Gamma \mid\!\sim P$ 当且仅当对 $L_{FC}$ 的每一枚举，均有 $\Gamma_\infty \vdash P$。

与缺省理论不同，我们有

**定理** 存在 $\Gamma' \subseteq \Gamma$，$NM_\Gamma$ 有固定点，但 $NM_{\Gamma'}$ 却无固定点。

例如，$\Gamma = FC \cup \{MC \to \neg C, \neg C\}$，$\Gamma' = FC \cup \{MC \to \neg C\}$，$NM_\Gamma$ 有固定点 $\Gamma$，但 $NM_{\Gamma'}$ 却无固定点。

对非单调逻辑也有算法可以证明 $\Gamma \mid\!\sim P$，不过它只适用于 $\Gamma$ 为有限集的情况。

研究表明，非单调命题逻辑的可证性是可判定的，但一般地，非单调逻辑的可证性是不可判定的。

麦克德姆特还对非单调逻辑的语义进行了研究。他把$M$看作通常的模态词◇(可能)。这样,$MA$表示"在某一可能世界中$A$真",与$MA$在非单调逻辑中的本意"现实世界中假定$A$真不矛盾"相去甚远。因此,他对非单调逻辑的语义规定不能令人满意。

加贝(Gabbay)对非单调逻辑作了直觉主义的语义规定。

考虑直觉主义逻辑的语义规定。$\overset{k}{\underset{K}{\models}}A$表示$A$在结构$K$的$k$阶段真。加贝定义

$\overset{k}{\models}MA$当且仅当存在$l \geq k$,使$\overset{l}{\models}A$

易见,在这一语义规定下

$\models MA \vee \neg A$

$\models \neg MA \leftrightarrow \neg A$

$\models (MB \to B) \leftrightarrow (\neg A \vee B)$

$\models (MC \to \neg C) \leftrightarrow \neg C$

现在我们来叙述加贝在此语义规定基础上定义的非单调可证性。

**定义** 设$A,B \in L_{FC}$,$B$由$A$非单调可证,$A \vdash\!\sim B$,指存在公式序列

$$C_0 = A, C_1, C_2, \cdots, C_n = B$$

以及称为额外假设的公式

$$MX_1^1, \cdots, MX_{k(1)}^1; \cdots; MX_1^n, \cdots, MX_{k(n)}^n$$

使得

$$C_{i-1} \wedge \bigwedge_{j=1}^{k(i)} MX_j^i \models C_i \qquad (i = 1, 2, \cdots, n)$$

例如,当我们得以证明$A \wedge MB \models C$以及$C \wedge MD \models E$,那么$A \vdash\!\sim C$,$C \vdash\!\sim E$,从而$A \vdash\!\sim E$,这里要把$MB$,$MD$都用作额外假设。

很显然,在加贝意义下,我们有

(1) $A \models B$蕴涵$A \vdash\!\sim B$

(2) $M(A \wedge B) \vdash\!\sim MA$ (由(1)及$M(A \wedge B) \models MA$)

(3) $\neg MA \vdash\!\sim \neg A$ (由(1)及$A \models MA$)

这些用 $MA$ 的本意"推不出 $\neg A$"来理解是很适当的，但在麦克德姆特及道尔的系统中

$$M(A \wedge B) \not\vdash MA$$

$$\neg MA \not\vdash \neg A$$

更加特别的是，直觉上明显不一致，并且在加贝意义下也不一致的 $\{MC \wedge \neg C\}$，在麦克德姆特的原非单调逻辑系统中是一致的。

以上讨论表明，加贝意义下的非单调推出 $\vdash$ 的定义更好些，但是遗憾的是，加贝的讨论仅限于命题演算，尚未有人将它推广到谓词演算中去。

值得一提的是，道尔给出了一个 *TMS*(*truth maintaince system*)系统，它可以在机器上实现以进行非单调的证明。

## 4 限定论

由人工智能的创始人之一——麦卡锡提出的限定论(*circumscription*)也许是非单调逻辑研究中最富有成果的一个方面。

在常识推理中，人们常常有意地让自己"一叶障目"，把已发现的具有某性质的客体，看作是具有该性质的全部客体，并在推理中使用这个未必正确的结论，而等到具有该性质的其他客体被发现后，再修改这一看法(当然，只是又一个"一叶障目"的看法)。在常识推理中的这种做法，使得人们能对复杂事件快速作出反应，并逐步调整自己的行为，最终把握问题的全部。这是常识推理显得灵活、快捷的重要原因之一。

怎样模拟常识推理的上述机制呢？关键是怎样形式地表述"已发现的具有某性质的客体就是具有该性质的全部客体"，并使之能方便地加入推理，在需要时可自行修改。麦卡锡引入限定概念的初衷正是要实现这一点。

**定义** 谓词 $P$ 在一阶公式 $A(P)$ 中的限定是指如下的公式模式

$$A(\Phi) \wedge \forall \vec{x}(\Phi(\vec{x}) \to P(\vec{x})) \to \forall \vec{x}(P(\vec{x}) \to \Phi(\vec{x})) \quad (6)$$

这里 $A(P)$ 表示公式 $A$ 含谓词 $P$，$A(\Phi)$ 表示将 $A$ 中所有 $P$ 的出现代换为公式 $\Phi$ 后的结果。

例如，设公式 $A(P)$ 为 $P(a) \wedge P(b)$，$A(P)$ 中 $P$ 的限定为

$$\Phi(a) \wedge \Phi(b) \wedge \forall x(\Phi(x) \to P(x)) \to \forall x(P(x) \to \Phi(x)) \quad (7)$$

当令 $\Phi(x)$ 为 $x=a \vee x=b$ 时，(7)式可写作

$$\forall x(x=a \vee x=b \to P(x)) \to \forall x(P(x) \to x=a \vee x=b) \quad (8)$$

当我们知道有 $A$ 成立，即有 $P(a) \wedge P(b)$，可将(8)式改写为

$$\forall x(P(x) \to x=a \vee x=b) \quad (9)$$

(9)式正是说，具有性质 $P$ 的有且仅有已知的 $a,b$。

以上讨论告诉我们，当引入已知事实的有关限定后，相当于接受了一个“一叶障目”的断言。

现在，假设我们又知道了 $C$ 满足 $P$，即有

$$A(P): P(a) \wedge P(b) \wedge P(c)$$

同上可以推 $A(P)$ 中 $P$ 的限定必为($\Phi$ 同上)

$$\forall x(P(x) \to (x=a \vee x=b \vee x=c))$$

如果 $A(P)$ 为 $P(a) \vee P(b)$，$A(P)$ 中 $P$ 的限定应当是

$$(\Phi(a) \vee \Phi(b)) \wedge \forall x(\Phi(x) \to P(x)) \to \forall x(P(x) \to \Phi(x)) \quad (10)$$

令 $\Phi(x)$ 为 $x=a$，便得

$$P(a) \to \forall x(P(x) \to x=a)$$

令 $\Phi(x)$ 为 $x=b$，便得

$$P(b) \to \forall x(P(x) \to x=b)$$

由于 $P(a) \vee P(b)$ 真，因而有

$$\forall x(P(x) \to x=a) \vee \forall x(P(x) \to x=b)$$

$$\forall x(P(x) \to x=a \vee x=b) \quad (11)$$

(11)式表明，满足性质 $P$ 的客体或者是 $a$，或者是 $b$，不可能是别的什么。

我们用一个实际例子来说明限定的功用，以下用 $N(x)$ 表示 $x$

是自然数，把集合 $\Phi$ 记为 0，用集合 $x\cup\{x\}$ 表示集合 $x$ 的后继，记为 $Sx$。在集合论中定义自然数

$$N(0)\wedge\forall x(N(x)\rightarrow N(Sx)) \tag{12}$$

这一定义是不完整的，因为没有确定定义的纯粹性，即未指出什么不是自然数，因而不能导出归纳原理。但是，当我们给出(12)式中 $N$ 的限定后，即可得归纳原理。

(12)中谓词 $N$ 的限定为

$$\Phi(0)\wedge\forall x(\Phi(x)\rightarrow\Phi(S(x))\wedge\forall x(\Phi(x)\rightarrow N(x))\rightarrow\forall x(N(x)\rightarrow\Phi(x)) \tag{13}$$

在其中令 $\Phi(x)$ 为 $\Psi(x)\wedge N(x)$ 可得(利用(12)式)：

$$\Psi(0)\wedge\forall x(\Psi(x)\rightarrow\Psi(Sx))\rightarrow\forall x(N(x)\rightarrow\Psi(x)) \tag{14}$$

(14)式正是数学归纳原理。这就说，我们从自然数的不完整定义导出了归纳原理。这是因为限定(13)事实上已确认了满足定义式(12)的仅为 $0, S0, SS0, \cdots$，这实质上等于接受了皮亚诺第五公设：归纳公设。

特别地，可以讨论域限定。

假设个体域为 $\{x|P(x)\}$ 那么任意公式 $A$ 中的量词可作如下改变，而 $A$ 的意义不变：

$\exists xB(x)$ 改为 $\exists x(P(x)\wedge B(x))$

$\forall xB(x)$ 改为 $\forall x(P(x)\rightarrow B(x))$

现对 $A$ 中 $P$ 作限定，得(注意 $P(x)$ 恒真)

$$A^{\Phi}\rightarrow\forall x\Phi(x) \tag{15}$$

其中 $A^{\Phi}$ 表示将 $A$ 中子公式 $\exists xB(x)$ 改为 $\exists x(\Phi(x)\wedge B(x))$，$\forall xB(x)$ 改为 $\forall x(\Phi(x)\rightarrow B(x))$ 后所得的公式。公式(15)称为公式 $A$ 的**域限定**(*universal circumscription*)，它无疑是说，如果限于 $\{x|\Phi(x)\}$ 时 $A$ 真，那么就认定个体域仅限于此。

现在我们讨论对域限定论中的非单调证明及其语义。

对任一公式 $A$，令

$\Omega(A)=\{[A^{\Phi}\rightarrow\forall x\Phi(x)]^{\circ}|\Phi$ 为任一含自由变元 $x$ 的公式$\}$

这里 $B^{\circ}$ 表示 $B$ 的全称封闭式。又令

$$MC(A)=\Omega(A)\cup\{A\}$$

称 $MC(A)$ 为 $A$ 的**最小完备集**(*minimal completion*)。

**定义**　称 $B$ 是由 $A$ 限定可证的，记为 $A\underset{m}{\vdash}B$，如果 $MC(A)\underset{FC}{\vdash}A$。

例如，当假定一阶语言仅含一个一元谓词 $Q(x)$ 时，可有 $\exists xQ(x)\underset{m}{\vdash}\forall xQ(x)$。这是因为

$$\Omega(\exists xQ(x))=\{\exists x(\Phi(x)\wedge Q(x))\rightarrow\forall x\Phi(x)|\Phi(x)\text{ 为 }Q(x)\}$$

$$MC(\exists xQ(x))=\{\exists xQ(x)\rightarrow\forall xQ(x),\exists xQ(x)\}$$

$$MC(\exists xQ(x))\underset{FL}{\vdash}\forall xQ(x)$$

于是 $\exists xQ(x)\underset{m}{\vdash}\forall xQ(x)$ 得证。

限定可证性在下述意义下显然是非单调的：取消或改变限定时，由限定可证性导出的结论可能不再成立。

戴维斯(M. Davis)在文献[10]中讨论了限定可证的语义，以及在此语义下限定可证性的合理性与完备性。

**定义**　设 $\Gamma$ 为一语句集，称结构 $\mathscr{U}=\langle U,i\rangle$，为 $\Gamma$ 的**最小模型**，如果

(1)　$\underset{\mathscr{U}}{\models}A$，对每一 $A\in\Gamma$

(2)　对 $\mathscr{U}$ 的任一真子结构 $\mathscr{U}'=\langle U',i'\rangle$(其中 $U'\subset U,i'=i\upharpoonright_{U'}$)，存在 $A\in\Gamma$，使 $\underset{\mathscr{U}'}{\models}A$ 假。

**定义**　称 $B$ 为 $\Gamma$ 的**最小逻辑结果**，记为 $\Gamma\underset{m}{\models}B$，如果 $B$ 在 $\Gamma$ 的所有最小模型中真。

假设 $\Gamma=\varnothing$，那么一切结构均为 $\Gamma$ 的模型，而一切以么元集为个体域的结构都是 $\Gamma$ 的最小模型，因此据以上定义有

$$\Gamma\underset{m}{\models}\forall x\forall y(x=y)$$

现有 $\Gamma'=\{\exists x\exists y(x\neq y)\}\supseteq\Gamma$。由于 $\Gamma'$ 的最小模型均含两个个

体，因而

$$\Gamma' \models_m \forall x \forall y(x = y) \text{ 不成立}$$

这表明$\models_m$是非单调的。

最后我们来讨论限定可证概念的合理性和完备性。

**定理** 限定可证是合理的，即若 $A \vdash_m B$，那么 $A \models_m B$；但反之不真，因而限定可证是不完备的。

我们来证明定理的前半部分。

设 $\mathscr{U} = \langle U, i \rangle$ 为 $A$ 的最小模型。

首先对任意 $C \in \Omega(A)$ 证明$\models_{\mathscr{U}} C$，为此，只须证

$$\models_{\mathscr{U}} [A^{\Phi} \to \forall x \Phi(x)]^{\circ}$$

从而只需证明

$$\models_{\mathscr{U}} A^{\Phi} \to \forall x \Phi(x)$$

现设$\models_{\mathscr{U}} A^{\Phi}$，置 $U_0 = \{d \in U \mid \models \Phi(d)\}$，令 $\mathscr{U}_0 = \langle U_0, i \upharpoonright_{U_0} \rangle$，显然$\models_{\mathscr{U}_0} A$。由于我们已知 $\mathscr{U}$ 为 $A$ 的最小模型，故 $\mathscr{U}_0 = \mathscr{U}$。此外，对 $\mathscr{U}_0$ 显然有$\models_{\mathscr{U}_0} \forall x \Phi(x)$，故而$\models_{\mathscr{U}} \forall x \Phi(x)$。至此，$\models_{\mathscr{U}} C$ 得证。

其次，证明 $A \models_m B$。

由 $A \vdash_m B$ 可知$\{A\} \cup \Omega(A) \vdash_{FL} B$。由以上证明及 $\mathscr{U}$ 是 $A$ 的模型两事实可知

$$\models_{\mathscr{U}} (\{A\} \cup \Omega(A) \text{ 中每一语句})$$

据一阶逻辑的合理性，我们有$\models_{\mathscr{U}} B$。这就是说，$A$ 的一切最小模型均为 $B$ 的模型，因此

$$A \models_m B$$

关于限定论的应用，麦卡锡十分乐观，他指出可以在以下诸方面看到限定论的应用前景：

(1) 在通信协议的描述中使用限定。

(2) 在数据库或信息存储器的管理中使用限定。

(3) 限定可以用作表述“猜想”,“预测”的工具。

(4) 限定可以用来表示某些较为灵活的策略。

(5) 限定可以用来描述事件的可能性、或然性概念。

(作者:王元元)

# 参考文献

[1] Clocksin, W. F. , Wellish, C. S, Programming in PROLOG. Springer-Verlag(1981).

[2] Hewitt, C. , Description and Theoretical Analysis of PLANNER. Doctoral dissertation(June, 1971), MIT, AI Lab Rep. AI-TR-258.

[3] Nilsson, N. J. , Principles of Artificial Intelligence, Springer-Verlag (1982).

[4] Reiter, R. , On Reasoning by Default, Proc. Seoond Symp. on TINLAP, Urbana, IL. (1978).

[5] 王元元,子句逻辑。

[6] 莫绍揆,王元元,可计算性理论,科学出版社(1987)。

[7] McDermott, D. , Doyle, J. , Non-Monotonic Logic I, Artificial Intelligence 13(1980).

[8] 王元元,计算机科学中的逻辑学,科学出版社(1989)。

[9] McCarthy, J. , Circumscription—a form of Non-Monotonic Reasoning, Artificial Intelligence 13(1980).

[10] Davis, M. , The Mathematics of Non-Monotonic Reasoning, Artificial Intelligence 13(1980).

# [十八] 程序逻辑

## 1 计算机软件概略

计算机软件是在计算机上运行的程序，以及有关的文档资料。计算机软件现在已形成几个重要的学科，都建立了完整的理论。这些理论从不同程度上体现数理逻辑的应用。

### 1.1 操作系统

操作系统是一种软件，它的任务是对软硬件资源进行统一管理，以提高计算机的效率，也为用户使用计算机提供各种支持。现在，操作系统已是计算机系统的基本组成部分。依据硬件规模大小和使用的目的不同，操作系统的功能和处理结构各不相同。用户只有很好掌握，才能较好使用计算机。现在以视窗 Windows 平台为代表的图形用户界面 GUI，以及在此平台上的可视化编程技术，受到广大用户的欢迎。

1.1.1 操作系统的分类

(1)单用户系统　这种系统只允许一个用户作业在机器上运行。实际上，这个用户占用该计算机的全部资源。在低档的微型机中运行的就是这类系统。如 CP/M，MS-DOS(磁盘操作系统)等。

(2)多道批处理系统　这种系统允许在内存中装有多个用户作业，并由操作系统依一定规则交替运行。以充分利用中央处理器。所谓批处理是指作业交付操作系统后，用户不再与程序发生联

系，直到机器输出结果。这种操作系统适于处理大型科学计算的题目。

(3)分时系统　由于外部设备运行速度慢而 CPU(中央处理器)速度快，为了充分提高 CPU 效率，将一台计算机接上多个终端。使得多个用户通过各自占用的终端同时使用 CPU。而实际上是操作系统按固定的时间长度(如 20—40ms)让各终端轮流使用 CPU。所以，当 CPU 挂接的终端越多，各用户用 CPU 的平均时间就越少，相对于某个用户而言，计算机运行的速度慢了。

(4)实时系统　这是要求对外部信息(如终端控制台等)进行及时响应的操作系统。

由于批处理、分时系统和实时系统各有特长，一些较好的操作系统往往同时具备这几种功能。

(5)网络系统　计算机网络发展极其迅猛。特别是几年前 Sybase 公司提出的客户机/服务器结构，得到很多厂商的大力开发，并得到广泛的用户市场。服务器是网络中心，管理用户的通讯和管理软硬件资源及共享。客户机是用户访问网络资源的设备，可以是一台微机或工作站。因而出现了开放平台的概念。也就是网络要能适应不同机种、不同通信网、不同数据库系统、不同操作系统的集成，并能实施网络通信和资源共享。UNIX 系统与 Windows NT 系统地位较高。

1.1.2 操作系统的主要管理功能

(1)作业管理　所谓作业是用户请求计算机操作的一个独立任务，它可包括一个或相继执行的若干程序。作业管理的任务有管理作业的输入和输出，作业的调度和作业控制三部分。

(2)文件管理　为了有效使用外存贮器，做到数据共享，数据保密，而引入文件的概念。文件是一组有序符号的集合，并赋给它一个名字，叫文件名。例如用程序设计语言编写的源程序，可交计算机运行的目标程序，一组数据等。操作系统都提供强有力的处理数据文件的功能。通常也都把数据的组织分为三级，即数据项、记

录和文件。文件是记录的集合,记录由数据项组成。文件管理的功能主要有文件目录的管理,外存贮器的分配,文件命令的执行,文件保护。

(3)中央处理机管理　在多道程序下,内存装有多个程序,每个程序产生一个进程,但同一时刻只能有一个进程占有CPU。为此,操作系统设有专门的进程调度管理。进程是指一个能在数据集合上运行的程序。进程调度是直接分配CPU的使用。因此,每个进入内存作业的进程处于三种状态之一:执行状态,等待状态,就绪状态。同一进程的状态可依一定条件发生转化。

(4)存贮管理　主要解决内存分配,内存保护和内存扩充等。

(5)设备管理　主要处理外部设备的驱动,外设的中断信息处理,内外信息交换等。

## 1.2　程序设计语言

### 1.2.1 一般介绍

早期人们直接用机器指令编写程序,机器指令称为机器语言,但是用机器语言编写程序是不方便的。而且这种程序不易阅读,不易修改,不易移植。为了克服这些缺点,产生了汇编语言,它把机器指令用符号表示,称为指令助记符或助记码。因此,汇编语言面向机器,而称这种语言为低级语言(低级并非落后之意)。在汇编语言的基础上又发展成宏汇编语言。它提供一些伪指令和宏调用,给编制程序提供方便。

高级程序设计语言是指那些面向算法的语言与低层硬件无关。重要的高级语言有FORTRAN,COBOL,C++,PASCAL,LISP和Prolog等。每种语言有它自己的语法和语义。语法规定了语句构成规则。语义指出语句的含义。高级语言的优点是便于编写程序,程序易读,易修改,易移植。

用程序设计语言编写的程序称为源程序,它不能在计算机上直接运行。通过编译,将源程序变成机器指令代码,称为目标程序。

这种编译工作交由计算机完成，它的理论和方法称为编译技术。大体上可分为三种方法：

(1)汇编方法　这是将汇编语言编写的源程序翻译成目标程序。原则上就是把每条指令助记符翻译成机器代码，并分配内存。

(2)编译方法　这是将高级语言编写的源程序翻译成机器执行的目标程序。主要工作流程可分为这样几步：输入源程序，词法分析，语法分析，语义分析，优化，机器指令代码生成，存贮，最后进行装配连接生成目标程序。

(3)解释方法　这也是一种对高级语言编写的源程序进行翻译的技术。主要的思想是对源程序的语句进行逐句扫描，边解释边执行。有 BASIC，LISP，Prolog 等语言采用这种方式。

1.2.2 几个高级程序设计语言简介

(1)FORTRAN 语言　早在 1956—1958 年间就在 IBM704 型机上运行了 FORTRAN 的编译程序，它总共化了 18 个人年编成的。FORTRAN 一词是 FORMULA—TRANSLATOR 的缩写。该语言结构简单，运行效率高，最适合科学计算。流行的版本有 FORTRAN Ⅳ 和 FORTRAN77。

(2)COBOL 语言　COBOL 一词是 COMMON BUSINESS ORIENTED LANGUAGE 的缩写。COBOL 语言是最早用于数据处理的语言。它提供了数据结构的描述功能和强有力的文件处理功能。是国际上使用最多的语言。近年来，随着数据库理论和技术的发展，COBOL 语言开始淘汰。

(3)ALGOL 语言　ALGOL 一词是 ALGORITHMIC LANGUAGE 的缩写。1960 年公布的 ALGOL60 报告采用了严格的形式元语言定义语法和语义，称为 BNF 范式。(Backus—Normal Form 的缩写)它对程序设计语言理论的研究有深远的影响。

(4)BASIC 语言　这是一个便于初学者使用的语言。BASIC 一词是 BEGINNER'S ALL PURPOSE SYMBOLIC INSTRUCTION CODE 的缩写。该语言可用于科学计算，数据处理和过

程控制。微软公司开发的 Visual BASIC 是可视化编程语言，极受重视。

(5)PASCAL 语言　这是在 ALGOL 基础上发展起来的语言，并体现结构程序设计思想，具有丰富的数据结构类型。该语言于 70 年代初已经出现，PASCAL 一词是纪念第一台机械计算器发明人法国数学家帕斯卡(Pascal)。PASCAL 语言体现“算法＋数据结构”的编程方式。

(6)C 语言　这是一种能处理硬件的高级语言，它有强大的函数库，主要用于开发系统程序。特别是用 C 语言实现的 UNIX 操作系统，受到很大的重视。C++ 拥有强大的类库，是面向对象的开发工具。C 与 C++ 现在很流行，在各个领域得到广泛应用。

(7)LISP 语言　LISP 一词是 LIST PROCESSING LANGUAGE 的缩写。该语言在人工智能领域中得到应用。它首先于 1960 年由 J. McCarthy 提出的，是作为一种定义数学函数的表示方法。LISP 的唯一数据结构是 S－表达式(表)，程序本身也是用 S－表达式写的。递归是 LISP 语言的一种重要的控制结构，这是很多语言所没有的。

(8)Prolog 语言　Prolog 一词是 PROGRAMMING IN LOGIC 的缩写，它是面向逻辑推理过程的语言。其思想最早由柯瓦尔斯基(R. Kowalski)提出，并于 1972 年由科尔梅劳尔(A. Colmerauer)所领导的小组在马赛大学研制成功第一个 Prolog 系统。它在人工智能研究方面占有十分重要的地位。

(9)Java 语言　1995 年 5 月 Sun 公司正式发布 Java 语言，这是面向对象的编程语言，语法简单。Java 应用程序完全可以在没有改变和重编译的情况下，在任何平台上运行。因此，Internet(英特网)的蓬勃发展，Java 的优点更加显著。人们认为 Java 和 NC(网络计算机)是今后的发展方向。

## 1.3 结构程序设计

### 1.3.1 程序的三种控制结构

如果我们把程序分成若干独立的模块，例如程序模块 $a$，程序模块 $b$ 等。那么，程序流程的控制可分如下几种情况来讨论。

(1)顺序结构　如果程序模块 $a$ 的输出就是模块 $b$ 的输入，这种关系称为顺序结构。画程序框图时，采用图 18-1 形式。

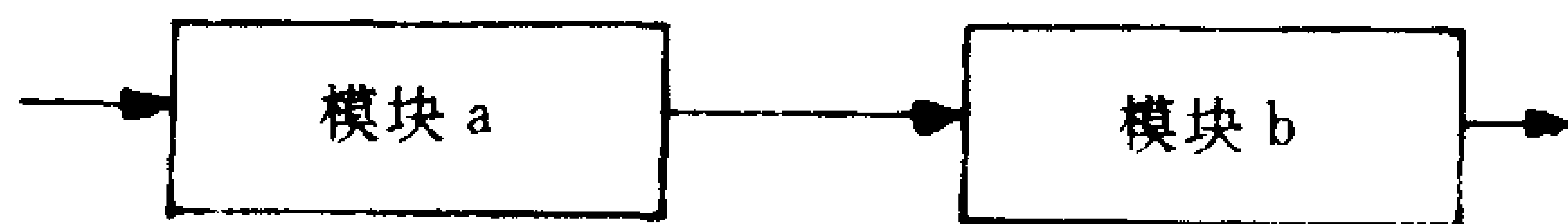



图 18-1　顺序结构

(2)选择结构　根据一个判别条件 $p$ 是否成立而选择执行模块 $a$ 和 $b$ 中的一个。用图 18-2 的框图表示这种控制结构($T$ 表示条件 $p$ 成立，$F$ 表示条件不成立)。选择结构又称分支结构。

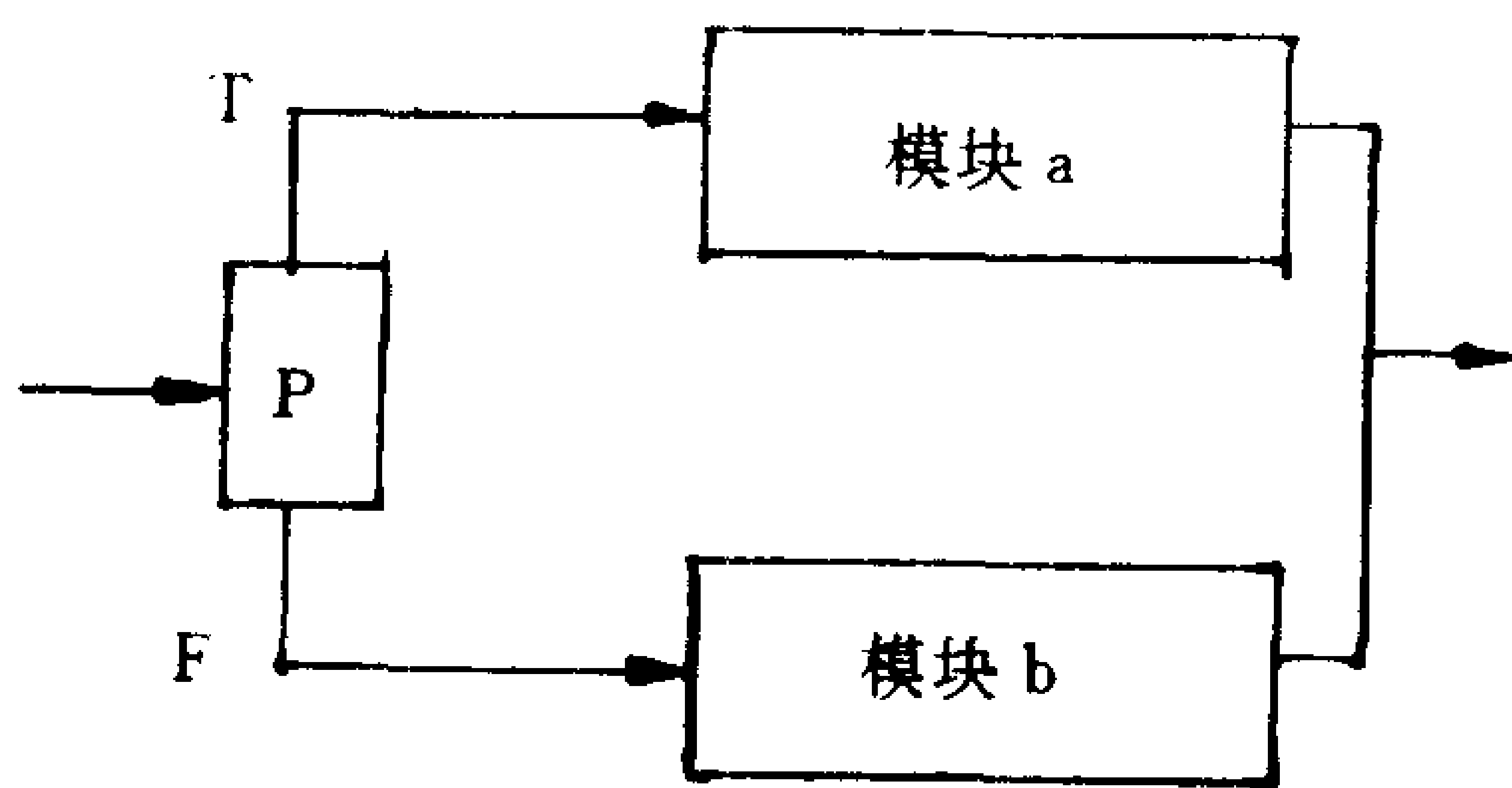



图 18-2　选择结构

(3)重复结构　根据条件 $p$ 是否成立而重复执行程序模块 $a$。

利用图 18-3 的框图来表示这种控制结构。重复结构又称循环结构。

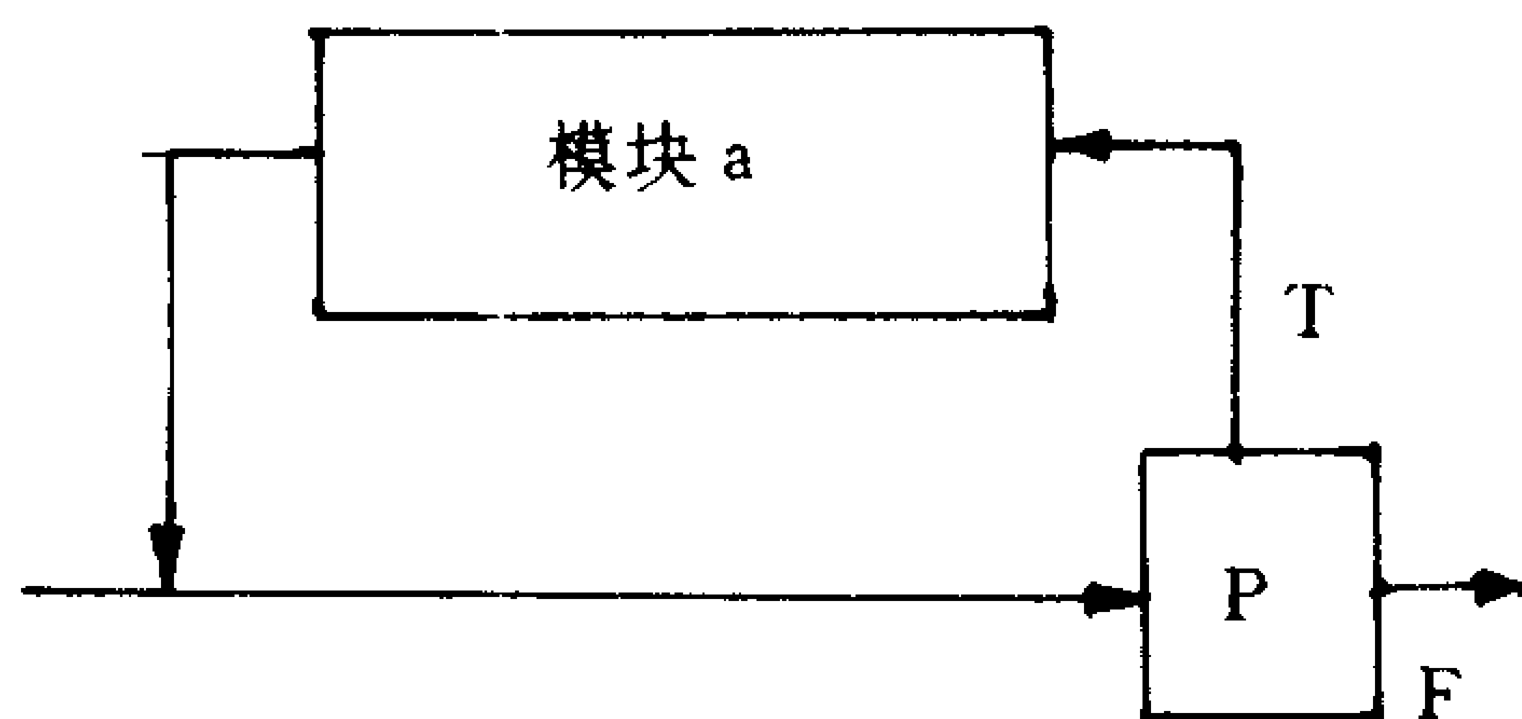



图 18-3 重复结构

上述三种控制结构有一个非常重要的特征就是只有一个输入和一个输出。如果一个程序的各个子模块之间的关系只有上述的三种结构，我们认为这个程序为结构化的。如果一个程序模块有多个输入或多个输出，那就是非结构化的。非结构化的程序是不受欢迎的。例如 BASIC 语言中的 GOTO 语句可以随意转向任何语句，造成模块的多输出或多输入。这不符合结构化的要求。

1.3.2 程序设计风格

一个好的程序设计风格应是以简单和清晰为主要目标。这就要求设计思想尽量采用上述三种控制结构，满足结构化的要求。不要以微小的效率提高而丢失程序清晰性。

1.3.3 自顶向下开发程序的方法

这是程序设计方法学中广泛采用的技术。基本的思想是对任务进行综合和分解。求解问题的第一步是顶层，这是对问题的综合，以确定程序的总体功能。第二层是对总体功能进行分析，以分解成若干子功能。第三层再对各子功能进行分解。分解层次的深度以模块的规模适中为宜，功能单一。要求各模块在功能上应相对

独立。

1.3.4 自底向上开发程序的方法

这种软件开发过程，体现面向对象开发风范。70 年代出现的结构化程序设计方法并没有解决“软件危机”。80 年代出现的面向对象软件开发方法受到极大重视。技术上得到很大的发展。特别是 $C^{++}$ 以及最近的 Java 语言，具有强大的类库。体现“对象＋消息”的设计风范。有朝一日，程序员把类库作为基本构件，选取一些元件即可组装成用户需求的程序。这就是工厂生产软件的方式。

## 1.4 软件工程

软件工程概念的形成和技术规范的完整是软件研制、开发、生产已进入科学化和工业化的标志。我国软件产业应急待解决这个问题。软件工程也是软件产业急速地、大规模发展的必然产物。软件工程要求生产的程序满足用户的需要；同时要求程序具有可修改性，可理解性，易维护性；要有完整的文档资料。

作为一个工业化产品，从它的开发到产品定型、销售、维护直到淘汰报废为止，这个过程对一个软件来说就是软件生存周期。这是软件生产所要依据的基本原则。总的来讲，依生存周期把软件生产划分为计划阶段，开发阶段和维护阶段。

计划阶段　这个阶段的任务是制定软件计划和需求分析。对于软件计划，要求评估项目的可行性，如运行环境、成本、进度的可行性。因此，要求对用户的需求进行分析。包括对用户现行数据处理流程进行分析，从而建立适合计算机处理的技术规范。以文档的形式确定功能细节，功能间的联系，功能与数据的关系，总功能与子功能和用户之间的关系。最后制定用户手册、人机会话文本等文档。

开发阶段　这个阶段可分为设计、编码和测试三个层次。程序员的配置也按这三个层次分类。第一层是高级程序员，负责系统结构设计。给出总体设计，子功能模块的划分。尽可能照顾到模块具

有较高的内聚和较低的耦合。所谓内聚是指功能上的独立性。耦合是指模块之间的相互联系。第二层是编码员，负责程序的编制工作，要选择合适的程序语言。编码员要有良好的书写风格，遵循结构程序的设计原则。第三层次是测试组。由用户、高级程序员和编码员组成。具体任务可分单元测试，集成测试，有效性测试和系统测试。依工程化的要求，测试计划和测试结果应写成书面的文档资料。

维护阶段　一个软件产品投入运行后，很可能会出现各种各样的问题。对程序中的错误要及时修正。要满足用户的要求，进一步改进软件功能。在维护过程中要做好记录，这也是重要的文档资料，是工程化的重要规范。

1991 年前我国已公布一批国家标准，其中包括 GB8566-88、GB8567-88、GB9385-88、GB9386-88、GB/T12504-90、GB/T12505-90 等计算机软件工程规范。有利于软件开发过程的控制、管理、质量保证等。

## 2　逻辑与程序

电子计算机的功能是通过它的指令执行而实现的。一个计算机的指令的集合称为指令系统，其中要包括数据加工和程序控制两大类型的指令。数据加工指令类型有数据传送指令、算术运算指令和逻辑运算指令。程序控制指令类型有各种转移指令和中断指令。在很多指令的执行过程中，CPU（中央处理器）中的累加器起着重要作用。累加器又称 A 寄存器。

### 2.1　逻辑运算

逻辑运算指令在程序设计中很有用。逻辑运算指令主要有"与"(AND)，"或"(OR)，"异或"(XOR)以及"非"(NOT)几种。现在我们就 8 位机来讨论有关逻辑运算指令在程序设计中的一些应

用情况。

2.1.1 逻辑非

设 CPL 为“非”操作指令的助记码，这条指令是对 A 寄存器按位取反运算。例如，设 A 寄存器内容为

10111010

那么，CPL 执行后，A 的内容为

01000101

“非”操作可用于累加器取反码运算，因此也可以实现一个数取补码的运算。

2.1.2 逻辑与

设 AND*s* 是“与”操作指令助记码，它有两个操作数，一个操作数在累加器 A 中，与另一个操作数 *s* 的内容按位进行逻辑与运算，运算结果回送 A 寄存器。例如，设 A 寄存器的内容为

11001001

而 *s* 的内容为

10001011

在执行 AND*s* 指令后，*s* 的内容不变，但是 A 寄存器的内容变为

10001001

“与”运算可用于数据屏蔽的操作。例如，设 A 寄存器的内容为

10010101

为了使 A 寄存器的高四位充 0，那么设置 *s* 的内容为

00001111

经过 AND*s* 指令执行后，A 寄存器的内容为

00000101

2.1.3 逻辑或

设 OR*s* 是“或”操作指令助记码。它有两个操作数，一个操作数在累加器 A 中，与另一个操作数 *s* 的内容按位进行逻辑或运算，运算结果回送 A 寄存器。例如，设 A 寄存器的内容为

11001001

而 $s$ 的内容为

10001011

在执行 OR$s$ 指令后，$s$ 的内容不变，但是 A 寄存器的内容变为

11001011

“或”运算可用于判断累加器是否为零。该指令为

ORA

就是 A 寄存器内容与自己按位进行“或”运算。执行后，CPU 中的状态寄存器根据 A 是否为 0 而置 1 或 0。这个状态寄存器的值为条件转移指令所使用。

2.1.4 逻辑异或

设 XOR$s$ 是“异或”操作指令的助记码。它有两个操作数，一个在累加器 A 中，与另一个操作数 $s$ 的内容按位进行逻辑异或运算，运算结果回送 $A$ 寄存器。“异或”运算的真值表如下：

| $A_i$ | $S_i$ | $A_i$XOR$S_i$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

“异或”运算可用于使累加寄清 0，并同时使 CPU 中的状态寄存器置 0 指示，供条件转移指令判断转向。这条指令是

XORA

就是 $A$ 寄存器的内容按位与自己进行“异或”运算。因此，$A$ 的内容必然为零。

逻辑运算指令的应用是多样的，不再赘叙。

## 2.2 程序控制

从结构程序设计的观点来讲，数据加工指令仅能编制顺序结

构的程序。而选择结构和重复结构的程序是由转移指令实现的。转移指令改变程序的顺序序列而跳到另一个程序序列。因此，把这类指令称为分支指令。还有一类分支指令，叫做调用子程序指令。它控制程序转向某子程序，在子程序执行完后程序再转向原来的顺序序列。转移指令又分条件转移和无条件转移两种。无条件转移指令相当于高级语言的 GOTO 语句。条件转移指令是根据某判别条件是否成立才能确定是否转移。

对机器硬件结构来讲，一般在 CPU 中设置一个专用的寄存器 F，称为状态寄存器。计算机根据当前指令执行的结果，向 F 的有关位送 1 或 0。条件转移指令的判别条件主要有如下几种：（其中 Z，CY，S 都属于状态寄存器 F）

NZ：计算结果不是 0（Z=0）

Z：计算结果是 0（Z=1）

NC：计算结果无进位（CY=0）

C：计算结果有进位（CY=1）

P：计算结果为正号（S=0）

M：计算结果为负号（S=1）

由括号中的注解可以看出，这些判别条件都是算术谓词，用逻辑语言描述条件转移指令，则是：

IF $p$ THEN A ELSE B

计算机在执行这条语句时，如果条件 $p$ 取真值，转向执行程序 A；如果条件 $p$ 取假值，转向执行程序 B。在程序设计语言中 A、B 分别是某程序块的起始行号或起始语句前的标号。条件 $p$ 可由多个条件经逻辑运算而合成。

### 2.3 人工智能

逻辑运算在计算机的结构和程序设计中的作用已经作了讨论。而用计算机进行逻辑推理，或称人工智能，在理论上和技术上近几年有很大的发展。在一些领域的成功应用（如某些专家系统）

已引起人们的重视。LISP 语言和 Prolog 语言为人工智能的研究和开发提供了有力的工具。这里不对人工智能作专题讨论，仅描述与程序设计有关的一些问题。

谓词演算(包括函词)是人工智能的理论基础。各个领域的客观事实，专家经验和理论知识可用谓词表示。因为谓词就是表示客体的性质与客体间的关系。如“$x$ 是实数”，“$x$ 与 $y$ 相等”，$\forall_x \forall_y$(如果 $x$ 与 $y$ 是实数，则 $x+y=y+x$)是谓词。而“$x$ 的平方”，“$x$ 与 $y$ 的和”是函词。由于一阶谓词演算是不完备的，人们把研究方向集中于某些局部领域的人工智能的开发，形成各种专家系统。这是一类非结构化问题的程序设计。

2.3.1　推理规则

在命题演算中，归结是逻辑推理的基本规则，也就是由子句 $A$ 与 $\neg A \vee B$ 得归结式 $B$：

$$A, \neg A \vee B \vdash B。$$

为了在谓词演算中运用归结推理，需要对自由变元与约束变元进行合一处理，即子句匹配。为此，应消去存在量词与全称量词。

对存在量词的约束变元用 Skolem 函数替换，而消去存在量词。例如$\forall_y \exists_x P(x,y)$，则令相应于某 $y$ 的 $x$ 值为 $g(y)$，(Skolem 函数)则该谓词改写为$\forall_y P(g(y),y)$。

对全称量词则直接消去量词$\forall_x$，使得 $x$ 成为自由变元。但应注意，此处的 $x$ 不应与其他自由变元符号相同，以免混乱。

现在给一个人工推理的实例。设 $W1(x)$表示谓词“$x$ 是人”。$W2(x)$表示谓词“$x$ 要吃饭”。假如我们有如下的事实与知识：

(1)$W1$(张三)　　(张三是人)

(2)$\forall_x(W1(x) \to W2(x))$(所有人要吃饭)

首先对(2)消去全称量词，得

(3)$W1(x) \to W2(x)$

如果我们对(3)的变元 $x$ 代以“张三”，即可与子句(1)相匹配，得：

(4)$W1$(张三)$\to W2$(张三)

由(1)与(4)归结而得结论：

(5)$W2$(张三)

即"张三要吃饭"。

2.3.2　谓词的结构化表示

谓词可用*LISP*语言的表或Prolog语言的结构表示。例如"John gave Mary the book"，可用Prolog语言表示为如下结构：

GIVE(JOHN,MARY,BOOK)，

这个谓词是三元谓词。而结构化表示是基于二元谓词。为此，可把以上三元谓词改为如下的二元谓词结构：

ISA(G1,GIVING－EVENTS)
∧GIVER(G1,JOHN)
∧RECIP(G1,MARY)
∧OBJ(G1,BOOK)

就是说"G1是一个馈赠事件"，"G1事件的馈赠人是JOHN"，"G1事件的受礼人是MARY"，"G1事件送的物品是BOOK"。这种表示的优点是便于程序模块化，从而易于增删一些内容。例如，增加馈赠地点或时间，可在原结构表示再增加

∧PLACE(G1,STREET)
∧TIME(G1,1990)

在专家系统中把G1当作一个事实、写成如下形式，称为单元表示法：

G1
　ISA:GIVING－EVENT
　GIVER:JOHN
　RECIP:MARY
　OBJ:BOOK

由单元表示法可导出语义网络表示。这就是把谓词ISA、GIVER、RECIP、OBJ分别作为节点G1到GIVING－EVENTS、JOHN、MARY、BOOK节点的有向弧。

单元表示法也就是知识的框架表示。把G1作为框架名，则这

个事实表示如下：

FRAME　G1
ISA:GIVING-EVENTS
GIVER:JOHN
RECIP:MARY
OBJ:BOOK

2.3.3　非标准推理

如果把一阶谓词推理作为浅层推理，人们把非标准推理称为深层推理，即第二代人工智能。例如模糊逻辑，模态逻辑，时序逻辑，非单调逻辑。

1994年全球计算机智能大会在进化计算、模糊系统和神经网络三个方面受到普遍重视。虽然人工智能在发展过程中形成符号主义、联结主义与行为主义几个流派。但最重要的是能在人类的生产、经济与生活等各个方面得到应用。

### 2.4　中断处理

机器运行中可能产生各种中断信号，如外部的实时信号，或内部中断指令，以及运算时出现非法数据等，均产生中断信号。机器不能运行正常的程序序列，要把中断信号处理好再去执行原来的程序序列。例如，分时操作系统以时钟的中断信号(如 20*ms* 一个中断)来处理。对非法数据中断，操作系统给出错误信息，但原程序不得运行，而返回系统初态。

# 3　信息处理

### 3.1　概述

计算机早期的应用是以数值计算为主。当今则以信息处理的应用范围更广。如管理信息系统 MIS。

信息是客观世界的反映，是人们认识客观世界的依据。经济活动，生产活动，教学活动等都是通过各自特定的信息反映出来的。现代人类社会活动产生了庞杂的信息，人类对信息资源的使用和交流越来越重视。

信息在计算机中的表示是数据，因而信息处理也称为数据处理。如何科学地，合理地、对信息进行收集、贮存、加工、传送和使用这就是信息处理学科的任务。但数据处理的物理过程又与硬件资源有关。一个完整的数据处理系统是由数据、硬件和软件三个部分组成的。而软件理论和技术是核心。它主要研究如下几个方面的问题：

(1)数据结构　为了使信息系统能正确地有效地处理数据，因此，要求数据按一定形式组织起来。用一组规则和约束条件表示数据块之间存在的关系，称为逻辑结构。数据块在存贮器中的表示，称为存贮结构。

(2)数据管理　早期计算机的用户是在各自的程序中对数据自行定义，程序中直接使用的是数据的物理地址。这种方式称为自由管理方式。

由于自由管理方式不利于编程，不便于数据共享，后来发展了文件管理方式。

近 30 年来数据库技术的发展，使得数据实行统一的、集中的管理。

(3)数据模型　客观世界的数据之间存在复杂的联系。数据模型是提供描述数据之间联系的工具。数据模型是客观事物及其联系的数据描述。现在最常用的数据模型有层次模型，网状模型，关系模型。它们主要用于描述一个文件的记录与其他文件记录之间的联系。数据模型是数据库理论和技术的基础。

### 3.2　基本概念

(1)实体　它是客观存在的一个事物或事件。如一个干部，一

个工人，一个人的工资，一笔记帐凭证。

(2)实体集　在某种约定下，属于同类的实体的集合。例如，一个单位的全体职工，一本分类帐册。

(3)属性　描述实体的某些特征。例如一个职工可用工作证号码、姓名、年龄、性别、学历等属性来描述。工资表可用职工姓名、基本工资、附加工资、扣除工资、实发工资等属性来描述。我们把姓名、年龄等称属性名或称属性型。具体一个人的姓名，如张三、李四等是属性值。

(4)关键字　关键字(*Key*)也称标识符，它是某一个或某一组属性，但是它的取值唯一地识别实体集中的各个实体。例如职工信息中工作证号码可做关键字。姓名也可做关键字，但要求无人同名同姓。而性别不可做关键字。

(5)域(*Domain*)　也称值域，它是属性取值的范围。如性别的域是{男，女}。年龄的域是{1,2,…100}。姓名的域是汉字集。

(6)数据项　数据项是与属性相对应的。数据项分初等项和组项。组项是由若干初等项组合而成。例如工资表中，扣除工资是组项，它由水电费、房租费、病事假等初等项所组成。

(7)记录　它是由一个或多个相关联的数据项所组成。记录可用关键字命名。在计算机中就是用记录表示一个实体。下表给出某个单位职工信息的表示：

| 职工编号 | 姓名 | 性别 | 年龄 | 学历 |
|---|---|---|---|---|
| 0001 | 张三 | 男 | 50 | 大专 |
| 0002 | 李四 | 女 | 40 | 中专 |
| 0003 | 王五 | 男 | 45 | 初中 |

那么，

0001 张三男 50 大专

是一个记录，它表示一个叫张三的人的情况。职工编号、姓名、性别、年龄、学历是各数据项对应的属性名，它们描述了记录的逻辑

结构，称为记录的型。0001 张三男 50 大专等称为记录值。记录型和值又通称记录。

(8)文件　这里讨论的是数据文件，文件在逻辑上是记录的集合。例如上面给出的职工信息表是有三个记录的文件。文件是描述实体集的。文件可以命名，叫文件名。一般把文件存贮在磁带或磁盘中。内存与外存交换数据时以记录为单位。

### 3.3 数据结构

(1)线性表　设有 $n$ 个元素，它们之间存在线性序列的关系，可写为 $a_1, a_2, \cdots, a_n$。这就构成了一个线性表。程序设计语言的向量和数组都是按线性表结构处理的。数据元素也称为结点。

在计算机中把表的元素一个接着一个存放在连续的一段存贮单元里，称为顺序存贮结构。只要知道表头在存贮器中的位置，很容易求出其他元素的位置。

如果在顺序存贮结构的表中删除一个元素或插入一个元素，在其后的元素都要移动位置。这是不方便的。为此，在技术上设计了链式存贮结构。为了表示 $a_i$ 与 $a_{i+1}$ 之间的顺序关系，把 $a_i$ 及其后继 $a_{i+1}$ 的物理位置(称为指针信息)存在一起。那么 $a_{i+1}$ 可存放在任何物理位置。这样，每个元素有两部分组成：

| 数　据 | 指　针 |
|---|---|

这种结构对插入或删除操作较方便。例如要在表中删除 $a_{i+1}$，那么在 $a_i$ 的指针中填入 $a_{i+2}$ 的物理位置即可。

(2)堆栈和队列　这是两种特殊的线性表。对堆栈进行插入或删除元素，只能对表尾进行，即先放进去的元素后取出。在编译程序中，算术表达式的翻译就是通过堆栈来实现的(见图灵机器和形式语言一节)。

队列相当于排队买东西，后加入的数据总是在队尾，而离去的数据总是在队头。

(3)树和图　树和图都是非线性数据结构。在线性表中，数据元素之间只有线性关系，每个元素只有一个直接前驱结点和一个直接后继结点。而树中的元素可有多个后继结点。图则是可以有多个前驱结点和多个后继结点。

(4)文件结构　对文件而言，存取数据的基本单位是记录。记录之间的联系是文件结构的关键技术。

对外存读写数据记录时，按各记录在文件中的逻辑顺序依次读写，这样的文件称为顺序文件。也就是线性表的链式结构。它的特点归列如下：

①读(写)第 $i$ 个记录，必须先读(写)前面第 $i-1$ 个记录。

②插入新的记录时，只能在文件的末尾进行。

顺序文件适合批处理，数据存取效率高。如工程计算。

索引文件是一种文件存贮方式。除了数据文件外，同时还有一张索引表，它是列出记录的关键字和指向与它有关的记录的指针所构成的文件。索引文件适合随机读写记录。

倒排文件是一种多关键字的索引文件。在定义了主关键字后，根据应用的需要还可选定一些数据项作为辅助关键字。辅助关键字并没有唯一标识记录的性质，但可用作查找记录的条件。倒排文件就是为这些辅助关键字也构造索引而组成的文件。

还有一种很重要的文件组织方式叫直接文件，记录在直接文件中的存贮是根据记录关键字的值，通过哈希(Hash)函数的转换，得到物理存贮位置。但是哈希函数计算的结果，可能使两个不同的关键字值得到同一个物理位置，这就是碰撞问题。在设计时要采取相应措施。

## 3.4 数据模型

(1)数据间的联系　在客观世界中实体与实体之间存在着各种联系。我们分如下几种情况来讨论：

①1 对 1 的联系。(记为 1∶1)在实体集 $A$ 中的一个元素与实

体集 $B$ 中有一个也仅有一个元素与之相联系。例如，病员与病床是 1 对 1 的联系；学校与校长是 1 对 1 的联系。用图 18-4 表示。

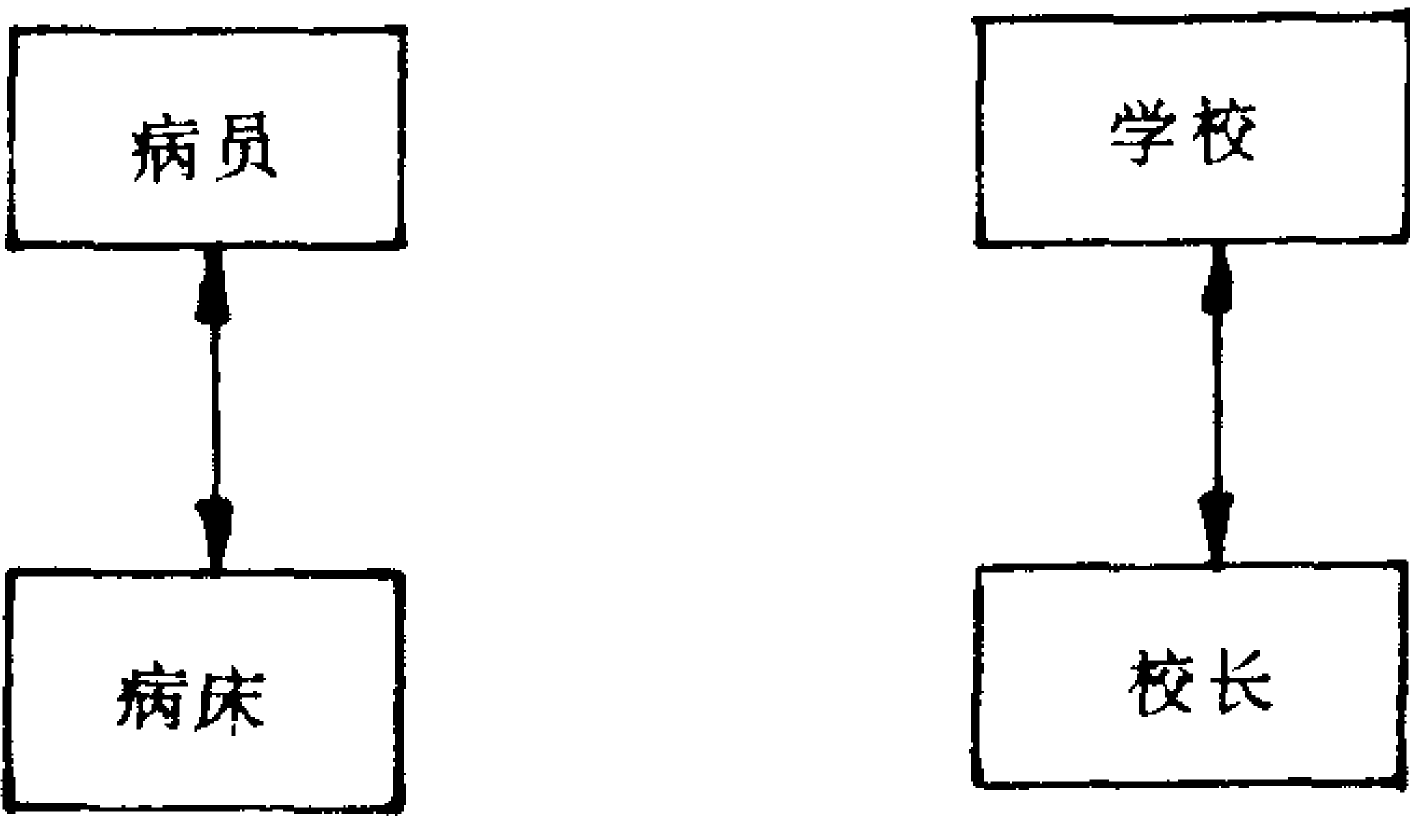



图 18-4 1∶1 的联系

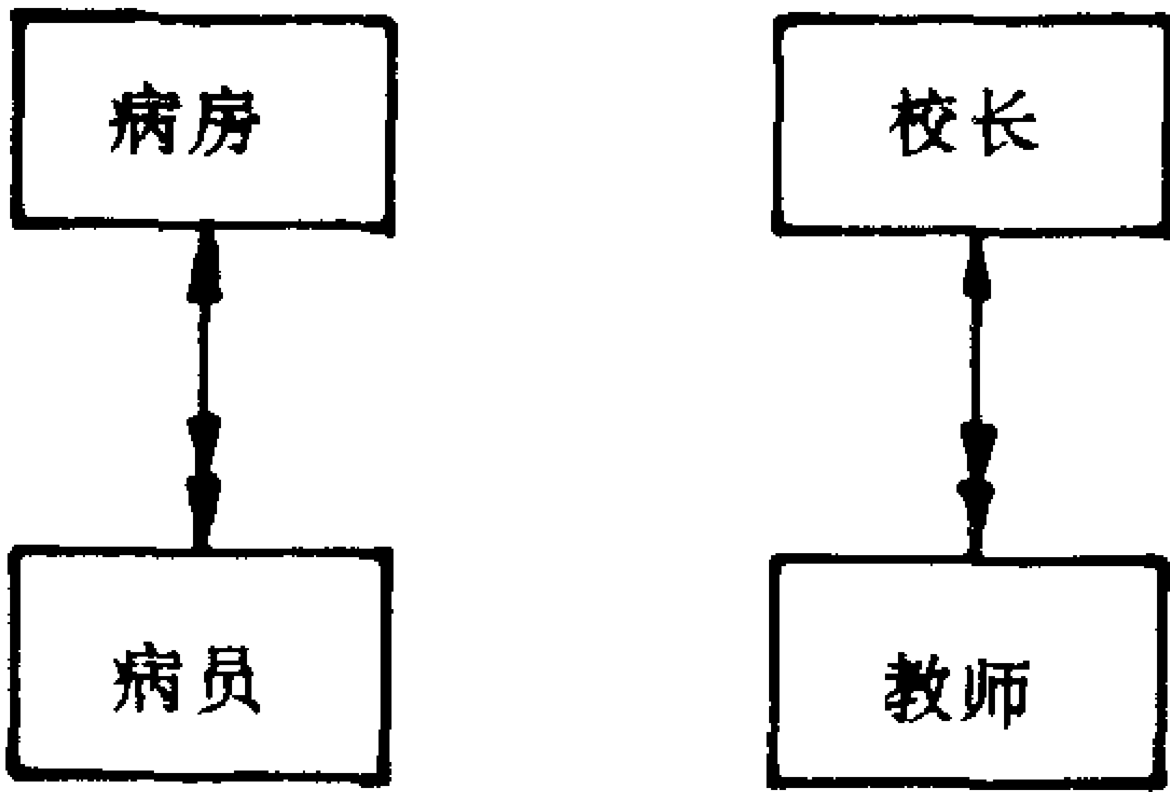



图 18-5 1∶$N$ 的联系

②1 对多的联系。(记为 1∶$N$)在实体集 $A$ 中的一个元素与实体集 $B$ 中若干个元素相联系。例如，病房与病员是 1 对多联系；校长与教师是 1 对多联系，用图 18-5 表示。

③多对多的联系。(记为 $M$∶$N$)在实体集 $A$ 中的一个元素与实体集 $B$ 中若干个元素相联系；在实体集 $B$ 中的一个元素与实体集 $A$ 中若干个元素相联系。例如，病员与医生是多对多联系；教师

与学生是多对多的联系。可用图 18-6 表示。

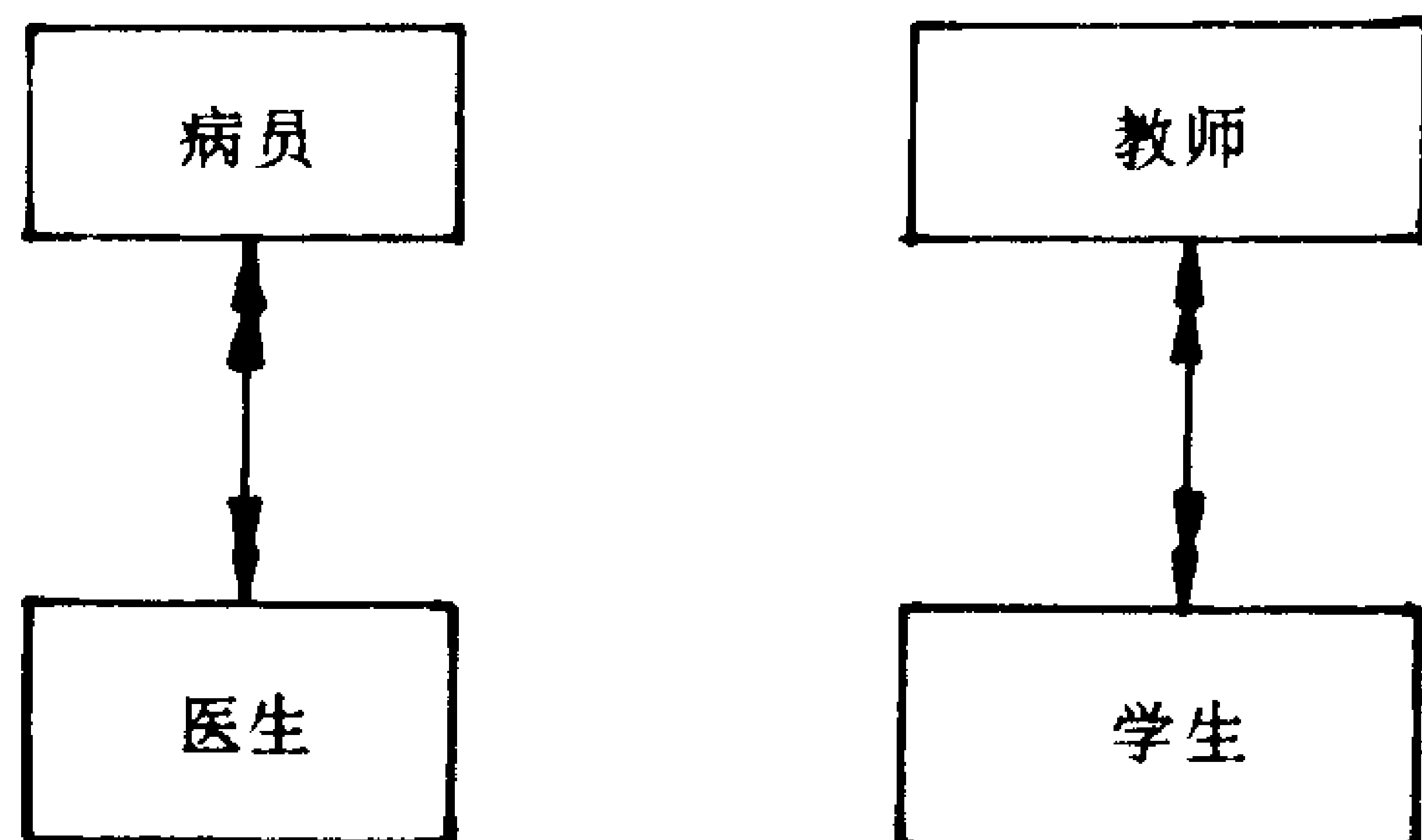



图 18-6 $M:N$ 的联系

在图中用→表示 1 的联系，→>表示多的联系。

(2)层次模型 层次数据模型是最早出现的一种数据模型，现在仍然为一些大型数据库所采用。它的特点是用树形结构表示实体与实体之间的联系。树的每个结点代表一个实体集。例如把工厂的物资管理设计为层次模型。第一层结点为"物资"；第二层有两个结点，一个是物资存放的仓库，另一个结点是订货合同；第三层是物资交货结点，其结构如图 18-7 所示。

我们可以规定，物资由物资编号，名称，单位等属性描述；仓库由库编号、入库量出库量等属性描述；合同由合同编号，供货单位，单价，订货量等属性描述；交货由交货编号，交货日期，交货数量等属性描述。此处应注意到，一种物资可有许多订货合同，也可分放在几个仓库，一个合同可分几次交货。所以层次模型描述了实体间的 1 对多的联系。参考图 18-8 所示。

IMS(Information Management System)是 IBM 公司于 1968 年 9 月就正式推出的层次模型数据库，在商业界得到广泛的应用。著名的数据库语言 DL/I 是 IMS 系统的核心。它可以完成对 IMS 数据库的检索，插入，更新和删除等操作。对层次模型的检索从顶

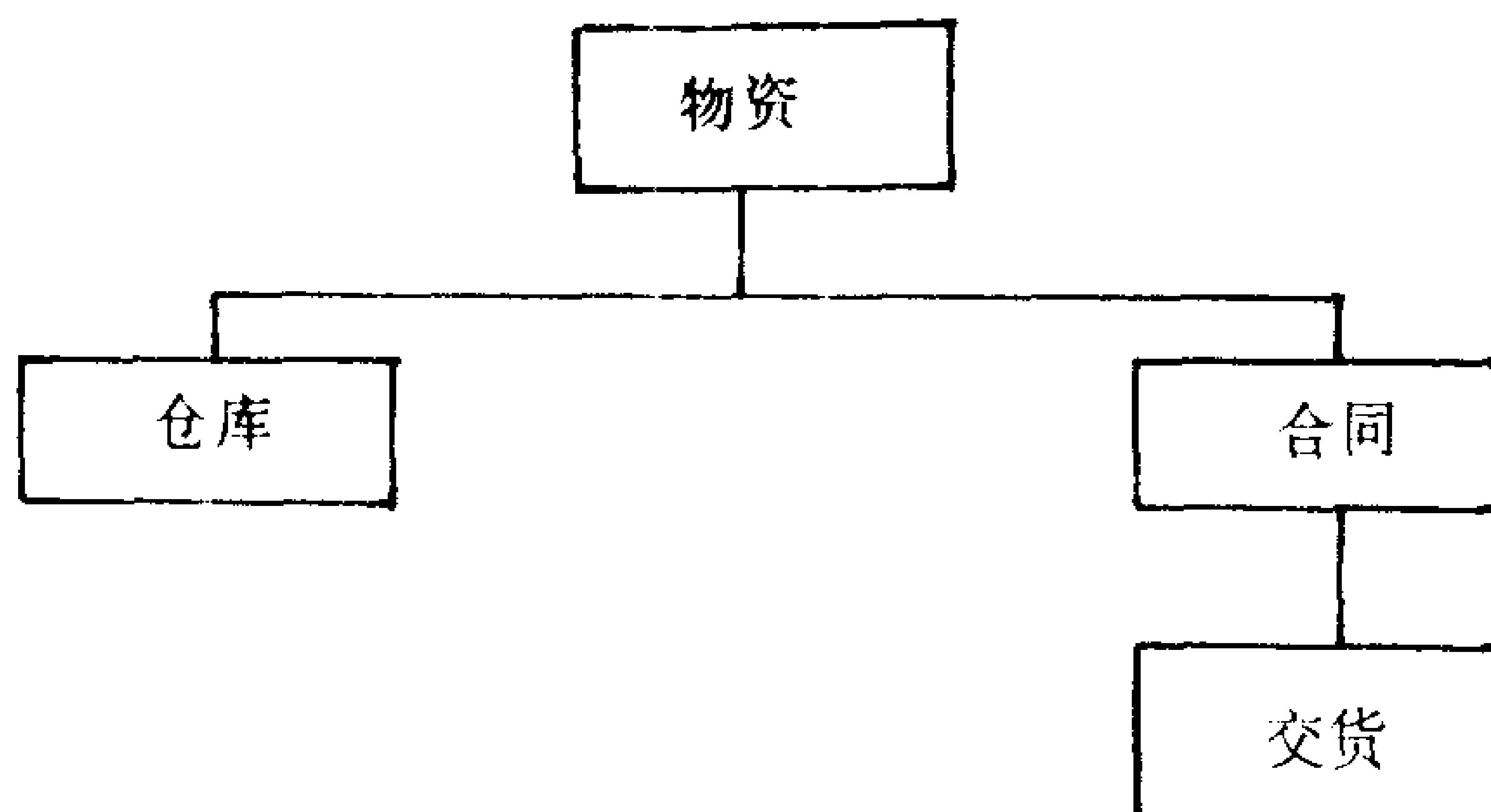



图 18-7 层次模型

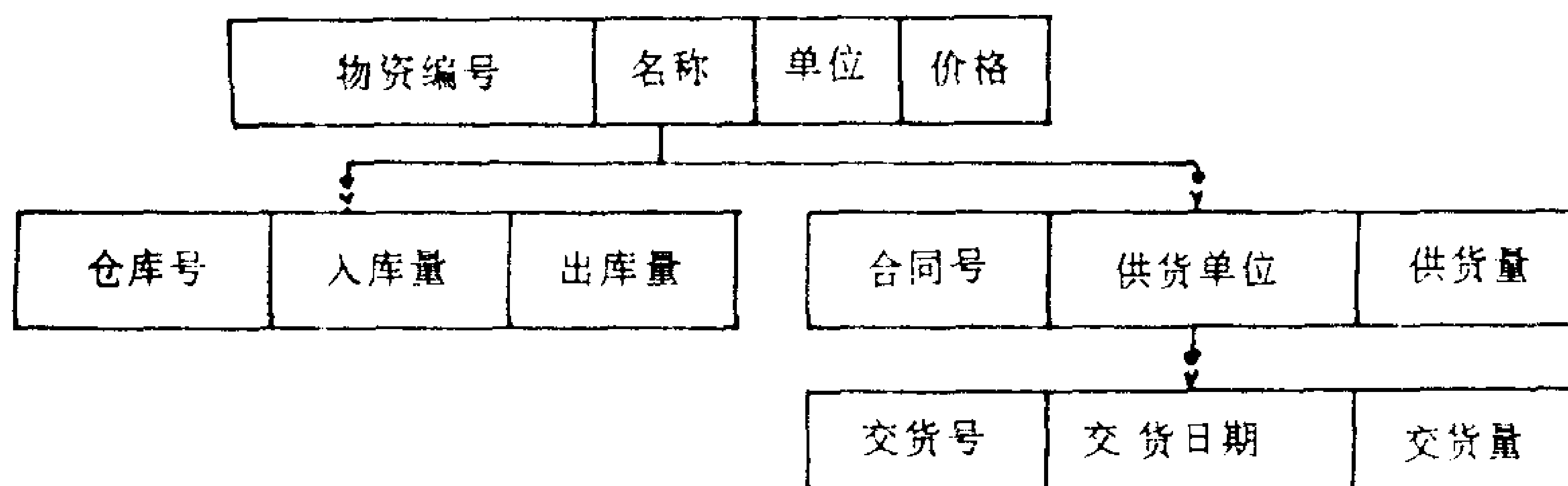



图 18-8 物资管理

向下按层次路径存取，所以效率高。

(3)网状数据模型　网状数据模型是实体和实体之间的联系呈网状结构。其特点是可以有一个以上的结点无父结点，结点可以有多个父结点。例如，教师，学生，课程之间可建立一个典型的网状模型。参见图 18-9 所示。

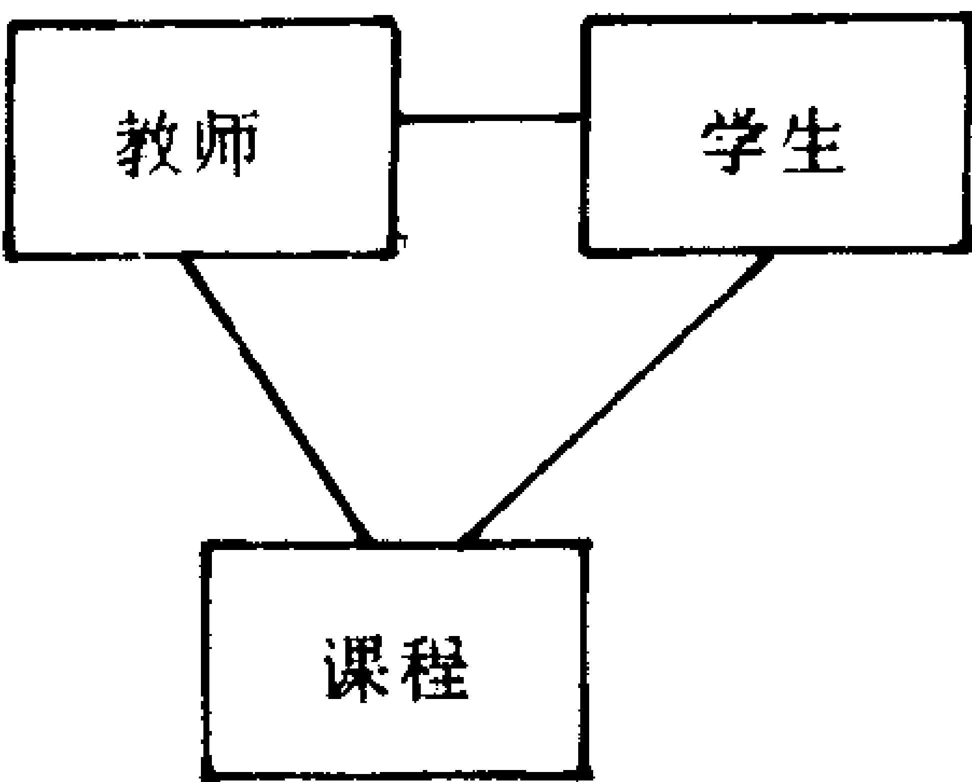



图 18-9 网状模型

美国 CODASYL 下属的数据库任务组 DBTG 于 1969 年发表了第一个报告。这是一个很有影响的网络数据库系统规范。在不同成度上实现 DBTG 的数据库有 IDMS,IDS,EDMS,DMSIIOO,PHOLAS 等。

(4)关系数据模型　1970 年由科德(E. F. Codd)首先提出关系数据模型,对数据库理论产生了重大影响。它是建立在谓词演算和集合论的基础上。

我们把一张二维表称为关系,并可以赋给它一个名字。例如下表是一个关系:

| 职工号 | 姓名 | 性别 | 年龄 | 学历 |
|---|---|---|---|---|
| 0001 | 张三 | 男 | 50 | 大专 |
| 0002 | 李四 | 女 | 40 | 中专 |
| 0003 | 王五 | 男 | 45 | 初中 |

表的每一列是实体的一个属性,通常给它取一个名字,如职工号、姓名等等,属性所取值的集合称为域。表的每一行称为元组,代表具体的一个实体。上例中每个元组有 5 个元素,称为 5 元组。如果元组有 $n$ 个元素,称为 $n$ 元组。

一个关系的属性名序列叫做关系模式。如果给某个关系起名为 $R$,它的属性有 $A_1,\cdots,A_n$,那么可把这个关系模式写成

$$R(A_1,\cdots,A_n)。$$

关系模式和记录的型是类似的,它确定这个关系的二维表的框架。元组和记录的值是类似的,关系和文件是类似的。在实用中也就是用文件表示一个关系。

关系可表示实体集,也可表示实体和实体之间的联系,这种一致性是关系模型的重要特点。实体之间的联系是由各实体集的关键字属性名所建立的关系来表示。

数据库一般要具有对数据进行检索、插入、修改和删除等几种基本操作。数据操纵语言的主要任务就是完成这些工作的,它由一组命令所组成。关系模型的数据操纵语言多采用非过程化的高级语言,核心部分是查询性的。圣·约翰研究室推出的 SQL 语言已形成标准。由于查询方式不同而分为两类子语言。一种称为关系代数,这是代数式语言;另一种称为关系演算,这是谓词演算语言。

80 年代兴起的 $x$BASE 及 ORACLE 等关系数据库管理系统,占有了很大的市场,充分反映了关系模型的优越性。但是关系模型的缺点也是明显的。例如,所有的二维表都是平等的,无法表示层次关系。以及多表的检索严重降低效率。现在人们提出把面向对象数据库的理论与技术加入关系数据库,形成后关系数据库的概念。

# 4 图灵机器与形式语言

## 4.1 图灵机器

一般递归函数的值能在有限步骤内计算出来。那么,能不能设计一种机器来实现呢?1936 年英国人图灵(Turing)解决了这个问题。人们把他所设计的机器称为图灵机器或简称图灵机。图灵机

器的理论为电子计算机的诞生奠定了基础。美国大数学家冯·诺依曼(von Neumann J.)对图灵机器理论作了修改,正式形成了电子计算机存贮程序的思想。虽然计算机历经了飞速的发展,但是大家仍然称现在的计算机为冯·诺伊曼机。图灵机器仍是电子计算机科学的基础。

首先,图灵机有一条纸带作为存贮器,纸带的两个方向都可无限地延长。在纸带上划分出一个一个相连的方格。在下面实际讨论时,纸带只需向一边无限延长,今规定只向右边延长。如图 18-10 所示。

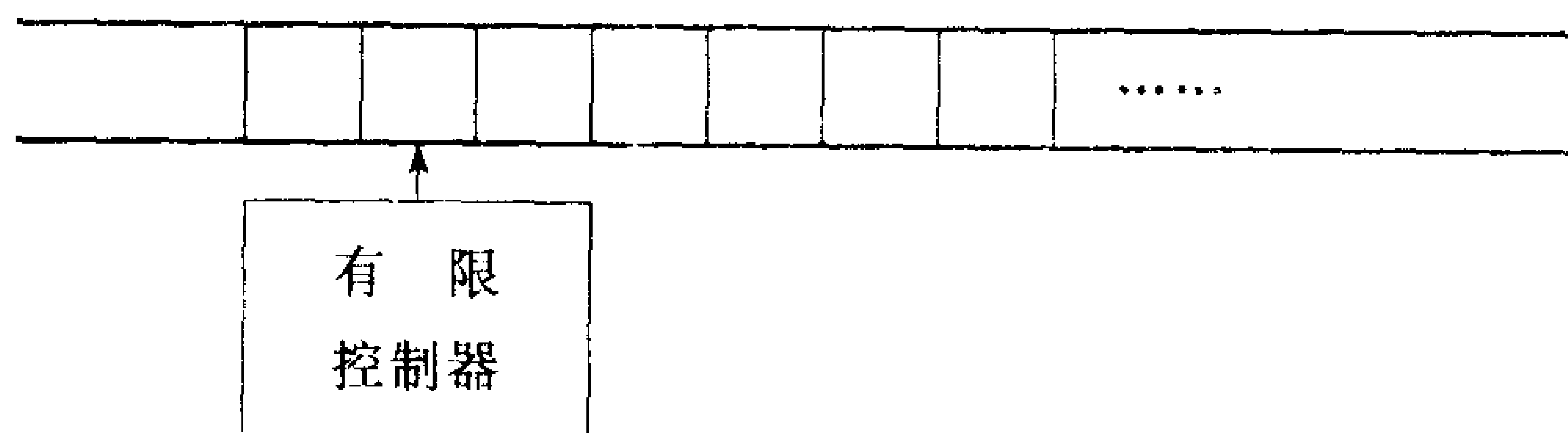



图 18-10 图灵机模型

第二,图灵机具有一个读写头,用上箭头表示并简称读头。读头受有限控制器操纵。任何时候读头仅注视着一个方格。读头可以在它所注视的方格内印一个也只能一个符号,原来的符号自动消去。这些符号称为字母,用 $s_0$、$s_1$、…$s_n$ 表示。一个图灵机所能使用的字母是有限个。其中 $s_0$ 表示空白符号,记为 $\Lambda$。$s_1$ 表示 1,$s_2$ 表示 *。在使用时,我们还要对其他 $s_i$ 给以具体表示。此外,读头还可以作左移和右移等动作。

第三,用指令规定读头动作。一个图灵机应有如下几种指令:

$L$　　将读头左移一格。

$R$　　将读头右移一格。

$Ps_j$　　在读头所注视的方格内印一个字母 $s_j$,如果印下的是 $\Lambda$,表示读头将它所注视的方格清洗为空。

$Ds_j$　　读头在它所注视的方格内辨别是否为字母 $s_j$。

由于逻辑指令的需要,规定每条指令的前面均附有标号 $q_1$,$q_2$,……等。如果两条指令的标号不同,不管其内容如何,皆作为不

同的指令看待。此外，还规定 $Ds_j$ 后面跟一个标号，成为"$Ds_jq_i$"的形式。其意义是指：如果读头所注视的方格内容为 $s_j$，则转去执行标号为 $q_i$ 的指令，否则依原顺序执行下一条指令。有时也写成"$\overline{D}s_jq_i$"，其意义是指：如果读头所注视的方格内容不是 $s_j$，则执行标号为 $q_i$ 的指令，否则依原顺序执行下一条指令。另外，还有几个基本指令：

$Gq_i$　在执行这条指令时，即转去执行指令 $q_i$（无条件转移）。

$N$　无操作指令，执行这条指令时，机器不做任何动作。

$\Omega$　停机指令。

以上七个指令决定了读头的全部动作。这些指令的代号分别取自下面英文单词的第一个字母，即 *Left*，*Right*，*Print*，*Discriminate*，*Goto*，*No operating*。

一般来说，一个图灵机的有限控制器存有许多指令，现在人们称为程序。把这些指令按次序排成一行。各指令用逗号隔开，而组成一个特定的指令序列。机器运行时，按规定的各指令的后继者，依序执行下去。指令 $L$、$R$、$Ps_j$、$N$ 的后继指令就是紧跟在其后面的指令。而指令 $Ds_jq_i$ 的后继者是标号为 $q_i$ 的指令或紧跟其后的指令。$\Omega$ 无后继指令，机器停止运行。

因每个方格只能印一个字母，今后约定字母本身就代表它所在的方格。因此，一个字母串就代表它所在的纸带，一个字母串也称为一个机器字，简称为字，用 $A$、$B$、$C$ 等表示。以后不再画出图灵机的纸带。

正整数在纸带上的表示：零用空字表示，正整数 $n$ 用 $11\cdots1$（$n$ 个 1）表示，并记为 $\langle n\rangle$。多个变元 $x_1, x_2, \cdots x_n$ 用 $\langle x_1\rangle * \langle x_2\rangle * \cdots * \langle x_n\rangle$ 表示，并简记为 $\langle x_1 * x_2 * \cdots x_n\rangle$，即

$$\underbrace{11\cdots1}_{x_1\text{个}} * \underbrace{11\cdots1}_{x_2\text{个}} * \cdots * \underbrace{11\cdots1}_{x_n\text{个}}$$

如果某个 $x_i$ 为 0，在纸带上不作任何表示。例如 $x_1=0$，则 $\langle x_1 * x_2 * \cdots * x_n\rangle = \langle * x_2 * \cdots * x_n\rangle$。当 $x_2=0$，则 $\langle x_1 * x_2 * \cdots * x_n\rangle = \langle x_1 * * \cdots * x_n\rangle$。

通常还规定，控制器执行指令时，首先从第一个指令开始，而读头放在纸带的最后一个字母。纸带上的字，及读头所注视的位置，这二者构成机器的一个格局。例如

$$111 * * 1111\bar{1} \qquad (3,0,5)$$

$$11 * 11 * \bar{*} * \qquad (2,2,0,0,0)$$

都是机器的格局。字母上横线表示读头所在的位置。凡是读头注视着字的最后一个字母，称为标准格局。机器在执行停机指令后的格局称为终止格局。机器在执行第一条指令时的格局称为初始格局，又称为输入，依上面的规定它必须是一个标准格局。一般也要求终止格局为标准格局，有时在不引起混乱的情况下，可使用非标准的终止格局。用 $\alpha$、$\beta$、$\gamma$ 等表示机器的格局。图灵机执行一条指令，就是格局的一次变化。如果把格局 $\alpha$ 变为格局 $\beta$，就记为

$$\alpha \rightarrow \beta。$$

我们也用 $\langle\alpha\rangle$ 表示格局中的字，这样和自然数的表示不会引起混乱。

**定义**：对一个图灵机 $Z$ 而言，如果一个格局序列 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots \alpha_p$，满足 $\alpha_i \rightarrow \alpha_{i+1} (1 \leqslant i < p)$ 且运行到格局 $\alpha_p$ 时，执行的是一条停机指令 $\Omega$，则称这个序列为 $Z$ 对 $\langle\alpha_1\rangle$ 的计算，$\langle\alpha_p\rangle$ 称为计算的结果。简记为

$$Z: \langle\alpha_1\rangle \Rightarrow \langle\alpha_p\rangle。$$

一个函数 $f(x_1, x_2, \cdots x_n)$ 可用图灵机计算，是指有一个图灵机 $Z$，对于使得 $f$ 有定义的 $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$，有

$$Z: \underbrace{1\cdots1}_{x_1\text{个}} * \underbrace{1\cdots1}_{x_2\text{个}} * \cdots * \underbrace{1\cdots1}_{x_n\text{个}} \Rightarrow \underbrace{1\cdots1}_{f\text{个}}。$$

而对于使得 $f$ 无定义的 $(x_1, x_2, \cdots, x_n)$，则 $Z$ 对 $\langle x_1 * x_2 * \cdots * x_n\rangle$

永不停机。

例 1：设置一个计算零函数 $f(x_1,\cdots,x_n)=0$ 的图灵机

[解]初始格局 $\alpha_1$ 为

$$\alpha_1=\underbrace{1\cdots1}_{x_1\text{个}}*\cdots*\underbrace{1\cdots\bar{1}}_{x_n\text{个}},$$

当 $x_n=0$ 时，则

$$\alpha_1=\underbrace{1\cdots1}_{x_1\text{个}}*\cdots\bar{*}。$$

计算零函数的图灵机的有限控制器指令序列如下：

$$q_1\overline{D}\Lambda q_3,q_2\Omega,q_3P\Lambda,q_4L,q_5Gq_1。$$

指令 $q_1$ 辨别读头注视的方格是否为空白。如为空，则纸带上的字为空，即为数零。接着执行其右的停机指令。如果读头注视的方格不为空，那末转去执行指令 $q_3$，将方格清洗为空白。

由指令 $q_4$ 将读头左移一格，再由 $q_5$ 返回 $q_1$，重复以上的过程。

以上能重复执行的过程称为循环，循环是电子计算机程序设计的基本概念。

例 2：设置计算后继函数 $f(x)=x+1$ 的图灵机。

[解]初始格局 $\alpha_1$ 为

$$\alpha_1=\underbrace{1\cdots\bar{1}}_{x\text{个}}。$$

本图灵机有限控制器具有如下的指令序列：

$$q_1R,q_2P1,q_3\Omega。$$

这个图灵机用 $s$ 表示，实际上它将任何输入 $A$ 变为 $A1$。

例 3：设置求广义么函数 $f(x_1,\cdots,x_n)=x_i$ 的图灵机。

[解]设初始格局 $\alpha_1$ 为

$$\alpha_1=\underbrace{1\cdots1}_{x_1\text{个}}*\cdots*\underbrace{1\cdots\bar{1}}_{x_n\text{个}}。$$

本图灵机具有如下指令序列；

$q_1R, q_2P\Delta_n, q_3L, q_4\overline{D} * q_3, q_5P\Delta_{n-1}$,

…

$q_{3j}L, q_{3j+1}\overline{D} * q_{3j}, q_{3j+2}P\Delta_{n-j}$,

…

$q_{3(n-1)}L, q_{3n-2}\overline{D} * q_{3(n-1)}, q_{3n-1}P\Delta_1, q_{s1}D\Delta_nq_{t1}, q_{s2}R, q_{s3}Gq_{s1}, q_{t1}D\Delta_iq_{u1}, q_{t2}P\Lambda, q_{t3}L, q_{t4}D\Lambda q_{t1}, q_{t5}R, q_{t6}D\Delta_iq_{t8}, q_{t7}Gq_{t5}, q_{t8}D\Lambda, q_{t9}L, q_{t10}\Omega, q_{u1}L, q_{u2}\overline{D}1q_{t1}, q_{u3}Gq_{u1}$。

$q_1$ 与 $q_2$ 两条指令将格局改变为

$1\cdots1\cdots*\cdots*1\cdots1\overline{\Delta}_n$。

$q_3$ 到 $q_{3n-1}$将格局改变为

$1\cdots1\overline{\Delta}_1, 1\cdots1\Delta_2\cdots\Delta_{n-1}1\cdots1\Delta_n$

$q_{s1}$到 $q_{s3}$将格局改变为

$1\cdots1\Delta_11\cdots1\Delta_2\cdots\Delta_{n-1}1\cdots1\overline{\Delta}_n$。

$q_{t1}$以后的指令将读头从右向左移动，以辨别 $\Delta_i$。如果不是 $\Delta_i$ 则将读头所注视的方格清为空，再左移，继续找 $\Delta_i$，如找到 $\Delta_i$，转去执行 $q_{u1}$至 $q_{u3}$，将 $\Delta_i$ 及其左边的 1 保存，然后再转到 $q_{t1}$，继续将其他的 $\Delta$ 及 1 清洗。$q_{t5}$至 $q_{t10}$是将读头移至标准位置，并将最后所剩的 $\Delta_n$ 也清洗掉。

读者如有兴趣，请自行设计 $f(x,y)=x+y$ 与 $f(x,y)=x*y$ 的图灵机。可见，图灵机仅有几条指令，但计算能力是强大的。理论上已经证明，任何一般递归函数皆可由图灵机计算。

人们公认，图灵机对现代电脑的结构和机器指令的功能给出了雏形。此后，1943 年费城莫尔工程学院的约翰·莫克利与简·皮索尔等人在阿特索夫真空管运算器的基础上开始研制 ENIAC 电子计算机。他们聘请了一批知名学者，包括大名鼎鼎的冯·诺伊曼。在致力于 ENIAC 工作的同时，冯·诺伊曼又设计了 EDVAC 机器，增加了逻辑指令。二次大战后，冯·诺伊曼提出将 ENIAC 转化为类似 EDVAC 可编程的计算机方案。也就是将图灵机有限控制器的指令序列并入内存贮器，形成了电子计算机的逻辑结构。

1946年ENIAC问世，标志现代电子计算机产业正式诞生。

那末，是不是存在可用图灵机计算的函数而不是一般递归函数呢？回答是否定的。即所有可用图灵机计算的函数一定是一般递归函数。证明的方法是将图灵机计算的过程进行数字化。所得到的函数属于一般递归函数。

## 4.2 形式语言

平时人们进行思维或与他人交流思想所使用的语言工具叫做自然语言。各种自然语言有各自的规律，称为文法。文法的核心就是指出什么是一个语句，即怎样由单词构成一个合法的语句。例如一个最基本的句型，它的构成是：

〈名词短语〉〈动词短语〉

这里我们用“〈”和“〉”将一个文法概念（语法单元）括起来。下面看一个例子：

这个同志是位教师

这是一个正确的中文语句。它的语法单元为：

〈名词短语〉→ 这个同志

〈动词短语〉→ 是位教师

如果我们这样规定一个文法规则：

(1)〈句子〉→〈名词短语〉〈动词短语〉

(2)〈名词短语〉→这个同志

(3)〈动词短语〉→是位教师

这些文法规则就是产生式。有了产生式即可对语言进行计算。如

〈句子〉→〈名词短语〉〈动词短语〉

→这个同志〈动词短语〉

→这个同志是位教师

即由〈句子〉开始而得到一个结果“这个同志是位教师”。那末，可否设想对一个自然语言制定出严格而详尽的文法规则，使得可以自动计算出这个语言的所有句子来呢？或检验某个符号串是否为合

法的句子？对自然语言来说，没有一个能做到这点，因为各种自然语言的文法都是极不严格的，又有很多例外。上面用数学方法讨论语言的问题，可以理解为形式语言的研究对象。虽然它对自然语言的问题还不能很好解决，但它的概念和方法对程序设计语言的研究是非常有用的。它在今天已成为电子计算机的一个重要学科。例如，在做计算工作时，会遇到十进数的各种表示形式。通常用的形式为〈数字〉.〈数字〉，其中的“·”是小数点，将整数部分与小数部分分开。但在实际中，有的测量仪器用浮点表示，如 5.636∅−4，即 $5.636\times10^{-4}$。有的仪器只有整数，或只用小数，但在计算机中计算时，都要翻译成为机器内部的统一形式。想让计算机自动做这种翻译工作，就要让机器知道十进数的文法规则。机器依所给的文法将各种十进数翻译为机器内部表示，同时还可检查有无错误。

为了讨论形式语言，再作几点说明，在上例的文法规则中“这个同志”与“是位教师”只在产生式的右边出现，这种符号称为终极符。凡由终极符组成的符号串都称为语句。在上例的语言中，“这个同志”，“是位教师”，“这个同志是位教师”，“是位教师这个同志”都是语句。其他语法单元，如〈句子〉，〈名词短语〉，〈动词短语〉称为非终极符，它们在产生式的左边和右边都可能出现。由终极符与非终极符所组成的任一符号串都可称为句型，如

〈名词短语〉〈动词短语〉

这个同志〈动词短语〉

等等。以后用 α、β 等表示一个句型。

一个形式语言，它要有一些终极符号的集合，要有一些非终极符号的集合，要有一些产生式的集合。另外在非终极符中要有一个特殊的符号，如上面例子中的〈句子〉，称为开始符号，它只在产生式的左边出现。而这个形式语言的一切合法的语句都是由开始符出发，经过产生式的运算而得。在上例中，只有“这个同志是位教师”为合法的语句，其他几个皆是错误的语句。

查姆斯基(A. N. Chomsky)根据产生式的结构将语言分成四

种类型。

(1) Chomsky 0型语言

这类语言的文法具有如下形式的产生式:

$$\alpha \to \beta$$

对句型$\alpha$和$\beta$不加任何限制。可以证明这种语言和图灵机是等价的。这是说,某个0型语言相应有一个图灵机,使得语言中任一合法的语句,由图灵机对它计算时能得到终止格局;而该图灵机能计算的任何符号串在这个语言中必是合法的语句。

(2) Chomsky 1型语言

这类语言文法的产生式具有形式为

$$\alpha A\beta \to \alpha\pi\beta$$

其中A是一个非终极符号,$\alpha$、$\beta$、$\pi$是句型,但$\pi$必须是非空的。这类文法称为前后文有关的,即A必须出现在$\alpha$和$\beta$的前后文之中,才能产生右边的句型。这类语言和线性有界自动机是等价的。线性有界自动机是图灵机的受限型,它的读头永远不能离开输入带。

(3) Chomsky 2型语言

这类语言文法的产生式具有形式为

$$A \to \pi$$

其左边只有一个非终极符。$\pi$是句型。大部分计算机的程序设计语言是这种类型的。

这类语言又称为前后文无关的。它和不确定的下推自动机是等价的。确定的和不确定的下推自动机都是图灵机的受限型。

(4) Chomsky 3型语言

这类语言文法的产生式具有如下形式:

$$A \to a$$

$$A \to aB$$

其中A与B都是非终极符,a为终极符。这类语言和有穷状态自动机是等价的。有穷状态自动机是图灵机的受限型,它没有$Ps_j$指令。(印字符指令)

可以证明:Chomsky3 型语言是 Chlmsky2 型的子集。chomsky2 型语言是 chomsky1 型的子集。chomsky1 型语言是 chomsky0 型的子集。

2 型和 3 型语言在程序设计语言的编译技术中得到重要的应用。现举几个例子来说明。

我国计算机科学工作者研制的一种程序设计语言叫做 BCY 语言(参见[7]),是功能很强的语言,基本上是汉化的 ALGOL60。我们来研究其中的一个子集"无符号十进数"(浮点数)的文法。

1.〈无符号十进数〉→〈指数〉

2.〈无符号十进数〉→〈无符号数〉

3.〈无符号十进数〉→〈无符号数〉〈指数〉

4.〈指数〉→∅〈整数〉

5.〈无符号数〉→〈无符号整数〉

6.〈无符号数〉→〈小数〉

7.〈无符号数〉→〈无符号整数〉〈小数〉

8.〈小数〉→·〈无符号整数〉

9.〈整数〉→〈无符号整数〉

10.〈整数〉→+〈无符号整数〉

11.〈整数〉→−〈无符号整数〉

12.〈无符号整数〉→〈数字〉

13.〈无符号整数〉→〈无符号整数〉〈数字〉

14.〈数字〉→digit

digit 代表十个数字之一,因此,最后一个产生式代表十个产生式。如

〈数字〉→0

〈数字〉→1

等。在这个文法中,终极符号有∅(表示 10 为底的指数),·,+,−以及 digit 所代表的十个数字符号。其他语法单元皆是非终极符。

而"无符号十进数"是开始符号，它仅出现在产生式的左边。认真审查一下，在以上的文法中，有的是属于 chomsky2 型的(如 1 至 7 以及 9,12,13)。有的属于 chomsky3 型的(如 8,10,11,14)。经研究后，以上文法可完全化为 chomsky3 型：

〈无符号十进数〉→digit〈余留无符号数〉

〈无符号十进数〉→ ·〈十进小数〉

〈无符号十进数〉→∅〈指数〉

〈余留无符号数〉→digit〈余留无符号数〉

〈余留无符号数〉→ ·〈十进小数〉

〈余留无符号数〉→∅〈指数部分〉

〈余留无符号数〉→Λ

〈十进小数〉→digit〈余留十进小数〉

〈余留十进小数〉→Λ

〈余留十进小数〉→∅〈指数〉

〈余留十进小数〉→digit〈余留十进小数〉

〈指数〉→sign〈整指数〉

〈指数〉→digit〈余留整指数〉

〈整指数〉→digit〈余留整指数〉

〈余留整指数〉→digit〈余留整指数〉

〈余留整指数〉→Λ

这是一个十分精彩而又常被引用的例子。其中 sign 也是终极符，它代表＋和－。其他终极符是 digit(十个数字)、∅(以 10 为底的指数符号)、Λ 表示空字符并结束一浮点数的输入。

为什么要尽可能将文法改为 chomsky3 型？这是因为 3 型文法可用有限状态矩阵(有穷自动机)的方法来识别，相应的编译程序更为优越。

文法中的终极符 digit，·，∅，sign，Λ 构成无符号十进数。其它出现的 7 个非终极符，分别用 1～7 表示(见下表)。每个非终极符可理解为一个状态，对编译程序执行控制。首先进入 1 状态的控

制，机器扫描一个字符，(从左向右逐个读取无符号十进数的字符)如果扫到的是 digit 之一，那末机器交给 2 状态控制。再往下继续扫描字符，同时执行一个翻译程序，算法从略，将所扫描到的 digit 变为机器内部表示。全部控制过程见下表，它给出了整个的翻译过程。方格中的“错”表示语句是错的，无法进行编译。

| | digit | · | ∅ | sign | 其　他 |
|---|---|---|---|---|---|
| 1.〈无符号十进数〉 | 2 | 3 | 5 | 错 | 错 |
| 2.〈余留无符号数〉 | 2 | 3 | 5 | 出　口 | 出　口 |
| 3.〈十进小数〉 | 4 | 错 | 错 | 错 | 错 |
| 4.〈余留十进数〉 | 4 | 错 | 5 | 出口 | 出口 |
| 5.〈指数〉 | 7 | 错 | 错 | 6 | 错 |
| 6.〈整指数〉 | 7 | 错 | 错 | 错 | 错 |
| 7.〈余留整指数〉 | 7 | 错 | 错 | 出　口 | 出　口 |

下面再看 BCY 语言的另一个子集，叫“简单算术表达式”，这是一个典型的 chomsky2 型语言，简单算术表达式的文法是描述四则、方幂等算术运算的，例如

$$(3x^{(2+z)}-5y*z)\div(z^3+x^2)+10^2。$$

在程序设计语言中，方幂、乘、除分别用 ↑ 、* 、/表示，那末上式可写为

(3 * x ↑ (2+z) − 5 * y * z)/(z ↑ 3+x ↑ 2)+10 ↑ 2。

运算的优先权是 ↑ 在先，* 与/次之，+与－最后，“简单算术表达式”的文法如下：

〈简单算术表达式〉→项

〈简单算术表达式〉→〈加法运算符〉〈项〉

〈简单算术表达式〉→〈简单算术表达式〉〈加法运算符〉〈项〉

〈项〉→因式

〈项〉→〈项〉〈乘法运算符〉〈因式〉

〈因式〉→〈初等量〉

〈因式〉→〈因式〉↑〈初等量〉

〈初等量〉→〈无符号十进数〉

〈初等量〉→〈变元〉

〈初等量〉→(〈简单算术表达式〉)

〈乘法运算符〉→ *

〈除法运算符〉→/

〈加法运算符〉→sign

〈变元〉→〈名字〉

〈名字〉→Alphabet

〈名字〉→〈名字〉Alphabet

〈名字〉→〈名字〉digit

〈无符号十进数〉略

其中 Alphabet 代表 26 个英文字母之一。因此，从文法的产生式可知，一个名字是以英文字母为开头，后面可跟数字或字母，如 x1，yx，等。名字可用来表示变元，表示函数名，过程名，命令名等等。现在看几个文法现象。

$$3 * x \uparrow (2+z) - 5 * y * z,$$

是简单算术表达式。

$$(3 * x \uparrow (2+z) - 5 * y * z),$$

是初等量。10 ↑ 2 是无符号十进数，因此也是初等量。x ↑ (2+z)，z ↑ 3，5 * y * z是因式。在本语言的文法的产生式中没有一个特殊的非终极符，这是不难修改的。

将算术表达式的计算过程翻译成计算机计算的程序，其方法是将表达式化为波兰表示法。波兰表示法首先由波兰数理逻辑学家卢卡西维奇(J. Lukasiewicz)采用的。这个表示法将运算符放在运算量的前面，例如 a+b 写成+ab，a * b 写成 * ab，a/b 写成/ab，a ↑ b 写成 ↑ ab。当表达式有多个运算符和运算量时，运算优先权高的运算符出现在右边，如 a−b * (c+d)的波兰表示为−a * b+

cd。现将上例中主要的项和因式用波兰表示法写出如下：

$$3*x\uparrow(2+z) = *3\uparrow x+2z,$$

$$5*y*z == **5yz,$$

$$z\uparrow 3+x\uparrow 2 = +\uparrow z3\uparrow x2。$$

而整个式子的波兰表示为：

$$+/-*3\uparrow x+2z**5yz+\uparrow z3\uparrow x2\uparrow(10)2,$$

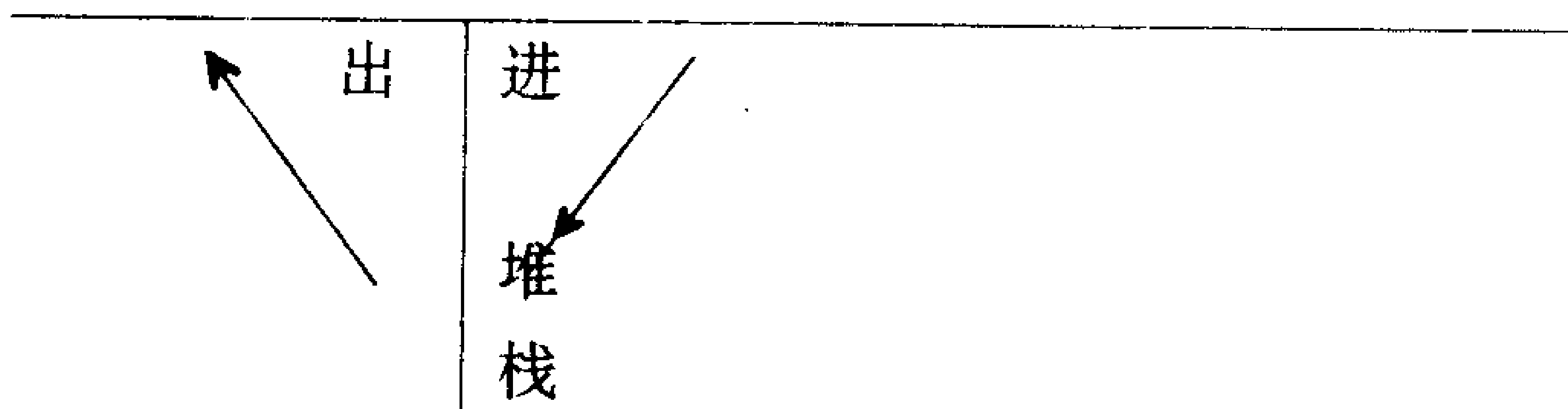
用括号将 10 括起来是为了阅读方便，"(10)可用∅表示"。

在编译程序中，将算术表达式化为机器执行的指令序列，采用的是逆波兰表示法。这是将运算符号放在运算量的后面。例如 a+b 写成 ab+，a−b 写成 ab−，a*b 写成 ab*，a/b 写成 ab/。上例的算术表达式的逆波兰表示法为

$$3x2z+\uparrow*5y*z*-z3\uparrow x2\uparrow+/(10)2\uparrow+。$$

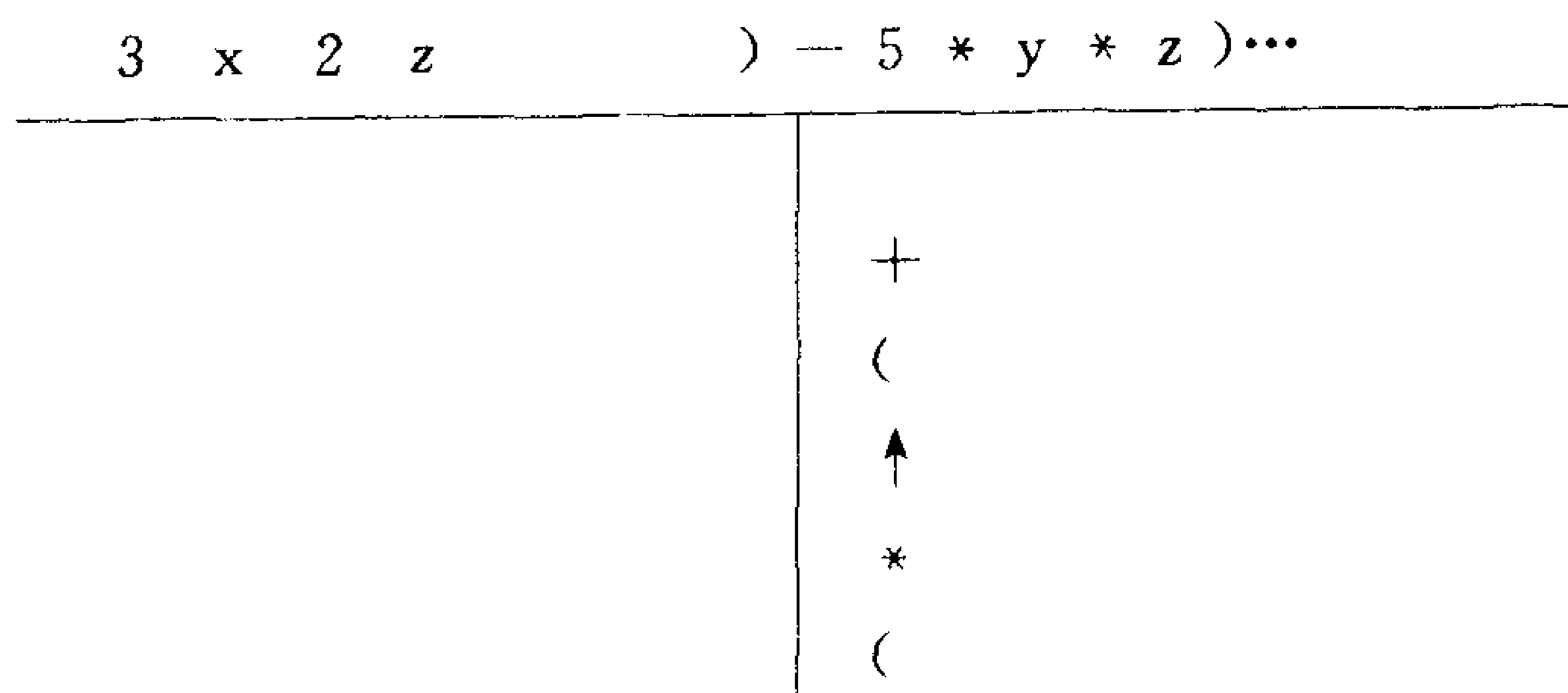
因此，在例中最先编制 2z+ 的程序，如果令 A=2z+，则次之编 xA↑ 的程序等等。

将算术表达式化为逆波兰表示的过程，采用了称为"堆栈"的技术。用下图来解释

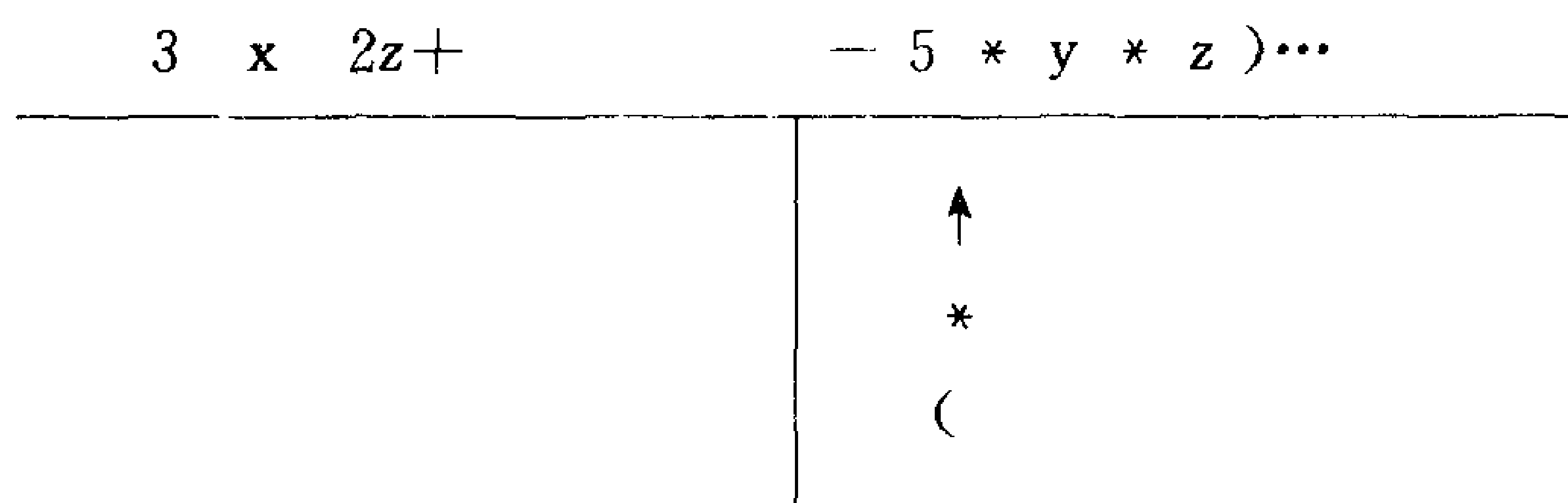



右边为入口，存放要处理的算术表达式。下底为堆栈，依次存放运算符(包括括号)，计算机从左至右地扫描表达式。如果遇到运算量就送到左边，如遇到运算符，就与堆栈中前一次存入的运算符相比较。若是堆栈的运算符优先级高或相等，则前一次进栈的运算符退栈，退向左边。并将那边最后送去的两个量作为运算量来编制程序。若是推栈中前一次进入的运算符低于被扫描的运算符，则该运算符也进入堆栈。依这个过程，我们扫描表达式，直到遇到第一个

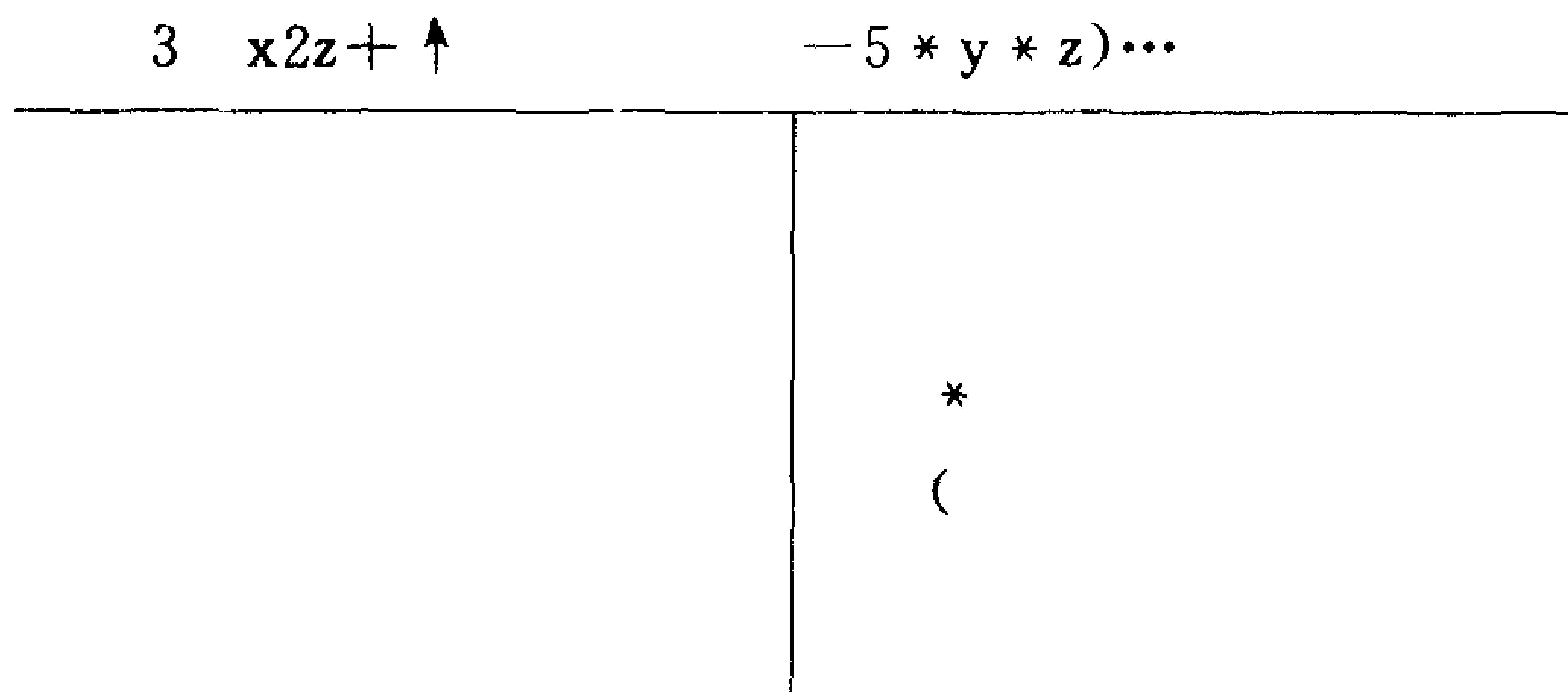
“)”暂告一段落，成为下图的状态：




因为“)”号与堆栈中最后一个进入的“(”是一对，括号优先权最高，其间的运算符要逐次退栈，直至“(”为止，括号在退栈后就消去。因此，堆栈中的＋号退栈，并将 2 与 z 编制程序 2z＋，如图：




计算机再往下扫描，遇到了“－”号，因堆栈中的↑号优先级高于－号，则↑退栈。并将左边最后两个量 x 与 2z＋编制 x2z＋↑的计算程序，成为下图：




如此，直到算术表达式扫描完。

堆栈的特点是先进栈的运算符后退出,后进栈的先退出,简称"先进后出,后进先出"。这个技术在计算机中非常有用。以后,在大多数计算机的硬件中设置堆栈指示器SP,以及在指令系统中增加有关堆栈使用的指令。给软件设计人员提供有力的支持。可参见3.3节关于堆栈的定义。

(作者:汪灵华)

# 参考文献

[1] 莫绍揆,数理逻辑导论,上海科技出版社,1965。

[2] 王元元,计算机科学中的逻辑学,科学出版社,1989。

[3] 徐洁馨、王银根,数据库系统导论,科学技术文献出版社重庆分社,1989。

[4] 金志权、陈佩佩,人工智能程序设计——LISP 和 Prolog,南京大学出版社,1986。

[5] S.C·克林,莫绍揆译,元数学导论,科学出版社,1985。

[6] J.E·霍普克罗夫特、J.D·厄尔曼,莫绍揆等译,形式语言及其与自动机的关系,科学出版社,1979。

[7] 张福炎、蒋新儿、李滨宇,微型计算机 IBM PC 的原理与应用,南京大学出版社,1987。

[8] 冯康,数值计算方法,国防工业出版社,1978。

# [十九] 侦查逻辑

## 1 侦查的思维形式

### 1.1 概念与判断的应用

1.1.1 明确概念

概念的内涵和外延是概念的两个基本方面。内涵是概念的质的方面，通常说的概念的含义就是指概念的内涵，它说明概念所反映的事物是什么样的。外延是概念的量的方面，通常说的概念的运用范围就是指概念的外延，它说明概念反映的是哪些事物。任何概念都有内涵和外延。概念的内涵和概念的外延是互相制约的。概念的内涵确定了，在一定条件下概念的外延也随着确定了；同时，概念的外延确定了，在一定条件下概念的内涵也随着确定了。例如"抢夺"这个概念，它的内涵就是乘人不备，公开夺取公私财物据为己有；它的外延包括具有"乘人不备，公开夺取公私财物据为己有"属性的一切行为。

有的执法人员错判案子，就是因为概念的内涵和外延不明确而造成的。如在处理抢劫案时，我们必须区分"抢劫既遂"与"抢劫未遂"这两个概念。"抢劫"的既遂与未遂不是以得到财物与否为标准，只要以非法获取公私财物为目的，而实施了暴力或胁迫的行为即构成既遂，这是由抢劫罪的本质特征所决定的。例如，罪犯某甲手持匕首路劫上夜班妇女某乙，当某甲打某乙一拳并亮出匕首逼

要金戒指时，来了一班下夜班的工人，于是某甲赶快逃跑。某甲已构成抢劫既遂罪。但某执法者却习惯用盗窃既遂的标准，即以得到财物为既遂的标准去认定抢劫罪的既遂，这是不对的。抢劫罪的未遂主要指罪犯意图抢劫，经过准备，在着手实施的过程中被发现。例如某犯罪分子手持暴力工具闯入某丙家欲抢劫，因当时被某丙家人发现而逃跑，即属抢劫未遂。前一个案例之所以适用“抢劫既遂”概念，后一个案例适用“抢劫未遂”概念，就是因为这两个概念的内涵不同而决定的。同时，“抢劫既遂”包括的那些行为与“抢劫未遂”包括的那些行为之所以不同，又是因为这两个概念的外延不同而决定的。

概念明确，是正确思维的必要条件；概念不明确，就不能展开判断和推理。所谓概念明确，就是要明确概念的内涵和外延，即明确概念所反映的对象具有什么本质属性及明确概念指的是哪些对象。

在侦查工作中，采用的概念必须意义明确而绝不容许有任何含混。例如，按照我国“刑法”的规定，“犯罪”分为反革命罪，危害公共安全罪，破坏社会主义经济秩序罪，侵犯公民人身权利、民主权利罪，侵犯财产罪，妨害社会管理秩序罪，妨害婚姻、家庭罪和渎职罪八种。而这八种犯罪又各有若干种不同性质的犯罪，这在具体条文中又作了明确的规定。这样经过逐层次划分，便对“犯罪”这个概念有了彻底的了解。如果不知道“犯罪”这个概念的内涵与外延，或知道得不够清楚，就容易把不属于犯罪的行为误认为是犯罪行为，或者把本应属于犯罪行为误认为不属犯罪，犯了扩大或缩小的逻辑错误，给侦查工作带来不应有的损失。

1.1.2 判断的准确性

判断与命题并非完全一样。一个判断是对一个命题的断定，因而判断是被断定的命题。在侦查工作的思维活动中，我们经常对一些情况作出一些假设性解释，它们在尚未证实之前只是尚未被断定的命题，即所谓假设命题，而不是判断；我们也经常从某些假设

作出一些推论，它们也是尚待证实的命题，即所谓检验命题，而不是判断。

侦查人员作出的判断是否准确，无疑关系到工作的成败。凡是在质、量、关系等方面完全合乎实际地反映客观情况的判断，是准确的判断；凡是在质、量、关系等方面不完全合乎实际地反映客观情况的判断，是不准确的判断。

不准确的判断一般有三种情况：第一，是判断的量不准确。例如，"有些大贪污犯是要判刑的"，在这个判断里用"有些"限制"大贪污犯"是不准确的。因为事实上所有的大贪污犯都要判刑的。第二，判断的质不准确。例如，"盗窃国家财富基本上是错误行为"，这个判断中的"基本上"用得不恰当。因为盗窃国家财富就是错误行为，加上"基本上"反而使这个判断的质不准确了。第三，判断反映的事物之间的关系不准确。例如，"只有谋财害命，才应该判刑"，谋财害命当然应该判刑，但是其他犯罪行为（够上刑处徒刑以上刑罚）也应该判刑。谋财害命与应该判刑之间固然有联系，然而不是这里所说的"必要条件"或"充要条件"的联系，应改成充分条件假言判断："如果谋财害命，就应该判刑"，那就准确了。

那么，判断的真实性和准确性之间的关系又是怎样的呢？先从真实性这方面来看。第一：判断真，不一定制约着判断准确。例如，"凡重大的破坏交通事故都是犯罪活动"，是个真判断，而且是准确的。又如，"有些重大的破坏交通事故是犯罪活动"，这个判断虽然也是真的，但是不准确。第二，判断假，一定制约着判断的不准确。例如，"已经判定的冤假错案不要平反"，"利用特权行贿受贿是合理合法的"。这两个判断都是假的，所以它们也都是不准确的。判断的准确性可以有程度的差别，准确的程度有大有小，但都必须建立在真实判断的基础上。由于上面两个判断的真实性程度等于零，所以完全不准确。

再从准确性这方面来看。第一，判断准确，就一定真实。例如，"一切法律制度都是有阶级性的"，"有些案件的案情是十分复杂

的”,“只有打击犯罪活动,才能使社会秩序安定”。这三个判断在质、量、关系等方面完全合乎实际地反映了客观情况,都是准确的,所以都真实。第二,判断不准确,主要表现为两种情况:一是判断过度,二是判断不足。所谓判断过度,就是指在质、量等方面超过了真实的情况,判断过度必然使整个判断成为假判断。例如:“凡犯有偷窃行为的都要判徒刑”,“人人都要交纳所得税”。这两个判断所涉及的对象的范围超过了实际情况,因而有一部分不真实。一个判断包含了不真实的部分,必然就导致整个判断成为假判断。判断不足也有两种情况,即相容的不足和独断的不足。独断的不足又叫排他的不足。相容的不足就是判断所反映的情况不够,只反映了全部情况中的一部分,但不排斥其余部分具有相同情况。例如,“有些虐待老人的行为是错误的”。这个判断不准确,因为所有虐待老人的行为都是错误的。这个判断只是断定了其中的一部分对象,但是它并不排除另一部分对象具有相同的性质。可见,相容的不足对另一部分没有判定什么情况是不准确的。但它是真实的。独断的不足就是判断所反映的情况不够,同时又排斥其余部分。这种判断是假判断。例如“仅仅一些人要严守法纪”,这就是独断的不足,是假判断。因为它判断不足而又排斥了其余部分。这个判断不符合实际情况,它排斥了人人都要严守法纪,所以是假的判断。

1.1.3 或然命题

或然命题表述事物可能有或可能没有某种属性的命题。当人们对客观事物的实际情况及其规律缺乏明确的、深刻的认识时,就只能作出推测性认识的命题,这种推则性认识的命题就是或然命题。在侦查工作中,往往在某个案件破案以前,要对嫌疑对象及作案情况作出推测性的认识,这时就需要运用或然命题。或然命题常用“可能”、“大概”、“或许”等词表示认识的程序。例如:

①这把刀可能是杀人凶器。

②作案场所大概是野外荒郊。

③李某或许不是张某的同案犯。

一个普通的直言判断表述“S”是“P”或“S”不是“P”，总是有真假的特征。但是一个或然命题所表述的是推测性的认识，在没有证实它是真是假的时候，它既不能看作是真的，也不能看作是假的，仅仅是一种可能性的推测。这是或然命题不同于一般直言判断的重要特点。侦查工作常要用到这类推测性的模态命题。侦查的案情虽然是既成的事实，一切与案性有关的情况都是已确定的，都是作案人的行为的后果，但是侦查人员要了解全部案情并不是轻而易举的事。以现场勘查为例，由于案情复杂，现场遗留痕迹极少，因而对案情性质、作案时间、作案人特征、逃跑方向等等只能作出一系列推测性的或然命题。如对某凶案嫌疑对象某甲的陈述，只能用或然命题：“某甲可能是凶手。”只有把凶杀情况弄清楚、掌握充分证据，才能确切断定谁是凶手(只有这时才能作出真正的判断)。又如某金库被盗案，在怀疑内盗但证据又不足时，只能作出“此案可能是内盗”。有了充分的内盗证据才能作出“此案定是内盗”的确切判断。因此，或然命题既不能作为司法工作定案的依据，也不能作为侦查工作断定情况的依据。尽管如此，或然命题在侦查工作中还是有它自己的独特作用的。如某处有一死人倒在血泊中，当侦查人员根据现场勘查，初步掌握的线索材料还不足以作出确切的判断，因而提出这样的命题：“死者可能是他杀”。这个推测性的或然命题，带有明显的倾向性，即倾向“他杀”。倘若办案者作出与这命题相反的或然命题：“死者可能不是他杀”，那即倾向否定“他杀”。

## 1.2 必然性推理的应用

### 1.2.1 关系推理

关系推理是根据关系的逻辑特征进行推演的思维形式，它是用关系判断作前提和结论的推理。关系判断有对称性，反对称性、非对称性和传递性、反传递性、非传递性等种类，它们有各自不同的逻辑特征。由 $A$ 与 $B$ 有某关系之真，可以推出 $B$ 与 $A$ 也有某关系之真、假、真假不定三种结论；同样，由 $A$ 与 $B$ 有某关系、$B$ 与 $C$

有某关系之真,可以推出 $A$ 与 $C$ 也有某关系之真、假和真假不定三种结论。

弄清事物关系的逻辑特征,对侦查人员是非常重要的。它有助于我们在使用关系判断时做到准确无误。例如,当我们懂得"同谋"关系是一种对称性关系时,我们就可以由"甲和乙有同谋关系"真,判明"乙和甲有同谋关系"也必然真。当我们懂得"迫害"关系是一种反对称性关系时,我们就可以由"甲迫害乙"之真,判明"乙迫害甲"必假。而当我们懂得"甲看见乙"在发案时间到过现场的,是一种非对称性关系,我们就不能由"甲看见乙"到过现场的真,而得出"乙看见甲"到过现场必真(或必假)。下面运用关系推理解析某一案例。

某夜一家百货商店失火,底楼的货物几乎全部烧光,损失近万元。经现场勘查,起火点在营业员的临时休息室。此休息室平时放着一只煤炉,供营业员平时烧水和中午热菜之用。店里明文规定:下晚班的最后离店的营业员一定要把炉火熄灭,否则,由此引起的火灾就由该营业员负责。这次火灾正是由于炉火没有熄灭引起的。当天下班的营业员是黄某、苏某、刘某和温某四个人,她们都住在后楼的集体宿舍。于是公司保卫科的人就问她们是谁最后离开店的。

黄某:"我回来路过刘某房间时,看见刘某还未睡。"

温某:"我和苏某住同一间房,我回来时看见她已睡了,我也跟着就睡了。"

刘某:"我经过温某房间时,她正准备上床睡觉。"

苏某:"我已经睡着了,根本不知道谁最后回来的。"

如果她们的回答都是真实的,那么归纳出:黄某迟于刘某、温某迟于苏某、刘某迟于温某这样三个关系判断。可以进行如下推理:

黄某迟于刘某，
刘某迟于温某，

——————————

所以，黄某迟于温某。
黄某迟于温某，
温某迟于苏某，

——————————

所以，黄某迟于苏某。

既然黄某分别迟于其他3人回宿舍，故可以判定黄某是最后离开店的，这场火灾的责任应该由她负责。搞侦查工作，必须要了解犯罪分子与被害人、嫌疑人与被害人、嫌疑人与嫌疑人、嫌疑人与犯罪分子、犯罪分子与犯罪分子、犯罪分子与证人、证人与被害人等等的各种关系。弄清各种关系的逻辑特征，对于正确分析案情和认定犯罪事实是十分重要的。

1.2.2 变形法和三段论

(1)变形法

变形法就是改变直言判断形式的直接推理。它或者是改变原判断的联项(肯定改成否定，否定改成肯定)，或者是调换原来判断的主项与谓项的位置，或者既改变联项又改变主项与谓项的位置。运用这种方法进行的直接推理主要有换质法、换位法、换质位法、换位质法和戾换法。例如，由“有的盗窃犯不是受盗窃集团操纵的”，推出：“有的盗窃犯是没有受盗窃集团操纵的。”(公式：“$SOP \leftrightarrow SI\overline{P}$)

变形法的认识意义，不仅使我们对关于同一对象的认识更加明确、全面，而且由于思考的对象、内容、性质改变了，所以能加深对同一客观事物的理解。在侦查工作中，借助于判断变形的直接推理，能使侦查人员所作出的命题(或判断)保持前后一致，明辨判断的真假，有助揭露(指出)别人的逻辑错误。比如，我们根据案件的有关材料分析，认为“某案的凶手是具有杀猪刀的人”，就不能又认

为“有的不具有杀猪刀的人也可能是某案的凶手”。因为后面这个判断与前面那个判断必须要推出的“凡是不具有杀猪刀的人都不是某案的凶手”相互否定。

侦破工作的思维是十分严密的，他们为了使推理形式正确，常常借助对判断进行换质（或换位）的方法。例如，“一·二六碎尸案”，通过尸检，发现“死者已萌生智齿。”为推断死者的年龄，经查证得知：“（该地区）19岁以上的女性都已萌生智齿。”据此是否就能推断此案死者的年龄呢？不行。如果根据上面两个判断进行推理，即为：

19岁以上的女性，都已萌生智齿；
死者已萌生智齿；

---

所以，死者是19岁以上的女性（?）

这是违反三段论规则的推理形式，结论不可靠。为使推断正确，可以对充当大前提的判断进行换位处理：“凡是已萌生智齿的是19岁以上的女性。”如果换位后的判断成立，并以它作前提进行推理，那么所得出的结论就可靠了。

（2）三段论

三段论是由三个性质判断组成的演绎推理。前面两个已知的判断是大、小前提，后面一个判断是推知的结论。例如：

凡是仰卧状态的是女尸（水里的浮尸）
某江面的那具浮尸呈仰卧状态；

---

所以，某江面的那具浮尸是女尸。

为了确保推出的结论真实可靠，直言三段论必须具备两个必要条件：一是前提要真实，二是推理形式要正确。形式正确就是要遵守：“一个三段论必须也只能有三个概念”、“中项概念在两个前提中至少要周延一次”、“在前提中不周延的项，不得在结论中变为周延”、“两个否定（或特称）前提不能推出结论”等规则。

侦查人员总是根据以往总结出来的一般原则，以此作为大前提，来分析犯罪现场和有关材料（即小前提），从而找出侦破方向和具体方案（即结论）。在侦查工作中，还经常采用“从否定结论进而否定前提”的演绎过程。例如：某甲被指控为走私犯罪并发现有若干可疑现象，我们可以先假定“某甲是走私犯”这个判断为真，并根据“凡走私犯都是必有走私物品”，从而得出“某甲有走私物品”的结论。但经查证，得知某甲确实没有走私物品，因而否定“某甲是走私犯”这个前提。

（3）假言推理

假言推理是以假言判断为大前题、直言判断（或假言判断）为小前提和结论的演绎推理。它不同于三段论的地方在于它是根据假言判断中前件和后件的依存关系而推出结论的。一般它有四种正确的形式：

①充分条件假言推理肯定式：

$((p \to q) \wedge p) \to q$

②充分条件假言推理否定式：

$((p \to q) \wedge \neg q) \to \neg p$

③必要条件假言推理肯定式：

$((p \leftarrow q) \wedge q) \to p$

④必要条件假言推理否定式：

$((p \to q) \wedge \neg p) \to \neg q$

在刑事侦查工作中，假言判断和假言推理是最常用的思维形式。由于侦查工作的特点是从“果”找“因”，而直接对原因作出判定往往是很困难的，所以在侦查过程中就需要提出一系列假设性的判断。例如：如果是凶杀案，一定有凶器；如果是盗窃犯，一定有过赃物；如果是自伤形成的伤痕，那么伤口都出现在自己可以形成的部位等等。在缩小侦查范围时，侦查人员常常要用到必要条件的假言判断。因为时间、场所、动机、手段等是形成一个具体案件的诸种必要条件，凡是不具备诸条件之一的肯定不是作案者，这样就可以

排除若干嫌疑对象，使侦查范围缩小。排除的嫌疑对象愈多，侦查的范围就愈小；反之，凡具备必要条件愈多的嫌疑对象，作案的可能性就愈大。如果谁具备了所需要的所有的必要条件，那么谁必然是作案者了。假言推理在刑事侦查中有着特殊的作用：

（Ⅰ）可以推论罪犯应具备的条件。例如，推论“……·…○女尸案”罪犯应具备以下条件：

(*a*)犯罪分子 30 多岁，身高 1.7 米左右，圆脸，留寸头，素有流氓行为；

(*b*)犯罪分子驾驶的是日本丰田牌或达特桑牌一类的小轿车（这两种车都是横排尾灯），车内有血迹，或破损，发案后很可能刷过车、洗换过座套。

这些都是该案犯罪分子的必要条件，“有之不必然，无之必不然”。就是说，某人具备了这些条件之一或若干的，就有可能是犯罪分子，但不具备这些条件之一的肯定不是犯罪分子。侦查人员就根据侦查来的情况（特殊事实）并把各种情况置于一个一般原则——假言判断之中，然后推论出罪犯的必要条件，再从具备这些必要条件的人中去找罪犯。也就是说，由这些必要条件勾画出罪犯的脸谱，为寻找罪犯指出了方向和范围。

（Ⅱ）可以推定罪犯。当侦查人员推出罪犯的必要条件之后，就要进行验证，看有哪些人具有这些条件，虽然具有这些条件的不就是罪犯，但却有可能是罪犯。例如，侦查上面那件案子时，对将近 5000 辆横排尾灯的小轿车一辆辆地进行核实，终于发现了某部部长的专车司机李本东有重大嫌疑。但仅以此给李下结论：“如果谁是开横排尾灯小轿车的司机，那么谁就是凶手；李是开这种型号车的司机，所以李是凶手。”这只能是或然的，不可靠。但如果作多方面的这样的推论，可靠性就大大提高了：

(*a*)11 月 10 的发案时，某部长在外地开会，未带汽车和司机，李有作案时间；

(*b*)李曾先后与两名妇女乱搞两性关系，有作案因素；

($c$)李的外形及身高都与目击者反映的相同；

($d$)李驾驶的小车内顶棚等处有碰破裂口，并在后座部查出大量血迹(血型与死者相同)。

所以推定李有极大可能是该案罪犯。后来破案证实，李本东确实是凶手。在刑事侦查中，确定罪犯一般都是通过这种方法实现的。这是因为从一个必要条件(如作案工具)来看，具备者较多，但同时具备几个必要条件的人，就甚少了。

(Ⅲ)可以否定某一嫌疑对象或情节。侦查人员常常需要否定某一怀疑对象或情节，但又无直接证据，而且有时案件发生已久，某些直接证据早已消失，在这种情况下，要进行否定，就要运用充分条件假言推理的否定式，即通过否定后件而否定前件。具体做法是：暂时承认被否定的论断是真实的，然后从这推出一些结果，而这些结果与现实不符，根据假言推理否定式规则，证明原论断是错误的。例如，某公安局接到举报的一起"强奸"案。经侦查人员查证，此案有多处疑点，其中最明显的是"被强奸者王某某的裤衩破口不合情理，裤衩腰带无断头，是解开的，倘若"强奸犯"邵某已将王的裤带解开，又何必撕破？既已将裤衩裆部撕破，又何需将裤衩脱至膝盖处？由此可以作出如下否定式假言推理：

如果是邵强奸了王，那么王的裤衩破口应合情理；

王的裤衩破口不合情理；

---

所以，不是邵强奸了王。

后来查明，王与傅某通奸多次，已怀孕，怕事情暴露，即借邵调戏之机，嫁祸于邵。

同样，可以用这种否定式的推理来排除错误的假设。比如，当侦查人员怀疑某人是某案作案人时，可以作出如下的假言判断："如果某人是某案的作案人，那么他有作此案的时间；如果某人是某案的作案人，那么他当时在现场"等。如果这些假言判断的后件有一个不是事实，那么该假设就要被否定。

我们还可以根据充分条件与必要条件相互变换的法则，将上述充分条件假言推理变换为必要条件假言推理。这时，就以假定所需具备的必要条件（如作案时间、动机、工具、地点即现场等）为前件，而以假定（谁是作案者）为后件。比如，“只有某人于某案发生时在现场，他才是盗窃犯。”如果查明某人当时确实不在现场（否定前件）就可以断定某人不是作案者。

（4）选言推理

选言推理是以选言判断为大前提、直言判断为小前提和结论的演绎推理。大前提的选言判断指出事物可能的全部属性，小前提肯定（或否定）事物具有的其中的一种或几种属性，从而在结论中否定（或肯定）事物具有的其他几种或一种属性。一般它有三种正确的形式：

①不相容选言推理肯定否定式：

$((p \nleftrightarrow q \wedge p) \rightarrow \neg q$

②不相容选言推理否定肯定式：

$((p \nleftrightarrow q) \wedge \neg p) \rightarrow q$

③相容选言推理否定肯定式：

$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$

选言判断和选言推理也是侦查工作常要用到的思维形式。当侦查工作开始后，侦查人员还不能对整个案情——乃至局部环节作出确切判定时，这就需要用选言判断，作出多种可能性的推测。由于选言判断具有在几种可能情况下以供选择的特征，所以它能帮助侦查人员在纷乱的情况中理出一些头绪来。排除了一些可能性，就缩小了解决问题的范围，这无疑对案件的定性，指出侦查方向是有重要意义的。罪犯作案动机不同，案件性质就不同，从而侦查范围也不同。例如，“一起凶杀案，或是财杀，或是情杀，或是仇杀，或是反革命杀人”这个选言判断，给我们提供凶杀案的几种可能作案动机，这对明确案情性质，确定侦查方向和范围提供了条件，如果是情杀或仇杀，侦查范围就要狭小一些，如果是财杀或反

革命杀人,那侦查范围就宽广一些。如果是中毒案,首先要作出"是投毒,或是误食中毒,或是自服中毒"等几种推测。如果是火案,先要作出"是纵火,或是自燃起火,或是不慎失火"的三种推则。如果是盗窃案,首先要作出"或是内盗,或是外盗,或是内外勾结盗窃"的三种推测。如果是溺死,先要作出"或是不慎落水,或是游泳而死(淹死)或入水自杀,或被他人推下水,或被他人在水中害死"等几种推测等等。

在运用选言判断时,还要注意一个问题:选言肢是否穷尽一切可能。如果有遗漏,那就会发生错误。例如,扬州市某荷花池发生的一起凶杀案,凶手李某曾被列入嫌疑对象,但在排查作案时间时,认为李某 7 时曾到过当地派出所,7 时 10 分上了赌桌(这可比作为两个选言肢被否定),李某没有作案时间的可能,于是把他排除了。其实,此案发生在 6 时 3 刻至 7 时之间。这里显然遗漏了这一刻钟的时间(即这可以作为一个选言,但没有排除),因而发生了差错。

在侦查工作中,最常用的选言推理是否定肯定式。用此式破案的方法,叫做"从否定中找肯定",又叫排除法。例如,"八七八厂女尸案"。某日清晨该厂办公楼前的水泥地上躺着一具尸体,经辨认是厂部总机女电话员安某某。根据尸体检验,有人初步判定:安是夜间擦玻璃时不慎失足坠楼而死。也有可能是其他原因而死。当时侦查人员作出了这样的选言判断:安之死可能是自杀,可能是失足附楼,可能是奸杀、仇杀及图财害命他杀,也可能是知情人他杀。有了选言判断(作为大前提)就要进行选言推理,以确定哪一个选言肢是真的。后来随着侦查工作的进展,逐步排除了"自杀"、"失足坠楼"、"财杀"、"奸杀"、"仇杀"等的可能(即小前提否定了这些肢)。而只剩下"知情人他杀"这一个肢无法排除(即结论肯定了这个肢)。从而把侦查方向集中到知情人他杀上来。结果查出是安的丈夫梁某某为了达到与奸妇结婚的目的,趁安不防猛击其头部,并用双手掐其脖子,安被掐昏后,梁打开窗户将安推下楼去,造成失

足坠楼的假象。

从否定中找肯定的方法，在刑事侦查中之所以使用得很普遍，是因为在侦查的开始阶段，要用足够多的证据从正面证明某一个选言肢是真实的，那是比较困难的，但根据所获得的材料，排除某些选言肢则较为容易些。原因是排除的选言肢本来就是假的，当然容易找到足够的证据推翻它。排除了一些选言肢，那就意味着缩小了侦查方向，而且对认定真实的选言肢也提供了根据。另外，使用这种否定肯定式的方法，可以不必区分前提中的选言判断是相容的还是不相容的，其结论都会真实可靠。

侦查工作有时也要用肯定否定式，但只能限于不相容的选言推理。例如，侦查人员经过实地调查，可以确定某案犯进入某财务室进行盗窃的路线有几个可能，而且这几个可能既不能同真又不能同假，既选言肢既穷尽又不相容。侦查人员可以确定该案犯或从前门进入现场，或从后门进入现场，或从房顶进入现场，或从窗户进入现场。在这几种情况下，如果明确是从窗户进入现场，就可以排除其他可能性。当然，这个案例也可用否定肯定式来推断，既先排除其他几种可能，只剩下一个可能尚未排除，那么，这个尚未被排除的可能就是真实的结论。

(5)联言推理

联言推理是以联言判断为前提而得出该联言判断的一个联言肢的结论，或者以几个判断为前提而得出以这几个判断为联言肢的联言判断的结论。前者叫分解式(公式：$(p \land q) \to p$ 或 $(p \land q) \to q$)；后者叫做合成式(公式：$((p) \land (q) \land (\gamma)) \to p \land q \land \gamma$)。

联言判断在刑侦工作中的应用是相当广泛的。例如，《中华人民共和国逮捕拘留条例》第三条规定："主要犯罪事实已经查清，可能判处徒刑以上刑罚的人犯，有逮捕必要的，经人民法院决定或者人民检察院批准，应即逮捕"。就是说，公安机关要逮捕某人犯，必须：

①对其主要罪行已取得证据；

②其罪行能判处徒刑以上刑罚；

③有逮捕必要（介于可捕不捕之间的，不应逮捕）；

④经法院或检察院决定批准的。

以上四条缺其中一条就不能逮捕。这四条就是四个联言肢，它们共同组成了“逮捕”这个联言判断。只有当四个联言肢都是真的情况下，这个联言判断才能成立（真的）。此外，对罪犯的画像，表明案犯必须具备的全部必要条件，如作案动机、工具、时间、场所以及指纹、毛发、脚印等，都要应用联言判断。

当我们需要着重指出某一联言判断的某一联言肢时，应采用联言推理的分解式；当我们需要把事物的各方面的知识综合为全面的知识时，应采用联言推理的合成式。例如，在刑事凶杀案件中，我们根据任何一个杀人凶手都应具备杀人动机、作案时间、作案手段、作案场所等条件，可以运用联言推理分解式得出：凡是杀人凶手都具有作案时间。整个侦查工作即从“作案时间”入手，进行突破。当我们要认定某一事物全面情况时，常要运用联言推理的合成式。例如：

氰化物中毒死亡者的尸体窒息现象明显；

氰化物中毒死亡者的尸斑呈鲜红色；

氰化物中毒死亡者的心血和肌血多呈鲜红色；

氰化物中毒死亡者的胃粘膜有腐蚀呈紫色，胃内容物常有碱性气味；

---

所以，氰化物中毒死亡者的尸体窒息现象明显，尸斑呈鲜红色，心血和肌血也多呈鲜红色，而且胃粘膜有腐蚀呈紫色，胃内容物常有碱性气味。

这样全面的认识事物，就能保证认定的结论真实可靠。

此外，尽管完全归纳推理与属于演绎推理的联言推理合成式在思维形式结构上有所不同，但它们的逻辑性质却是一样的。例如，某拘留所关押了若干名人犯，经查证：

甲作案，有作案动机；
乙作案，有作案动机；
丙作案，有作案动机；
丁作案，有作案动机；
⋮
甲、乙、丙、丁…直到该拘留所的全部人犯，都有作案动机；

---

所以，某拘留所的所有人犯作案都有作案动机。

此结论真实可靠。因此，完全归纳推理也是一种必然性的逻辑思维形式。

### 1.3 或然性推理的应用

#### 1.3.1 直接推理的或然性

(1)性质判断

所谓直接推理的或然性，是指充当前提的判断或推出结论的判断并非必然。性质判断中的“*SAP*”判断谓项的周延情况(非形式上看)，在具体的侦查实际工作中是不定的，即有时是周延的，有时是不周延的。例如：

①尸斑是在人体死亡两三小时后出现于皮下组织上的有色斑迹。

②他的手印就是他的指掌纹。

③所有的赌博活动都要取缔。

④作案人有作案时间。

①、②两例的谓项是周延的，③、④两例的谓项是不周延的。“*SIP*”判断谓项的周延情况也是如此。例如：

①有的杀人是过失杀人。

②有的犯有流氓行为的人是要逮捕法办的。

①例的谓项周延，②例的谓项不周延。

(2)对当关系

主项和谓项相同素材的A、E、I、O四种性质断判间的真假对当关系情况(即直接推理),有时也是或然的(即真假不定)。

上反对关系(A与E之间的关系),一方真则另一方必假,但一方假则另一方不定。换句话说,A与E不可同真但可同假。例如:

①所有违法犯罪都要受处罚(A真),所有违法犯罪都不要受处罚(E假);

②所有反革命罪犯都适用缓刑(A假),所有反革命都不适用缓刑(E真);

③所有被侦查的对象都是犯法的人(A假),所有被侦查的对象都不是犯法的人(E假)。

下反对关系(I和O之间的关系),一方假则另一方必真,但一方真则另一方不定。换句话说,I与O不能同假但可以同真。例如:

①有的侦查活动是可以公开的(I真),有的侦查活动不是可以公开的(O真);

②有的侦查工作是需要计划性的(I真),有的侦查工作不是需要计划性的(O假)。

差等关系(A和I、或E和O之间的关系),上方真下方必真,上方假则下方不定;下方假上方必假,下方真则上方不定。换句话说,A与I、或E与O可以同真也可以同假。例如:

①所有被逮捕的人都是触犯了法律的(A真),有的被逮捕的人是触犯了法律的(I真);

②所有公安干警都是搞侦破工作的(A假),有的公安干警是搞侦破工作的(I真);

③所有公安干部都是少年(A假),有的公安干部是少年(I假);

④有的在职公民是没有被剥夺政治权利的(I真),所有在职公民都是没有被剥夺政治权利的(A真);

⑤有些罪犯是少年(I真),所有罪犯是少年(A假);

⑥有少数人可以不受法律约束（$I$ 假），所有人都可以不受法律约束（$A$ 假）。

以上真假不定的推论，都属于或然的。我们可以说，在整个侦查阶段，侦查人员作出或然性的推论并不少见。

（3）变形法

我们知道运用换质的变形法直接推理，不能违反"在改变原判断的联项的同时必须把原判断的谓项概念换成原概念的矛盾概念"这条规则。例如"某死者不是青年人"这一判断，就不能换质为"某死者是老年人"。但是，在侦查工作中，这样的换质并非完全不可以，只要在变换后的联项前面加上一个推测性的语词"可能"就行了。当然，换出的"死者可能是老年人"这个推论是或然性的。

用换位法，必须要遵守"换位后推出的新判断中的概念不得改变原判断中的概念外延"这条规则。这条规则就是要求：原判断中不周延的概念，在结论中不得变为周延的；原来周延的概念，在结论中仍然是周延的。例如，我们根据现场勘查的材料，作出"某案的犯罪分子是具有作案工具奶头锤的人"这个判断后，不免还要思考：是否"具有奶头锤的人"就是该案的"犯罪分子"呢？从形式逻辑上看，显然不能。因为前面那个判断，本身推导不出"具有奶头锤的人是犯罪分子"这个判断，"具有奶头锤的人"这个概念在前提中不周延，到结论中却变为周延的了，这当然不行。但只要在该判断词前加上"可能"，即"具有奶头锤的人可能是犯罪分子"就行。这样或然性的论就能为侦查工作所用。

1.3.2 间接推理的或然性

（1）三段论或然推理

直言三段论是演绎推理里最主要的一种。为了确保其结论真实可靠，它的先决条件是"前提要真实可靠"。达到"前提真实"这个条件固然很好，但在实际应用中，这个条件有时不容易具备，尤其是侦查工作，能保证三段论的形式正确，但不能保证大前提的真实是常见的。例如，在某时间到过某案现场的人就是此案的作案者，

某人是在某时间到达某现场的人，所以某人是此案的作案者。这个三段论的形式是正确的（*AAA* 式，第一格），但大前提就不能保证确切无疑。因为由于主客观原因，有时侦查人员无法确保在某时间到过某案现场的人就必然是该案作案者，有可能不是在某时间或没有到过某案现场的人是作案者。如真正作案者是在另一个时间（预先控制，造成时间差）或间接造成现场这个结果（寄爆炸物）等等。这种大前提本身带有或然性（即不能确保真实可靠）的三段论，其结论也是或然的。

另一方面，违反三段论规则的推论也不真实可靠，即不合逻辑。例如：盗某物的人是穿黑衣者，*A* 某是穿黑衣者，所以 *A* 某是盗某物的人。这个三段论违反了“中项概念在两个前提中至少要周延一次”的规则，它虽然是个错误的不符合逻辑的三段论，但对侦查工作却有用处（只要把结论看成是或然的就行）。又如违反了“在前提中不周延的概念不得在结论中变为周延的”规则的三段论。例如：“有的惯犯是亡命之徒，*B* 某不是惯犯；所以，*B* 某不是亡命之徒。”它虽然也不合逻辑，但如果把其结论视为或然的，就能应用到侦查工作中去。

(2)假言或然推理

假言或然推理有如下三种：

①作为大前提的假言判断的前后件之间无必然联系。如果以这样的假言判断作推理依据，结论虽不可靠，但有一定可能性。例如：“如果两人之间有深仇大恨，那么就会发生仇杀；张三与李四确有很深的仇恨；所以，张三和李四必然会仇杀。”这在一般逻辑教科书上，认为前后件之间无必然联系的假言判断是虚假的假言判断，没有必要去研究它，更不会以它作为大前提进行假言推理。可是在侦查实践中，用这样的假言判断进行推理，有一定的实用价值。因为前后件之间虽无必然联系，但却有或然的联系。

②以相对正确的假言判断作大前提。有些假言命题一般说来是能够成立的，但有例外情况。例如：“如果能打开这把锁，那么只

有用某把钥匙。”而事实上存在这样的可能：用另一把钥匙也能把这把锁打开。这样的假言判断，其本身就有一定程度的或然性，那么以它作为假言推理的大前提，其结论也只能是或然的了。

③违反了假言推理规则（前提真实，但形式结构错误）。这种假言或然推理主要表现在：充分条件假言推理用了“肯定后件式”或“否定前件式”；必要条件假言推理用了“肯定前件式”或“否定后件式”。例如：“如果谁是用三角刮刀刺死被害者的凶手，那么谁就有三角刮刀；现在查到张某有三角刮刀；所以张某就是刺死被害者的凶手。”这样一个推理，由于从肯定后件到肯定前件，违反了充分条件推理规则，因而结论只能是或然的。又例如：“只有具备作案时间的人，才能是作案者；现查明李某有作案时间，所以李某就是作案者。”这个必要条件假言推理，由于从肯定前件到肯定后件，因此结论也为或然。

(3)选言或然推理

选言或然推理的应用主要适用以下三种情况：

①驳斥的选言肢尚未彻底。我们知道，只有将要驳倒的选言肢彻底地驳倒，结论才会真实可靠。倘若要驳倒的选言肢并没有彻底驳倒，那么结论便具有或然性。有的案件在侦查过程中，办案人一时找不到足够的怀疑点，但又不能轻易地把一些对象否定掉。暂时找不到足够的怀疑点，就意味着在前提中存在着没有彻底驳倒的选言肢，用这样的选言判断作前提推出的结论便具有或然性。例如，某案的嫌疑对象共 8 个人，这就是说，以此作为选言推理的大前提，共有 8 个选言肢，在小前提中要驳倒 7 个选言肢，那么在结论中剩下的那一个肢才必然可靠。但是，倘若在小前提中只驳倒了 6 个或 5 个选言肢，还有一个或两个选言肢，暂时找不到足够的证据把其彻底否定掉，那么剩下的最后一个肢（即嫌疑对象），就不能绝对肯定他就是作案人。

②大前提是相对“穷尽”的选言判断。侦查人员常遇到这样的情况：尽管驳倒了一些选言肢，但不能完全肯定剩下的一个选言

肢。这剩下的选言肢可能是真的，也可能是假的。这是什么问题呢？问题还是出在大前提尚未真正“穷尽”上。而以这种大前提尚未真正“穷尽”(即相对“穷尽”)为选言判断的推理，在刑事侦查中使用得相当普遍。多数案件在推定案件性质、作案条件及作案人上都要用到它。例如，某校办工厂财会室发生了一起盗案。在被盗的钱柜上发现了较为清晰的指纹印是四个人的。我们可以由此作为四个选言肢组成大前提，尽管在小前提中驳倒了三个人，但最后在结论中剩下的那个人的，还不能绝对肯定是他作的案。因为大前提中的四个人的(指纹印)固然都是嫌疑对象，但有可能都不是作案者；真正作案人有可能戴着手套作案而没有留下指纹印，或者作案者擦掉了自己的指纹。这就是说，在大前提中就有可能遗漏选言肢。不过这种相对“穷尽”的选言推论虽为或然，但“真”的可能性大，“假”的可能性小。

③对尚未确定是否相容的选言推理有了肯定否定式。我们知道，不相容的选言推理既可用肯定否定式，也可用肯定否定式；而相容的选言推理只能用否定肯定式。可是在侦查实践中，常常遇到的选言判断暂时还无法确定是否相容。当然，用这种选言判断作大前提进行推理，一律用否定肯定式，无疑是对的。但仅仅局限在“否定肯定”这单一形式上，思路就会变得狭窄了。如果，我们大胆的采用“肯定否定式”，就可以改变这种状况。例如，发生在××次特别快车上的抛尸案。一具被肢解为四段的男尸，分别装在两只行李包里，份量较重。杀人、肢解尸体、运尸、抛尸的作案者是一个人，或者是两个人，或者是三个人，或者是三人以上，这四个肢判断组成一个选言判断(作为大前提)；当我们找到“是三个人”作案的证据时(作为小前提)；在结论中，就可以否定“是一个人”、“是两个人”、“是三个人以上”这三个肢。这样的推论，可以节省不少时间，加快了侦破速度。

在演绎或然推理中，还有联言或然推理、二难或然推理等。前者主要指联言肢本身含有或然的成分，那么结论也为或然。例如，

前面曾举例的我国《逮捕条例》第三条组成的联言判断，其中第二、三两个联言肢："其罪行可能够判处徒刑以上刑罚的"、"有逮捕必要的"，其本身就有或然性，那么"逮捕"这个结论也就有或然成分了。在公安、司法部门，对逮捕某人犯看法常常有些不一致，很大一部分原因即出于此；后者主要指作为二难推理的大前提，或者假言判断的理由与推断间并非有必然依存关系，或者选言肢并非穷尽一切可能。例如，"如果某人是盗窃者，那么某人身上有赃物；如果某人是盗窃者，那么某人表情不正常，"以此作为二难推理前提推出的结论，就是或然的了。

1.3.3 或然性推理的作用

或然性推理在一般的逻辑教科书中是较少(或根本没有)论及的，但在侦查逻辑中则应列为主要的内容，因为这是由于侦查工作的性质和特点决定的。侦查实践告诉我们，要求用确切无误的必然性判断来进行推理(尤其是在侦查工作的起始阶段)，实际上往往很难办到。客观事物极其丰富、多样、复杂，它是无限的，而人的知识(对客观事物的认识)总是有一定的局限性，再有本领的侦查员(包括福尔摩斯、奎恩、波洛之类的"大侦探")其丰富的侦查经验也还是相对的。在侦查工作中，有时用必然性的判断进行推理，有时也会用或然性的命题(甚至用假的命题)来进行推理。我们没有理由认为前者比后者优越；相反地，侦查人员最常用——而且最有效的思维形式往往是或然性的命题。这是因为整个侦查阶段对案情的了解几乎都处在推测的状态——即或然上，一旦对案件的主要侦查对象——作案人得出必然的推论时，那即接近结案了，案件的侦查工作也业已完成。

从逻辑上来看，我们固然希望求得必然性的认识；而对侦查工作比"必然性"的认识更有实际意义的却是"或然性"的认识。这一方面由于必然性的认识得之不易，另一方面"或然性"本身也有逻辑上的价值。它不但为侦查实践所证明，而且也符合人的认识事物的规律。人对客观事物的认识，总是由少到多，由表及里，由浅入

深，由未知到已知，由或然到必然。侦查人员对案情的认识也是如此，从勘查现场得到极少认识到掌握整个案情始末，一直在遵循着由推测到断定——即“或然”到“必然”的规律。

侦查上的或然性的价值，还表现在它的倾向性上。侦查上的或然，不等于毫无主见的既可这样，又可那样。比如，我们在作出“某案或许是假案”这个或然命题时，虽然没有完全断定是“假案”，但倾向在“假案”上。又如“某人大概没有凶器”这个或然命题，倾向于否定某人有凶器上。严格地说，那种不偏不依的完全“居中”的或然命题，在侦查思维中是不应存在的，而且也没有任何意义。任何的或然性的命题都应带有倾向性，这才有积极意义。

或然性的价值，还表现在程度的大小上。一般说来，或然性程度大的，价值就大；反之，价值就小。百分之零点一的可能是或然，99.9%的可能也是或然。侦查人员总是力求得到可能性大的、或接近可能性大的或然性的认识。前面讲的前提“相对穷尽”“相对正确”、“暂时穷尽”等的推论，就是可能性程度很大的“穷尽”、“正确”。这类可能性程度大的思维形式，在侦查中用得最多、最普遍，也最有效。不过，要注意的是，可能性程度再大，也不能与“肯定”或“否定”(即必然或不必然)划等号。哪怕已经有了99%的把握，也不要忘掉那百分之一的可能。所谓“不怕一万，就怕万一”，就是这个道理。

## 2 侦查的逻辑方法

### 2.1 信息处理法

信息处理法，就是应用信息论的原理处理和了解案情的逻辑方法。在侦查过程中，信息向侦查人员表露何时何场所发生何种犯罪活动。信息总是通过某种载体来传递的，例如，“某流氓犯罪分子在夜间袭击单身妇女”这样一条信息，或是由受害者的控告传递来

的，或是由过路群众揭发传递来的，或是由知情人检举传递来的等等，尽管载体的形式可能不一样，但这无关紧要，重要的是这条信息的本身。对传递来的信息，我们称之为“输入信息”。输入信息往往夹杂着不确切的成分，甚至完全是虚假的。这有可能是因为“受害者”出于陷害他人的目的而诬告，也有可能是检举揭发者记错了或者看的不准确等等。因此，对“输入信息”必须经过“处理信息”这个过程。

信息处理是指将已收集到的信息，进行分析、加工、整理、存贮、检索和传输等项工作，即进行由表及里、由浅入深、去粗取精、去伪存真的过程。一般有这样三个步骤：“滤波”、“验证”和“对照”。所谓“滤波”就是对无关信息的处理。例如，侦查人员在立案时，对收集来的各种材料要去掉与犯罪无关的部分。同时，对“输入信息”进行归纳、分类、整理，这些也都是“滤波”；“验证”，就是事实验证和逻辑证明。在对信息滤波之后，紧接着就要进行事实验证或逻辑证明。即对滤波后的信息，进行核验、证实。例如，各种材料真伪的验证，逻辑的科学断定等；“对照”，就是法律（条文）比照。我国刑侦人员对验证后的信息（当然是真实的材料），必须按照《中华人民共和国刑法》办理。例如，在立案中，某侦察员获知某处有几个人在某晚进行赌博活动，经查证这一“输入信息”完全确切。但是否要立案呢？这还要以这几个人赌博的实际情况，对照我国《刑法》第一百六十八条而定，如果符合此条款规定，那就要立案；如果这几个人仅有一般的赌博行为，还够不上犯有赌博罪，那就无需立案了。

在“处理信息”中综合运用了多种逻辑方法。“处理信息”是信息法的核心，它体现了该法最主要的过程。对输入来的信息经过处理后，就可称为“输出信息”了。对刑侦工作来说，信息经过立案“处理”，即可称为立案的“输出信息”。立案的输出信息，可以分为两种情况：立案的和非立案的。若属立案的，那么这种“输出信息”就成为刑案侦查的第二个环节——“勘查”的“输入信息”了。同理，经过勘查处理的“输入信息”，即为勘查的“输出信息”，……刑事侦查的

各个环节，"信息"都是如此地"处理"着。这种"处理"信息的流程，可用图 19.2.1 表示如下：

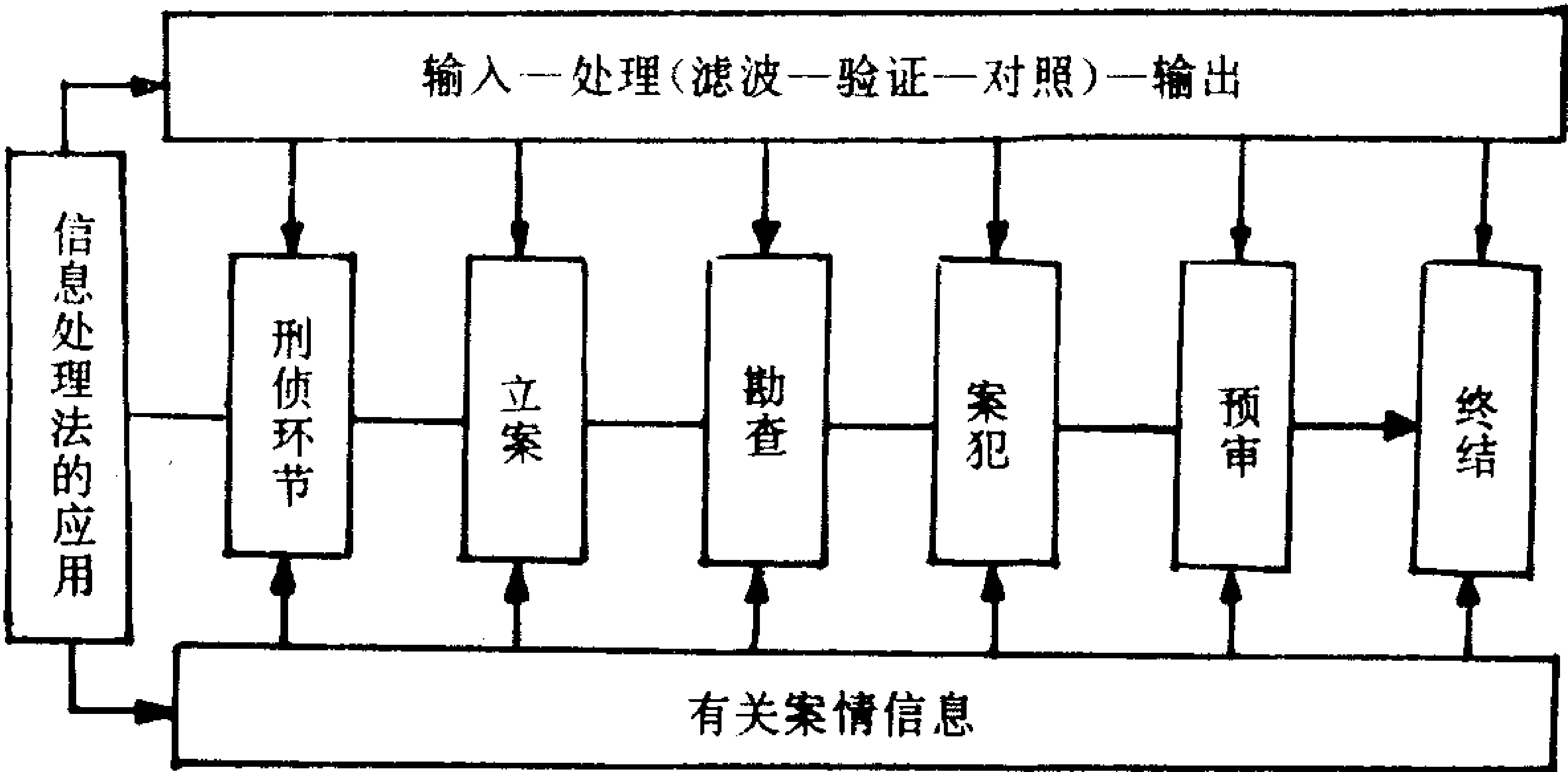



图 19.2.1

## 2.2 限制与概括法

### 2.2.1 限制法

侦查中运用的限制法，就是用增加概念内涵同时减少概念外延(即由属概念过渡到种概念)的逻辑方法来缩小侦查范围，从而寻找犯罪分子。例如，某夜某农业银行金库被盗案，失窃现金 16 万元。犯罪分子是什么样的人呢？根据现场勘查出来的鞋印和手套印之长度、步距，推断作案人身高 175-180 公分；再根据其现场有关痕迹，推测罪犯年龄当在 18—30 岁之间，不仅年轻高大，而且体魄健壮、胆大心细，是当地的小伙子。这是侦查人员替罪犯画的一张像。如果仅按这张像去查找罪犯，当然十分困难。该案侦查人员把符合这张像条件的嫌疑人比成一张大网中的"鱼"，整整 121 "条"。然而，121 个嫌疑对象，对破案的需要当然太多。于是放进大

点的网里“筛选”,还剩下51条。还是太多。再放大网眼“筛选”,余下15条。这15个嫌疑对象,与画像比对,形神皆似,在发案的时空上也相吻合。后来又经过一番精心“筛选”,只剩下四个嫌疑人。最后,又剔除了三个,仅剩下一个人了。此人,身高176公分,平日善交“绿林侠士”,喜欢使枪弄棒,年龄虽轻,盗窃史昭著,且技艺高超。他,就是当地县邮局投递员蔡某。破案结果证明,侦查人员的几次“筛选”是完全正确的。

侦查人员对此案的嫌疑人(符合“画像”条件的人),从121人减少到51人,再从51人减少到15人,又从15人减少到4人,最后到一人。这就是运用限制法,对“符合画像条件的人”进行多次限制,逐步缩小了“符合画像条件的人”这个概念的外延,也就是使侦查范围(作案嫌疑人范围)逐步缩小,完成了由属概念向种概念的过渡。

再举个用限制法破案的例子。某日,上海某县白莲泽水面和两岸苇丛、茭白田中,陆续发现碎尸12块,经拼接成一具完整尸体。死者女性,20多岁,双手有抵抗伤,系在睡眠状态中被他人杀害。杀人分尸工具有泥刀、锯子等。根据尸检情况判断,死亡时间应在那年10月19日晚。阴道中有精虫,可能由不正当男女关系引起。根据尸体特征,袜子上补丁和死者指纹比对,从失踪人口中查明死者为戴某,是在云南插队的上海知青。她返沪期间经常在公共场所游荡,自10月3日离家外出,16天行踪不明。经查实,与死者有过交往的男女流氓60多人,发生过腐化关系的7人,并查明了10月3日到19日下午她的行踪。经技术鉴定,尸块上沾附的煤屑、黄沙和铁屑,肯定是工业用煤、建筑用的沙和经过大炉锻烧过的铁屑。根据这三者(煤、沙、铁)能混到一起进行判断:杀人分尸现场可能在工厂大炉间旁边。以此线索,对7个腐化对象(即嫌疑人)进行调查,很快就找到了凶手孙某。孙某生活作风糜烂,独身住在针织12厂大炉间旁小屋内。19日孙带戴到屋内奸宿,事后两人发生争吵,孙即杀戴,并分尸抛尸。此案在查找凶手过程中,从“与死者有过交

往的60多人”限制到“发生过腐化关系的7人”，又限制到能有条件同时接触“煤、沙、铁”的腐化分子孙某，完成了破案任务。

2.2.2 概括法

侦查的概括法，就是用增加概念外延同时减少概念内涵(即由种概念向属概念过渡)的逻辑方法，来加深(提高)对案情实质性的了解。例如，某市房产管理所的一名干部黄某，通过住户张某，“买”到一台极便宜的24吋“索尼”牌彩色电视机(价格还不到市价的一半)。张某也得黄某的好处，张通过黄的关系又分配一套住房，准备给儿子结婚时用。而这套住房按原先计划应分配给陈某的。张某不符合再分配一套新住房的条件。陈某将此事告发到区检察院。检察院派员进行侦查。从现象上看黄某当然不对。但黄某是否犯了罪呢？似乎一下子看不出来。如果我们用概括的逻辑方法，就不难解决这这个问题了。仅仅以黄某“买”了一台便宜的电视机，是不好判明他犯了罪的。但是，他这台便宜货也实在太离“谱”了，所谓不到市场价格的一半，那就是“便宜”了2000多元，市上没有如此便宜的彩电。再把“买”便宜电视机与替张某解决一套新住房联系起来，问题就清楚了。“便宜”的2000多元，事实上是黄某收受了张某赠送的“礼金”；黄某是国家干部，他以权谋私，为张某解决了一套不该分配的住房；张某是房客，黄某收房客礼(金)是国家工作人员利用职务上的便利、收受贿赂的行为；根据《中华人民共和国刑法》第一百八十五条规定：“国家工作人员利用职务上的便利，收受贿赂”，是犯了“渎职罪”。通过概括，我们不难看出，黄某是犯了渎职罪。

侦查此案例，从认识事实特殊的具体对象(便宜彩电)过渡到一般的本质规律(渎职罪)，使我们加深了对原事物的理解。概括法即扩大概念的外延，找出事物的共同属性，可以揭示事物间的一般的规律。但是，概念的概括，必须恰当，决不可无原则地拔高或无限上纲。例如，某人因私心较重贪图小便宜，趁公共厕所无人，起走了天花板上的电灯泡，若以此概括到“盗窃国家财物，破坏公共设备

造成极坏影响，应予以定罪惩处”就不妥了。

运用概括，必须是从种概念概括为它的属概念，而不能随便进行似是而非的扩大。例如，我们决不能把“研究宗教的学者”概括为“宗教徒”；也不能把打赌闹着玩的人概括为赌博犯。因为“宗教徒”根本不是“研究宗教的学者”的属概念；“赌博犯”也不是“一般打赌闹着玩的人”的属概念。“宗教徒”与“研究宗教的学者”之间，“赌博犯”与“一般打赌闹着玩的人”之间是不相容的、互相排斥的关系。而“属概念”与“种概念”之间却是相容的，从属关系，“属概念”真包含“种概念”。

## 2.3 观察法与侦查实验

### 2.3.1 观察法

观察法，就是通过感觉器官，对在自然条件下发生的现象进行有目的、有计划地认识活动的方法。在刑事侦查工作中，勘查现场，检验尸体、物证和文件等等，都要用到观察法。观察法不同于一般的感知。它是主动的、有目的的科学研究活动。侦查人员为了破获案件，往往要在犯罪现场有计划地勘查犯罪分子留下的足迹、指纹、血迹等之类的痕迹，常常还要勘查犯罪工具、毛发、衣物等。这种观察比一般感觉要复杂得多、深刻得多。如，头发下面有无伤痕，伤口周围有无试探伤，血点的形状如何，血点喷溅情况怎样，挫伤轮的具体状况等等，都要全面地、仔细地、反复地察看。有的刑案现场被犯罪分子故意破坏了（或被他人无意破坏了），有的罪犯在现场制造了假象，这些都会给观察增加新的难度。因而需要更加细心、谨慎。

在进行观察时，应注意两点，第一，要力避主观片面。倘若观察不全面，稍有遗漏或疏忽，就会发生错误。有这样一个案件：某侦察员由于对现场勘查的某些环节不够细致，就认为罪犯没带任何工具，木柜是罪犯用手扳开的；而实际上罪犯却带有钢筋棒，撬开木柜，把作案工具扔掉了。而且，对罪犯留下的踪迹观察也不全，只勘

查了罪犯的去路，没有勘查其来路，跟踪到惠丰八队桥后，罪犯脚踪消失，就误认罪犯拐道而行，没有坚持继续向前追；实际上，罪犯过桥后，沿线还走了一段路才进田间，并在一渠沟内分赃，烧毁了存款单，留有明显痕迹。第二，要仔细准确。例如，某新村有两户居民，一户姓朱，一户姓陈，两家因生活琐事发生争吵，进而发展到互相殴打，经旁人劝阻无效。一次殴打中，陈被朱踢了一脚。数日后，陈突然死亡。事后两天，家属发现尸体右下腹部有一生前未发现的青紫块，于是要求某法医鉴定。某法医仔细观察了这个"青紫块"，他认为：若被踢而死，那死者的伤口将会呈现青紫色的皮下血肿；陈某腹部的斑痕外观甚似皮下肿引起的青紫块，其实是尸体腐败而形成的尸斑。但陈的家属不服，部分群众也议论纷纷。后经生理化验，证明某法医的观察是完全正确的。

由于人的感觉器官上的限制，有时在直接观察下解决不了"宏观"或"微观"上的认识，这时就需要借助各种仪器来观察。如勘查现场，就需要照相机，放大镜等，侦查长距离目标，需要借助望远镜，观察头发的断层，笔画次序等，需借助显微镜等科学仪器。

2.3.2 侦查实验

侦查实验，就是侦查人员为了达到了解某一原发案情的目的，在人工制造的一定条件下，引起某种现象变化的观察研究方法。在侦查工作中，进行侦查实验，对弄清当时事情真象，正确揭发犯罪并找出犯罪人具有重要作用。为了检验在同一条件下，某动作或行为是否会引起某种结果，这些结果与我们所掌握的材料或分析是否相符等等，都可用侦查实验来鉴别。

例如，某日早上，某市轻化公司仓库保管员刚上班，即发现少了八套轮胎。现场就在公司院内一号仓库。市公安局侦查人员来到现场勘查，发现仓库所有的窗户插销完好，六扇门的门锁无损。库房的东南面紧依大院围墙，墙外就是郊区的庄稼地。仓库水泥地面上，布满了尘土，地面的四周是一堆堆排列有序的轮胎和橡胶。库房南墙上有一排通气窗，距地面 3 米高，用铁棍加固着，关闭严

实。仓库保管员证实，最后一次清仓时间为1月14日（此案发生在同年2月13日），当时没有发现轮胎丢失。被盗的轮胎型号是900-20，直径为100厘米，厚度22厘米。这些轮胎究竟是怎样被弄出仓库的呢？作案人是不是公司内部的？经侦查人员仔细勘查每一个角落，终于发现了可疑的线索。仓库内东南角窗下，有一自制吊车，在吊车旁找到两枚纽扣，其中有一枚是黑色的，纽扣外端有重度擦痕。经查实，这两颗纽扣不是公司职工的。那么，纽扣很可能是外部来的犯罪分子盗窃轮胎时擦掉的。吊车的顶端，恰与仓库的窗户下沿平行。窗户上有一块玻璃已经破碎，手从外面通过玻璃洞可以拔掉插销。这里很可能是犯罪分子的出入口。加固窗户的铁棍与窗沿之间距离是22.5厘米，人可以钻进来。窗外正好有半截砖墙，有被人蹬踩过的痕迹。那么犯罪分子应是从这里潜入仓库的。但一测量，窗口的宽度只有97.5厘米，100厘米的轮胎怎么弄出去呢？于是作了一次侦查实验。一名侦察员扮作犯罪分子，根据作案时等待运出赃物的紧迫心情，登上吊车顶端，把同样型号的轮胎在铁棍与窗沿的间隙，猛力一推，轮胎受挤压变形，被挤出了窗外。侦查实验告诉我们，作案者不是来自公司内部，赃物是从气窗口挤压出去的，从而明确了侦查方向，很快就破获了此案。

我们知道，归纳推理是从研究单个事实开始然后进行概括的。而搜集材料对归纳推理来说，是十分重要的一个基础阶段。在这个基础阶段中，观察和实验正是搜集经验材料的重要逻辑方法。实验与观察是紧密相联的，观察是实验的基础，实验所得的材料比观察所得的材料更为精确可靠。所以，实验也可以说是一种更为精确的观察方法。但并不是任何现象都可以进行侦查实验的。比如不能用人来做被杀、被毒等的实验。如果要作这类的侦查实验，可以进行模拟实验，或用动物替代。

### 2.4 比较法与分类法

#### 2.4.1 比较法

比较法，就是确定对象、现象之间的共同点和差异点的逻辑方法。比较又称比对。在侦查工作中，确定两个指纹、两个足迹、两根毛发、两个作案工具、两种痕迹、两种笔迹等等，或两案（或数案）的特征是否相同或相似，这都要用到比较法。

例如，某年秋冬发生在安徽省当涂县、江苏省常熟县和武进县的三起杀人抢劫案。虽然这三起案件的地点相距较远，但三案的性质一样，三案所侵害的对象都是县下面的农村供销店；从作案手法上看，三案都是先削断窗上木栅，然后破窗而入；三案被害者的伤口，都是肉斧所形成的；三案发生的时间，都在吴某从某劳改队越狱潜逃的156天之内，地点都在罪犯流窜的路线上，而且越狱潜逃的手段与三案相同（即削断窗栅）。经过这几方面特征的比较，侦查人员认为三案可能是同一罪犯所为，即吴某所为。破案后证实，侦查人员用比较法得出的认识是完全正确的。

比较法对侦查人员大有用处，用这种方法常可解决侦破中的关键问题。例如，南京某碎尸案，是通过陈某在进某厂时填写的一张职工登记表上显现的一枚左手汗液掌纹，与死者掌纹比对，完全相同，才正式认定死者就是陈某的。另外，在进行比较时，必须就事物的同一方面或实质性方面进行比较。例如，比较甲、乙两个罪犯的罪行大小，必须就两个罪犯的犯罪情节、对社会的危害性、认罪态度、犯罪的动机、目的等方面进行全面的比较。而且必须用同一标准进行比较。例如不能以甲的认罪态度与乙的犯罪动机进行比较，通常也没有必要就两个罪犯的性别、年龄、籍贯等非实质的方面进行比较。

2.4.2 分类法

分类法，就是根据事物的共同点与不同点，把具有某一属性的对象归入某一个类，把具有另一属性的事物归入另一个类的逻辑方法。分类是在比较的基础上进行的，它是科学研究中不可缺少的一种方法。我们知道，科学是研究事物的普遍规律的，而普遍规律就是一个个类的事物的规律。例如，刑事侦查学研究侦破各种刑案

的方法和规律，就要把各种刑案归入不同的类。

侦查工作中的摸底排队，就是一种分类法的运用。例如，分门别类地给嫌疑分子排队，排他们的时间，排他们的动机，谁的可能性大。甄别嫌疑，确定案件的性质，也可以进行分类。例如，扬州某地发生的一起凶杀案，在侦查刚开始阶段，此案的性质还不好确定，有可能是"情杀案"，这样摸底排队的范围就可能要小些；有可能是"财杀案"，这样摸底排队的范围可能要大些。在"情杀"与"财杀"里，分别都有"生人"与"熟人"作案的可能性。如果作案者与被害者是"熟人"，那么，摸底排队的范围就要小些，如果作案者与被害者是"生人"，那么摸底队的范围就要大得多。此案就是通过这样的分类方法，分批分类分种排查了若干嫌疑人，从而确定了"生人"财杀的性质，为最终破案打下了良好的基础。

### 2.5 分析法与综合法

分析法，就是在思维中把事物分解为各个部分或因素，分别加以考察的逻辑方法。侦查工作中，在研究某一案情时，可以从作案时间、作案场所、作案手段、作案动机、作案的性质和作案人的条件等各个方面分别考察，这些都是分析。分析案情的各方面情况，对侦查工作是至关紧要的，我们就以"作案手段"来说。例如，某县公安局接到一份报案材料：邮递员王某送信至公路上，与某大队某女青年相遇，向南方并走，这个邮递员便产生了邪念，企图对该女青年施暴，正当这时，突然传来拖拉机声响，将王某惊跑，致使其罪行未能得逞。侦查人员针对这份报案材料，就要进行分析：王某路遇这个女青年后，对女青年产生罪恶的念头，但是否把这种思想付诸行动，实施了强奸行为。如果说实施了强奸行为，只是因为听到拖拉机响声，王的行为未能得逞，这是强奸未遂，应报捕法办，如果没有行为，仅有强奸之思想、还未来得及把这种思想变为行动，就听到了拖拉机响声而跑掉，这就不能立案报捕。

根据分析法，侦查人员虽然了解某一事物的各个部分的情况，

但是没有了解这一事物的完整情况,要了解事物的完整情况,还必须采用综合法。所谓综合,就是在思维中把事物的各个部分,各个因素合成一个整体来考察的逻辑方法。侦查一起案件,要把作案时间、场所、手段,目击人的证言,以及现场的遗迹等各种材料综合起来考察,形成对这个案件的总体认识。这就是综合这种逻辑方法的应用。而“综合”又离不开“分析”,因为分析与综合,虽然是两个方向相反的思维过程,它们之间有明显区别,但又有着密切的联系。没有分析就没有综合;没有综合,分析往往就会片面,分散。

侦破人员在认定犯罪事实和推测案情时,经常要同时运用分析和综合方法。例如,在侦破董××强奸案中,侦查人员听被害者说,她是从香河附近搭上三轮摩托车的。以此分析,犯罪分子驾驶的三轮摩托很可能是宝坻县、香河县开往北京市区的。罪犯强奸时,三轮摩托停靠在丰台至周口店的马路上,作案时间已是晚上10点多。从这些情况分析,这部三轮摩托不像是外地的,而是市内或市郊丰台、房山一带的。因为外地车辆进城一般不会这么晚。被害人几次指出,犯罪分子卸木箱的房子是在一座城楼附近,分析罪犯驾驶的这辆车很可能是市内的。再根据被害人同犯罪分子有一定时间的接触,犯罪分子的体貌特征容易在被害人面前暴露(分析被害人提供的情况是破案的重要依据)。总的综合起来看,犯罪分子约40岁,住在本市区内,他驾驶的三轮摩托车先是由宝坻、香河一带拉货(三个木箱)返回城里,后又将被害人带到丰台路口作案的。侦查人员用这分析和综合方法,将该案犯罪分子的形象特征刻画出来了。根据这一形象特征,再用摸底排队等方法,终于将家住建国门某胡同的犯罪分子董××抓获归案。

### 2.6 侦查描述

侦查描述,是指通过对某侦查对象的某些外部特征的描绘(包括塑型)或叙述,以达到揭示其内涵的逻辑方法。例如:

①死者是一个40岁到50岁之间的中年男子,身高

1.65 米左右，是北方人，身体瘦弱，驼背，腿部多毛。生前曾经做过盲肠手术，得过肺结核，患有痔疮和瘘疮，血型为 BM 型。从血液流失、尸斑、尸僵的情况分析，死亡时间距发现时间（某年 2 月 25 日）大约 3 天到 4 天。

②杀人犯张学民，男，20 岁，身高 1.6 米左右，西安口音，留学生头，身瘦，脸小，尖下巴、小眼睛，腹部有动过手术的痕迹。逃跑时上身穿着白色长袖的确良衫，内有枣红色带领汗衫，下身着兰色料子裤，脚穿西安造黑色塑料泡沫鞋（37 码，从后边勒带）。

揭示某"死者"和"张学民"这两个对象的内涵，主要用的是描述的方法。刑侦部门常用此法来描述侦缉的对象、作案的嫌疑人或无名被害者等。用侦查描述法塑原头像，对侦被多年陈案非常有效。例如，某处四号工地，在一间被拆除的平房水泥地板下，发现一具尸骨。从颅骨顶部残留的一个内陷骨折的印痕判断，死者是受到斧背锤击而丧生的，可见这是一件凶杀案。但是，从尸体腐败程度判断，该案发生在 30 年之前。从腐败的包扎物和衣服碎片分析，凶手在作案之前已有周密考虑，且至少有两人参加。经化验，死者为男性，血型 AB，与本地区十来起未破获的旧案都对不上号。时间相距太长，从查找凶手入手是行不通的，只有以发现的这具尸骨为侦破的起始点。技术部门根据死者颅骨特征，复原（即描述）塑出其头像，供有关群众辨认。当天，一位老大娘带着一个男青年刚走进放置这塑像的屋子，就指着塑像哭喊着道："孩子，这就是你爹！"这位老大娘，立即认出这是她 30 年前突然失踪的丈夫头像……那天是星期六，她带着孩子回娘家去，第二天晚上回来，到家后丈夫不在家，又过了一夜，他还是没有回家，周围附近都找遍，仍不见踪影。只有一位邻居说，那天星期六晚上，药店胡老板的管家阿三喊他出去过。从此以后，一直没有他的下落。尸骨是从四号工地、也

就是当年胡老板药店库房地板下发现的，凶手很可能是胡老板和阿三。现在胡老板已不在人世了，可他的小老婆还在，阿三也在。当年的阿三依仗胡老板的势力，干了不少坏事，如今已是年近六旬的老头子了。开始把他从乡下找来，他还想抵赖，当听说要带胡老板的小老婆前来对质，他慌了，只好交待了他们杀害这个男人的罪行。

### 2.7 排疑法

排疑法，就是根据已掌握的情况，通过对案件疑点的逐步排除，从而认定案情事实的逻辑方法。排疑法的运用可以分如下两步：

#### 2.7.1 初始排疑

就是在侦查的初始阶段，根据已知某些事实材料（主要是从现场勘查中得到的材料），通过对案件某些疑点（包括作案嫌疑人）的排除，以作出否认某些疑点的断定。以$((p_1 v \cdots p_n) \rightarrow q)$表示案件在侦查初始阶段提出的命题，其中$(p_1 v \cdots p_n)$表示人们根据一定事实情况，对疑点的几种可能选择的断定；“$q$”表示待查清的嫌疑情况。

#### 2.7.2 排疑认定

就是在侦查认定阶段，根据已知某些事实材料，通过对案件某些疑点的排除，以作出并非不是某情况（包括作案人）的断定，即认定某案情事实（包括作案人）。可用符号形式表示：$((\neg p \rightarrow q) \wedge \neg q) \rightarrow (\neg\neg p(p))$

例如，某县女村民徐××被刀砍伤案。10日晚她刚擦好澡坐在屋内打毛线，忽然头部被一个从家里窜出的犯罪分子连砍了数刀，凶手当场逃跑。经现场勘查，侦查人员一致认定这是一起凶杀案件。起初，认为这起凶杀案不外乎三种可能：一是谋财害命；二是私仇报复；三是奸情杀害。经过进一步查证，受害者家中缸罐、衣物、橱柜等处均未翻动，也未发现现金、物资被窃，首先否定了谋财的可能，接着也否定了“私仇报复”和“奸情杀害”的可能。因为排查

的郭××、朱××和蔡××等嫌疑人，或不具备作案时间、或不具备作案动机等必要条件。“如果是郭××作的案，那么郭××应有作案时间”、“如果是朱××作的案，那么朱××应有作案时间”、“如果是蔡××作的案，那么蔡××应有作案动机”…(用符号表示：$((p_1 \vee p_2 \vee p_3 \cdots p_n) \rightarrow q)$以“$\neg q$”表示在侦查工作中进一步所获得的事实情况，作为对“$q$”嫌疑情况的否定。“郭××、朱××无作此案的时间，蔡××无作此案的动机”，就是表示“$\neg q$”的。通过对嫌疑情况的否定，得出对几种可能选择情况的否定(用符号表示：$(\neg p_1 \wedge \neg p_2 \wedge \neg p_3 \cdots \neg p_n)$)。

经过深入侦查，发现本村17岁的朱×的疑点上升。侦查人员作出如下一些命题：“如果朱×对徐××行凶是假的，那么朱×的鞋子与现场留下的鞋印是不会符合的”、“如果朱×对徐××行凶是假的，那么朱×衣袜上的血迹与徐××血迹是不相符的”(符号表示：$((\neg p) \rightarrow q) \wedge \neg q)$)。“$\neg q$”表示进一步所发现的事实情况，并以此对“$q$”的否定。再经侦查验证：“朱×的鞋子与现场的鞋印完全符合，并从他交出的衣服、袜上发现的几滴血迹与徐××血迹相符”($\neg\neg p$)，表示对认定的某疑点(包括作案人)是假的否定，即表示对某疑点的排疑认定：“并非朱×不是行凶人”。再由“$\neg\neg p \leftrightarrow q$”，即得出“朱×为行凶人”的断定。

排疑法对侦查破案工作有特殊的作用，它可以说是侦查逻辑特有的一种逻辑方法。侦查实践表明，排疑法同形式逻辑的思维规律、思维形式和逻辑方法，往往是互相配合应用的，这样，才能使它作为一种破案的思维工具，发挥出更大的效力。

### 2.8 必要条件法

必要条件法，就是以形成案件的某一个或几个必要条件为假言命题的“前件”，而推知“后件”(即作案人)的逻辑方法。这种方法常被侦查人员采用。我们知道，侦查破案运用充分条件假言推理，可以通过肯定前件而肯定后件，或可以通过否定后件而否定前件。

这两种推理形式的结论绝对可靠,当然很有逻辑性。但可惜的是,在侦查实践中,运用充分条件假言推理的形式并不多见。例如,当我们只有已知"某人是某案的作案人"时,才必然地推知"某人具有作案的时间"。前一个命题(前件)是后一个命题(后件)的充分条件,由前一个命题(前件)必然地推出后一个命题(后件),结论可靠无疑。但是,绝大多数案件的侦破,所表现的思维形式,是与此颠倒的,即侦查人员绝大多数是先找出具有作案必要条件的嫌疑人,然后再逐步找到作案人。

从演绎逻辑的规则来看,必要条件的假言推理不能由"前件"必然地推出"后件"。还是以"作案人"与"作案时间"为例,如果我们以"某人具有作案的时间"就肯定"某人是某案的作案人",那就违反了推理规则,不符合逻辑了。这是一般逻辑教科书必须强调的地方。因此,对这种由"前件"到"后件"的必要条件假言推理,似乎没有探讨的必要了。可是,我们在研究侦查逻辑时,却发现这种违反规则的必要条件假言推理作为一种逻辑方法,在侦查实践应用中,是很有价值的一种思维工具。

侦查人员经常以作案人在现场遗留下的痕迹或物品等推测作案人与被害人的关系、作案人对现场的了解情况、作案人事先是否具有作案工具或预谋,以及作案的时间、作案的动机等,这些都是形成作案人作案的必要条件。侦查人员在寻找作案人时,总是先把具有作案必要条件的人列为嫌疑人,只是具有作案的必要条件之一者就应列入嫌疑人之内,具有作案的必要条件愈多者作案的嫌疑就愈大。然后再逐步缩小嫌疑人的范围圈,最后找出作案人。此时,作案人必然具有作案的所有必要条件,即上升为"充要"条件了。我们可以说,侦查破案工作的意义就在于:从纷繁的与条件有关的情况中找到了作案的嫌疑人,再从作案的嫌疑人找到真正的作案人。这个思维过程,如图 19.2.2 所示。

任何案件之间不完全是互相雷同的,每一件具体案件,都有它自己以区别其他案件的特色,即形成它自己特点的必要条件。例

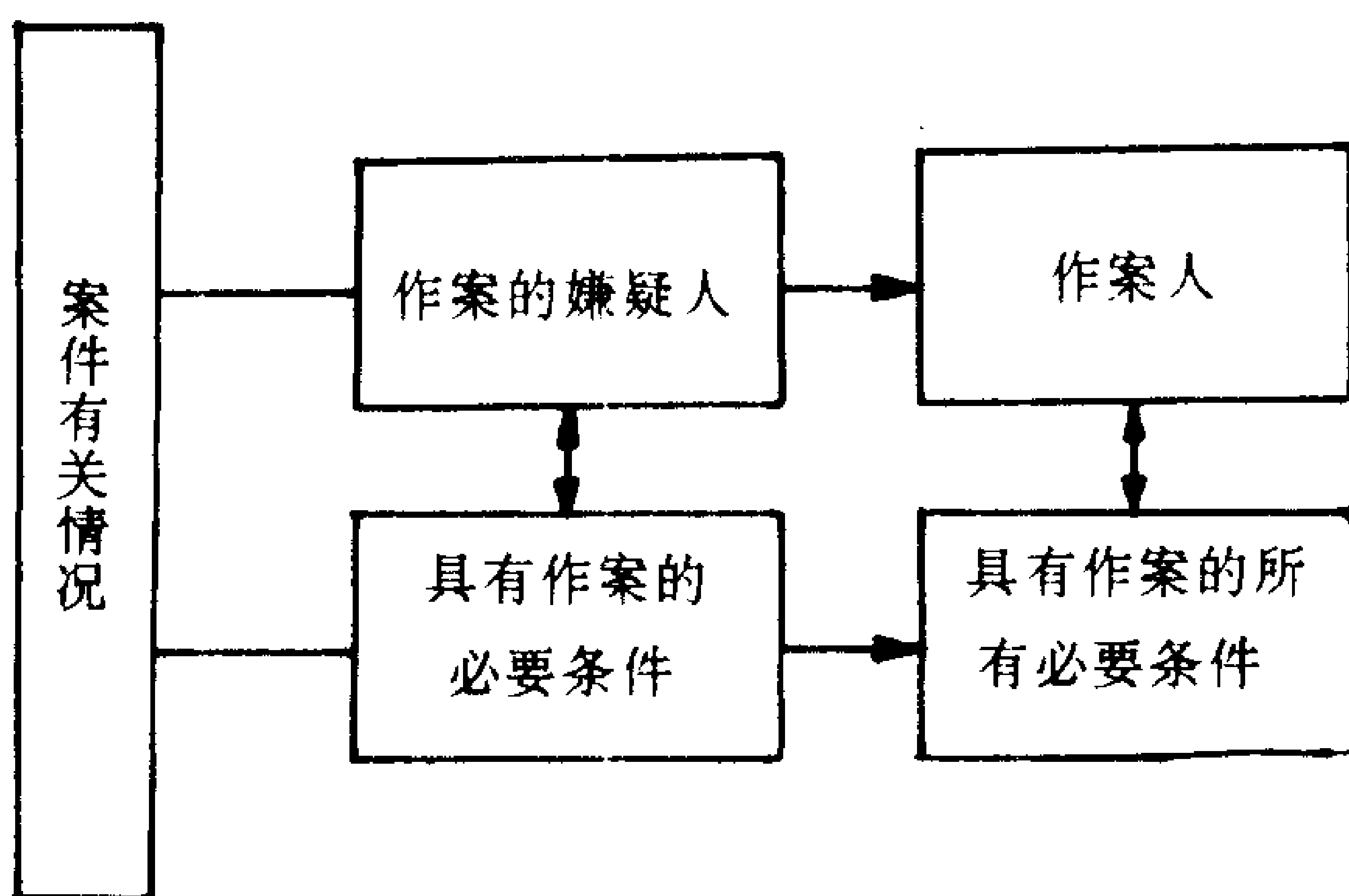



图 19.2.2

如，前面曾举过某女尸案例，在该案的抛尸现场发现有经过锻烧的煤、铁、砂混合物沾附在尸块上，这是形成此案的特殊必要条件。在确定嫌疑人时，就要注意将能接触这“煤、铁、砂”混合物的人列入之内。无疑，特殊的必要条件，比一般的必要条件要重要得多。也就是说，具有作案特殊必要条件的作案嫌疑人，是“作案人”的可能性就大。

我们前面已说过，具有作案必要条件的人就有可能是作案人，就应列入“嫌疑对象”。但是“作案的必要条件”对“作案人”可能性的大小是不一样的。我们可以把形成作案的必要条件分为“重要的”、“一般的”、“次要的”等几种。“重要的必要条件”，是指作案的时间、场所等，“一般的必要条件”是指作案的动机、手段等，“次要的必要条件”是指对现场的了解情况等。一般地讲，凡是具有作案“重要条件者”，作案的可能性就要大些；具有作案“次要的必要条件”者，作案的可能性就要小些。侦查人员应该化大气力，把工作重点放在寻查具有作案“重要必要条件”的嫌疑人，尽量求得“可能

性”程度高的推论。

另外，运用必要条件否定作案嫌疑人，也是侦查人员惯用的方法。例如，“只有具备作某杀人案动机的人，才能是凶手；某人不具备此杀人案动机；所以，某人不是凶手。”我们通过否定必要条件假言命题的“前件”，而必然地否定其“后件”。其实，这个推理形式是充分条件假言推理否定后件式的变形，即在大前提将充分条件假言命题变换成必要条件假言命题（“前件”与“后件”对调），先否定“前件”就是充分条件假言命题的“后件”，结论中否定的“后件”就是充分条件假言命题的“前件”。例如，“如果某人在某案发案时他在现场，他才能是案犯”；现查明某人在某案发案时确实不在现场，那么可以断定某人肯定不是案犯。

## 2.9 归纳法

归纳法，就是以个别性知识为前提推出一般性知识的结论的逻辑方法。在侦查中，它常用在揭示带有规律性的案件。例如，从以下的尸表特征：

①颜面青紫肿胀，眼睑结合膜有出血斑点或水肿，口唇发绀等窒息现象；

②颈部两侧常有指头的压痕，呈椭圆形。如果手的虎口部位压迫喉结，常出现条状伤痕，或片状出血。有时还会形成甲状软骨和环状软骨的中心线完全或不完全骨折，舌骨大角往往骨折；

③尸体其他部位特别是胸部常发现表皮剥脱、皮下出血；

④尸体周围常有搏斗痕迹。尸体的手指、颜面、颈、胸、背等部常有挣扎抵抗伤痕；

⑤掐痕在刚死的尸体上不明显，约经10小时后，逐渐明显；也有的因凶手掐力不大，作案时间短，或者衣物垫于手与颈之间，掐痕也不明显，但用酒精棉擦拭即可映

清楚。

可以归纳出一个结论：凡尸体表面具有以上特征，即为被他人掐死。这是用科学归纳法所得的结论。在通常情况下，总是表示带有规律性的命题，所以，具有相当的可靠性。

归纳法的效用，还表现在对串案的侦破上。例如，在某年一月份的最后一周内，六合县灵岩山麓连续发生了四起拦路强奸案。侦查人员根据这四起强奸案在作案时间、地点、方法手段、目的动机、侵害对象等几个主要方面相同或相近或相似，于是推测这几起案件系某一犯罪分子所为。这种方法的思维形式结构如下：

$S_1$ 是"$a_1$、$b_1$、$c$、$d$、$e_1$"$\rightarrow p$；

$S_2$ 是"$a_2$、$b_2$、$c$、$d$、$e_2$"$\rightarrow p$；

$S_3$ 是"$a_3$、$b_3$、$c$、$d$、$e_3$"　　$p$；

⋮

$S_n$ 是"$a_n$、$b_n$、$c$、$d$、$e_n$"　　$p$；

（$S$ 类中只有 $S_1$、$S_2 \cdots S_n$ 这些分子）

---

所以，所有 $S$ 都是 $p$。

上面式子中的符号分别代表为：$S_1$、$S_2$、$S_3$（串案 1、2、3）；$S_n$（串案的所有数量）；$a_1$、$a_2$、$a_3$（串案之 1，2，3 的各自作案时间）；$b_1$、$b_2$、$b_3$（串案之 1、2、3 的各自作案地点）；$c$（作案方法手段）；$d$（作案目的动机）；$e_1$、$e_2$、$e_3$（串案之 1、2、3 的各自侵害对象）；$p$（某犯罪分子所为）。

这个式子与完全归纳推理的形式结构几乎一样。但我们知道，完全归纳推理的结论具有必然性；而运用这种归纳法侦查串案得出的结论却具有或然性。这是因为虽然该归纳推理所考察的前提为数有限，而且其结论没有超过前提的范围，但是作为前提的数起案件之间的所有特征并非完全相同，有的仅定"相近"或"相似"。由于前提中的几个命题的属性不能确保完全一样，所以这种类似"完全归纳推理"的结论就不能保证必然了。虽然这种归纳法的推论具

有或然性,但运用它侦破串案的可靠性程度比较高。如果串案中的几起案子之间相同、相似的属性愈多,那么可靠性程度就会愈高。

归纳法还可用在案件的复原上。例如,某农场草料场纵火案。侦查人员根据现场勘查及调查了解到的情况,构想作案人出于何目的动机,从何处进入现场,用何种引火器材,又从何处逃离现场…,设想复原整个作案过程。这种“复原”也是归纳法的运用。因为这种“复原”的前提是诸如作案人、作案目的动机、作案方法手段、作案时间地点、作案工具等一个个“个别情况”,而结论是整个作案过程“一般情况”,其思维活动的进程是从“个别”到“一般”,符合归纳的思维特点。运用此法还应注意到,侦查人员在刚开始承办某一具体案件时,设想复原该案的“整个过程”,其真实性不是很大的。这是因为前提中的“个别情况”多属主观上的推测或模糊不清的,它们是否符合客观实际,尚不可断言。但随着侦查工作的进展,前提中“个别情况”的真实性程度逐步增加,结论的可靠程度也就跟着加大。到了侦破案件时,前提(“个别情况”)合起来就是结论(“完整的案情”),其原理与完全归纳推理相象。

## 2.10 类推法

类推法,就是根据两类不同对象某些属性的相同,从而推知这两类对象的其他属性也可能相同的逻辑方法。这种“由此及彼”的思考方式,常使侦查人员受到很大启迪,使他们的思维豁然开朗起来。例如,日本的“佐山与阿时被谋杀案。承办此案的东京警视厅警司三原纪一,他在咖啡馆的柜台寄放雨伞时,正好一个少女同时也在寄放雨伞,咖啡馆服务员以为他们是情侣,便把两把雨伞系在一起,递出一个号码牌,少女顿时满面通红,三原连忙解释:不是一起的。于是把雨伞分开了,又补了一个号码牌。三原想:那位少女和我一同走进咖啡馆,便被人错认为是一对情侣,这很平常,谁看到都可能这样想;佐山和阿时并非一同情死。看到佑山和阿时的尸体紧挨在一起,就认为是情死,这是错误的判定。正像咖啡馆服务

员把两把雨伞系在一起一样，左山和阿时可能本来是截然分开的两个点，而有人只因看到两个点靠拢在一起的状态，便自动地牵引上一条错误的线。可能两个人是分别在两个场所死亡的，事后两具尸体才被人为地聚拢在一起，诱使警察犯以点为线的错误。破案后事实证明，三原的推断是对的。

类推法常用在并案侦查上。例如，某县公安局抓获了一个拦路强奸杀人犯高××，但同期尚有四起强奸杀人案没有侦破。公安人员对已破获的一起和尚未破获的四起案件进行综合分析，认为五起案件有共同之点：①犯罪分子的作案时间都是在晚上九十点左右；②多数是乘当地露天电影未散妇女单独回家时尾随作案；③手段都是用胳膊夹住被害者的头，然后用大布条或小绳捆绑双手拖着走；④行走路线均为金虎庙一带，此路线较隐蔽，犯罪分子很熟悉这里地形。据此推断，四起尚未破获的强奸案，其作案者也是高××。经预审证实，此推断完全正确。侦查这类案件，犯罪分子在作案时间、地点、方法、手段、工具、目的动机、甚至侵害的对象上，都具有一定的规律性。侦查人员就是根据上列诸方面相同的特点，推定各案很可能是同一罪犯所为。这种类推法可用下面形式结构表示：

$A$（案）有 $a$（作案时间）、$b$（作案场所）、$c$（作案手段、方法）$d$（作案工具）、$e$（某犯所为）等属性

$B$、$C$、$D$ 等（案）有 $a$、$b$、$c$、$d$ 等属性；

---

所以，$B$、$C$、$D$ 等案也应有 $e$（即某犯所为）。

对有关案情客体同一认定的逻辑方法，也是类推的一种形式，侦查人员常遇到这样的情况：对需要被考察的对象有可能就是已知的对象，即二者可能是同一的对象。例如，某凶杀案某嫌疑对象的水果刀是否为该案的凶器，某人某份书写材料上的笔迹与某反标上的笔迹是否相同，某两个形迹可疑的人是不是正在追捕的作某案的两个逃犯，等等。对有关案情客体的同一认定，从直观上是

无法解决的，这时就需要借助类推法了。这种类推的形式结构如下：

$E$（已知对象）有 $a \wedge b \wedge c \wedge d \cdots \wedge n$（特征）；

$W$（被考察对象）有 $a \wedge b \wedge c \cdots \wedge n-x$（特征）；

---

所以，可能 $E$（已知对象）$\leftrightarrow W$（被考察对象）。

以已知对象特征与被考察的对象特征相象来推测是否为同一对象的逻辑方法，其推论绝大多数并非必然。这是因为被考察对象的特征总不及已有对象的特征齐全，也就是说，侦查人员通过主观的努力所得到的认识与客观实际总是有一定的差距。由于前提中的两个对象的所有特征不完全吻合，结论也就不能保证必然可靠了。此法在查对嫌疑人、无名尸、潜逃犯、作案工具、指纹、脚印、笔迹及赃物等方面，都很适用。

此外，在侦破预测犯罪案件中，运用类推法也是很有效用的。例如，某市某地区，在同年四五月间，连续发生了四起特征相同的强奸抢劫案。侦查人员预测犯罪分子可能会使用相同的手段、在相同时间（指夜间）、地点（同地区）再次作案，决定选点择时“伏击守候”。果然，6 月 22 日凌晨一时，当案犯再次出现该地区企图作案时，被守候人员当场抓获。

不管采用哪种类推法，其推论都不是绝对可靠的。运用类推法的关键是设法提高推论的可靠性程度。这就需要侦查人员对考察的对象狠下功夫。被考察对象具有的特征数量愈多、愈接近已知对象特征的数量，推论的可靠性程度就愈大，对侦查工作就愈有价值。

## 2.11 概率法

概率法，就是通过某事物在某条件上发生的可能大小的量来判明或然性程度的逻辑方法。概率论原理在刑事侦查方面的应用，已有近 200 年的历史了。近代统计学之父，比利时的阿道夫・凯特

勒(1796—1874),首先把概率论引入统计学,并对犯罪问题进行了统计研究。称为道德统计。概率论本身就是一门科学,它有自己的一个完整的科学体系,这里我们不可能讲述它的全部原理在侦查中的应用,只以"抽样调查"这一方面为例略加介绍。

抽样调查,又叫抽样观察或抽样推断。它是一种非全面调查,只是调查总体(总体也就是调查对象)中的一部分单位,用这部分单位的指标数值作为代表去推断总体的指标数值。例如,一个区公安分局管辖十多万户(数十万人口),需要了解这个区在某年的犯罪率,我们可以采用全面调查的方法,即调查统计所有的犯罪情况,并计算出该区的犯罪率。但也可以只调查一两个街道(即一两个派出所所管辖的户口)的犯罪情况,先算出一两个街道的犯罪率,再推测出全区的犯罪率。这就叫抽样调查。

概率法在侦查中的应用是广泛的。我们以犯罪现场状况及遗留物推断罪犯或被害人系何人为例。例如,某火车站爆炸案。经过连续 40 小时的艰苦奋战、侦查,技术人员一致认定:现场被炸死的无名男尸,就是制造这起爆炸事件的犯罪分子。根据是:①只有这具无名男尸全身被炸成大大小小 124 块,而其他 8 个尸体基体完整;②这具无名男尸全部腹腔被炸开,两手、双臂被炸烂,说明爆炸时这个犯罪分子是以站立姿势,爆炸物紧贴他的下腹部,双手接近爆炸物,悬空引爆的。爆炸物是自制的密封圆筒状的土炸弹。根据是:①对在现场发现的 103 块大小不同的碎钢片进行鉴定,证实这种钢是普通的中炭钢,不是军用钢材;②碎钢片呈弧形,大约可以拼成一个内径为 5.8 厘米、外径为 6.8 厘米的密封圆筒状容器。爆炸残余物含有梯恩梯、硝酸铵、金索金等炸药和雷管药成分。犯罪分子可能是北京地区或者与北京地区有密切联系的人,生前可能参过军,现在可能在远郊区、县的小农机厂或金属修造厂工作。根据是:他遗留在现场的衣物中有四件是军用品,另有四件是北京产品,鞋底上沾有少量铁屑。又例如,我们从某犯 200 多种随身物品中,查出绝大多数是苏北地区的产品或用品,可以推测该犯是苏北

地区的人。

这种推测之所以有较大的把握，是因为人总是在特定的环境中生活的，他的一切物品无不打上区域性、职业性的烙印。运用概率推测的关键性问题，仍然在提高推论的可靠性程度上。一般来说，现场遗留物的特征性愈大，推论的可靠性程度就愈大；计算出的同一地物品(或同一类性质物品)占遗留物总数愈多，可靠性程度愈大。

在进行抽样调查时，最好采用随机抽选(即不掺杂调查者的主观意识随便抽样)的方式。概率的大小与随机抽选的次数是成正比的。也就是说随机抽选的次数越多，概率就越大。

### 2.12 回溯法

回溯法又称回溯推理、或溯源推理，它是指从事物的结果推断原因的一种逻辑思维方法。在日常生活中，人们常用的是从原因到结果向前推知的方法；侦查破案却往往与此相反，用的是一层层从后向前倒推的方法(即回溯)。我们知道，刑事犯罪活动通常是在极其隐蔽的状态下实施的，而且整个犯罪事件又具有不重复的特点。也就是说，从时间差来看，多数案件的侦破活动是在犯罪活动之后。这类犯罪事件是时态上的“过去式”。是已过的“历史”。侦查人员不可能亲眼目睹犯罪事件的再发生，要了解该犯罪事件的全部真相，那只能从犯罪中所造成的犯罪现场出发，通过勘查所得的物品、痕迹和调查有关材料入手，来追溯产生现场这种结果的各种可能存在的原因。从现象上看，有关案件的事物多数是异乎寻常的。若用常规向前推知的方法去了解案情，既吃力，进展也不大；用回溯方法向后推，不但阻力小，而且那些异乎寻常的事物反而会成为一种线索，为破案提供了有利的条件。由于这些异乎寻常的事物是客观存在的，所以回溯法的效用也就在于侦查人员以这些客观事实作为根据，运用丰富的知识和缜密的逻辑思考，掌握了案情的始末。

例如，曾在南京新街口厕所发现的移尸案。侦查人员从已知的粘附在包装尸块的棉胎、麻包上的一些散线头（经查这种线只有中兴源丝织厂一家专用）推测作案人很可能是该厂的职工（或有条件拿到这家厂这种线的人）；侦查人员从不同的目击者提供的线索，即已知的作案人在深夜从某方向用自行车两次驮背麻包（内装尸块）时间相距约20分钟，推测作案人家（藏尸处）与新街口厕所（移尸处）靠的较近，且在新街口的东南角方向；侦查人员从已知的运尸工具是一辆旧28英寸自行车，尸体已藏了一周等情况推测作案人具有这种自行车、有杀人藏尸条件（如住处是单开门独开户）等。我们将已知的“果”用$q$表示，将推测的“因”用$p$表示，可以列出回溯法的思维形式结构：

$q$（已知案情之果）

$p \to q$

---

所以，$p$（推测的案情之因）

上面这个案件，从推测的某一个原因（$p$）去寻找凶手是困难的，但如果将若干个原因合起来作为案件的诸种必要条件，那么寻获凶手就不难了。即凶手是：中兴源丝织厂的职工、家住新街口的东南角、他有一辆旧28英寸自行车、家有藏尸条件，有杀人分尸、藏尸、移尸时间，有凶杀动机、目的等。公安人员很快（在48小时之内）就抓获到杀人移尸者骆××了。

回溯法是一种独特的思维形式。它既与逻辑上的主要推理——演绎推理和归纳推理有相同之处，又和它们有明显的区别。它是以假言命题为前提，以事物情况之间的条件联系为基础的认知方式，这与演绎推理一致，但它的思维进程是由果到因，而演绎的思维进程一般是由因推果，正好相反，且两者的大小前提的次序是相互颠倒的；它的开头是从个别的事物情况出发，其结论一般讲是“或然的”，这些都与归纳推理相仿，但回溯推理对未知事物的认识用的是分析的方法，而后者用的是归纳的方法，其思维方式也正好

又是相反。细致地比较一下，它更接近演绎推理，有人说它是不规则的演绎推理，也不无道理。正因为如此，回溯法的思维形式在一定条件下，还可以转化为一种演绎推理。这个“一定条件”就是要穷尽造成结果的一切原因。具体来讲，就是以“原因 $p_1$”、“原因 $p_2$”、“原因 $p_3$”……“原因 $p_n$”是“结果 $q$”的充分而且必要条件。或“原因 $p$”与“结构 $q$”是“独因一果”的关系，那么这种回溯法的结论就是必然可靠的了(可用公式表示：$((q)\wedge(p\leftrightarrow q))\rightarrow p$)。

回溯法不但与演绎推理有密切的联系，而且与逻辑证明也有相似之处。因为证明的过程也就是推理的过程，证明的逻辑性是通过推理的形式来揭示的，也就是先提出“结果”(论题)，然后为“结果”找“原因”和根据。因而证明的“结果”相当于推理的结论，论据(“原因”)相当于推理的前提，证明的过程就是论据(“原因”)推出“结果”的过程。

回溯法之所以在推测形成事物结果的原因上得到广泛地应用，尤其受到刑事侦查人员的厚爱，其原因是刑案构成的特点所决定的。一件刑案就是一个完整的系统，在这个系统内的犯罪的主客观因素之间是相互联系，相互制约的。任何犯罪分子的犯罪活动(即“因”)必然会留下多方面迹象(即“果”)，在现场遗留下的痕迹，物证就是其中的一部分迹象。这就是犯罪分子作案过程所造成的因果关系。而且，这种因果关系不仅仅是单程的，就是说，犯罪分子的活动既会留有痕迹也会给自己以反作用。比如，杀人的结果，使犯罪分子的衣物上，肉体上溅有被害人的血迹，或有被害人的抵抗而形成的痕迹；犯罪分子获得的赃物，现场也会给犯罪分子带来有关附着物等等。而这些都会成为犯罪分子作案的证据。因此，刑事犯罪的这种因果关系是相当复杂多样的。一方面是事物本身的因果联系是多样的，一个结果可能有几个原因，另一方面是犯罪分子会制造假象。但不管是哪种情况，只要有了“果”，肯定就会有“因”。刑案的整个侦查过程，就是倒回去寻找案件原因的过程。

# 3 预审的逻辑

## 3.1 预审的逻辑控制

预审是指对依法批准逮捕的人犯，通过审讯、搜查、调查、收集证据，揭露与证实犯罪分子的犯罪事实和联系，弄清全部案情，直至将案件移送检察院为止，或由公安机关撤销案件作其他处理。它是侦察工作的检验核实、补充和发展，属于侦查活动，是侦查工作的一个重要环节。

无疑，在预审中的一切思维和认识活动与其他行为一样，都要采取同样的思维规律和一般的逻辑方法。但是，预审思维的认知活动也有其独具的特色。

上节讲的思维的回溯性，就是其中之一。审讯过程中应该查明的事实和情况照例是既往的事件，预审人员总是根据现场的遗留物品、痕迹以及见证人记忆中的痕迹等，再现犯罪情景；思维的多结构性也是一个重要特点，预审员要迅速而准确地估价多变的情势并采取具体的措施，要及时评定证据、比对不同的说法、思考进一步的审讯过程；思维的突发性（即顿悟性）在预审中表现的也很明显，一些突然发生的思想，仅仅在其产生过程中是无法探求的，而审讯的直觉能力，却能突然而迅速地解决与所审理的事件相关联的复杂的思维任务。这在逻辑上也是合理的，因为突发性（或偶然性）总是以自然性（或必然性）为基础的，审讯的直觉总是以丰富的审讯犯罪的经验和知识、以及已掌握的案情事实为依据的；此外，还有思维的控制性，预审员要自始至终地将审讯对象牢牢地掌握在自己的手中，对带有冲突性质的在对立气氛中进行的审讯，要尽力克服隐讳或公开的“对牛”、反抗，要经受对立情绪的影响。

预审中的逻辑性质，也有形式逻辑与辩证逻辑的不同要求。辩证逻辑的要求，主要体现在宏观程序上，反映在“刑事诉论法”所规

定的讯问程序中；分阶段弄清需要证实的情节中，使用证据的过程中；确定同案证人和被告人的讯问程序中；以及侦查人员对供词的评定中。形式逻辑的要求主要体现在微观的策略手段、方法上，在讯问过程中提出的“问题”和普遍采用的思维形式、规律及逻辑方法。

这里，我们主要介绍审讯中提出的问题的逻辑。问题是思维的特殊形式。从逻辑上说，问题就是叙述，要求回答，要求说明。侦查人员为了弄清案情，必须询问证人、或询问被告人，就是要提出问题。问题的目的是填补自由交谈中遗留的空白，审查受讯问人的供词，使之进一步明确化。

在逻辑上，问题分为两种主要类型。第一种只要求简单回答是与否。例如，“你是否犯有罪行？”预料有“是的”或“不是的”两种回答。这种类型问题叫做两断法。第二种，仅指要回答的范围，回答可能有好几种。例如，“关于……你知道些什么？”这个问题，可以使受讯问人自由地陈述案情。

第一种类型“问题”的特点在于：没有断定什么，只是向对方提出问题，希望回答。它虽然不是逻辑意义上的命题，但却有其逻辑特征，这种“问题”都是由两个部分组成的：一部分是问式，另一部分是题设。例如，“那天晚上谁和你在一起？”，“谁”与“？”是问式，“那天晚上……和你在一起”是题设。

问题这种思维形式，既强调对事物是了解的，又强调对它的某些方面或者其他事物的联系是不了解的。在问题中，问式部分明显地反映出和强调了不知情的因素，旨在索取信息。题设部分含有隐约的命题，是问题的基础（或称为依据）它本身含有信息传导，因此，只有自己知道的才能发问，通过问题把信息传递给对方。

掌握这个原理，对于讯问实践具有特别意义。我们必须注意到问题的提法，尽量减少受讯问人从中得到关于侦查人员知道什么、已掌握多少证据的信息，不能让问题去提示受讯问人应当怎样回答。根据信息量，受讯问人常常处于比侦查人员有利地位——他知

道，揭露他什么，而侦查人员只能猜测他的犯罪行为。在这种情况下，对于被讯问人来说，问题成了侦查人员知道多少底细的标志。

因此，我们应该强调侦查人员提出问题的逻辑性。首先，要有针对性，也就是说，在问题里面必须有明确的目标，有明确的思想，明确问什么，是什么，为什么；其次，问题应当科学地编组，有层次、有次序地、合理地提出，问题的正确性决定于认识和判断的真理性，认识和判断都蕴涵在问题的论据部分之中。因而，正确提问到什么程度，决定着回答的正确性；第三，问题应当有鲜明的逻辑结构，有显著的容量。根据容量，问题可以是一般性的即问题的提出是为了弄清楚一系列情况，也可以是个别的，即只问一个具体的情况；第四，问题应当是不偏不倚的，即不束缚回答的自由和独立性，不暗示和预先设想好回答的具体内容。提问的个人意图应当完全隐寓于问题的不偏不倚的形式之中。暗示的成分在每个问题中都会存在的，但是这种性质应当有层次性，要时而离开时而接近对问题的直接判断。

### 3.2 讯问的逻辑顺序

讯问在预审中占有核心地位，它是获取和查证证据的诉讼手段。通过讯问，可以获取和查实为正确判决刑事案件所必需的大部分犯罪信息，查明犯罪动机、目的以及促成犯罪的条件。讯问还是教育受讯问人的有效手段。

讯问，其实就是有逻辑的互相联系的问题系列。一般提出的问题是按年代顺序，或逻辑顺序、或策略顺序进行的。按年代顺序就是按事件发生的时间提问；逻辑顺序促使受讯问人的记忆活跃起来，运用回溯法从“果”到“因”查明案件的情节；策略顺序是开始先查明受讯问人愿意陈述的情节。提出问题的逻辑顺序一般是：先是主要问题，后是补充性问题，然后是明确性和回忆性问题，再后是审查供词——即检查性问题。问题的顺序方案可以这样编排：

(1)从一般到个别，即以演绎法为基础的顺序。受讯问人无法

确定侦查人员掌握什么信息,并因而谋划自己的策略。对嫌疑人的讯问正是按照这种逻辑顺序进行的。讯问一开始提出最一般性的与其被拘留有关问题,以这种形式,使其无法提前猜到侦查人员掌握的证据量。

这种讯问方式也适用于询问证人,这就是当侦查人员没有掌握案件的全部材料,而只掌握事实方面的简单记述就进行讯问时,可以使用它。例如,某国家工作人员因收受大量贿赂而被审查,他借口是亲友赠送的,或是他人委托其代买的而加以抵赖。询问此案的证人,如果一开始就直接询问,他们是否给了被审查者的钱物、他们就会意识到怎样回答对于被审查者最为有利。这样的证词可靠性程度就不会大。在这种情况下,询问应当是从一般到个别,首先查明他们是否了解被审查者,同其相互关系如何,是否赠送过东西,或是否委托被审查者代买东西。只有在得到了这些问题的回答,作了询问笔录并由受讯问人签名之后,才可以更具体地提出问题:送什么、买什么、数目多少、价格多少、什么时间、什么地点、分几次(每次又多少)……证人直到询问末尾才明白,怎样回答对于他们双方(即被审查者及其自己)有利,因受逻辑要求制约,就不得不如实地回答后面的问题。

(2)问题提出的顺序,应便于受讯问人先回忆起前面的事实,尔后是后面的事实,最后是为侦查人员所感兴趣的事实。这是个回溯性的逻辑顺序,即先弄清有关事件的结果情况然后查明其原因。在这种情况下,问题的编排最好是以适当的方式给受询问人以帮助,帮助其回忆起那些在原因上相互联系的事实。

(3)寄希望于突然性效果的问题,使受讯问人失去思考伪供和推测侦查人员掌握什么证据的机会。侦查人员在一系列的推论中(每个环节有逻辑衔接的系列推论),有意避开中间环节,只告诉受讯问人最初的或最后的环节,这会给受讯问人造成异常印象,因为不指出原因的后果非常强烈地作用于想象力。侦查人员故意跳过某些逻辑阶段,堵塞了问题中许多为受讯问人所能理解的信息。

(4)开始先提问不重要的事件和已查明结果而又对受讯问人没有实质性意义的局部性情况的问题，然后提问关于越来越重要的事实的问题。这种讯问方法，是考虑到逐步向受讯问人传递信息，估计到受讯人会准备对侦查人员所预料的知识中，问题是在已有的知识成果的基础上产生出来的。在问题的内容中指出了已知的和目前还未知的东西之间的界限。因此正确地提出问题必须研究客观事物，研究有关客观事物所收集的材料，否则，便会提出不正确的问题。

提出问题切忌先验的和思辨推理的方法。思辨式的问题通常离开了客观实践和科学认识对其回答不可能得到恰当的论证。预审人员认识案件，在很大程度上是靠提问的方法。预审员善于提问，就容易获得实情，迅速结案。善于提问，除了应遵守必要的逻辑条件外，还必须研究案件的实际材料，分清已知的与未知的问题。只有在此基础上提出问题，才能有效避免冤假错案。而一切脱离事实的主观设想的提问，是按办案人员的主观先验的摸式定下来的，也是违反逻辑的。

### 3.3 同一律的运用

在预审中，侦查人员常遇到被告人犯为逃避交待自己所犯的罪行，而故意转移论题。例如，下面一段审讯对话：

某预审员问："你犯了盗窃罪，还有什么要说的？"

某被审问人犯："我希望政府给我安排一个适合我专业的工作。"

某预审员问："你偷盗厂里铜材是不是犯了法？"

某被审问人犯："还有人拿厂里更值钱的东西呢，你们为什么不问？"

这个被审问的人犯的回答转移了论题。预审员问他偷盗厂里的铜材是不是犯了法，是对话的论题，他不回答（讨论）这个论题，而是用"还有人拿厂里更值钱的东西"的论题去转移预审员的论

题，须知这是两个不同的论题，即使证明了“还有人拿厂里更值钱的东西”这个论题，并不等于证明了该人犯偷盗厂里铜材不犯法。他把这两个不同的论题混为一个，或相互有关联，以为只要证明了还有人拿厂里更值钱的东西没有受到查问，就等于证明他偷盗铜材也不应受处罚。这是不对的。转移论题是把两个不同的判断混淆起来，是思想无确定性在使用判断上的表现。有的在押人犯之所以转移论题“答非所问”，是其因受拘捕、审讯而产生了抵触情绪。为此，预审员要保持冷静的头脑和耐心的态度，严守同一的思维规律，尽力消除其对立情绪。

“偷换论题”也是被告人犯常采用的一种诡辩手法。例如，某一贪污大案，在审讯时，办案人员问该被告：“贪污的主观原因是什么?”该被告回答：“我父亲长期生病，全家 5 人生活，而收入 100 来元，经济困难铤而走险。另外，领导上的官僚主义、财务制度不健全，才得涂改账目、伪造发票之机，这就是我犯罪的重要原因。”这里被告有意偷换论题，避而不答“犯罪的主观原因是什么”，转而回答“犯罪的客观原因。”企图推卸罪责，以达到开脱的目的。

“转移论题”或“偷换论题”都是违反同一律的逻辑错误。同一律要求人们在同一思维过程中运用概念或判断等思维形式，必须具有确定性。例如，我们不能把“违法”与“犯罪”这两个不同的概念混为一谈。“违法”就是“违法”，它有其自己特定的内涵和外延，它不可以与其他概念“同一”在一块儿的。

同一律在侦查工作中有重要作用。侦查人员的工作内容，概括地说，就是“依法办事”。法律是代表人民意志的立法机关制定的，它是侦查人员工作的依据。法律的一个很重要特征，就是它的确定性，法律所规定的内容是什么就是什么，绝不允许有丝毫的改变，也不允许按照个人的理解去任意解释它的内容。因此，侦查人员只能按法律规定的客观条文去办案，而不能依自己主观的“理解”去办案。侦查人员办案的内容与法律自身，必须始终保持同一。

办案工作首先要做的是弄清楚案件的真实情况。要弄清案情，

必须从调查研究入手。对被害人(或原告)的陈述、控诉,被告人的供述、辩解,要客观的全面地加以分析。只有如实地反映当事人的陈述,保持当事人陈述的自身的同一,才可能有正确地分析案情的基础。而案情的真实又取决于可靠确凿的证据,证据自身的同一就是确凿证据的最起码的要求。为了保证证据的同一,侦查人员必须对它进行查证核实,以及进行必要的科学技术检验,以保证证据的可靠性质,即证据自身的同一。证据自身同一了,才能确认犯罪事实是同一的;证明犯罪事实是同一的,才能确认犯罪事实。

预审文书是公安机关在刑事案件的预审阶段,根据《刑事诉讼法》规定、制作的具有法律效力的文件,它是刑事诉讼文书的重要组成部分:它是预审办案活动的文字记载,反映了预审办案工作的全过程,也是检查预审工作是否严格依法办案的重要依据。制作预审文书时,必须严格遵守同一律的要求。预审文书里所写的犯罪事实,罪名概念,各种判断,都必须保持其自身的确定性,不能中途有变,前后不相吻合。如果要论证某个论题,那必须从头至尾针对同一论题提出论据,进行论证,不得中途任意改换论题。倘若自觉(或不自觉)地改变了论题,甚至故意偷换论题进行诡辩,那势必铸成大错。

### 3.4 不矛盾律的运用

不矛盾律的应用,常常使预审员一下子就抓住了对手的要害,使其败下阵来,原形毕露。例如,某年初冬,一个自称是蒋介石的随从副官的人来到北京的中南海,说是奉了蒋总统之命,一定要面见毛泽东主席,有国事相告。中南海的警卫把此人交给北京市公安局审查。一连讯问了三天,他一口咬定自己是从台湾来的。是蒋介石的"密使"。承办的预审员虽认为此话不可信,但又无法驳倒他,弄清他的真实身份。第四天,另一位预审员接办此案。讯问中,该预审员问:"台湾的国防部在什么地方?"

"国防部?在台北市中北大道。"

“台北市街上有些什么车辆呀?”

“有汽车、三轮车、黄包车、还有有轨电车,跑起来叮啮叮啮响。”

“台北也有京戏院吗?”

“有,主角李砚秀,唱得挺好。”

“够了!满嘴胡说八道。李砚秀根本没有去台湾,台北也没有有轨电车,台湾的国防部也不是在中山大道上。……”

谎言被揭穿,“密使”不得不老实交待自已的诈骗罪行。

侦查人员办案,首先要强调“事实清楚”。所谓“事实清楚”,就是掌握的案情与案件的实际情况相符,不可互相冲突。该预审员以“密使”的话与掌握的实际情况完全相反,一针见血地将“密使”谎言揭穿,因为“台湾的国防部在中山大道”、“李砚秀在台北唱京戏”、“台北有有轨电车”与“台湾国防部不在中山大道”、“李砚秀不在台北(根本没去过)唱京戏”、“台北没有有轨电车”是三组两个互相否定的判断,根据不矛盾律的要求,两个互相否定的判断不能同时为真,其中必有一假。当该预审员“已掌握实际情况”(即每组后面的判断)为真时,“密使”的话(即每组前面的判断)必假无疑了。

不矛盾律在预审中的应用,还可以表现在这样的情况下:如果发现某一被审讯人或同案的被审讯人对同一问题的回答互相矛盾时,就可以断定其中肯定有一个是假的,预审员就要紧紧抓住矛盾不放,穷追到底。犯罪分子为逃避罪责,往往要编造事实,进行欺骗,而编造的事物与原来真实的事物往往是互相矛盾的。侦查人员就要善于揭露犯罪分子的逻辑矛盾,或者引导被审讯人陷入自相矛盾的困境,迫使其如实交待问题。例如,南通某地发生的“杀子案”。犯罪分子徐××拒不交代杀害亲生儿子的罪恶事实。当预审员出示了她杀人的部分罪证时,徐××一看,就像蚂蟥沾了盐一样,立刻缩成一团,瑟索了一阵,才恢复常态。继而她又施出一计,装出痛心疾首的样子,哭丧着脸说:“我错了,我有罪,我不该欺骗政府,我本想用刀吓唬吓唬他的,哪晓得他要夺刀杀我,我一急之

下，失了手，他死了，的确不是我故意要害他。”预审员不慌不忙，针对她的狡辩提出问题：“如果你仅是想用刀吓唬他，那么就不会对他头部砍上 60 多刀；如果你是一时性急失了手，也不可能砍上这么多刀，更不会毁尸灭迹。现在事实是他的头上被你连砍 60 多刀，使人辨不清面容，最后你又将他投入江中毁尸灭迹，这不是故意杀害又是什么呢？”徐××无言以对，只好供认了全部罪行。“徐××失手（过失）杀人”与“徐××故意杀人”是两个互相否定的判断，不可能都真，其中必有一假。预审员以不可辩驳的逻辑力量，指出“失手杀害”绝不可能，罪犯徐××只好俯首就擒了。

用不矛盾律检查、纠正我们工作中的错误，也不为少见。我们知道，法院、检察院和公安局“三家”进行刑事诉讼时，是分工负责、互相配合的，但也是互相制约的。这样，才能保证准确无误，有效地执行法律。如果“某家”发现“另一家”办案的材料有矛盾，便不能定案，应重新调查清楚。例如，某地曾发现一具无名尸体，经公安人员侦查，认为附近一个村庄的何××和贾××嫌疑重大。在预审中，二人都供认了杀人罪行，于是便认定何、贾合谋杀人属实。后来法院反复研究案件材料，发现两人交待的合谋地点、分赃时间及赃款数目不一，两人交待的凶器（锐器）与技术鉴定的（钝器）相冲突，认为此案应重新调查。后终于查明，真正的凶手只是何××一人，由于他与贾有私仇，故意陷害贾。

许多错案的发现和纠正，最初就是从发现事实材料之间互相矛盾开始的。如果案情材料之间出现了互相冲突的情况，那么说明对案情并没有调查清楚，应随即查清核实，直到首尾一贯、符合事实真相为止。

### 3.5 排中律的运用

排中律要求以排除两不可的态度来保持思想的确定性。对同一情况的两个互相矛盾的思想不能两不可。在刑事侦查阶段，对案件情况的认定，往往就要用到“不能两不可”。侦查人员通过两个互

相矛盾判断排除居中的方式，当否定了一个判断时，就肯定了另一个判断，这样就逐步加深了对案件真实情况的认识。比如，对一起杀人案件，往往会提出是过失杀人还是故意杀人这两个互相矛盾的命题。根据排中律，如果否定了过失杀人，那么就应肯定故意杀人，如果否定了故意杀人，那么就应肯定过失杀人。

例如，绥化县发生的一起杀人案。在案件审查中，办案人员对在押人犯的行为，是故意还是过失有争议。在押人犯刘××与被害人李××发生口角时，刘用双筒猎枪将李打死。有的侦察员认为，刘的行为是过失杀人。根据是刘供述，他是在被害人拽抢他手中的猎枪的情况下，无意将枪碰响击中被害人的。另一侦察员认为，刘的行为已构成故意杀人。根据是：在场的三名见证人一致证实被害人没有抢枪。对这起杀人案件，县局认为刘是过失杀人的根据固然不足，但认定刘为故意杀人，其证据也不够充分。究竟刘的行为是"过失"还是"故意"？必须作出明确的选择。

后来上级派员仔细分析了该案的案情特点，被害人被双筒猎枪击中腹部而死，伤口为4×3厘米。要弄清刘的行为是故意还是过失，就要先弄清被害人是否抢刘的枪，而这又是与被害人中弹时与枪口的距离有着重要关系。如果刘距离被害人较近，用手能够到枪筒，则有夺枪的可能；如果刘距离被害人较远，被害人的手够不到枪筒，则排除了被害人抢枪的可能。实践证明，伤口的面积大小，是与射击距离成正比的。要准确地推算出被害人中弹时与枪口的距离，可以通过侦查实验得知。实验时，仍用刘的那支双筒猎枪及剩下的弹药。实验结果证明：在被害人中弹身亡时与枪口的距离问题上，当时被害人即使想要抓住枪筒，但连伸直手臂也是够不着的。这就排除了被害人抢枪的可能性，从而证明刘的行为"过失"为假。根据排中律的要求，当刘的行为是"过失杀人"与"故意杀人"这两个互相矛盾的判断，其中之一为假，即"刘是过失杀人"为假时，办案人员即可以认定刘××是"故意杀人"（必真）。

办案人员同样可以运用排中律，以案犯暴露出来的矛盾，迫使

其不能对互相矛盾的两种情况都加以否定，而不得不面对现实老实交代问题。例如，某年冬，在江苏、安徽交界的江南三县连续发生的三起杀人抢劫案。犯罪分子与那段时期从江北某劳改队越狱逃跑的吴犯，其作案手段一样，很可能这三案也是吴犯所为。当将吴犯抓获后，吴犯一口咬定越狱后从来没有到过苏南、皖南一带。为了揭穿吴犯的谎言，预审员从吴犯随身物品中，搜出苏州自产自销的火柴，继续审问他：

问：你越狱逃跑后到过哪些地方？

答：一直在苏北。

问：有没有到过苏南？

答：没有，天地良心真没有！

预审员拿出那包火柴，问："这是什么，"

答：火柴。

问：在哪儿买的？

答：……当然在苏北买的了。

预审员把火柴拿给他看，问："你再看看是哪里的火柴？"

答：苏州……

问：告诉你，这种火柴只有在苏州地区才能买到。你老实交待吧。

在任何人都不可抗拒的逻辑思维规律面前，终于迫使吴犯交代了这三起杀人抢劫案的罪行。我们来分析一下，吴犯"从来没有到过苏南"与"到过苏南"（即在苏州地区买的火柴）是一组具有矛盾关系的判断，二者不能同假，其中必有一真。吴犯想否定自己"到过苏南"，以此证明自己与那三起杀人抢劫案无关。可是预审员决不轻易让他滑过，而是紧紧抓住吴犯暴露出来的矛盾，即"必须要在苏州地区买的火柴"与"从来没有到过苏州地区"相悖，证明吴犯"从来没有到过苏南"为假，根据排中律在两个矛盾判断中二者不能同假的原则，迫使吴犯就范。

在预审实践中，侦查人员往往是把排中律与不矛盾律交替使

用的。在两个互相冲突的思想之间，根据不矛盾律，二者不可同真；根据排中律，二者不能同假。把这两条结合起来，就是在两个互相矛盾的事物之间必定是一真一假。办案人员常交替使用着这两条规律，使罪犯面对事实，彻底交代罪行。

### 3.6 讯问中的复杂问语

复杂问语是这样一种问语：在刚开始的问话中隐含着对方并没有承认的假设。例如，“你现在还盗窃录像机吗?”就是一个复杂问语。这个问语不管你作肯定回答还是否定回答，都承认了自己过去盗窃录像机。又如，“上次审讯你时，你交待了自己的罪行没有?”、“你是不是用水果刀杀人的?”等等，这样的问题对一个尚未承认自己有罪(或杀人凶手)的人来说，就是复杂问语。因为不管被讯问的人作肯定回答或否定回答都承认了自己有罪(或是杀人凶手)。

因此，在一般审讯中禁止对被告人提复杂问语。复杂问语之所以被禁用，就在于这种问语隐藏着审问者的主观意志和假设，它是诱供、套供的一种形式。许多冤假错案都是通过复杂问语实现的，因为在办理这些案件时办案人员都是在肯定被告有罪的情况下提问的。通过复杂问语，即使取得了口供(有时套供套对了)，那所获得的材料，也不会真实可靠。如果审讯人员依靠它所得的材料定论，那么很可能就会办错案子。

但是，由于预审工作的特殊性，它有别于其他审问，比如公安部门对在押人犯的审问与法院开庭对被告的审问就不同。在预审中，有时出于讯问策略的需要，对无意作真实供述的在押人犯，为了治服其顽固的态度，可以突发性地提出已掌握某罪行证据的“复杂问话”。例如，在已查实“用私刻公章的介绍信”情况下，问：“你是不是用私刻公章的介绍信进行诈骗活动的?”这样突发性的问话虽然包含着一个问题进行发问，似乎在结构上与一般的“复杂问语”相同，但它隐含的问题并非假设，而是真实的。这样，往往可以迫使

在押人犯知道预审员已掌握了他犯罪的重要证据，只好丢掉幻想，不得不供述真情。这样的问话加上“突发性”因素，通常会使在押人犯失去找到某种借口进行欺骗，以及猜测侦查人员是否掌握证据的可能性，在其还没来得及思考以虚假方式进行顽抗的时候，迫使他就范。当然，使用这种问话，一定要在确实所含的问题为真的条件下，方才可以。所以，要慎用。倘若对所含的问题并没有多大把握，仅是凭主观推测而加以发问，那么就不但有可能会犯“复杂问语”的逻辑错误，而且会给预审工作造成损失。比如上面举例的问话，如果事实上这个在押人犯进行诈骗活动的介绍信上的公章，并非是他私刻的，而是偷盗的（或整个介绍信都是偷来的），那么这个人犯就会估计到预审员并没有掌握他犯罪真实证据，而设法对抗，反使预审员处于被动局面。

逻辑上之所以禁止使用“复杂问语”，是因为复杂问语不适用排中律。排中律要求人们的思维具有明确性，在两个互相矛盾的思想之间应该“是”、“否”分明。同样，对提出的问题的回答也必须是明确的。如果是个“复杂问语”的问题，就不能用“是”或“否”来回答了。由于这样的“问题”里面包含着一个假判断，即包含一个错误的假定，因而这样的“问题”其本身就为假，对假问题的肯定或否定回答，都为假了。

被讯问人或其他当事人对复杂问语的回答。不简单地说“是”或“不是”。并不违反排中律。比如，问：“你偷了东西后是不是回家了？”答：“我根本没有偷东西”（确实如此）。这样的回答，不违反排中律的要求。

此外，如果由于认识上的原因，对两个相互矛盾的判断一时还分辨不出哪一个为真，或由于其他原因暂不作出是或否回答，不表态，都不能看成是违反了排中律。例如对“某人是否是作案人？”由于没有认识清楚，还不能作出确切的答案，对该问题（暂）不作回答，这并不是两不可的逻辑错误，即并非违反了排中律。

### 3.7 充足理由律的运用

充足理由律要求侦查人员的思维在进行任何论断时，必须要具有充足理由，即要求其思维具有论证性、根据性。做审讯工作，就是要摆事实，讲道理，以理服人。例如，发生在某厂的一起盗窃案。当厂办会计王某从银行领回1800元现金，准备给职工发放春节加班费时，来厂采购药品的某医院药剂师沈××，手拎一只灰色提包进来找王会计。趁王会计为沈办完提货手续，又继续埋头清理银行单据时，沈便将桌上那只装钱的黑包连同自己的提包一起拎走。不久，车间有人来领加班费，王会计这才发现装钱的提包不翼而飞。他急忙追出去，只见沈手拎两只包朝厂门口走去，王会计大喊一声："喂！你拿了我的包吧？"沈回转身连说："对不起，对不起。"将黑包还给王会计。根据厂保卫科的报案，公安机关随即将沈拘留审查。当时有人认为沈无盗窃预谋，而且钱已追回，分文不少，这次错拎别人的钱包完全是忙乱中造成的失误，不能认为是犯罪。可是一些人则不同意这样的看法，认为沈是故意犯罪。充足理由律要求以客观事实为依据，而不是公说公有理，婆说婆有理。那么，哪种意见理由充足呢？在预审时，沈××自我辩解道："我是在办完业务手续离开时，无意中拎走了会计的包。"然而预审员认为沈的辩解的理由不可信，他说：王会计的黑包里面装有1000元小额钞票，是实包，分量较重，沈的灰色包，是空包，分量很轻，两只包在颜色、形状、大小重量上都不一样，根本不可能拎错。更重要的是，沈是将两只包一齐拎走，并不是拎错了包。由此可见，沈××并非无意拎走了王会计的包，而是见财起意"顺手牵羊"，是故意的犯罪行为，根据我国《刑法》规定，沈××的行为已构成犯有盗窃罪。这里我们可以看到沈××为开脱自己罪责的辩护，缺乏充足理由；而预审员的驳斥，则是有理有据，完全符合充足理由律的要求。

充足理由律对侦查有特殊的意义。侦查是一门讲证据的科学，也是一门讲充足理由的科学。从立案侦查到侦查终结，步步都要讲

充分的证据、没有充分的证据，所作的结论便不能成立。刑侦工作中作为定罪的充足理由，就是刑事诉讼中的证据。刑侦工作中的充足理由的特殊性，就是个别证据一般不能作为定罪的根据，它必须是全面的证据，包括犯罪的目的动机、犯罪的预备阶段、实施阶段以及事后表现的证据。个别证据只能证明个别事实，不能证明整个犯罪事实。比如，现场上发现某人的指纹，只能证明某人到过现场这一事实，不能证明某人就是作案人。而且，证据必须与犯罪事实有客观联系，如果没有客观联系，那就起不到证据的作用。

例如，有一起凶杀案，起初认为是某同父异母哥哥将妹妹害死的。理由是这个男孩不但有作案时间，而且有作案动机，因为他在与小妹妹吵嘴时，曾扬言："我恨不得杀死你！"后来发现现场遗留下的足迹，与这个同父异母哥哥的脚印明显不符，接着找到了真正杀人凶手。起初认定凶手是这个哥哥，显然不符合充足理由律的要求：一是证据不全面，如缺少作案场所、手段、工具、过程等证据；二是证据与犯罪事实无必然联系，在气头上说的要杀死妹妹不等于必须付诸行动。严格地讲，这句气话不能做为此案的杀人证据，当然，更不能作为充足理由了。

## 4 侦查假说

### 4.1 侦查假说的含义

在侦查工作中，我们要侦破一起案件，开始只能观察到一些现象，许多情况都是未知的。要对整个案情或案件的某一方面，有一个完整的解释，往往就需要运用假说。侦查人员借助假说的方法，展开一系列的侦查活动，直到掌握全部案情。

所谓侦查假说，就是以案卷材料（包括现象勘察、调查了解的案情等）为根据，对犯罪的构成实施、犯罪动机和可能实施及犯罪人所作的假定解释。这种解释虽然带有猜测的性质，但绝不是主观

臆想的，而是以一定的客观事实和科学知识为依据的积极思维的结果。

建立侦查假说的对象是多方面的，常见的有这样几项：案件性质的假说、作案人的假说、作案时间和场所的假说、作案工具的假说、作案方法的假说、作案动机目的及作案的手段假说等。其中以案件性质和作案人的假说最为重要。而案件性质的假说，往往在侦查活动开始的阶段就要提出。如“此案是凶杀案”、“此案是内盗案”等等。刑事侦查学的“侦查推论”，实际上就是假说。侦查人员只要作出有根有据的假说，就能理出案件的头绪来，逐步发展线索，缩小侦查范围，再复杂的案件也就不难侦破了。

例如，某年底，在天津铁路工程学校内发现一具女尸。现场上虽未发现喷溅血迹，但检验尸体时，发现腹腔内有大量积血，说明犯罪分子作案后没有移动尸体，看来，发现尸体的地方就是杀人现场，这是初步的假说。死者口袋里的粮票、钱未拿走，看来图财害命的可能性不大，这又是一个假说。虽然死者的腰带已被解开，但下身衣着及裤扣完整，检验尸体时也未发现有奸污痕迹，所以流氓强奸杀人也是不大可能的，这也是一个假说。从死者的伤痕看，系被他人猛掐颈部，尔后用三角刮刀捅死，腹部四刀伤至内脏，颈部三刀把音带切断，额角出现咬伤，足以说明罪犯穷凶极恶，心毒手狠，急于把被害人致于死地，这些认识也都是假说。顺着以上假说可以引伸出如下看法：这是一起预谋杀人、伪造现场的恶性案件(即案件性质假说)；凶手与被害人是熟人或亲属(作案人假说)。接着，对作案时间进行了推论。发现死者丈夫黄××在作案这段时间内去向不明。且了解到，黄的作风不正，自与同厂女工李××结识后，打得火热，自此夫妻关系恶化，说明黄喜新厌旧，有杀害其妻的可能，凶手很可能是黄(作案人的假说更加具体化)。为了获取证据，在黄的办公桌和更衣箱里发现了乳罩、手绢等女人用品，据查是李××的。办案人员以黄、李二人的不正当男女关系为突破点，致使黄、李交待了为达到长期同居的目的，合谋杀害黄妻的罪行。

从某种角度来说，刑事侦查破案的过程，就是一个不断提出假说、验证假说的过程。在这个过程中，不但要对几个假说进行连用，而且要对同一项目（如案件性质）中的不同假说进行筛选和择优，以找出可靠的解释，使所用的假说更接近客观事实。

## 4.2 如何建立侦查假说

侦查假说与各种逻辑思维形式、方法是互相联系不可分割的。在运用判断、推理等思维形式时，都可以进行假说，特别是推理，侦查假说如果离开了逻辑推理那就失去了价值。

要建立有价值的侦查假说，必须有计划、有步骤地正确应用推理等思维形式。侦破一起案件，往往要建立许多假说，而提出、形成假说的过程，就是一个综合应用各种推理的复杂过程，需要用类比推理、归纳推理和演绎推理等。建立侦查假说的每一步步骤叙述如下：

### 4.2.1 收集材料

收集材料主要靠现场勘查，现场勘查是对犯罪地点以及犯罪有关场所，进行实地的调查工作，是侦查人员取得第一手材料的一个重要途径。犯罪分子必然在犯罪现场留下犯罪的痕迹、物证。有的虽然很不明显，但只要细致勘查现场，深入群众调查访问，就能收集到有价值的材料，为侦查破案提供有利的条件。

### 4.2.2 研究材料

对现场勘查以及调查来的材料，要进行认真细致的分析。首先要研究现场上发生了什么事情，是否构成了犯罪，或者是伪造了现场，制造了假象，或者是不幸事件等等。侦查人员不能仅仅信赖现场的表面现象及有关人员的陈述，应细致分析现场环境、痕迹与物体及其他有关情况，进行鉴别真假、去伪存真的处理。其次要分析每一事实材料与整个案件的关系，找出它与犯罪活动的直接联系。再次要分析各种事实材料之间的关系。通过对材料的分析，从而判断事件的性质，找出是否应该立案的根据，对那些因果联系不清楚

的事实,就要建立侦查假说。

4.2.3 提出假说

就是提出犯罪活动情况的假说,主要是对犯罪的时间、场所、作案人数、作案工具、作案方法及犯罪的活动过程等提出假说。

对犯罪分子作案时间提出假说,有助肯定或否定嫌疑线索,确定侦查范围和验证供词等。对作案场所提出假说,可以顺利地发现犯罪分子遗留的痕迹、物证,进而推断犯罪分子的犯罪行为。对作案方法和手段提出假说,往往能判明参加作案的人数、进出现场的路线、犯罪分子的职业、习惯,使用某种工具与使用的熟练程度,以及是否惯犯等。对犯罪动机提出假说,可以从中找出被害对象与犯罪分子之间的因果关系,研究犯罪分子为了什么目的而作案。对确定侦查范围提出假说,这就能为迅速抓获犯罪分子,及时破案创造了有利条件。

假定我们根据一组事实 $a$、$b$、$c$、$d$ 推测产生它的原因是 $A$,那么,它们之间的关系可用下面的假言判断表示出来:

$A \to (a \wedge b \wedge c \wedge d)$

$A$ 是这个假设的基本假定,$a$、$b$、$c$、$d$ 是这个假设的事实根据,也是基本假定推出的结果。我们以一件刑案为例:

四机部安装公司第二工程处第一施工队青年女工沈××在建昌机器厂施工时,被杀害后沉尸藕塘内。根据焦炭房内地面有擦划痕迹($a$)、焦炭掩盖的血($b$)、墙上喷溅的零乱血迹($c$),侦察员认为焦炭房为杀人现场($A$);沈的尸体被四块大石头压沉在藕塘内($a$),藕塘应为移尸灭迹现场($A$);死者上衣被撕开($a$),下身裸体($b$),短裤卷至两踝关节处($c$),双手腕有搏斗抵抗伤($d$),头部受伤极为严重($e$),处女膜新鲜破裂($f$),看来沈××系被他人强奸打击头部致死后移尸的($A$);沈的胃内容物是当天中饭吃的饭菜($a$)。据此推断作案时间是当天下午下班后至晚饭前,即16点至18点,晚上移尸于藕塘($A$);从作案手段上看($a$),一人可以作此案($A$)。如果我们把以上基本假定的 $A$ 联合起来分析($nA$),还可以进一步

推出：作案人熟悉现场($p$)、了解管道工当天下班情况($q$)、有接近沈的条件，能将其骗进焦炭房并趁无人之机行凶作案($r$)。我们再把 $nA$ 与 $p$、$q$、$r$ 联合起来，可以推出“沈××是被具有以上作案条件的某同班工人强奸杀害”的假说($F$)：

$F \rightarrow (nA \land p \land q \land r)$

后来破案证实，上面这个假说与实际情况相符。

建立侦查假说的思维形式不仅局限在判断、推理上，即使思维形式的最基本单位——概念，也可以形成假说。我们对概念的应用，其目的意义就在于准确地使用概念，要准确地使用概念就必须明确被使用概念的内涵和外延，而对侦查破案工作来讲(特别是在起始阶段)，往往对已知的案情掌握甚少，对许多情况只能靠猜测和假定，甚至细小到某一个罪名概念也是常常如此。例如，对某案起初掌握的情况是：应××携带镰刀、菜刀，以打柴为名，盗伐集体的杨树往家扛。这种行为可以暂时假定为“盗窃”($A$)。后了解到：应××扛回家的路途中被护林员郭×发现，应某扔掉杨树逃跑，被郭×追上扭住，应力图挣脱，乘郭不备，用菜刀砍郭两下，郭上额和鼻部受伤($np$)。那么，应××的行为应定什么罪为恰当？“杀人”($B$)，或者“伤害”($C$)，或者“抢劫”($D$)，或者兼而有之：

$(A \lor B \lor C \lor D) \rightarrow np$

在确定应××所犯的罪名上，也是先作出几个假说，随着掌握案情材料的增多，证据的充分，最后才能确认其中的一个(或 $n$ 个)假说。

### 4.3 侦查假说通常采用的方法

由于思维形式、逻辑方法的多种多样，因而相应的侦查假说也是多种多样的。在这里就不全面介绍了。下面讲几种最常用的侦查假说方法。如建立所有可能的假说以搞清事实真象的方法。这种方法可分两种情况：

4.3.1 穷尽了所有可能的假说

例如，某部军用器材被盗。对盗窃来源的形式可以有三个假说：内盗、或外盗、或内外勾结盗窃。用选言判断表示应为：

$p \lor q \lor r$

这样的假说就是穷尽了一切可能。这样的假说一般是按概念的划分提出来的。只要划分正确，假说就穷尽了一切可能。此外，在一定的具体情况下，排除了其他可能，只剩下某几种可能，从而相应地建立一个选言判断。这样的选言判断虽不是按概念划分提出的，但还是可以把它看作穷尽了一切可能的。例如，某妇女病后，被其夫刘××静脉推注葡萄糖加氯化钾而死亡。在分析了除下述可能其他情况都不致使她突然死亡后，我们就可以推测，她死亡之因：病情复发、或是氯化钾过量、或是静脉推注时速度过快。这三种可能——即三个选言肢应当看成是已经"穷尽"的了。

4.3.2 不能保证穷尽了所有可能的假说

有时因材料的局限，从现场收集的材料对一事物只能作现有的几种假说，不能保证以后就没有其他的假说，那现有的几种假说就具有相对"穷尽"的性质。比如，从现有收集的材料来排查，在发案时间内到过某盗案现场的有甲、乙、丙 3 人，他们都有作案的可能，这三个可能就是三个假说，从现有掌握的材料来看，这三种可能是暂时穷尽的，但又不能绝对排除第四种、甚至四种以上的可能。因此，这三个假说便具有相对穷尽的性质。用选言判断表示应为：

$A \lor B \lor C$（但不能排除 $x$）

这种选言判断相对地是符合逻辑要求的。它与完全错误的选言判断不同，完全错误的选言判断的选言肢即使在当时建立的情况下也有明显的遗漏。

区分完全穷尽和相对穷尽这两种情况，对如何证明和选择假说是很重要的。当侦查人员遇到一个案件有几个假说的时候，不可能都同时进行验证，必须有所选择。如何选择？当然首先要选择可能性最大的假说。为了能够找出可能性最大的假说，就必须先反驳

一些假说一一驳倒了其余的假说，那么，剩下的那一个便是真实的、或真实性很大的假说。其实，这种排否其余假说的方法，就是选用一个否定肯定式的选言推理，可表示为：

$$((p \lor q \lor r \lor s) \land (\neg q \land \neg r \land \neg r)) \rightarrow p$$

### 4.4 侦查假说的推翻

侦查假说的推翻，就是对错误假说的否定。建立侦查假说靠逻辑思维形式和方法，同样，推翻侦查假说也得靠逻辑思维形式和方法。推翻曾建立的侦查假说，主要表现在侦查案件的初起阶段。侦查人员在开始时，对尚未掌握的案件情况，提出许许多多的假说。这许许多多的假说，其中有不少是与实际案情不符的，这将随着侦查活动的开展，而逐渐被推翻掉。若干个错误的侦查假说被推翻，就意味着侦查范围的缩小，逐步接近真实的假说。

可是，推翻假说并非是轻而易举的事。要推翻某个侦查假说，就要有足够的证据，即逻辑依据。切不可想当然轻率从事，否则，倘若所推翻的是真实的假说，那将会把侦查工作带入歧途。

推翻错误的侦查假说怎样进行呢？如果某侦查假说中的结论，与真实的情况相矛盾，那么某侦查假说即可推翻。这种推翻的逻辑依据就是假言推理的否定后件式（或必要条件假言推理否定前件式）。

我们以充分条件假言推理否定后件式为例，介绍它在推翻侦查假说中的几种用法。

（1）用与推出的结论“$q$”相矛盾的真实情况“$r$”（即$\neg q$）否定假说“$p$”，可表示为：

$$((p \rightarrow q) \land (\neg q)) \rightarrow \neg p$$

例如，有一起凶杀案，侦查该案初期，侦查人员根据父尸颈部插着的匕首上，有儿子的指纹，将其列入作案人假说之中。后反复查证，发现死者的儿子确无杀父动机。如果是儿子作的案（$p$），那么他应具有杀父动机之必要条件（$q$），现查证事实情况（$r$）与（$q$）相

冲突($r \not\vee q$),所以可以推翻这个假说($\neg p$)。

(2)用与推出的结论“$q$”不可能存在的真实情况否定假说($p$),可表示为:

$((p \to q) \wedge \neg q) \to \neg p$

比如,假设某甲是某盗案的作案人($p$),那么某甲就有作此案的时间($q$),现查证某甲没有作此案的时间($\neg q$),所以某甲是某盗案作案人这个假说就被推翻掉($\neg p$)。

不过,用这种方式推翻假说有一个难办之处,就是证明某种事实或现象不存在,比证明它存在要困难得多。比如要证明某人在某案发案时到过现场,只要有某人到现场的时间证据就行,但要证明某人没有到过现场,就不能说没有发现就算确证。要证明现场有犯罪分子留下的指纹只要一经发现,就算确证,但要证明现场上没有留下指纹,不能说没有发现就算确证。因此,用这种方式推翻假说时,应该特别注意对“不可能存在的真实情况”的否定上。只有当对其否定是毫无疑问时,才能推翻这个假说。

由此可以看出,推翻侦查假说的基本方法就是从假定中推出一个或一些必然的结论。而这些结论与现实相矛盾,根据假言推理的否定式,便达到了推翻的目的。在推翻假说时,还应注意一个问题:要善于区别推出的结果与真实情况相矛盾和推出的结果在现实中没有发现。即要分清“非 $q$”与“没有发现 $q$”这两个不同“结果”。前者才是符合逻辑的否定,只能用此来真正推翻错误的假说;后者切不可当成“非 $q$”。

推翻侦查假说与建立侦查假说是不可分割的两个对应面。没有“建立”就没有“推翻”;没有“推翻”,“建立”就得不到发展,真正的侦查假说就无法实现。

### 4.5 侦查假说的验证

对认为可靠的侦查假说需要进一步发展巩固——“验证。“验证”是侦查假说重要的环节。验证侦查假说有两种方式:一是直接

观察；二是逻辑验证，即用推理的方法进行验证。前者只适用于案件的个别方面的假说，如通过直接观察（或直接搜查）验证某嫌疑人身上的痕迹，或者嫌疑人家里窝藏的赃物等。后者运用的范围要广泛得多，如有关作案动机、性质、时间、场所、工具、作案人的假说等。被验证为真的侦查假说，可以有这样三种情况：

（1）某结论只能从某侦查假说中推出来，而且结论与现实相符。这种验证方式，其实是充要条件假言推理。结论（$p$）与侦查假说（$q$）之间互为蕴涵关系（$p \leftrightarrow q$）。例如，被害者或作案者留下的指掌纹，肉组织（如断指、鼻、舌等）。这种验证假说的范围也是很有限的。至于作案者留下的衣服、作案工具，鞋印等，验证的价值也不很大，因为这些作证、痕迹有时并非是作案者自己的，有的作案者会偷换、借用、进行伪装。

（2）对某一情况提出若干个假说，而且仅仅只可能有几个假说，当否定其余几个假说后，就可以确认一个假说。这种验证方式，其实是否定肯定式的选言推理。例如，某厂某夜发生的纵火案。在通往起火点的通道上，发现有三种鞋印。于是可以对作案人提出三个假说（$p \vee q \vee r$），经核查，有两种鞋印是值班员留下的，并排除了他们作案的可能，即可以否定掉两个假说（$\neg p \wedge \neg q$）。剩下的一种鞋印，是一个已被开除的工人留下的，他没有任何理由深夜跑到厂里去。于是这剩下的一个假说便得到了验证（$r$）。我们可以把这种验证过程表示：

$$((p \vee q \vee r) \wedge (\neg p \wedge \neg q)) \rightarrow r$$

（3）当几个假说存在时，一方面用证据否定其余假说，另一方面证据肯定剩下的那一个假说。这种验证，其实是前面一种的带证式，即小前提和结论均以证据，给予正反两方面的验证。这样的验证，特别有说服力，所以在侦查实践中，常常用此法验证假设的事物。

例如，某日清晨，合肥市发现一名女青年被土造枪杀害，尸体被捆绑在一辆八成新的永久“12型”自行车上。经查，死者名叫沈

××。从尸体呈现的痕迹看，沈是13日晚被杀害的。经排查，作案嫌疑人有5个。就是说可以建立5个作案人的假说。这是属于相对穷尽性质的假说，如果能否定其中一些假说，不仅有助于判明剩下的假说，而且也便于验证。

先来看第一个作案人假说。通过查证，张××是沈的姘夫，其人性情凶暴，怀疑沈与别人发生男女关系，经常打骂沈。但双方尚有一定感情，平时沈对张生活上照顾也很好，正积极筹备家具，准备元旦结婚，没有发现张有杀害沈的念头。张没有永久"12型"自行车，也没发现张向别人借过或偷过这种自行车。张的住地人烟稠密，门挨门、窗靠窗，不具备作案场所条件，而且查明张不具备作此案时间。第一个作案人假说，便被完全否定了。

据查证，第二个作案嫌疑人谭××、第三个作案嫌疑人陈××、第四个作案嫌疑人另一个张××(即第二、三、四个作案人假说)，与沈××都有过交往，但没有利害冲突，13日白天他们3人曾与沈在街上相遇，分手后未再见面。他们均没有永久"12型"自行车，居住的地点与现场都较远，而且也都不具有作此案的时间。所以，第二、三、四个作案假说也完全可以否定掉了。

最后来验证这第五个(即剩下的一个)作案人假说。据查证此人名叫陶××，现年28岁，肥西县上派镇人，平时表现不好，经济来源不清，常与一些女青年往来，行为不轨。几个月前，有人发现他在车间私自造枪支零件。为了证实这个假说，侦查人员从两方面入手，一方面进一步调查陶与沈是否相识，关系如何？另一方面进一步观察陶的动态。侦察员访问了与沈相识的青工周×，周说沈是前年与陶认识的，并证明陶在半月前骑了一部永久"12型"自行车到他家，闲谈中陶说沈敲他的竹杠，说要把沈干掉，还拿出自制的四管手枪，当场放了两枪。根据多方面调查，进一步证实陶有极大可能是杀害沈××的凶手。随即对陶的住地进行了详细检查，发现陶的鞋上和地面、门上均有血迹，与死者沈××血型相同，至此，这最后一个假说得到验证。将陶逮捕归案，在铁的事实面前，陶犯不得

不低头认罪。

第三种验证方式明显地优于第一、二种验证方式。第一种验证方式注重证据的质，缺少证据的量，这对定罪判刑就显得不够了。第二种验证方式，对尚无证据直接验证某一假说虽然提供了可通的途径，但它只是间接地推论，显然这对定罪量刑来说，也是不够的。而第三种验证方式不但注意证据的质，也注意证据的量。这种验证方式不但有力地推翻了一些不可能的情况，而且用大量证据验证唯一可能的情况，因为验证了唯一可能的情况为真，所以否定的其他可能情况也必真。

再介绍两种间接逻辑验证侦查假说的方法：

(1)反证法验证，就是验证与某侦查假说相矛盾的相反假说的虚假性，从而证实原假说为真。也就是先找出与原侦查假说相反的假说，而后运用充分条件假言推理否定后件式，确立此相反的假说虚假，进而根据排中律证明原侦查假说必真。

例如，某国办案人为了验证"拉芝雅不是凶手"的侦查假说，先作一个充分条件假言命题：如果拉芝雅是凶手，那么她手枪中五发子弹任意一发打中了她的丈夫。但是经过现场检查，这 5 发子弹没有一发打中她的丈夫。说明"拉芝雅不是凶手"假说真实。反证法验证的过程是：

原"侦查假说"：$A$

反"侦查假说"：非 $A$

验证：假设非 $A$ 真

如果非 $A$ 真，那么 $B$ 真

查证 $B$ 假，所以非 $A$ 假(根据充分条件假言推理否定后件式)

故 $A$ 真(根据排中律，两个互相矛盾的假说不能同时都假，其中必有一真)

(2)排除法验证，就是运用选言推理的否定肯定式来确定侦查假说。对某一情况提出若干个假说，而且仅仅可能有这几个假说，当否定其余几个假说后，就可以确认一个假说为真，例如，某案凶

器或者是匕首、或者是水果刀，或者是三开刀，或者是电工刀。经查证，匕首、水果刀、三开刀均可否定；剩下的电工刀，与被害者伤口，其宽度、深度都相吻合。因而“作案凶器是电工刀”这个假说得到了验证。排除法验证过程是：

验证的“侦查假说”：$x$

验证：或者 $A$、或者 $B$、或者 $C$、或者 $D$。

查证 $B$ 不能成立（假），$C$ 不能成立（假），$D$ 不能成立（假）；$A$ 等值 $x$，故 $A$ 真。

### 4.6 侦查假说的作用

侦查假说在侦查破案中的作用是十分突出的，只要充分掌握它在应用中的方法和特点，不但能为侦查工作打好基础、明确方向和步骤，而且能为预测判断的真实性提供验证的逻辑依据。我们从推测的来说，侦破案件的整个过程，就是一个提出假说、建立假说、验证假说的全过程。侦查假说贯穿在侦查工作的始终。侦查假说在侦查工作中的整体表现形式，即为侦查计划。所谓侦查计划，就是在全面分析案情的基础上予以拟定的具体侦查内容和步骤。它提出侦查的具体任务，确定侦查范围和侦查部署，选择侦查的方向和手段，配备侦查的力量等等。侦查计划中的一个主要内容，就是要提出各种侦查假定，并根据各种侦查假定引伸出具体的侦查步骤，及具体的侦查措施。当然，根据侦查工作的进展情况，常常要修改或补充侦查计划，使计划更加切合案情实际。这也就是对侦查假说的修改和补充，使之不断完善，接近真实。不言而喻，不但侦查假说所应用的逻辑思维形式、规律及逻辑方法几乎概括了逻辑学的所有外延，而且它也是侦查工作的主体，是联系“侦查”与“逻辑”之间的纽带。我们可以毫不夸张地说：侦查假说是整个侦查逻辑的经脉和网络。集中起来，它的作用可以归纳如下几点：

#### 4.6.1 为侦查工作打好基础

一件案件发生了，首先面临的情况是犯罪的结果。侦查人员在

此时，只知道案件的一些现象，不知案件的整个真象，只知道犯罪现场的一点痕迹、物品，不知道犯罪的全部证据。在这种只知道“果”不知道“因”的情况下，就必须开始第一步工作：拟定侦查计划，提出侦查假说，为整个破案工作打下坚实的基础。

4.6.2 为侦查工作明确方向

侦查假说的建立，可以使侦查工作目标集中，重点突出，围绕一定的中心，保证侦查工作沿着正确的方向前进。

4.6.3 为侦查工作确定步骤

侦查工作要确定侦查的先后次序，即先侦查什么，后侦查什么，这样才能避免工作的盲目性，使侦查范围愈来愈小，侦查目标愈来愈集中，以保证侦查工作有步骤地进行，而这些要求都需要通过侦查假说的作用，才能达到。

4.6.4 为真实的结论提供验证

在侦查实践中，每一项工作的进展，都是通过一系列的假说来实现的；即使是某些被推翻了的假说，也会给侦查工作带来推进作用。因为在某些假说被推翻的情况下，就意味着需要说明的东西减少了，从而缩小了侦查范围。当缩小到只有“唯一”时，那便是真实的结论。当侦查人员用所获取的确凿证据，对真实的判断进行验证后，这时即是侦查假说的实现。

## 4.7 运用侦查假说要注意的问题

侦查假说在破案中确有重要作用，但如果运用不当，也会造成差错。为了使侦查工作顺利地向前推进，在运用侦查假说的过程中，应注意以下几个问题：

(1)要正确认识和把握侦查假说是一个辩证发展的过程。假说是建立在一定事实材料基础上的论断，在侦查工作中，从现场勘查等方面搜集到的材料，固然是提出假说的前提，但在侦查的初期阶段，所得的材料总是不全面的，甚至是不确实的，当有了更多、更丰富的材料之后，就要对初步提出的假说进行补充、修改，以使它更

接近客观事实,符合案情的真面目。这个不断补充、修改的过程,也就是否定旧假说、建立新假说的过程。这样的过程有时要进行多次。这与我们对事物从感性认识到理性认识的辩证发展过程是一致的。

(2)不能以侦查假说作为办案的根据。因为假说总不免带有某种程度的猜测性,即使从逻辑上得到了初步的验证,其推论仍然是思维的一种形式,侦查假说的真实性,只有到了按此假说去实践并获得确凿的证据后,才有效。因此,假说只能作为侦查破案的一种手段和方法,决不能作为办案的根据(办案的根据只能是事实)。否则,就会犯主观断案的错误。

(3)侦查假说不能离开科学知识的指导。虽然假说没有固定的程式和规则,不应受传统观念的束缚,有它创新的特性,但也不能脱离客观事物发展的一般规律,去胡思乱想,有价值的侦查假说,都是在科学知识的指导下,才建立起来的。如果只凭自己的想当然去建立侦查假说,那容易会犯盲目办案的错误。

(4)侦查假说的现实,就意味着得出了必然性的结论。这一点与一般的科学假说不同。因为科学假说是关于事物普遍规律的推测性的解释,是不受时间和空间限制的,其主项的量是无限数量的命题。我们无法用有限数量的实例来确证关于无限数量事物的命题。所以,尽管科学理论的命题已经得到多次严格检验,也难保它永远不被实践所推翻。当"原子是物质最基本单位"命题建立后,就推翻了"分子是物质最基本单位"命题;当"中子、质子是物质最基本单位"命题建立后,又推翻了"原子是物质最基本单位"命题。侦查工作就并非如此了,因它要建立的假设性命题是尚未认识的未知案情,是已经发生的事物,是客观已存在着的事物。而且它所要弄清的事物不是某个类事物,而是特定的事物,有时间和空间限制(如作案时间、作案场所),它所要证明的命题有一定数量(一个,或若干个)。所以它通过对假说否定和对假说验证而得出的结论,是真实可靠的,即侦查人员主观的假说,与客观的案情事实相符。

### 4.8 假说与假设等的区别

要弄清侦查假说的特点，还必须善于区别"假说"、"假设"(又称"假定")和"假言(命题)"这三个容易混淆的概念。

"假说"是"对事物存在的原因或规律性作出有根据的假定说明。"或"根据已有知识，人们对所研究的事物或现象作出初步的解释"。"假设"，从逻辑学观点来看，它与"假说"是没有什么差别的，两者是同一概念。但在侦查实践中，它与"假说"就尽然相同了。侦查人员习惯对尚未完全确定的案情给予暂时的说明，即为"假设"或"假定"。而这种"假设"不仅指上面讲的"假说"，而且还包括"假言命题"，甚至"假言推理的结论"。"假言命题"，"它是关于某一情况的存在是另一情况存在的条件的陈述"，或照一般的说法"是有条件地断定某事物情况存在的判断"。例如，充分条件假言命题："如果 $p$，那么 $q$"($p \to q$)，即"有 $p$，就必有 $q$"(有前件必有后件)。它是复合命题中的一种思维形式，与"假说"或"假设"当然不是一回事了。

这里，我们主要讲这三个概念在侦查实践应用上的联系与区别。"假说"在有法律逻辑教材中称为"侦查假说"，它在侦查中的具体应用(以及"侦查假说"与一般科学假说不尽相同之处)前文已作介绍，在此从略。

"假言命题"在侦查中的应用，一般为肯定式和否定式两类：充分条件的肯定前件式、必要条件的肯定后件式、二难推理的构成式、充分条件的否定后件式、必要条件的否定前件式及二难推理的破坏式等。比如"如果张某是某案作案人，那么他必有作此案时间"、"如果张某没有作某案时间，那么张某不是该案作案人"等等。

"假设"常被侦查人员作为"侦查推论"的俗语，它的含意较广，亦不甚严格、确切，但却能帮助人们思考问题，有利找出破案的线索。例如，美国作家罗伯特的《机警的探长》中有这样一段话："如果您允许的话，我首先做一个小小的假设。假设是侦破中的一种非常

有用的手段，它可以使我们对案情的认识取得重大的进展。我们假设男爵夫人的丈夫，虽然身体很弱，但那天夜里仍然强撑着从自己的卧房来到这里：假设他点燃了那半支蜡烛他就能看到……”显然，这里多次讲到的“假设”，其“前件”（即估计的某案情）与将要推出的“后件”（进而推测出的案情），和假言命题（$p\rightarrow q$）的前后件关系是不一样的。前者往往是根据现场的现象估计出来的情况，如果“前件”是估计、猜测、预计的，那么“后件”也只能是“或然的”，它们之间毫无逻辑联系，其关系是虚假的；后者的“前件”蕴涵“后件”，由“前件”情况必然地（合乎逻辑地）形成“后件”情况，即如果“前件”成立（真），那么“后件”也成立（真），后件的真实性完全取决于前件。如果前件完全真实可靠，那么后件也必然真实可靠，它们之间的关系是非常严格的。因此，“假设”在实际应用中是不同一的，它有时是指“前者”，有时是指“后者”，也有时是指“侦查假说”，三者不可混淆，必须严加区分。

（作者：朱　武）

# 参考文献

[1] 李志才等编,逻辑学辞典,吉林人民出版社,1983。

[2] H. N. порубов(苏 H. N. 波鲁鲍夫),预审中讯问的科学基础,冯树梁译,群众出版社,1985。

[3] 阳作洲等编著,办案逻辑,法律出版社,1987。

[4] 朱武主编,刑案逻辑解析,南开大学出版社,1985。

[5] 朱武,侦查破案的逻辑科学,江苏科技出版社,1986。

[6] 朱武,侦探的智谋,南京出版社,1995。

# [二十] 法律逻辑

## 1 审判逻辑

### 1.1 罪名概念

1.1.1 罪名概念的含义

罪名概念是反映犯罪行为本质属性的概念。我国《刑法》条文中有许多基本的概念，如"刑罚"、"走私罪"、"受贿"、"贪污罪"、"泄露国家机密罪"、"伪造印章罪"、"拘役"等等。其中反映每一种犯罪的概念就是罪名概念，如"受贿罪"、"诈骗罪"、"贩卖鸦片罪"、"聚众赌博罪"等。罪名概念是《刑法》中最重要的概念。

罪名概念一般可分为两种：属罪名概念和种罪名概念（简称罪名概念）。在我国属罪名概念是指危害国家安全罪，危害公共安全罪，破坏社会主义经济秩序罪，侵犯公民人身权利、民主权利罪，侵犯财产罪，妨害社会管理秩序罪，危害国家安全罪，贪污受贿罪，渎职罪等类。属罪名概念的内涵是由它所反映的一类对象的特有本质属性和所有犯罪都具有的共同本质属性组成的。

按我国《刑法》规定："一切危害国家主权、领土完整和安全，分裂国家、颠覆人民民主专政的政权和推翻社会主义制度，破坏社会秩序和经济秩序，侵犯国有财产或者劳动群众集体所有的财产，侵犯公民私人所有的合法财产，侵犯公民的人身权利、民主权利和其他权利，以及其他危害社会的行为，依照法律应当受刑罚处罚的，都是犯罪"。这就是"所有犯罪都具有的共同本质属性。任何类的

犯罪行为都必须首先具有这个共同本质属性，否则就不成其为犯罪行为。由此可见，属罪名概念与犯罪概念之间具有种属关系，即所有属罪名概念的外延包含在犯罪概念之中。

种罪名概念是属罪名概念中包含的更小类的罪名概念。它是反映具体犯罪行为的本质属性的概念。刑法分则将具有共同属性的一类罪行制定类罪名之后，又将具有类罪名的本质属性但又各有其特有本质属性的具体犯罪在类罪名之下分为若干具体罪名。反映这些具体犯罪行为的概念就是种罪名概念。例如，我国原《刑法》将“侵犯财产罪”这一属罪名概念划分为“抢劫罪”、“盗窃罪”、“诈骗罪”、“抢夺罪”、“敲诈勒索罪”、“贪污罪”和“故意毁坏财产罪”等种罪名概念。这些种罪名概念外延之间是不相容的。它们除具有“以非法占有为目的、攫取公私财物或者毁坏公私财物”的共同内涵外，还有其各自特有的内涵。如“贪污罪”就具有“国家工作人员利用职务上的方便，将职责范围内所负责之财物以种种非法手段，占为己有”的特有内涵。

在司法实践中，了解“犯罪概念”、“属罪名概念”、“种罪名概念”三者之间具有逻辑划分上的层次关系，其意义十分重大。由于这三者的内涵既有共性又有特性、外延之间依次的属种关系，所以便构成了一个严密的罪名概念体系，为整个审判工作奠定了依法的基础。当被告人的行为是否构成犯罪的认定时，首先要根据犯罪构成(即犯罪概念的具体化)的四个要件来确定；当确认其行为是犯罪行为以后，就要根据侵犯共同客体决定属于八大类犯罪的哪一类；然后根据刑法分则条文规定的罪状确定其具体罪名。这样的思维过程：罪名概念→属罪名概念→种罪名概念，是完全符合逻辑的运行过程。

1.1.2　罪名概念定义

给罪名概念下定义就是判明罪名概念所反映的对象的本质属性是什么，并同时把该类犯罪跟一切与它相似的对象加以区别。它实际上是给罪名概念反映的客观对象下定义，而并非给罪名概念

本身下定义。例如,给“抢夺罪”下的定义是:“乘人不备,公开夺取公私财物据为己有的行为”,这不但揭示了抢夺罪的本质,而且也将与它相似的“抢劫罪”等一切行为区别开来了。

罪名概念定义的一般结构形式是:

被定义罪名概念=种差+邻近的属概念

罪名概念定义在结构形式上的特点,主要表现在揭示的种差上。一般指以下两方面:

(1)罪名概念定义的种差不只是一个主要特征,而总是包含两个或两个以上的主要特征。这是因为由于一个犯罪行为有其必须具备的四个要件(即犯罪的客体、犯罪的客观方面、犯罪的主体、犯罪的主观方面)构成的,所以在确认具体犯罪的罪名时,必然要揭示到这些特征。

(2)罪名概念定义中的这种种差,又有这样两种具体情况:

一种是,被定义罪名概念反映的对象范围包含两个或两个以上的不同情况,分别具有不同的主要特征,而在定义的种差中又不能把这多种情况总的概括为一种,因而只能利用“或者”一类的语词加以连接,分别列出。这种定义结构形式是:

被定义罪名概念=种差A、或者种差B、……或者种差N+邻近属概念

例如,我国原《刑法》将“流氓活动罪”定义为:“流氓活动罪是指聚众斗殴、寻衅滋事、侮辱妇女或者其他流氓活动,破坏公共秩序,情节恶劣的行为”。这个定义就揭示了“流氓活动罪”包括的四种不同情况:“聚众斗殴”、“寻衅滋事”、“侮辱妇女”、“其他流氓活动”的破坏公共秩序情节严重的行为。认定一种具体犯罪行为时,对照该定义揭示的四种不同情况,只要符合其中的一种,就可以确定它是“流氓活动罪”。

另一种是,被定义罪名概念所反映的对象必须具备各种必要条件,这些条件缺一不可,只有合并起来才能构成定义的种差。这种定义结构形式是:

被定义罪名概念=种差A、并且种差B、……并且种差N+邻近属概念

例如，我国《刑法》将泄露国家机密罪定义为："泄露国家机密罪是指国家工作人员违反国家保密法规、泄露国家重要机密的行为"。这个定义揭示的种差，就包括了三个必不可少的条件："国家工作人员"、"违反国家保密法规"、和"泄露国家重要机密"。这三个条件缺一不可，只有合并起来才能构成"泄露国家机密罪"。

罪名概念定义的特点除在结构形式上具有上述差别外，还有内容上的规定性。由于法律是按照统治阶级的意志和利益，由国家制定或认可的，是人们的行为准则。所以，罪名概念定义也必然是统治阶级根据本阶段的利益决定的，它只有恰当不恰当的问题，谈不到真假问题。例如，为什么要把某某行为定为某种罪名，这在人类是没有统一客观标准的，完全是由各国家（或地方）统治阶级的意志决定的。这就决定了罪名概念定义具有规定的性质。

### 1.2 定罪推论

在司法实践中，明确罪名概念仅为办案打下了依法的基础，某被告是否犯有罪行，犯了什么样的罪，即定何种罪，还得借助逻辑推论。

逻辑推论就是推理，它在定罪中通常只指直言三段论这一种思维形式。例如：

利用职务之便将职责范围所负责之财物以种种非法手段占为己有的是犯了贪污罪；

任某的一个朋友是利用保管员职务之便窃取自己保管的黄金占为己有；

---

所以，任某的这个朋友是犯了贪污罪。

这个定罪三段论的第一个判断"利用职务之便将职责范围所负责之财物以种种非法手段占为己有的是犯了贪污罪"，表达了一般原理，叫大前提。第二个判断"任某的一个朋友是利用保管员职务之便窃取自己保管的黄金占为己有"，表达对特殊对象的认识，

叫小前提。第三个判断“任某的那个朋友是犯了贪污罪”,是由两个前提推出的新判断,叫结论。一个三段论必定是三个直言判断组成的。而且这些判断的主、谓项所包含的概念都重复了一次,形成了只有三个不同概念的推理形式。这三个不同的概念分别叫做“小项”、“中项”、“大项”。小项就是在结论中作主项的那个概念,大项就是在结论中作谓项的那个概念,中项就是在两个前提中都出现而在结论中不再出现的概念。此例中的“任某的那个朋友”是小项,“犯了贪污罪”是大项,“利用职务之便将自己保管的财物占为己有”是中项。

在一个直言三段论中,区分大、小前提不能以前提排列的先后顺序为标准,而应该以大前提、小前提各自的定义为标准。因为在实际思维中,有时大、小前提的位置是可以互换的。如上例也可以写成下面的形式:

任某的一个朋友利用保管员职务之便窃取自己保管的黄金占为己有;

凡是利用职务之便将职责范围所负责之财物以种种非法手段占为己有的就是犯了贪污罪;

---

所以,任某的这个朋友是犯了贪污罪。

在这个定罪三段论中,第二个前提仍然是大前提,第一个前提仍然为小前提。

定罪三段论的主要特征是充当它的大前提的判断,都是有关罪名概念的定义;小前提是以证据确凿的犯罪事实,与大前提中有关罪名概念的定义加以对照;结论是作出被告人的行为是否构成该罪的推定。

定罪三段论之所以不同于一般三段论,这主要是指不管它在第一格或是第二格,都有肯定式和否定式,即小前提既可以是肯定的,也可以是否定的,而且都是正确的推理。其原因是大前提是一个定义,而定义的主、谓项都周延,因而无论是肯定式还是否定式

都没有违反三段论的规则。例如：

①第一格肯定式

凡以营利为目的聚众赌博或以赌博为业的是犯了赌博罪；

张某是以营利为目的聚众赌博或以赌博为业；

---

所以，张某犯了赌博罪。

②第一格否定式

凡以营利为目的聚众赌博或以赌博为业的是犯了赌博罪；

李某不是以营利为目的聚众赌博或以赌博为业；

---

所以，李某不是犯了赌博罪。

③第二格肯定式

抢夺罪是乘人不备，公开夺取数额较大的公私财物据为己有的行为；

李某的行为是乘人不备，公开夺取数额较大的公私财物据为己有的行为；

---

所以，李某的行为是犯了抢夺罪。

④第二格否定式

抢夺罪是乘人不备，公开夺取数额较大的公私财物据为己有的行为；

王某的行为不是乘人不备，公开夺取数额较大的公私财物据为己有的行为；

---

所以，王某的行为不是犯了抢夺罪。

上面四个推理例子，如用一般三段论的规则来要求，显然第一

格的否定式和第二格的肯定式是不符合的，而作为定罪三段论却没有问题。定罪三段论，它不属于一般的三段论，也不是扩充三段论，因而不能用一般三段论的规则来衡量它。

定罪推论的另一个重要特点，就是对作为定罪三段论大前提的罪名概念定义的多种特征或多种情况种差的合成或分解。

1.2.1 对多种特征种差的合成

如果以具有多种特征种差的罪名概念定义作为第一格否定式大前提，那么必须毫无遗漏地将诸种特征合成起来，前面举的“李某不是犯了赌博罪”例子即如此。否则，就可能犯逻辑错误。例如：

侮辱妇女，破坏公共秩序，情节恶劣的行为是流氓活动罪；

赵某的行为不是侮辱妇女，破坏公共秩序，情节恶劣的行为；

---

所以，赵某的行为不是犯了流氓活动罪。

这个推论很成问题。赵某的行为虽然不是“侮辱妇女”，但不一定不是流氓罪。因为按流氓罪定义的种差多种性质来看，除“侮辱妇女”这一种外，还有“聚众斗殴”、“寻衅滋事”和“其他流氓活动”三种性质，分别都可以构成流氓罪。在司法实践中，犯有这样推论的错误也不少见，例如，某地在处理一起强奸案时，有人就这样推论：凡是以暴力、胁迫手段与妇女发生性行为的是强奸；某被告人的行为不是以暴力、胁迫手段与某妇女发生性行为；所以某被告人的行为不是强奸。这里的大前提，显然遗漏了以“其他手段”与妇女发生性行为，所以推论不可靠。只有将作为大前提的罪名概念定义的多种性质种差合成列出，并且在小前提中将合成的多性质种差全否定掉，推论才必然可靠。

1.2.2 对多种情况种差的分解

如果以具有多种情况特征种差的罪名概念定义作为否定式大前提，那么小前提只需要否定掉从多种情况特征分解出的一种就

可以了。例如：

玩忽职守罪是国家工作人员由于玩忽职守，致使公共财产、国家和人民利益遭受巨大损失的行为；

A某不是国家工作人员；

---

所以，A某不是犯了玩忽职守罪。

在这个推论里，只需要将"国家工作人员由于玩忽职守，致使公共财产、国家和人民利益遭受巨大损失"的多种情况种差分解出其中的"国家工作人员"这一种否定掉，其结论必然可靠。

这样否定式的运用，在司法工作中很有实际意义。因为办案工作，不但要求准确无误，而且要求速度、效率。特别是一些重大案件的办理，必须及时有效地抓住战机，尽快地打击犯罪分子，避免或减少国家财物和人民生命财产的损失，这就需要尽量节省时间。例如上例，无需是否具有"致使公共财产、国家和人民利益遭受巨大损失"等证据材料，就可以得出"A某不是犯了玩忽职守罪"的推论了。而且这种否定式的应用，不但为驳斥（或撤销）某种情况找到逻辑依据，还可以为找出（或建立）案件真实情况扫除障碍。因为在办理案件的过程中，往往是许多嫌疑情况——真假情况混在一起。一旦真实情况出现了，也就意味着案件的办理快结束了。而真实情况的出现，常常是在否定其他嫌疑情况的条件下产生的。即随着假的情况的减少，真的情况就出现了。所谓"不破不立，破中有立"就是这个道理。

使用定罪三段论还必须注意以下几个问题：

（1）大前提必须是有关罪名概念的定义。常见的错误是把普通的全称判断混为定义进行推论。例如

赌博罪必须有赌博的行为；

陈某等人的行为是赌博的行为；

---

所以，陈某等人的行为是犯了赌博罪。

这个错误的推论，其原因在于大前提不是定义，而是一个全称判断，那就需要用三段论规则来衡量它。显然，这个三段论的中项"赌博的行为"没有一次是周延的，违反了它的规则。

(2)罪名概念定义必须正确。罪名概念的定义是给某一罪行定性的依据。如果定义不正确，则定性就不会正确。罪名概念在刑法条文中有些有现成的定义，有些则没有现成的定义。如果在办案时需要用到没有现成定义的罪名概念，那就要按下定义的逻辑方法给它现做起来。这样，就有可能出现不正确的定义。例如，故意杀人罪在我国《刑法》条文中就没有现成的定义。有的人认为"故意杀人罪是指剥夺了他人生命的行为"；也有的人认为"故意杀人罪是指犯罪人有目的地剥夺他人生命的行为"。这两个定义都不正确。正确的"故意杀人罪"定义是"故意地非法剥夺他人生命(种差)的(加)行为(属概念)"

(3)小前提必须真实。定罪推理的小前提真实，是指小前提所规定的犯罪事实和其特征要切合客观实际。一些冤假错案的产生，从推理的角度来看，其原因就是小前提不真实。例如，某高校一位教师利用课余时间，帮助某乡办企业设计一种产品，获取报酬数千元，被起诉犯有受贿罪。起诉的定罪推论是：

受贿罪是国家工作人员利用职务上的便利，收受贿赂的行为；

这位教师的行为是国家工作人员利用职务上的便利，收受贿赂的行为；

---

所以，这位教师的行为是受贿罪。

这个第二格肯定式定罪三段论的推理形式没问题，但小前题不真实。其实这位教师所得的报酬是合理收入，并非"收受贿赂"。

(4)中项必须保持同一。就是要使小前提中的犯罪事实的特征与大前提中罪名概念定义的特征完全一致。在大前提中，定罪三段论的中项与一般三段论的中项有所不同，后者多数为简单概念，而

前者总是有关罪名概念定义，前者比后者要复杂得多。由于这种情况，要使小前提的中项(犯罪事实)与大前提的中项(罪名概念定义)完全一致，并非容易。在司法实践中，因中项不同一而定性不当的事例也屡见不鲜。例如，某市一男青年杨××路遇一位离家出走的少女王某，杨以关心为名带王到大姐家(暂时无人住的空房)安排住处，当夜杨强求与王发生了性关系，第二天，王在其姑妈陪同下告发了杨。杨××被拘留后，在定性问题上，曾有三种不同意见：①杨犯的是男女性关系错误；②杨犯了流氓罪；③杨犯了强奸罪。我们认为第三种意见是正确的。因为强奸的罪名定义是"违背妇女意志，使用暴力、胁迫或者其他手段，强行与妇女发生性交的行为。"(大前提的中项)与杨××的犯罪行为(小前提的中项)是完全同一的。即杨××的行为符合构成强奸罪的三个要件：违背王某的意志；对王某使用欺骗手段；强行与王某性交。而"犯了男女性关系错误"和"流氓罪"的构成要件，分别与杨××的行为都不完全相符，所以定性不当。

由此可见，要使定罪三段论的中项保持一致，就必须根据刑法犯罪构成的理论，认真分析犯罪构成的要件。即从犯罪主体、犯罪主观方面、犯罪客体、犯罪客观方面，分析每一种具体犯罪构成的要件。以小前提的犯罪事实特征与其对照，如果吻合，那么就能做到中项一致。

此外，各种具体罪名构成的要件数量不都是完全相等的。例如，诈骗罪的构成要件有四个：用欺骗手段；以骗取公私财物为目的；受害人对被告人编造的假情况信以为真；数额较大。玩忽职守罪的构成要件有两个：主体必须是国家工作人员；由于失职使国家和人民遭受巨大损失。

### 1.3 量刑推论

量刑推论，主要是指量刑三段论。按刑事案件诉讼程序，当被起诉的案件由审判机关(指法院)定性后，接着就要作量刑处理。审

判人员量刑处理的思维过程，其结构形式就是一个直言三段论。量刑三段论总是以某一刑法条文作大前提，以某被告符合刑法某条文所规定的犯罪行为为小前题，以某被告应处以何种具体刑罚为推论。例如：

强迫妇女卖淫的，处3年以上10年以下有期徒刑；

某某被告多次强迫妇女卖淫；

---

所以，某某被告应处3年以上10年以下有期徒刑。

量刑三段论与一般三段论稍有不同。这是指量刑三段论的小项表述前后有点变化，小前提的小项是“某被告人的犯罪行为”，结论的小项仅是“某被告人”。这是因为犯罪行为包括犯罪主体，对犯罪行为处罚实际上是指对犯罪行为的主体处罚。

量刑的原则是“罪”与“刑”要相当，既不能重罪轻判，也不能轻罪重判。审判人员要做出罪刑相当、公正合理的判决，除了要精通刑法外，还得善于运用量刑三段论这种思维形式。运用量刑三段论可分两步走：

第一步，求得某一罪行的量刑幅度。即先找出某一罪行应当依照刑法分则某条处刑的范围。具体做法是：通过准确的定性，把某一罪行归入与其同一的刑法分则条文。例如：

国家工作人员滥用职权、假公济私，对控告人、申诉人、批评人实行报复陷害的，处2年以下有期徒刑或者拘役；情节严重的，处2年以上7年以下有期徒刑；

某人的罪行是报复陷害罪；

---

所以，某人应处2年以下有期徒刑或者拘役，或者处2年以上7年以下有期徒刑。

这第一步的推论仅提供了处刑的三种选择范围，它虽然没有确切的量刑结论，但这一步是不可少的。它是量刑定论的预备，为其打下了坚实的基础。没有这第一步，就没有第二步，有了这第一

步，量刑就不会有大的出入。

第二步，获取精确的量刑结论。即根据刑法分则条文中具有量化性质的判断，选择恰当的处刑。例如，刚才这个例子，“国家工作人员滥用职权、假公济私，对控告人、申诉人、批评人实行报复陷害的”提供了三个可供选择的量化性质判断：情节一般的处2年以下有期徒刑；情节较轻的处以拘役；情节严重的处以2年以上7年以下有期徒刑。如果某人所犯的报复陷害罪属情节一般的，那么量刑三段论可表示如下：

国家工作人员滥用职权、假公济私，对控告人、申诉人、批评人实行报复陷害的，处2年以下有期徒刑或者拘役；情节严重的，处2年以上7年以下有期徒刑；

某人的报复陷害罪属情节一般的；

---

所以，某人应处2年以下有期徒刑。

这第二步量刑三段论推理是获得准确量刑结论的关键。

在司法实践中，常见到的量刑不当的错误，其原因往往是由于对犯罪情节的理解有偏差。因为同样性质的犯罪，由于情节的不同，就需相应地处以不同的刑罚。如果对量刑三段论大前提提供的几种不同的犯罪情节理解不准确，那就会发生“轻罪重判”或“重罪轻判”的错误。有时法院对有的刑案进行改判，多数不是在犯罪性质上给予纠正，而是纠正不当的量刑。

由于量刑三段论的大前提是立法机关制定的刑法分则条文，所以它不存在是否真实的问题。这与定罪三段论的大前提不同。因为定罪三段论的大前提是有关罪名概念定义，它（尤其是对没有现成的罪名概念定义）就有是否正确的问题。量刑三段论的小前提的真假，取决于定罪三段论的结论是否正确。只要定罪三段论的结论正确，量刑三段论就不会发生定性上的问题。

运用量刑三段论也必须注意保持中项的同一。它的中项同一，主要是指以下两点：

(1)罪名同一。即对某一罪行所定的罪名与刑法条文所定的犯罪的罪名同一。比如,如果对某人的罪行定为"流氓罪",按我国《刑法》第160条处以刑罚,那么就保持了罪名同一;如果按我国《刑法》第139条处以刑罚,那么就没有保持罪名同一。因为第160条所定的是"流氓罪",而第139条定的却是"强奸罪"。

(2)情节同一。由于我国《刑法》中有关"情节"的概念是多义的,所以首先要将不同意义的"情节"区分开:第一种"情节"的意义是指同一犯罪的不同情况,例如,上面讲的报复陷害罪的情节"一般"、"较轻"、"较重";第二种"情节"的意义是指犯罪的构成要件,例如,我国《刑法》第176条:"违反出入国境管理法规,偷越国(边)境,情节严重的……",这里的"情节严重",就是指犯罪的构成要件;第三种"情节"的意义是指同一量刑幅度内从轻、从重的情况,例如,犯罪手段是否恶劣、犯罪造成的损害结果是否严重、犯罪后的态度如何等酌定情节。

这里讲的"情节同一",主要是指第一种意义的"情节"。即对刑法分则条文中规定的几种轻重不同的刑罚,要选择得当。一般说,重刑适用于从重情节的犯罪,轻刑适用于从轻情节的犯罪。特别是在进行第二步量刑三段论推理时,一定要把好情节同一的关口,以确保中项的同一。

### 1.4 辩护思维

所谓辩护,就是与控诉的对称。即刑事被告人或者其辩护人针对控诉进行申辩的活动。其职能是依据事实和法律进行申辩、辩解或反驳,以证明被告人无罪、罪轻,或者有应当减轻、从轻、免除处罚的情节。目的是维护被告人合法权益,并在审判中能从正、反两个方面客观、全面地了解案情,查明事实真相,作出正确、合法的判决或裁定。司法活动的"辩护",主要是指辩护人(律师)就案件事实和法律,以法庭调查为基础、事实为根据、法律为准绳,用口语(或书写的辩护词)直接进行阐述、申述、争论、证明和反驳并可以反复

进行的诉讼活动。这一系列的诉论活动，必须严格地受着辩护人思维的逻辑制约和系统控制。可以说，辩护人辩论表述水平的高低，往往就取决于思维的逻辑制约和逻辑方法操作能力的强弱。而论证性、严密性和充足性等特征，就贯穿在辩护思维活动的始终。

辩护思维的论证性，是指在辩护中，经常要对某个命题（或判断）作出的逻辑证明。如果我们抽出各案件作法庭辨论的具体内容，从逻辑学的角度来看法庭辨论的过程，那么它也可以说就是一个逻辑证明与反驳的过程。

辩护思维的严密性，是指在辩论中，所运用的思维形式要完全符合逻辑的要求。因为法庭辩论中运用的思维形式，是在查清事实的基础上适用法律。因此，所下的罪名概念、作出的判断和得出的推理结论，必须具有必然的性质。仅以推理来讲，不仅推理的前提援引法律条款要准确、根据的事实要确实可靠，而且与结论之间必须具有必然的推导关系。辩护思维的严密性，除注意选言肢不能遗漏，被驳斥的肢要彻底，所有必要条件都要具备，假言前后件之间要有必然的联系等问题外，还要注意以下三个主要问题：

（1）大小前提要真实。司法的诉讼和审判是一种十分严肃的工作，稍有差错，就有可能带来极为严重的后果。为了既不放纵犯罪分子，也不要冤枉无辜，做到定罪准确、量刑恰当，必须正确使用三段论。一个具体三段论要结论可靠，就必须前提真实，推理形式正确。

（2）辩论论点要准确。要做到辩论的论点准确，辩护人必须事先仔细研究案情，探讨各种可能出现的论点是否“真”。也就是说，不但要注意到对方的真假，还要注意自己论点的可证性。如果自己的论点本来就站不住脚（即为“假”）而硬要证明它为“真”，那么肯定是行不通的。如果对方的论点本来是真的，硬要证明其为“假”，那么同样也是不行的。在法庭辩论中，有的辩护人有意识或无意识的失误，往往就出现在这上面。

（3）中项要保持同一。给被告人定罪或量刑，保持中项同一是

正确运用定罪三段论的极为重要的条件。定罪三段论要保持中项的同一要比一般的三段论困难得多，这是因为定罪三段论的中项是一个复杂概念，而一般三段论的中项只是一个简单概念。

辩护思维的充足性，是指在辩护中论证的理由必须完全充分，也就是说必须符合充足理由律的要求。充足理由律的客观基础是现象之间的因果联系。任何现象都有原因，任何原因都能预期后果的发生。既然没有原因的现象是不存在的，那么，充足理由律就要求"言而有据"，确定一个命题为真，必须要有根据。所谓理由充分不仅内容必须是真实的，而且必须与被确定为真的判断之间有着必然联系，即从理由能必然地推出结论为真。司法工作中作为定罪判刑的充分理由，就是刑事起诉中的证据。司法工作中的充分理由有其特殊性。首先，个别证据一般不能作为定罪判刑的根据，它必须是齐全的证据，包括犯罪的目的动机、犯罪的预备阶段、实施阶段以及事后表现的一切证据。个别证据只能证明个别事实，不能证明整个犯罪事实；其次，证据必须有证明力，也就是必须与案件有因果联系的事实才是证据。办案中的充足理由是一个极为复杂的问题，稍有疏忽就会发生错误；其三，理由充分主要不决定于理由的数量，而决定于质量。质量高的理由，哪怕只有一个，也能证明论点。如，要证明被告该从轻处罚，只要提他未满 18 周岁这一条件理由就够了。未满 18 岁，就是从轻处罚的充分理由。如果以年青、表现好、未受过法制教育等为理由，数量虽多，但不一定是"从轻处罚"的充分理由。无疑，法庭辩论一定要理由充分。辩护人的论题其理由是充分的，那肯定是符合某种必然推理的结果。反之，如果某种理由不能从中必然推出论题，那么它就不是该论题的充分理由。

### 1.5 辩护证明

辩护也是个多义的概念。这里讲的辩护，主要是指审判案件时被告人为自己或辩护人（如律师）为被告人的申辩，以及诉讼中的

辩论。在申辩或辩论中，最常用到的一种逻辑思维——论证，即证明与反驳。证明与反驳不仅本身是论证思维方法相互对应的正反两面，而且也是司法程序“诉”与“讼”辩论双方都可运用的思维工具。例如，辩护律师可用论证证明自己观点的正确，或反驳公诉人（一般是检察人员）的错误观点；同样，公诉人也可用论证证明自己观点的正确，或反驳辩护律师的错误观点。我们先来介绍几种证明的方法：

(1)直接证明

直接证明就是从论据的真实性直接推出论题的真实性的证明。例如：

某甲（聋哑人）应免除处罚。因为《中华人民共和国刑法》第16条规定：“又聋又哑的人或者盲人犯罪，可以从轻、减轻或者免除处罚。”而某甲确实是个又聋又哑的人。

(2)间接证明

间接证明不是用论据来直接证明论题本身，而是通过证明假设的论题虚假来确定被证明论题的真实性的证明。假设的论题与被证明论题的关系是：只要确立了假设论题的虚假性，就能必然推导出被证明论题的真实性。间接证明又可分为反证法和选言证法两种。

①反证法

反证法就是用证明与原论题相矛盾的反论题的虚假性，从而确立原论题的真实性。反证法证明的步骤是这样的：先假设一个与要证明的论题有矛盾关系的反论题，然后用一个否定后件式的充分条件假言推理来推翻反论题，进而根据排中律确认原来要证明的论题必真。

例如，某律师为一起火案被告人辩护。这位律师要证明的论题是：被告人对火桶接触油毡可能引起炭化反应燃着苇席酿成火灾不能预见。他用反证法证明这个论题的思维过程是这样的：“如果被告人能预见这场火灾，那么他应懂得火桶接触油毛毡可能无声

无息地引起炭化化学反应原理。因为被告人只上过小学，文化水平很低，虽然干了几年合同工，但都是零修碎补的杂活，从事油毡的活儿，也是寥寥无几，对油毡沥青的性能未能掌握。所以不可能懂得这种炭化反应原理。这一专门的化学知识，别说被告人不了解，就是公安机关和有关部门的专业人员，开始对'炭化'起火的知识，也是不甚了解。他们是在长达6小时的模拟试验之后，经过了研究，才得出'炭化'的结论。据此，引起这场火灾的原因，从被告人的具体情况出发，他是不能预见的。"

②选言证法

选言证法是先找出包含论题在内的关于某个问题的所有可能情况的判断，把论题作为一个选言肢，与这些情况一起构成选言判断，然后用论据分别证明除论题外的其他肢判断都是虚假的。这样，借助选言推理的否定肯定式，排除了其他可能后，就只剩下论题，从而证明了论题是真的。因此，此法又叫排除法或淘汰法。

例如，山西省某单位党委书记非正常突然死亡案。办案人员要证明的论题是"该党委书记是自杀死亡"。证明的过程："该党委书记或者是伤害致死（后伪装吊死），或者是被他人吊死，或者是自杀。经现场勘察检验，现场在树林里，人是在树上吊死的，时间是在下过雪以后，雪地上脚印清晰，只有一个人进去一趟的足印，没有出来的足迹，尸体全身没有其他伤痕。排除了伤害致死或被他人吊死的可能。从而认定是自杀死亡。"

无疑，逻辑证明在司法工作中具有重要作用，但是，它与诉讼逻辑中的诉讼证明还不能划等号。逻辑证明是论证某个判断的真实性，而诉讼证明则是确认某一案件事实是否发生，目的在于证实案件的真实性。并且，论据也不等同于证据，诉讼证明中的证据只能是同案件发生有关的事实材料。而公理、定理以及法律规范等，只能是论据，不能是诉讼证明的证据。诉讼证明是司法机关或当事人依法运用证据阐明或确定案件事实的诉讼活动，它在诉论活动中占有极重要地位。我国刑事诉讼法规定，只有经过查证属实的证

据，才能作为定案的根据。因而诉讼证明很多都是事实证明。由于逻辑证明与诉讼证明的关系密切，而且逻辑证明应用的范围更广泛，所以本书主要还是介绍逻辑证明。

如果我们根据论据与论题的联系方式，还可以把逻辑证明分为如下三种：

（1）演绎证明

演绎证明就是用一般原理为基本论据，通过演绎推理形式，以证明比较特殊性的论题的真实性的证明。例如，"为什么说林彪、江青等16人是这个反革命集团的主犯呢？按照我国《刑法》第23条和分则有关条文规定，主犯可以包括两种：①组织、领导犯罪集团进行犯罪活动的罪犯；②共同犯罪中起主要作用的罪犯。在林彪、江青反革命集团中，林彪和江青无疑是集团头子，康生和张春桥作为这个集团的'军师'，出谋划策，当然也是很重要的主犯。就现在出庭受审的10名被告人来说，都具有以下特点，符合法律上定为主犯的条件：①他们都参与策划过某些重大的反革命活动；②他们都是这个集团的组织者、领导者，或者掌握着集团内的一些小帮派，本身就是反革命头目；③他们都直接指挥过一些反革命活动。所以，起诉书指控他们为主犯是完全正确的。""林彪、江青等16人是这个反革命集团主犯"这个论题，是通过演绎证明的形式实现的。

（2）归纳证明

归纳证明，是用特殊事实的判断来证明某个一般原理、原则的真实性的证明。例如，确认"某无线电厂三起盗案均为内部盗窃"这个论题，就是采用的归纳证明形式："……三次被窃时间都在工人下班离开车间后，但三次现场勘查，证实车间门窗和门锁均完整无损，也无翻窗撬门等痕迹。厂部安排的夜间值班人员，没有发现外来人的可疑迹象。这三起盗案的作案手段相同，又都是夜间而且目标准确，现场不乱。因此，认定三起盗案均属内部人员作案。"

（3）类比证明

类比证明,就是用一般原理论证另一种一般原理,或者是用一个特殊事实的判断论证另一个特殊事实的判断。也就是运用类比推理形式来证实论题为真的证明。例如,在某妇女被害案中,据其夫交代,他曾给该妇女注射的葡萄糖里放有氯化钾。氯化钾是一种常用药,它能否致命呢?针对这一问题。办案人员作了动物实验。实验证明,在同样情况下,对动物(一般用鼠、兔、狗之类的动物)静脉推注氯化钾时,快速推注就可以致死。办案人员就以此原理,证明"某妇女是被其夫快速静脉推注氯化钾而死"的论题。因为动物和人有许多生理属性是相同的,在动物身上试验的结果也常常适用于人。

### 1.6 辩护反驳

反驳也是一种证明,不过它是一种特殊形式的证明,是用已知为真的判断确定某个判断为假的思维过程。反驳与证明的目的恰好相反,它在于批驳谬误,指出对方判断的虚假。然而它和证明又是相辅相成的,在司法诉讼活动中,这种关系表现得特别突出。不论民事的辩论,或是刑事的辩护,诉与讼双方都要通过证明与反驳弄清案情,以明辨是非,分清责任。

根据反驳的方面不同,反驳就可以从反驳论题、论据、论证方式的一个或几个方面展开。

(1)反驳论题

反驳论题就是证明对方的论题是假的,或指出它不清楚、不明确、或没有保持同一或是矛盾的等。例如,黄某因贪污公款,企图纵火灭迹。案发后,办案人很快发现他有重大嫌疑,刚要审查他,他却唆使其子来假交待,企图掩盖自己的罪行。可是他没想到这种骗局中包含着无法解释的矛盾:其子交待的纵火位置与事实不符。在此,其子的假交待就是论题,办案人直接论证这个论题的虚假(即矛盾的)。

在司法工作中,案件的定性和量刑,就是论题。用事实和法律

否定案件的性质和判刑就是在反驳论题。

(2)反驳论据

反驳论据就是指出某一论证的论据是虚假的,或违反证明中有关论据的规则的。如果驳倒了论证的论据,就意味着其论题是没有根据的,而没有根据的论题则不能成立。例如,在南昌市发生的李某夫妇一家六口人全部毒死案。经化验,都是氰化物中毒。现场搜出李与其妻写的七封信,内有“毒死全家,然后自杀”等语句。但李夫妇死在南面屋里,鞋子却在北屋,臀部有灰尘,尸体被移过。办案人员先要解决李是“毒死全家,然后自杀”这个论题是否真实。现场虽有“七封信”的证据,来证明这一论题,但是这个“证据”经不起推敲,从李的尸体有被移动的迹象,就足以说明李自杀而死是不可能的。此证据(论据)被驳斥了,因而“李毒死全家然后自杀”的论题也就不能成立了。此案是“他杀”无疑,顺着这个判断寻找线索,终将犯罪分子刘某抓获归案。

在司法工作中,反驳论据除了说明案件事实虚假或关于案件事实证据不足外,还可以通过说明适用法律不当加以反驳。例如,发生在上海的一起民事案件。赵、陆两家是邻居,为一块公用过道,经常发生争吵。一天,陆某又指着已退休的赵某大骂,赵某并不相让,也大骂起来,但由于过分激动,高血压复发,当场跌倒身亡。陆某被指控为犯有“过失杀人罪”。这是个错误的认定。因为照我国《刑法》第133条规定的“过失杀人罪”,陆某是对不上去的。他对赵某的突然死亡并不能预见,即陆某既不是出于故意,也不是由于过失。陆某的行为,只能按《刑法》第13条处理,即不认为是犯罪,不应追究其刑事责任。决不能因为有了死亡的结果,就按“133条”规定,认定陆某“过失杀人”。指出了引用的法律条文不当,也就指出了案件性质的认定有错误。就是说,反驳了作为论据的法律依据,也就反驳了作为论题的认定案件性质。

在法庭辩论中,如果被告人或辩护人能把起诉或判决的理由(论据)驳倒,就说明司法机关的认定或判决没有根据,不能成立。

在学术问题上，论据不真实，还不能说论题是虚假的。而对定罪、量刑来说，如果论据不真实，或真实性尚待证明，那么，就不能据以定案。虽然有关部门还可以继续搜集能证实被告有罪的证据，但在未搜集到足以定罪、量刑的确凿证据前，原来论题还是不能成立的。因此，被告人或辩护人在辩论或辩护时，应经常把注意力集中在反驳对方的论据上。

（3）反驳论证方式

反驳论证方式，就是指出论证的论据和论题之间没有必然的逻辑联系，论据推不出论题。例如，某被告的辩护人，在辩护词中根据医院“表面无伤痕”的鉴定，证明被告的一拳是“轻”的。该案的公诉人反驳道：“辩护人提出的理由不够充分。表面无伤痕，不是用力大小的唯一根据。甚至不是主要根据，轻抓伤皮，可以有伤痕；重打引起内伤，可以无伤痕。因此，仅仅根据‘表面无伤痕’，就认为被告打击的一拳属于‘轻’击，是站不住脚的”。该案公诉人指出被告辩护人的“论据”推不出“论题”。

以上是反驳的三个方面，即反驳从哪里入手。这反驳的三个方面，都可以采用直接反驳的方法，或者间接反驳的方法。

直接反驳，就是用反驳的论据直接确定被反驳论题的虚假性，也就是用事实或原理，从正面直接证明论题是假的。例如，某市法院就一起伤害案件进行法庭调查时，被告辩护人说：“被告人张××、常××伤害他人是一时感情冲动。”公诉人反驳道：“被告人张××首先提出要报复王××，被告人常××表示赞同，并承诺帮助打人。从此二人多次密谋、商定：犯罪时间选在×日夜11点；犯罪场所选在地处偏僻、作案后能迅速逃跑而又不易被人抓获的地方；二人都制造了匕首作为犯罪工具。经过一周时间准备，当天，张请常喝酒、吃饭之后，二人带着匕首到了现场，伤害了王××。以上行为完全是故意伤害他人，并非是一时的感情冲动。”公诉人就是用事实直接反驳被告辩护人的论题虚假。

直接反驳这种方法的特点是：被反驳的论题和反驳所使用的

论据的联系是直接的，反驳是从正面进行的，作用明显，易于运用。

间接反驳法有以下两种：

（Ⅰ）独立证明反论题

这种方法是独立地证明一个与反驳论题相矛盾或相反对的判断是真的，根据不矛盾律，一对矛盾关系或反对关系的判断，二者不能同真。既然证明了一个判断真，那么与其相矛盾或反对的判断就一定假，从而达到了反驳的目的。例如，某县检察院受理一起由县公安局移送的故意伤害致人死亡案。在办案过程中，公安局与检察院的意见不一，公安局的人认为左××是案犯，检察院的人却不同意这个结论，但一时又找不到直接反驳的理由。后来检察院派员调查核实，终于找到真正的案犯（是左××的儿子），证据确凿充分，当时左××儿子在作案时，左××离现场还有十丈多远。检察院反驳公安局的"左××是案犯"论题虚假，就用事实论据证明了与这个论题相反的"左××的儿子是案犯"论题是真的。这一假一真的两个互相反对的论题，不可能同真。当证实"左××的儿子是案犯"为真时，那么"左××是案犯"就必假无疑了。这间接反驳法的思维过程是：

求证：A 假（A 为被反驳的论题）

证明：非 A 真（用 B 真、C 真作为论据）

因为非 A 是 A 的反论题（非 A 和 A 是矛盾关系或反对关系）

根据不矛盾律

所以，A 假。

在司法工作中，这种反驳方法，常被办案人员采用。

（Ⅱ）归谬法

谬法就是先假定对方的论题为真，然后由之合乎逻辑地推出荒谬的结论来，从而证明对方论题是虚假的。归谬法是根据充分条件假言推理的否定后件式，即否定后件必然否定前件的原理，达到证明对方论题不能成立的目的。例如，某人民法院审判员保护杜芳

芳遗产继承权的案件。杜的表姐陈某，在杜的养母顾萼曾临终前，伪造了顾的遗嘱，企图撇开杜芳芳，和顾的另一亲戚平分顾的遗产，后来对方要求独吞遗产，两家打起官司来了。诉讼开始后，陈某进一步提出，顾萼曾生前借过她家55两黄金和200条绸被面，必须先从遗产中扣还这笔欠债，然后再按遗嘱平分遗产。在欠债问题上，尽管审判员已经否定了她的"旁证"，但她仍不罢休，还要继续纠缠，怎样解决这个问题呢？审判员深思熟虑后，突然向陈某发问："写遗嘱时，顾萼曾神志清楚吗？"陈某一愣，随即想到，神志不清时立的遗嘱是没有法律效力的，于是连忙回答："清楚，清楚。""那好，既然她当时神志清楚，理应记得欠你家的这一大笔债；如果她欠你家这一大笔债（而且能把遗产如何分配都写得那么详细），那么，她必然会在遗嘱中写明偿还你们的债务。然而遗嘱中丝毫没有偿还债务的事，所以，她欠你家的那一大笔债是不可能的。"一向伶牙俐齿的陈某，顿时瞠目结舌，以后再也不提偿还欠债一事了。归谬法的思维过程是：

被反驳的论题：A

证明：先假设A真

如果A真，那么B真（即从A可以合乎逻辑地推出B）

现已知B是荒谬的（即B假）

所以，A假。

归谬法是一种很有力量的反驳方法，它通过借助假设对方的论题是真实的这一手段，来达到驳倒对方论题的目的。这种"以退为进"的方法的特点是："退"是手段，"进"是目的，暂时的"退"是为了更有力地"进"。在缺乏直接反驳论据的情况下，运用它特别有效。归谬法在诉讼辩护中也是常用的，司法工作者应当熟练地掌握它。

# 2 法规逻辑

法规是指宪法、法律、法令和国家机关制定的一切规范性的文件。国家颁布的各种法规，都是以书面语言的形式把法律条文固定下来，以为全国人民必须遵循的行为规范。无疑，对法规的逻辑要求是极高的，它必须准确、严密、规范、科学。

从制定法规到执行法规，都必须控制在严密的逻辑思维体系下进行，否则，将会造成混乱和差错。

法律条文的规范性，主要由表达它的各种判断等思维形式体现出来的。法规逻辑不但要研究法律条文本身的逻辑结构，而且要探讨它们之间的各种逻辑关系；还要用现代符号逻辑原理，建立进行讯息和检索的"法规数据库"系统，以便各种需要的查阅、推演和论证。其意义十分重大。

## 2.1 立法的逻辑要求

既然法律是统治阶级意志的表现，是人人都必须遵守的行为准则，那么体现在法律条文中的法规规范就必须具有确定性、明确性、论证性。对制定的所有法规，要求必须具有严密系统的逻辑结构。例如"母法"与"子法"之间应是严格的属种关系，即真包含关系。"子法"不但不得与"母法"相冲突，而且不得超越"母法"的范围。"子法"是按照"母法"的精神制定的。如《中华人民共和国刑法》与《中华人民共和国宪法》之间应具有种属关系，即真包含于关系。《刑法》的所有法律条款，都是按《宪法》的精神原则制定的。在它的第一条里就是这样明确地指出："中华人民共和国刑法，以马克思列宁主义毛泽东思想，以宪法为根据，依照惩办与宽大相结合的政策，结合我国各族人民实行无产阶级领导的、工农联盟为基础的人民民主专政即无产阶级专政进行社会主义革命、社会主义建设的具体经验及实际情况制定。"

制定和修改法规，都要符合逻辑的要求。不但各个部门的法规不得与国家根本大法——《宪法》相抵触，而且各部法规本身也不得自相矛盾。例如，1975 年《宪法》对国务院的职权修改，就有错误。它把 1954 年《宪法》规定的国务院“统一领导全国地方各级国家行政机关的工作”改为“统一领导全国地方各级国家机关的工作”。省去“行政”二字，这就与国务院的性质发生了矛盾。国务院是最高的国家权力机关的执行机关，是最高的国家行政机关。既然国务院统一领导“地方各级国家机关”，就意味着，地方各级人民代表大会、地方各级人民法院、人民检察院，都在国务院统一领导下。这一修改，致使国务院变成一身四任：不仅是国家最高行政机关，又是国家最高权力机关、最高审判机关和最高检察机关。矛盾重重。

又如，1975 年《宪法》对有关全国人民代表大会的规定也是自相矛盾的。它规定：“全国人民代表大会是在中国共产党领导下的最高国家权力机关。”既然是最高的国家权力机关，怎么能接受又一个组织的领导呢?既然要接受又一个组织的领导，那怎么能称为最高的国家权力机关呢？或许有人说：共产党是领导一切的，怎么不能领导最高的国家权力机关呢？我们说，党的领导是政治领导，而写在《宪法》“国家机构”一章里的领导却是上级对下级的领导，语词相同，而表达的概念却不一样，不能混淆。这一条规定不仅违反了不矛盾的逻辑思维规律，而且也违反了同一律。现在修改的《宪法》删去了“在共产党领导下的”这八个字，既澄清了党政不分的混乱，又避免违反形式逻辑的错误。

再如 1975 年《宪法》对原来由国家主席行使的授勋、授予荣誉称号，发布大赦令、特赦令、动员令和宣布战争状态等职权，既没有肯定，也没有否定，而是完全没有规定。因此人们不清楚这些职权应该归谁来行使。是任何机关都可以行使，还是任何机关都不可以行使？该《宪法》持回避的态度，在逻辑上是违反排中律的。

各部门的法规以及各系统的配套法规，对相同对象的规定，也

必须保持同一，不得相互抵触。例如，《中华人民共和国刑事诉讼法》第48条对有关"逮捕"规定为："公安机关对拘留的人，认为需要逮捕的，应当在拘留后的3日以内，提请人民检察院审查批准。"，这与《中华人民共和国逮捕拘留条例》第3条规定："主要犯罪事实已经查清，可能判处徒刑以上刑罚的人犯，有逮捕必要的，经人民法院决定或者人民检察院批准，应即逮捕"是一致的。就是说，公安机关要逮捕某人犯，自己无权批准，必须提请人民检察院审查批准（或者由人民法院决定）。

对立法工作来说，法规条文中的每个判断都要十分恰当，每一个概念，甚至每个标点符号都要十分明确，决不允许有任何含混不清的地方，更不允许自相矛盾。在立法过程中，对所制定的法规条文必须进行严密的逻辑分析，要用清楚确切的语言来表达每一个概念和判断。每一部法规的条文都要前后一贯，层次分明，结构严谨，合乎逻辑。

### 2.2 法律条文的规范判断

在我们日常语言中经常出现具有"禁止……"、"允许……"、"必须……"、"应当……"等形式的语句。在逻辑学上就把这些语句所表达的判断称之为规范判断。

法律科学中的"法律规范"，它是规定人们行为的一种守则。例如，《中华人民共和国国籍法》第12条规定："国家工作人员和现役军人，不得退出中国国籍。"这就是法律条文中规范判断的一种形式。这种形式的规范判断一般由两部分组成：第一是"假定"部分，其内容为"哪些组织或公民，在何种情况下"，指的是适用该规则的对象和前提；第二是"命令"部分，其内容为"必须（或禁止）做什么，或可以（不可以）做什么"，指的是该规则的行为规定。

法律条文中的规范判断的另一种形式，是由三个部分组成的，它除有"假定"和"命令"这两部分外，还有第三个部分——"裁决"。例如，《中华人民共和国治安管理处罚条例》第30条规定："严厉禁

止卖淫、嫖宿暗娼以及介绍或者容留卖淫、嫖暗娼，违者处15日以下拘留、警告、责令具结悔过……"，"违者处15日以下拘留"等内容即为"裁决"部分，表示违反该规则将承担的法律后果。

法律条文中的规范判断，一般分四种类型：应当p、应当非p、允许p、允许非p。

"应当p"型包括"必须……"、"有……义务"等形式语句。

"应当非p"型包括"禁止……"、"不得……"等形式语句。

"允许p"型包括"可以……"、"能……"等形式语句。

"允许非p"型包括"不可以……"、"不能……"等形式语句。

在判断素材相同情况下，这四种类型的规范判断之间，具有同四种直言判断相对应的真假对当关系。

(1)"应当p"与"应当非p"之间，二者不能同真，但可以同假，二者构成反对关系。当"应当p"真时，"应当非p"就假，反之亦然。但是，当"应当p"假时，"应当非p"可真可假，反之亦然。因此，二者之间可以由真推假，不能由假推真。

(2)"允许p"与"允许非p"之间，可以同真，但不可同假，二者构成下反对关系。当"允许p"真时，"允许非p"则可真可假，反之亦然。但是，当"允许p"假时，则"允许非p"必然真，反之亦然。因此二者之间可以由假推真，但不能由真推假。

(3)"应当p"与"允许p"、"应当非p"与"允许非p"之间，分别为差等关系。即：当"应当p"真时，"允许p"也就真。但是，当"应当p"假时，"允许p"则可真可假。当"允许p"真时，"应当p"可真可假。而当"允许p"假时，"应当p"就一定假。("应当非p"与"允许非p"之间的关系，情形与此相同。)因此，二者之间，可以由"应当p"真推出"允许p"真，但不能由"允许p"真推出"应当p"真；可以由"允许p"假推出"应当p"假，但不能由"应当p"假推出"允许p"假。("应当非p"与"允许非p"之间的关系，与此相同。)

(4)"应当p"与"允许非p"，"应当非p"与"允许p"之间，分别为矛盾关系。即："应当p"真时，"允许非p"就假；"允许非p"真时，

"应当p"就假。("应当非p"与"允许p"之间的关系,情形与此相同。)由于二者真假关系是非此即彼的,因此,可以由其中一种判断真,推知另一种判断假;也可以由其中一种判断假,推知另一种判断真。

以上规范判断之间的真假关系是指思维形式上的逻辑真假关系。至于某一个法律条文规范判断内容上的真假,那又是另一回事了。因为每一条法律条文的内容,都是法律制定者意志的体现,其内容反映的是统治者认可的人们行为规则。因此,它也就不存在对应于事实方面的真或假的问题,在立法机关修改前,它对每个人都具有同样的约束力。这与一般判断是不同的。一般判断其内容反映的是判断者对事物情况的认识,不仅存在对应于事实方面的真或假问题,而且即使是一个如实反映了客观事物情况的判断,对判断者之外的人来说也不具有约束力。人们可以相信它,也可以不相信它。

有许多法律条文规范判断,省略了"应当"、"可以"之类的规范模态词,但它们仍然是规范判断。例如,《中华人民共和国民法通则》第90条:"合法的借贷关系受法律保护。";《中华人民共和国治安管理处罚条例》第25条:"妨害社会管理秩序,有下列第一项至第三项行为之一的,处200元以下罚款……"。这两例条文应属于"应当p"型的规范判断。我们可以将"应当"规范模态词加进去:"合法的借贷关系应当受法律保护"、"妨害社会管理秩序,有下列第一项至第三项行为之一的,应当处200以下罚款……"。

四种类型的规范判断,在应用时应严加区别,不可混淆。特别是关于处罚条文的规定,有"应当p"型的,也有"允许p"型的。"应当p"型,意指非照此办理不可;"允许p"型,意指不一定非照此办理不可。例如,《中华人民共和国治安管理处罚条例》第23条:"有下列侵犯公私财物行为之一,尚不够刑事处罚的,处15日以下拘留或者警告,可以单处或者并处200元以下罚款……"这里的"处15日以下拘留或者警告"是"应当p"型,即非照此办理不可;"单处

或并处200元以下罚款"是"允许p"型，不一定非照此办理不可。

### 2.3 法律条文的简单判断

法律条文的规范判断也有简单判断与复合判断之分。在一般法规中，法律条款以简单判断的形式表述的为数也不少。例如：

①"公民的民事权利能力一律平等。"(我国《民法通则》第10条)

②"民事案件的审判权由人民法院行使。"(我国《民事诉讼法》第4条第一款)

③"醉酒的人犯罪，应当负刑事责任。"(我国《刑法》第15条第3款)

④"死刑用枪决的方法执行。"(我国《刑法》第45条)

⑤"人民法院审判案件，实行两审终审制。"(我国《刑事诉讼法》第7条)

这类判断的特点是，主项中只包括一个事物对象，谓项中只包括一种属性；而且多数省略了判断词"是"(或"不是")。它不能再分解出更简单的判断。③、⑤两例的主项部分与谓项部分之间虽有一个逗号，但并非是两个简单判断，而只能视为一个判断。因为，如果把主项部分或谓项部分勉强作为一个简单判断的话，那么就会改变原意。例如，第⑤例的主项，倘若作为一个判断："人民法院(是)审判案件(的)"，那与"人民法院审判案件"的原意就不一样了。该条文的意思"人民法院审判案件"只能作为"实行两审终审制"的主项而存在。

任何一个法律条文简单判断，都可以演变为同素材的A、E、I、O四种类型。例如：

①A "所有的民事案件的审判权由人民法院行使。"

②E "所有的民事案件的审判权不由人民法院行使。"

③I "有的民事案件的审判权由人民法院行使。"

④O "有的民事案件的审判权不由人民法院行使。"

这四种类型的简单判断之间，同样具有四种一般直言判断的真假对当关系，在此从略。

反映在法律条文中的简单判断，多数为全称肯定型（即A类型），而且一般都省略了“所有的”、“凡是”、“一切”这类的全称量词。这也是法律条文简单判断的一个特点。

### 2.4 法律条文的复合判断

法律条文中的复合判断也相应地分为联言判断、选言判断、假言判断等种形式。

#### 2.4.1 联言判断

这种判断是关于几种事物或情况有并存关系的陈述。构成联言判断的各个肢判断为联言肢，一个联言判断必须有两个以上的联言肢。例如：

①“人民法院审理民事案件，必须是以事实为根据，以法律为准绳；对于诉讼当事人在适用法律上一律平等；保障诉讼当事人平等地行使诉讼权利。”（我国《民事诉讼法》第5条）

②“已经着手实行犯罪，由于犯罪分子意志以外的原因而未得逞的，是犯罪未遂。”（我国《刑法》第20条第1款）

③“为加强治安管理，维护社会秩序和公共安全，保护公民的合法权益，保障社会主义现代化建设的顺利进行，制定本条例。”（我国《治安管理处罚条例》第1条）

④“主要犯罪事实已经查清，可能判处徒刑以上刑罚的人犯，有逮捕必要的，经人民法院决定或者人民检察院批准的，应即逮捕。”（我国《逮捕拘留条例》第3条）

法律条文的联言判断，只有当它的每个肢判断都是真的，才为真。如果其中有一个肢判断是假的，那么整个联言判断就是假的。这样的真假逻辑值关系，与一般的联言判断没有区别。但我们应该

注意到，多数的法律条文的联言判断，有其结构形式上的特点。它的若干个肢判断是对某一特定事物的联合阐述，也就是必须合取若干种事物情况，才能构成某一特定事物。这某一特定事物就是整个联言判断，它们之间是等值的。这很像“下定义”的结构形式。上面的②、③两例就是如此。这种结构形式可用符号表示为：

$(p \wedge q \wedge r \wedge \cdots) \leftrightarrow A$

多数的法律条文的联言判断，都省略了用来表示一般联言判断的“并且”、“而且”、“既是……又是……”、“不但……而且……”、“虽然……但是……”等关联词。有的联言判断的联言肢并非都是直言判断，而是模态性质的或然命题（或隐含着或然命题），如第④例的第二、三两个联言肢就是如此。由于这两个肢带有或然性，那么整个联言判断也便具有或然性。这在应用时，切莫疏忽掉。

2.4.2 选言判断

这种判断是关于事物有几种可能情况以供选择的陈述。构成选言判断的各个肢判断为选言肢，一个选言判断必须有两个以上的选言肢。例如：

①“法人的名称权、名誉权、荣誉权受到侵害的，适用前款规定。”（我国《民法通则》第120条第2款）

②“铁路、公路、水上运输和联合运输中发生的诉讼，由负责查处该项纠纷的管理机构所在地人民法院管辖。”（我国《民事诉讼法》第34条）

③“人民法院解除扣押的命令由执行员执行，或者通知监督单位执行。”（我国《民事诉讼法》第201条）

④“人民检察院提出抗诉或者自诉人提出上诉的，不受前款规定的限制。”（我国《刑事诉讼法》第137条第2款）

法律条文的选言判断，只要有一个选言肢是真的，那么整个选言判断就为真。只有所有的选言肢为假，整个选言判断才为假。这样的真假逻辑值关系，与一般的选言判断是一样的。在结构上，多

数的法律条文的选言判断也有其特点。它的若干个肢判断，是分别(或同时)符合某一特定事物的规定。上面的①、②、④即如此。这种结构形式可用符号表示为：

$$(p \vee q \vee r \vee \cdots)(\leftarrow A)$$

严格地说，这种形式是多重复合判断。但是，由于反映在法律条文中的单纯形式结构的选言判断很少，大多是被某一特定事物"$A$"隐含着，所以我们暂时都以选言判断看待，在应用时，再作全面分析。

2.4.3 假言判断

这种判断是反映事物的条件关系的，它是有条件地对事物情况的陈述。它主要有两部分组成：一是反映条件的肢判断，叫做前件；二是反映结果的肢判断，叫做后件。前件和后件之间存在着理由和推断的关系。例如：

> "判处死刑缓期执行的，在死缓期执行期间，如果确有悔改，二年期满以后减为无期徒刑；如果有悔改并有立功表现，二年期满以后，减为15年以上20年以下有期徒刑；如果抗拒改造情节恶劣、查证属实的，由最高人民法院裁定或者核准，执行死刑"(我国《刑法》第46条)

此例是由三个充分条件假言判断组成的。法律条文中以单纯假言判断形式反映的并不多，而且都是充分条件的假言判断。这种假言判断的真假逻辑值关系是这样的：前件真，后件假，整个假言断必假；前件真，后件也必真。以上例来说，如果"确有悔改"的前件是真的，而后件"减为无期徒刑"为假(即没有)，那么整个判断就假(不存在)；如果"抗拒改造情节恶劣、查证属实的"前件是真的，那么后件"由最高人民法院裁定或者批准执行死刑"也必然真(即肯定会照此办理)。

## 2.5 法律条文的多重复合判断

多重复合判断又叫复杂的复合判断。我们知道，复合判断是包

含着一些肢判断的判断，如假言判断有前件和后件，联言判断有两个或两个以上的联言肢，选言判断有两个或两个以上的选言肢等。任何一种形式的复合判断所包含的肢判断，可以是一个直言判断，也可以是任何一种形式的复合判断；如果肢判断是复合判断，那么肢判断的肢判断还可以是复合判断。这样，复合判断可以具有非常复杂的形式，这就是我们所说的多重复合判断。

绝大多数的法律条文，都是以各式各样的多重复合判断结构形式表现的。由于法律条文内容的多样、复杂，那么表现它们的思维形式结构也同样如此。这里，我们以几部常见的法规为例，分析一下多重复合判断在其中的主要形式结构。

### 2.5.1 蕴含型

**蕴含型是指总体上是蕴含式的判断，就是充分条件假言判断，其前件和后件通常又是由一种判断或多种复合判断组成。例如：**

①“民事活动应当尊重社会公德，不得损害社会公共利益，破坏国家经济计划，扰乱社会经济秩序。（我国《民法通则》第 7 条）

②“简单的民事案件由审判员一人独任审判，并不受本法第 105 条、第 107 条、第 110 条规定的限制。”（我国《民事诉讼法》第 127 条）

③“对于被判处拘役、3 年以下有期徒刑的犯罪分子，根据犯罪分子的犯罪情节和悔罪表现，认为适用缓刑确实不致再危害社会的，可以宣告缓刑”。（我国《刑法》第 67 条）

④“生理上、精神上有缺陷或者年幼不能辨明是非、不能正确表达的人，不能作证人。”（我国《刑事诉讼法》第 37 条第 2 款）

⑤“勾结外国，阴谋危害祖国主权、领土完整和安全的，处无期徒刑或者 10 年以上有期徒刑。”（我国《刑法》第 91 条）

⑥“拘留后，除有碍侦查或者无法通知的情形以外，应当把拘留的原因和羁押的处所，在 24 小时以内，通知被拘留人的家属或者他的所在单位。”（我国《刑事诉讼法》第 43 条第 2 款）

如果我们把以上六例的多重复合判断分成前、后件两大部分，那么又可将它们归纳为三类。

第一类，前件是一个简单判断，后件是一个复合判断或多重复合判断，例如①、②，可用符号表示为：

$$p \rightarrow q(W)$$

第二类，前件是复合判断或多重复合判断，后件是一个简单判断。如例③、④，可用符号表示为：

$$p(W) \rightarrow q$$

第三类，前件是复合判断或多重复合判断，后件也是复合判断或多重复合判断，如例⑤、⑥，可用符号表示为：

$$p(W) \rightarrow q(Y)$$

2.5.2 等值型

等值型是指总体上是等值式的判断，就是充分而且必要条件的假言判断，其前件和后件通常是由一种判断或多种复合判断组成。例如：

①“建设工程承包，包括勘察、设计、建筑、安装”（我国《经济合同法》第 18 条第 2 款的前款）

②“农村集体经济组织的成员，在法律允许的范围内，按照承包合同规定从事商品经营的，为农村承包经营户。”（我国《民法通则》第 27 条）

③“国务院设立环境保护机构，主要职责是：（一）贯彻并监督执行国家关于保护环境的方针、政策和法律、法令；（二）会同有关部门拟定环境保护的条例、规定、标准和经济技术政策；（三）会同有关部门制定环境保护的长远规划和年度计划，并督促检查其执行；（四）统一组

织环境监测，调查和掌握全国环境状况和发展趋势，提出改善措施；（五）会同有关部门组织协调环境科学研究和环境教育事业，积极推广国内外保护环境的先进经验和技术；（六）指导国务院所属各部门和省、自治区、直辖市的环境保护工作；（七）组织和协调环境保护的国际合作和交流。”（我国《环境保护法》第26条）

例①的前件是一个简单判断，后件是一个复合判断（或多重复合判断），可用符号表示为

$$p \leftrightarrow q(W)$$

例②的前件是一个复合判断（或多重复合判断），后件是一个简单判断，可用符号表示为：

$$p(W) \leftrightarrow q$$

例③的前件是一个复合判断（或多重复合判断），后件是复合判断（或多重复合判断），可用符号表示为：

$$p(W) \leftrightarrow q(Y)$$

多重复合判断在结构的组合上虽然可以非常复杂，但它们仍然遵循自己所包含的直言判断或复合判断的逻辑性质。

## 2.6 法律条文的除外判断

除外判断是关于既有一般情况又有例外情况的陈述。它在法律条文中也不少见。例如：

①“因不可抗力不能履行合同或者造成他人损害的，不承担民事责任，法律另有规定的除外。”（我国《民法通则》第107条）

②“有财产的无民事行为能力人、限制民事行为能力人造成他人损害的，从本人财产中支付赔偿费用。不足部分，由监护人适当赔偿，但单位担任监护人的除外。”（我国《民法通则》第133条第2款）

③“中国国籍的取得、丧失和恢复，除第九条规定的

以外，必须办理申请手续。未满18周岁的人，可由其父母或者其他法定代理人代为办理申请。"（我国《国籍法》第14条）

④"严禁聚众'打砸抢'。因'打砸抢'致人伤残、死亡的，以伤害罪、杀人罪论处。毁坏或者抢走公私财物的，除判令退赔外，首要分子以抢劫罪论处。"（我国《刑法》第137条）

⑤"前款罪，告诉的才处理。但是严重危害社会秩序和国家利益的除外。"（我国《刑法》第145条第2款）

一般除外情况是指特殊的、个别的。而在法律条文里的除外判断，常用作补充规定上，如例①；或者对情节严重的处理上，如例⑤；或者作为需要另加处理上，如例④。

法律条文的除外判断，就它在法律条款里形成的某条款整体而言，一般都是多重复合判断的形式。而它本身则可视为一个负判断，有的是对整个条款的否定，如例①、⑤；有的是指对某部分情况的否定，如例②、③。

有的法律逻辑教材，认为我国《刑法》分则条文，虽然它没有"除……之外"的逻辑标志词，但具有除外判断性质。理由是：我国刑法有减轻处罚和加重处罚的规定，凡是具有减轻或加重处罚情节的，都不按条文中规定的法定刑处罚，而是按该条法定刑最低刑以下的刑罚处罚（减轻），或者按该条最高刑以上一格的刑罚处罚（加重）。可见，我国刑法分则条文对某种罪行所规定的法定刑，实际上是排除了减轻或加重处罚两种情况。

## 2.7 法律条文的等值判断

法律条文的等值判断，是指两个判断（法律条文与其等值的判断）同真或同假，即一个判断是真的，则另一个判断也是真的。一个判断是假的，则另一个判断也是假的。具有等值关系的判断，可以互换。这样，不但可以使反映法律条文的思维形式更加丰富、多样，

而且可以看出各种判断之间的逻辑关系。

(1)简单判断的等值式:

$$SAP \leftrightarrow \neg SOP$$

$$SEP \leftrightarrow \neg SIP$$

$$\neg SEP \leftrightarrow SIP$$

$$\neg SAP \leftrightarrow SOP$$

我们以“民事案件的审判权由人民法院行使”(我国《民事诉讼法》第4条第1款)为例:

“所有的民事案件的审判权由人民法院行使”与“并非有的民事案件的审判权不由人民法院行使”等值;

“所有的民事案件的审判权不由人民法院行使”与“并非有的民事案件的审判权由人民法院行使”等值;

“并非所有的民事案件的审判权不由人民法院行使”与“有的民事案件的审判权由人民法院行使”等值;

“并非所有的民事案件的审判权由人民法院行使”与“有的民事案件的审判权不由人民法院行使”等值。

(2)复合判断的等值式:

① $p \wedge q \leftrightarrow \neg(p \rightarrow \neg q)$

例如,“以强奸论,从重处罚”与“并非如果以强奸论,那么就不从重处罚”等值(我国《刑法》第139条第2款最后两句)

② $p \vee q \leftrightarrow \neg p \rightarrow q$

例如,“处7年以下有期徒刑或者拘役”与“如果不处7年以下有期徒刑,那么就处拘役”等值(我国《刑法》第106条第2款最后一句)

③ $p \rightarrow q \leftrightarrow \neg(p \wedge \neg q)$

例如,“流氓集团的首要分子,处7年以上有期徒刑”与“是流氓集团的首要分子,但却没有处7年以上有期徒刑,这是不对的”等值(我国《刑法》第160条第2款)

④ $p \leftarrow q \leftrightarrow \neg p \rightarrow \neg q$

例如,"第一款罪,告诉的才处理"与"如果犯有第一款罪没告诉,那么就不处理"等值(我国《刑法》第182条第3款)

(3)多重复合判断的等值式:

① $((p \vee q) \rightarrow r) \leftrightarrow ((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r))$

例如,"在共同犯罪中起次要或者辅助作用的,是从犯"与"如果在共同犯罪中起次要作用的,那么就是从犯,并且如果在共同犯罪中起辅助作用的,那么还是从犯"等值(我国《刑法》第24条第1款)

② $(p \rightarrow (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \vee (p \rightarrow r))$

例如,"有下列违反交通管理行为之一的,处5元以下罚款或者警告"与"如果违反有下列交通管理行为之一的,那么处5元以下罚款或者如果违反有下列交通管理行为之一的,那么给予警告"等值(我国《治安管理处罚条例》第28条第1段)

③ $((p \wedge q) \rightarrow r) \leftrightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$

例如:"如果确有悔改并有立功表现,二年期满以后,减为15年以上20年以下有期徒刑"与"如果确有悔改并有立功表现的,那么如果2年期满以后,减为15年以上20年以下有期徒刑"或与"如果确有悔改表现,那么如果又有立功表现,2年期满以后,减为15年以上20年以下有期徒刑"等值。(我国《刑法》第46条中款)

④ $(p \rightarrow (q \wedge r)) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r))$

例如,"一人有两种以上违反治安管理行为的,分别裁决,合并执行"与"如果一人有两种以上违反治安管理行为的,那么就要分别裁决,并且如果一人有两种以上违反治安管理行为的,那么就要合并执行"等值。(我国《治安管理处罚条例》第13条)

## 2.8 法律条文的逻辑式

法律条文的逻辑式，就是将法律条文以逻辑符号形式表现，即在各法律条款下面配以逻辑符号注释的式子。具体做法是：以英语字母 $A$、$B$、$C$、$D$、$E$、$F$、$G$……代表法律条文中的任意肢判断；以联言符号“$\wedge$”(读合取)代表“并且”、“且”、“也”、“对于”、“而且”等词；以选言符号“$\vee$”(读析取)代表“或者”、“或”、“也许”、“或许”等词；以不相容选言符号“$\nleftrightarrow$”(读不相容析取)代表“要么”、“或者”等词；以充分条件假言符号“$\rightarrow$”(读蕴涵)代表“如果…那么…”、“只要…就…”、“应当…”、“处…刑…”等词；以必要条件假言符号“$\leftarrow$”(读逆蕴涵)代表“只有…那么…”、“除非…不…”、“必须…才…”等词。以充分而且必要条件假言符号“$\leftrightarrow$”(读双蕴涵)代表“只要…就…”、“只有…才…”、“当且仅当”等词；以负命题符号(否定)“$\neg$”(读并非)代表“绝非”、“非”、“不行”、“不可”；以模态命题符号“$\diamond$”(读或然)代表“可能”、“可以”、“可”等词；分别在各个法律条文下面用横线和英语字母注明肢判断，最后列出逻辑式。

我们以《中华人民共和国刑法》为例：

第 101 条 $\underset{A}{\underline{\text{以反革命为目的}}}$，$\underset{B}{\underline{\text{投放毒物}}}$、$\underset{C}{\underline{\text{散布病菌}}}$或者$\underset{D}{\underline{\text{以其他方法杀人}}}$、$\underset{E}{\underline{\text{伤人的}}}$，处$\underset{F}{\underline{\text{无期徒刑}}}$或者$\underset{G}{\underline{\text{10年以上有期徒刑}}}$；$\underset{H}{\underline{\text{情节较轻的}}}$，处$\underset{I}{\underline{\text{3年以上10年以下有期徒刑}}}$。

$$(A \wedge ((B \vee C) \vee (D \vee E))) \rightarrow (F \nleftrightarrow G) \wedge ((A \wedge H) \rightarrow I)$$

第 102 条 $\underset{A}{\underline{\text{以反革命为目的}}}$，$\underset{B}{\underline{\text{进行下列行为之一的}}}$，处$\underset{C}{\underline{\text{5年以下有期徒刑}}}$、$\underset{D}{\underline{\text{拘役}}}$、$\underset{E}{\underline{\text{管制}}}$

或者$\underset{F}{\underline{\text{剥夺政治权利}}}$；$\underset{G}{\underline{\text{首要分子}}}$或者$\underset{H}{\underline{\text{其他罪恶重大的}}}$，处$\underset{I}{\underline{\text{5年以上有期徒刑}}}$：

（一）$\underset{J}{\underline{\text{煽动群众抗拒}}}$、$\underset{K}{\underline{\text{破坏}}}$、$\underset{L}{\underline{\text{国家法律}}}$、$\underset{M}{\underline{\text{法令实施的}}}$；

（二）$\underset{N}{\underline{\text{以反革命标语}}}$、$\underset{O}{\underline{\text{传单}}}$或者$\underset{P}{\underline{\text{其他方法宣传煽动}}}$$\underset{Q}{\underline{\text{推翻无产阶级专政的政权}}}$和$\underset{R}{\underline{\text{社会主义制度的}}}$。

$(A\wedge(B\leftrightarrow(((J\vee K)\wedge(L\vee M))\vee((N\vee O\vee P)\wedge(Q\vee R))))\rightarrow((C\nleftrightarrow D)\nleftrightarrow E)\vee F)$

$(G\vee H)\rightarrow I$

第117条　$\underset{A}{\underline{\text{违反海关法规}}}$，$\underset{B}{\underline{\text{进行走私}}}$，$\underset{C}{\underline{\text{情节严重的}}}$，除$\underset{D}{\underline{\text{按照海关法规没收走私物品}}}$并且可以$\underset{E}{\underline{\text{罚款}}}$外，处$\underset{F}{\underline{\text{3年以下有期徒刑}}}$或者$\underset{G}{\underline{\text{拘役}}}$，可以并处$\underset{H}{\underline{\text{没收财产}}}$。

$(A\wedge B\wedge C)\rightarrow((D\wedge\Diamond E)\wedge((F\nleftrightarrow G)\wedge\Diamond H))$

第192条　$\underset{A}{\underline{\text{国家工作人员犯本章之罪}}}$，$\underset{B}{\underline{\text{情节轻微的}}}$，可以$\underset{C}{\underline{\text{由主管部门酌情予以行政处分}}}$。

$(A\wedge B)\rightarrow\Diamond C$

再以《中华人民共和国婚姻法》为例：

第7条　要求结婚的$\underset{A}{\underline{\text{男}}}$ $\underset{B}{\underline{\text{女}}}$双方必须亲自到婚姻登记机关$\underset{C}{\underline{\text{进行结婚登记}}}$。$\underset{D}{\underline{\text{符合本法规定的}}}$，$\underset{E}{\underline{\text{予以登记}}}$，$\underset{F}{\underline{\text{发给结婚证}}}$。$\underset{G}{\underline{\text{取得结婚证}}}$，$\underset{H}{\underline{\text{即确立夫妻关系}}}$。

$((A\wedge B)\wedge C\wedge D)\rightarrow(E\wedge F)\rightarrow G\rightarrow H$

第 27 条 $\underset{A}{\underline{\text{女方在怀孕期间}}}$和$\underset{B}{\underline{\text{分娩后一年内}}}$，$\underset{C}{\underline{\text{男方}}}$ 不 得 $\underset{(C)}{\underline{\text{提出}}}$ $\underset{E}{\underline{\text{离婚}}}$。$\underset{D}{\underline{\text{女方提出}}}$ $\underset{E}{\underline{\text{离婚的}}}$，或 $\underset{F}{\underline{\text{人民法院认为确有必要受理男方请求的}}}$，不$\underset{G}{\underline{\text{在此限}}}$。

$$((A \vee B) \wedge C) \rightarrow \neg E$$

$$((A \vee B) \wedge (D \vee F) \rightarrow \neg G$$

第 32 条 $\underset{A}{\underline{\text{离婚时}}}$，$\underset{B}{\underline{\text{原为夫妻共同生活所负的债务}}}$，$\underset{C}{\underline{\text{以共同财产偿还}}}$。 如 $\underset{D}{\underline{\text{该项财产不足清偿}}}$ 时，$\underset{E}{\underline{\text{由双方协议清偿}}}$； $\underline{\text{协议不成}}$ 时，$\underset{F}{\underline{\text{由人民法院判决}}}$。$\underset{G}{\underline{\text{男女一方单独所负债务}}}$，$\underset{H}{\underline{\text{由本人偿还}}}$。

$$((A \wedge B) \rightarrow C) \wedge (D \rightarrow E) \wedge (\neg E \rightarrow F) \wedge (G \rightarrow H)$$

我国现行的法规，都是用汉语言文字（指汉民族地区）形式表现的。由于汉语言有的语词的多义性、不确定性等原因，往往会造成对有的法律条文理解上的差异，给执行法律带来了困难。而且这些不确定的语词多数为法律条文中起关键性逻辑作用的联结词，如“或者”、“和”、“但是”、“而且”、“并且”、“如果……”等等。以“或者”为例，它在我国《刑法》第 93 条中被用过两次：“策动、勾引、收买国家工作人员、武装部队、人民警察、民兵投敌叛变或者叛乱的处无期徒刑或者 10 年以上有期徒刑。”这两次虽然都是用来表示选言关系的，但前者是“相容的”，后者是“不相容的”，逻辑性质大不一样。再以“和”为例，它在我国《刑事诉讼法》第 13 条前两款中也被用过两次：“告诉才处理和其他不需要进行侦查的轻微的刑事案件，由人民法院直接受理，并可以进行调解。贪污罪、侵犯公民民主权利罪、渎职罪以及人民检察院认为需要自己直接受理的其他案件，由人民检察院立案侦查和决定是否提出公诉。”显然，第一次

的"和"是表示选言关系，而第二次的"和""却是表示联言关系。

有些法律条文中的标点符号，也并非都表达同一的联结关系。例如顿号(、)，一般用来表示语句中比逗号还要小的停顿，而且只用在语词或词组构成的联合成分中间。但在某些法律条文中，它常常是被用来表示肢判断间的选言关系，而有时它又表示联言关系。如我国《刑事诉讼法》第133条第1款："地方各级人民检察院对同级人民法院第一审判决、裁定的抗诉，应当通过原审人民法院提出抗诉书，并且将抗诉书抄送上一级人民检察院。原审人民法院应当将抗诉书连同案卷、证据移送上一级人民法院，并且将抗诉书副本送交当事人。"很明显，前面那个顿号表达"或者(选言)"的意思，后面这个顿号却表达"并且(即联言)"的意思。

这些不同一、不确切的表现，无疑不符合对表达法律条文语言的准确、严密、规范的要求。而运用逻辑符号表现法律条文，不但可以弥补用汉语言(及标点符号)表达所带来的不够严密准确等缺陷，而且为符号逻辑在"立法"、"执法"中的应用打下基础，为法规更加规范化、系统化、科学化创造有利条件。符号逻辑和电子计算机理论之间存在着深刻的本质的联系。符号逻辑研究可计算性问题，是计算机运用的理论基础。我们可以运用符号——人工语言给立法和执法部门建立一个逐步完善起来的系统，存放起用这个语言按照一定规格记录下来的所有法规条文。这样一个系统可以称为"法规数据库"，有了带有大容量、高密度的讯息存储设备的高速计算机，就可以按我们的要求建立对这种数据库进行讯息和检索的系统，以便各种需要的查阅、推演和论证。其意义是深远而巨大的。

法律条文逻辑式，为法律条款的等值式的交换提供了方便，以我国《刑法》第147条为例：

原 条 文：

"$\underbrace{\text{国家工作人员非法剥夺公民的正当的宗教信仰自由}}_{A}$ 和

$\underset{B}{\underline{\text{侵犯少数民族风俗习惯}}}$，$\underset{C}{\underline{\text{情节严重的}}}$，处

$\underset{D}{\underline{\text{二年以下有期徒刑}}}$或者$\underset{E}{\underline{\text{拘役}}}$。

$$((A \vee B) \wedge C) \rightarrow (D \nleftrightarrow E)$$

这个逻辑式，我们可以换成：

$$((\neg A \rightarrow B) \wedge C) \rightarrow ((D \rightarrow \neg E) \wedge (\neg D \rightarrow E))$$

换后的逻辑式翻成汉语言表达，就是：

如果国家工作人员没有非法剥夺公民的正当的宗教信仰自由，而是侵犯了少数民族风俗习惯，而且情节严重，那么如果处2年以下有期徒刑就不处以拘役，如果不处2年以下有期徒刑就处以拘役。

该逻辑式还可换成：

$$(\neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge C) \rightarrow ((D \vee E) \wedge \neg(D \wedge E))$$

若翻成汉语言表达，就是：

并非国家工作人员既没有非法剥夺公民的正当的宗教信仰自由又没有侵犯少数民族风俗习惯，而且情节严重，应该或者处2年以下有期徒刑或者拘役，不可能既处2年以下有期徒刑又处以拘役。

这条法律条文的逻辑式还可以换成更多的不同样式。同样，也可以相应地用不同样的汉语言表达。它们之所以能如此，是因为彼此等值：

$$((A \vee B) \wedge C) \leftrightarrow ((\neg A \rightarrow B) \wedge C) \leftrightarrow (\neg(\neg A \wedge \neg B) \wedge C)$$

$$(D \nleftrightarrow E) \leftrightarrow ((D \rightarrow \neg E) \wedge (\neg D \rightarrow E)) \leftrightarrow ((D \vee E) \wedge \neg(D \wedge E))$$

等值式的应用，不仅使表达法规的语言丰富多样，而且可以用联言、选言、假言等不同的判断形式来加深理解同一条法律条款内容，更有助于正确地执行法律。当人们解释某法律条文是否准确

时，可以用等值式来验证；当人们阐述自己论断符合某法律条文时，可以用等值式证明；当人们斥责别人的论断不符合某法律条文时，以两者不等值进行反驳。

此外，法律条文逻辑式的意义还能从模态系统和规范系统表现出来。以我国《刑法》第 137 条第 2 款为例：

犯前款罪，可以单独判处剥夺政治权利。

$A \to \Diamond B$ （以符号"□"表示"必然"）

$\neg \Box B \leftrightarrow \Diamond B$（犯前款罪）"并非必然单独判处剥夺政治权利"等值于"可以单独判处剥夺政治权利"。

$\neg \Box \neg B \leftrightarrow \Diamond B$（犯前款罪）"并非必然不单独判处剥夺政治权利"等值于"可以单独判处剥夺政治权利。"

$\neg \Diamond B \leftrightarrow \Box \neg B$（犯前款罪）"并非可以单独判处剥夺政治权利"等值于"必然不可以单独判处剥夺政治权利。"

$\neg \Diamond \neg B \leftrightarrow \Box B$（犯前款罪）"并非可以不单独判处剥夺政治权利"等值于"必然单独判处剥夺政治权利"。

还可以得出一系列蕴涵式，如：$\Box B \to \Diamond B$（"必然单独判处剥夺政治权利"之真，推出"可以单独判处剥夺政治权利"必真），$\neg \Diamond \neg B \to \neg \Box \neg B$（"可以不单独判处剥夺政治权利"之假，推出"必然不单独判处剥夺政治权利"必假）等等。使我们从已知法律条文判断的真假推知新的判断的真假，展现了逻辑推理的认知作用，扩大了我们对正确与错误分辨的范围。

（作者：朱　武）

# 参考文献

[1] 李志才等编,逻辑学辞典,吉林人民出版社,1983。
[2] 杜汝楫主编,法律专业形式逻辑,群众出版社,1983。
[3] 吴家麟主编,法律逻辑学,群众出版社,1988。
[4] 雍琦主编,法律逻辑基础,四川省社会科学出版社,1986。
[5] 朱武等编著,司法应用逻辑,河南人民出版社,1987。
[6] 朱武主编,法律逻辑题案解析,江苏科技出版社,1989。
[7] 朱武等著,辩护的技巧,南京出版社,1995。

# [二十一] 诊断逻辑

## 1 诊断思维现象分析

首先在于说明医生的诊断思维活动是个异的，表现在这一活动中的思维现象是复杂的，需要从不同的侧面予以抽象，描绘。

### 1.1 诊断过程中的思维输入、输出与反馈

我国《哲学研究》1988 年第 1 期载[美]H. A. 西蒙《格式塔现象的信息加工解释》一文，其中说到"如果我们为一位内科医生提供一组症状，内科医生立刻(例如在两秒钟内)就诊断为'麻疹'，这时如果我们问这位医生的诊断是如何作出的，就会得到这样的回答：'我运用我的直觉'，'我不知道'，'那是诊断上的一个简单的问题'，'症状正好是麻疹的症状'。"① 应该说，医生的所有这些回答都是不令人满意的。它反映了这样一个问题：要叫医生对某患病个体所患疾病作出准确的论断，其或许会是迅捷的，但要他径直回答其结论作出的思维过程就木讷了。不过，我们从中可以得到启迪，这就是要是我们对自己的思维过程还不能有个明确的、系统的披露，而要去总结其思维特点与思维规律则也是相当困难的。

再者，就《格式塔现象的信息加工解释》一文中医"患"之间的简单对答，我们已是能依稀透视出一个呈现在疾病诊断活动中的

① H. A · 西蒙，格式塔现象的信息加工解释，哲学研究，1988 年第 1 期。

普遍现象:医生在作思维输入、思维输出与思维反馈。“诊断为麻疹”,医生的思维输出了;可是这一论断是在向医生“提供一组症状”之后给出的,可见,在此之先还有个思维输入;同时从对答中可以看出作者对这一疾病论断是认可的,这就给医生带来了个对其思维结果是否正确的反馈印证机会。至此,我们可以结论为医生的诊断思维活动总是先输入,后输出,继此或许还会有个反馈。

诚然,医生思维所输入了的不会仅是症状,还会有体征、实验室检查资料以及患者的个体特征,此外还有发病季节与发病背景等,所有这些可以用患病个体的疾病因素、心理因素、社会因素统括之或总称为临床发现。它们是医生作出有关断定的客观依据,是客体给予的。如果没有这些的思维输入,可以想见,医生欲论断患者之所患疾病那是不可能的。

当然,医生思维之所输出的也不仅是疾病论断,在此之先还有病因、病位、病机判断,之后还会有疾病分型、分期(中医主要是分证)以及包括患病个体心理因素、社会因素在内的个体性诊断。不过需要强调的是所有这些都是分析,都是有其理论知识、诊断标准、临床经验指导的。它们是医生作出有关分析的内在根据,即就是说它们早先于患者的来诊前已积淀在医生的记忆中,是主体所固有的。同样可以理解,倘若没有这些思维的输出,医生欲作出以上分析根本是无能的。

我们并非说每一诊断过程都有个医生的思维反馈。我们旨在表明,见于临床中的大量的再诊、随访、回顾,使医生对其原思维得以检证,因而反馈是普遍存在的;并且它使我们的错误思维得到修正,正确思维得到肯定,而贮之于记忆中以便作为对后之类同疾病患者来诊时的思维借鉴,因而是疾病思维诊断的延续,是思维诊断过程中的不可轻忽的一环。其意义就在于它使成功了的思维有可能成之为经验,原先的思维纯化了,显示出医生的整个诊断思维活动是一个动态的、发展的、上升的思维曲线。

### 1.2 思维诊断中的感性具体、思维抽象、思维具体三阶段

应该说"以患者疾病因素为中心内容的表象总体输入"是在医生诊断思维活动的感性具体阶段完成的；而医生的对之分析，即作出病位、病因、病机、所患疾病的判断，以及所患疾病之分型、分期、分证论断，直至推演出包括患病个体心理因素、社会因素在内的个体性诊断，则需经历思维抽象与思维具体，这就是诊断思维的感性具体、思维抽象与思维具体三阶段。

在感性具体阶段，医生通过自己的感官，如以目去视、以耳去听、以鼻去嗅、以手去触，并且常常借助于检查器械与设备如口腔表、听筒、X光、CT等(它们都是人之感官的延伸)，以广泛地摄入患病个体的具有疾病意义的和有可能与所患疾病相关的各个表象。所有这些表象都是鲜明的、生动的、具体的、活生生的，并被显示出色泽、高矮、大小、强弱、质度等，显然，医生在此阶段动用了自己的形象思维。

医生在思维抽象与思维具体两阶段必须运用逻辑思维，即理论思维。首先，被输入的各个表象在理论的分析下被"蒸发"成一个个的概念。所谓在理论的分析下，是说必须有脑中既成观念的参与。如说某小孩身上出的是痧子，即"麻疹"，就有着"痧子"这一概念的内涵及形象与患儿体外客观现实相比较。如果脑中没有"痧子"这一既成观念的存在，就绝对"蒸发"不出"痧子"来，而只会是"这是什么东西?"只不过表象被"蒸发"成概念，一般情况下都很快，显得十分自然，好像大脑的这一机能用不着有理论分析的参与似的。

继一个个的表象被"蒸发"成概念之后，医生思维进入筛选概念、组合概念这一层次。哪些表象概念具有诊断意义，哪些表象概念之间存在着内在联系，于是被组合到一道而形成一组组概念链条，这就更需要有专业知识与实践经验的疏导，否则，即使能"蒸发"表象为概念，其也会被散在地搁置着。

从众多的表象概念中分离出症状概念并组合成主诉概念链条是医生思维诊断的又一个层次。这就是临床上常说的“确立主诉”。确立主诉概念群常常需要医生认真地思考,这因为,一者,病人对自身病史的表述常常杂乱,尽管他们所表述到的最大痛楚有时也就是主诉,但决不能在两者之间划“=”号,需要医生去甄别,去抽取;二者,主诉概念群的确立显示了医生对患者疾病的初步认识,即医生对所患疾病持何估计,就会组合出什么样的主诉概念链条来,反之,所确立出的主诉概念链条也制约着医生此后的思维走向,即中医常据此拟定出诊断假说,而西医则以此确定出体检的内容、部位与范围。

确立体检内容、部位与范围,就西医来说是一个不可或缺的思维层次。这因为西医师们的输入体征表象,制作体征概念主要地是依靠体检来实现的。相比之下,由于中医不搞体检(当然并不是绝对地说没有体检),因而体检概念并不丰富。

在确立体检内容、部位与范围之后的下一思维层次是拟定出病位、病因、病机乃至于所患疾病假说,并选定好实验室检查项目与特殊检查项目。

进行实验室检查与特殊检查是西医获取实验室资料表象,制作实验室资料概念的途径与手段。一般而言,实验室资料概念主要是用来验证诊断假说的。即就是说实验室资料概念支持诊断假说,那么就会变诊断假说为实然诊断;不支持诊断假说,那么我们就有必要重新考虑诊断假说并选择出新的实验室检查项目以验证。但必须强调的是实验室资料的诊断学意义也是相对的,必须予以分析,切不可犯唯实验室资料是从的实证主义错误。

继此之后,西医进入确立实然诊断思维层次。所谓实然诊断,就是有着实验室资料的客观证实,事实确然如此。一般说来,西医论断疾病总能确立出一个实然诊断来。鉴于传统中医没有实验室检查与特殊检查,因而不仅是实验室资料概念缺如,而且一般而论只能实行必然诊断。中医的确立必然诊断思维层次是绵序于确立

诊断假说之后，两者之间存在个确立病位、病因、病机层次，或在确立诊断假说之先就已是在确立病因、病位；而西医的确立体检项目与实验室检查项目事实上也就是在为了进一步明确病因、病位或在一定的病位、病因、病机的思想指导下进行的。所谓必然诊断，是说是这个病而不会是其他病，事实仅能如此。它的确立是通过逻辑反思，即主要地是通过病机的对之审视与排他性诊断来敲定的。

由变表象为概念到确立出确然诊断或必然诊断表明医生论断疾病处于思维抽象阶段。继此，西医思维流向"分型"、"分期"，中医思维流向"分证"，即确立出所患疾病的分型、分期或分证诊断。由于疾病分型、分期、分证诊断的确立已涉及到患病个体特征，即由于患体表现符合某一疾病诊断标准，因而是那个病；但由于患者还具有着不同于这一疾病诊断标准的某些表现，因而是这个疾病范围中的某个类。前者的意义是普遍的，是一抽象性诊断，而后者具有特殊性，标志着医生思维已迈入具体论断疾病阶段。

医生论断疾病的最后一个思维层次是确立出个体性诊断。个体性诊断是一种包含有患病个体社会因素、心理因素在内的疾病论断。在此阶段，医生已是观念地把握了患病个体及其所患疾病，在精神上实现了患病个体的质的总体再现。它的确立实现了"生物—心理—社会"这一现代医学模式，它所揭示的已是超然于疾病的所属"类"之外，因此是这个疾病外延上的一个"分子"，并且有别于其他分子而具有着个体性。可以看出，个体性诊断不同于其他一切疾病论断，它是个具体性诊断。

### 1.3 诊断思维活动中的主体对客体表象的选择、重构与模拟

这里首先需要说明的是，尽管表现在医生诊断思维感性具体阶段中的表象输入是客体给予的，因而不是主体思维所固有的，主体更不能生造；但它是在主体思维的有选择下进行的，诊断的一开始就表现着主客体在相互作用。

所谓主体是指医生，指医生思维和库存于医生脑中的经验—

知识结构,即范式;客体是指患者、患者的疾病表现和与之相关的所有个体特征。在医生与患者的接触之初,患者就以自己的形象、疾病表现呈现于医生的感官之下而作用于医生思维,在就诊时又以自己的陈诉力求达到使医生对自己的病史能有个全面的了解,并且企图通过对自身最大痛楚的强调以使医生能明白自己的就医目的,所有这些都清楚地表明了客体在对主体影响。毫无疑问,这对医生思维的感性表象输入,对医生的疾病论断来说,其意义都是积极的。

而此时,医生总是在观察,在聆听,在分析,企想能从患者的表现中、表述中搜罗出具有疾病意义的所有表象,甚至想力求能找出最有诊断价值的典型表现以明确患者所有表象的矛盾集中所在。最能说明问题的是,患者病情的表述不等于医生对患者的病史陈述,有时甚至病者所强调了的被摒弃了或被放置在并不显眼的地方,而患者轻忽了的或并未言及的内容却反而被突出出来;如果所碰到的是企欲隐瞒患情的病人,则更需要医生去探幽索隐,去突破;还有,医生通过必要的体检和实验室检查有目的地去搜集患者表象等等,都显示了主体在作用客体。总之,医生在输入患者表象时不是消极的,其思维总是以积极的姿态介入。

必须清楚地意识到有选择的表象输入才是真正的输入,对于疾病论断才具有意义。如果对患者的表象不加选择,其结果不仅使我们的思维不得要领,不能抓住主要矛盾和矛盾的主要方面,乃至于使我们的诊断有失于偏颇,而且易使我们的思维误入歧途,对患者的所患疾病作出错误的判断。因此,表面地看,我们的思维诊断是先有思维输入,而后才有思维输出,医生的思维输出是患者表象输入作用的结果;但作深一层的反思就会发现,是因为我们的思维输出了,对患者表象作了诊断学意义的考察、取舍,患者的表象才得以真正地输入。从这一角度出发,就又可以说患者表象的输入有赖于主体思维的对之选择,主体思维对于客体表象的积极作用是患者表象输入的关键所在。

至于说重构，我们在以上"思维诊断中的感性具体、思维抽象、思维具体三阶段"中所述及到的"组合概念链条"、"组织主诉概念群"、"确立融合患病个体社会因素、心理因素在内的个体性诊断"都表明了主体思维在对客体表象作重构。事实上医生的思维重构开始得很早，他们对客体表象总是边选择，边重构，直到在思想上形成一个患病个体的整体精神再现为止。所谓重构，它不同于患病个体表现的原构。原构是指患体在众多因素作用下的诸多表现的共存与先后有序。它一定程度地反映了疾病的发生、发展规律，因而有其必然性；但这个"共存"与"先后有序"也夹杂有非疾病因素造成的，因而与疾病自身无关而存在着某些偶然性。这就需要医生凭借医学知识与临床经验去疏理出能显示疾病表现和与疾病相关的一些表现之间本质联系的概念链条来，这就是重构。原构生乎自然，但它是朦胧的；而重构虽然是形成于人为，但却是清晰的，它代表着医生对患者诸多表现关系的理解，有助于疾病的认断。

可以理解，无论是医生对患者表象的选择还是重构，都是有着一定的范式指导的。范式先在于大脑中，它是医生思维选择、重构患者表象的思想基础。相应范式的有无，常常规定着医生思维能否选择、重构患者表象。

范式就是人们通常所说的认知结构。就医生而言，除了医学理论、临床经验外，还有诊断标准与疾病诊断模型。诚然，医学理论含诊断标准，我们其所以把它强调于医学理论之外者，是因为诊断标准与疾病诊断模型在医生的疾病模拟诊断中起有作用而有别于其他范式。

一切诊断标准都是既成的疾病认断模式。所需要解释的是疾病诊断模型。疾病诊断模型有似于搞大型建筑时所使用的图纸，它也是医生模拟论断疾病时的样本。不过它是思想的，产生于医生对疾病表现的把握，并随着医生的实践的深入而发展，潜移默化地定格于医生的思想中。因此，任一医生头脑里都有些疾病诊断模型存在，所差距的仅是疾病诊断模型的成熟度与数量上的多寡而已。疾

病诊断模型的构成以诊断标准为其核心内容，因而是理性的；可它又印嵌着医生个人对所碰到的疾病表现的深刻印象，于是又是形感的。所以，每当面对于类同疾病的表现时，它即从思想深处弹跳而出主决着医生思维而迅速作出诊断，这就是有人提到的直感判断。可以这么认为，以诊断标准模拟疾病表现，主要是抽象思维在起作用，而以疾病诊断模型模拟诊断则还要靠形象思维的发挥。疾病诊断模型和纯理性的诊断标准的不同之处还在于，诊断标准为每个医生所遵守，它是共有的；而疾病诊断模型则成熟于医生的实践，凝聚着医生的经验，且因医生的临床际遇不同而有所区别，因而是医生个人的，每每在诊断中能显示出医生个人的独到之处。

所有疾病诊断，这包括可能诊断、实然诊断、必然诊断、疾病的分型、分期、分证诊断、个体性诊断，都离不开医生思维的以其“重构”与相关疾病诊断标准或与疾病诊断模型的模拟。比如，经过我们整理出的某患病个体之表现是咳嗽、痰中有血丝、潮热、盗汗、形体日渐消瘦……，而我们又认断该患者所患疾病为肺痨，就有个患者表现之重构与肺痨之诊断标准相模拟的过程：肺痨之诊断标准是咳嗽，咳血，潮热，盗汗，消瘦，意为肺痨表现为……；而我们整理出的患者症候群，即为“重构”，意为患者主要表现为……，正因为两者相似或有着本质上的相同，以致我们才论说患者所患疾病是或有可能是肺痨的。

说到这里，我们把医生思维对患者表象的选择、重构与模拟好有一比：它是疾病诊断活动中的“三步曲”，一步一趋地“唱”出了医生的诊断来。

## 2 疾病诊断行程为一思维逻辑历程

我们说诊断是思维的产物，是因为诊断形成于大脑；而我们说这一行程是逻辑的，是因为诊断思维以逻辑思维为其主体思维，其所使用的思维形式主要是概念、判断和推理。

## 2.1 例证

案例一(附讨论):

患者张××,男性,40岁。因发热,咳嗽5天,呼吸困难1天,于7月29日入院。

患者于7月21日前额处长一疖肿,局部红肿、轻度疼痛,不发热。7月23日患者用力挤压疖肿,挤出少量脓液。7月24日出现寒战,发热,全身疼痛伴有咳嗽,咯少量粘液痰。当日在本大队卫生所治疗,诊断为"感冒",给以病毒灵、安乃近口服。第三日因高热,咳嗽加重又给青霉素、链霉素肌肉注射和复方甘草片口服。第五日患者病情加重,体温40℃,咳嗽,气喘,呼吸困难,咳血性脓性痰,其味腥臭,同时伴有右胸下部疼痛,送入我院住院治疗。

既往史:无结核、肝炎等病史,无血吸虫疫水接触史。

体格检查:体温40.3℃,呼吸48次/分,脉搏124次/分,血压94/60mmHg,……半卧位,急性病容,精神萎靡,神志清晰,检查合作。前额有一2×2厘米疖肿,周围皮肤轻度红肿,较弥散,有脓性分泌物,轻度压痛。前胸皮肤及腋下皮肤可见十数个散在出血点,全身浅表淋巴结无肿大。头颅大小正常,眼睑无浮肿,两眼结膜可见数个出血点,巩膜无黄疸。耳无分泌物,乳突无压痛。有鼻翼扇动。口唇轻度发绀。两侧扁桃体无肿大。咽部充血。颈部对称、柔软、无压痛,无颈静脉怒张。胸廓对称,无畸形。呼吸运动快而浅,右胸下部触诊语颤增强,叩诊呈浊音。右肺呼吸音减弱,两肺可闻及干性罗音,右胸下部可听到中小湿性罗音。无胸膜摩擦音。心浊音界正常,……心律规则,各瓣膜区听诊未闻杂音。腹部两侧对称,平坦,腹壁柔软,无压痛及反跳痛,无肠型、包块。肝下缘在右锁骨中线肋下2厘米,质软,有轻度压痛,脾脏未触及。肾脏未触及,肾区无叩痛。其他检查无特殊表现。

实验室检查:血红蛋白10g%,红细胞380万/立方毫米,白细胞23700/立方毫米,中性粒细胞90%,淋巴细胞10%。尿常规:黄

色微混，蛋白(+)，红细胞0—5个，白细胞2—4个，上皮细胞少许。大便常规：黄色稀便，镜检(—)，潜血试验(—)。前额部疖肿脓液涂片染色检查革兰染色阳性球菌，呈葡萄状排列。

X线胸片检查：右下肺可见片絮状边缘模糊阴影，左肺第三肋间隙可见团块状阴影，边缘欠清晰。心脏影象大小正常。

(引自《中级医刊》1988年第4期。引文中有所删节。)

讨论：

进修医生　患者突然起病寒战、发热、全身疼痛，伴有咳嗽、咳痰。5天后病情加重；高热，呼吸困难，咳嗽，咳脓血性痰，右胸部疼痛，临床表现以呼吸系统症状为主。在诊断上，①支气管肺炎：本例发烧、咳嗽、咳脓血性痰、呼吸困难，右肺可听到湿性罗音，应考虑支气管肺炎。但支气管肺炎多发生于老年人，或伴发于其他疾病的严重阶段，常在两肺底听到细湿罗音，本例右下肺及左肺第三肋间浸润性病灶亦不能用支气管肺炎来解释。②浸润型肺结核：发热、咳嗽、咳痰，胸痛颇似浸润性肺结核。但浸润性结核病灶多位于肺尖和肺尖下部，X线显示为大小不等的片絮状阴影，边缘模糊，阴影多在锁骨上下部，且患者也无结核病史。③大叶性肺炎：发烧，咳嗽、胸痛、咳脓血性痰，右肺下部叩诊浊音，语颤音增强，并可听到湿性罗音，都与本病相似。但大叶性肺炎是肺叶性的，咯铁锈色痰，而本例咳脓血性痰，且X线胸片示两肺有浸润性病变，与本病不符。④急性肺脓肿：起病急骤，有寒战、高热、咳嗽、胸痛、咳脓血性痰，右肺下部叩诊呈浊音，听诊呼吸音减弱，白细胞计数增高等均与急性肺脓肿早期表现相符。X线所见可解释为多个急性肺脓肿的早期表现。我认为本例急性肺脓肿可能性大。

住院医师：本病例有以下临床特点：①挤压前额部疖肿后急骤发病，寒战、发热、咳嗽，全身疼痛；②呼吸系统的症状及体征很突出，患者发病后迅速出现咳嗽、胸痛、呼吸困难，咯脓血性痰，两肺可闻及干性罗音，右肺下部可闻湿性罗音；③皮肤和粘膜可见较多的出血点；④肝肿大，有触痛；⑤血白细胞计数增高，中性粒细胞增

多;⑥尿常规检查有:蛋白、白细胞、红细胞;⑦X线胸片示:两肺有片絮状、团块状模糊的阴影;⑧前额部疖肿脓液涂片染色检查:革兰染色阳性球状,呈葡萄状排列。

对急性感染伴有多系统、多器官损害,首先要考虑到为败血症所引起。皮肤的化脓性炎症,在挤压病灶之后,由于破坏了局部的防御机能,更容易使致病菌侵入血液而形成败血症。皮肤的疖肿以金葡菌感染为最常见,故本病例考虑为金葡菌感染所引起的败血症可能性很大。患者发病后出现发热、咳嗽、胸痛、呼吸困难、咳脓血性痰,肺部可闻及干湿性罗音,肺部因广泛的炎症使X线胸片上显示片絮状、团块状模糊阴影,这些都可用金葡菌肺炎来解释。还应作疖肿脓液、血液及痰的细菌学检查,若有金葡菌生长,则本病例金葡菌败血症合并金葡菌肺炎的诊断即可成立。

主治医师:金葡败血症有起病急、病情重、变化快、并发症多、病死率高等特点。为什么金葡菌引起的败血症有这些特点呢?……

我同意本病例金葡菌败血症合并金葡菌肺炎的诊断。皮肤的化脓性炎症常见于金葡菌感染,易引起金葡菌败血症。特别在挤压病灶之后,由于破坏了局部的防御机能,更容易使病菌侵入血液形成败血症。金葡菌的细菌栓子,经静脉进入体循环,从右心达到肺部,故最易造成肺部损害,引起金葡菌肺炎。

主管医师:入院后血培养、痰培养、前额疖肿脓液培养均有金葡菌生长。

(节引自《中级医刊》1988年第5期。)

案例二:

陈男,15岁,1981年5月7日诊。右肺炎,败血症。经治10天后血象恢复正常,X线报告肺炎吸收,但体温仍波动在38～39℃之间。证见凌晨发热,热势鸱张,汗出如珠,口渴少饮,倦怠无力,少气懒言,面色少华,舌质淡胖、苔薄腻,脉微滑而数、重按无力。时值初夏,阴雨连绵,感受湿邪,缠绵难解,郁久化热,湿热交阻,气阴两伤,邪气留恋。湿热不化,难从本治。先拟辛宣淡化,疏瀹三焦,透

达湿热。

（引自詹学斌《甘温除热法治疗败血症后期持续高热》。《浙江中医杂志》1986年第8期。）

以上案例一为西医病案，案例二为中医病案，同是肺炎、败血症。所不同的是，病案二已处于疾病后期，血象已正常，肺部炎性病灶已吸收，只是仍发热，或许该肺炎与败血症还有可能不是因感染金葡菌而引起。骈于此，仅是为了分析中、西医诊断之逻辑历程时好就某些现象的不同作出说明。

我们从该两案及其讨论中已是能发现出有大量的概念和许多的判断与推理存在，并且相关概念在判断与推理的维系下显示了自身的内在联系和从抽象概念向具体概念的推移，以及不同层次的判断与推理也于此而实现了自身的运动程序。其实，任一病案及其讨论都无不如此。它们所展示的是医生的思维脉络，从而也就反映了医生总是在以概念表述对象，以判断断定对象，以推理推知对象的这样一个客观事实。

## 2.2 疾病诊断在概念的系统流易下形成

概念是思维的细胞，是人脑反映事物对象的形式。诊断中，概念在人脑中运动着，流易着，这一流易的最终结果是实现了医生对患病个体所患疾病的认断。

我们从上述之两例证中所看到的是大量的语词。其实，概念和语词的关系相当密切：概念内在于思想中，它的外展，它欲表达，就得靠语词。逻辑学指出，由于名词、动词、形容词、数量词、副词、连词，它们要么表示对象，要么表示对象的性状和关系，因而都表达概念；而并不表达概念的则仅有介词、助词、语气词。视此，就可以理解到存在于以上两例证中的大量语词除少数几个如“的”、“以”、“于”之外，事实上都是概念。

我们还可以看出医生们所使用到的概念主要有患病个体概念如“患者张××”、“陈”；症状概念如“寒战”、“热势鸱张”；体征概念

如“两肺闻及干性罗音”、“脉微滑而数，重按无力”；实验室资料概念如“白细胞 27300/立方毫米”；病位概念如“前额”、“三焦”；病因概念如“金葡菌感染”、“感受湿邪”；病机概念如“多系统、多器官损害”、“湿热交阻，气阴两伤，邪气留恋”；疾病概念如“金葡菌败血症合并金葡菌肺炎”、“湿温病”；疾病分型、分期、分证概念如“湿热交阻证”。当然还应有包含着患病个体社会因素、心理因素在内的个体性诊断概念。只是它和案中的中医疾病概念、分证概念一样，隐存在案中及其讨论中而没有被具体显示出来。并且这些概念在流易着。总概临床思维表现，概念的流易轨迹基本是“患病个体概念——$\frac{\text{症状、体征、实验室资料概念}}{\text{病位、病因、病机概念}}$——疾病概念—疾病分型、分期、分证概念——$\frac{\text{社会、心理因素概念}}{\text{个体性诊断概念}}$”。其中，“$\frac{\text{症状、体征、实验室资料概念}}{\text{病位、病因、病机概念}}$”的意思是医生的思维是迅捷的，随着症状、体征、实验室资料概念的蜕变而出，相应的病位、病因、病机概念也就产生，后者的衍生是相伴、渗和在这些表象概念的蜕变之中的。对照以上病案及讨论，因于文字的整理，医生的表述似不尽如此，但返璞为真，会是这样的。

附以说明的是，以上有关概念的使用均领属在患病个体概念之下，因此，纵然其中不乏有普遍概念存在，但由于受到个称量项的限制，以致其意义一般地说是个指的。

应该充分地认识到概念的移易是在其自身的概念系统中进行的。以中、西医诊断为例，同属临床学科，但缘于有着两个不同的概念体系，因此，尽管两者有时会引用到对方的概念，如例证二中医病案中就有着西医概念“右肺炎”、“败血症”、“血象恢复正常”等，但这仅是引述，而并非在移易，乃致一般地说从西医的概念中是移易不出中医的概念来的。如我们并不能从西医的病因概念“金葡菌感染”移易出中医的疾病概念“湿温病”。反之亦然。

尤需指出的是诊断中的概念流易是由抽象运动到具体。我们

说诊断的一开始——蜕表象为概念，其概念如“咳嗽”等则不仅具有“直接性”，而且就概念的内容看也是相当贫瘠的，继而通过我们对一系列表象概念的反思从而作出有如病位“两肺”，病因“金葡菌感染”，乃致于疾病“金葡菌肺炎”等规定，其概念则不仅具有“间接性”，而且由于后者总是以前者为根据因而包含着前者以致于概念的内涵愈来愈丰富；再说疾病的分型、分期、分证诊断强调了“特殊”，个体性诊断所突现的是“个别”，则是一种“直接性与间接性相统一”或已接近于此的规定，其内容则不仅较它之前的所有概念丰富，而且因它最终使医生观念地把握了患病总体而显得十分具体。总之，诊断之初，概念因内容贫瘠而抽象，而到后来，则因内容丰富而愈来愈具体，显示为一个概念的抽象向具体的变移。

有必要明确的是，说概念由抽象概念向具体概念变移是就一个具体思维的概念逻辑历程而言的。从概念的辨证本性讲，概念是对事物质的抽取，都是个“普遍共相”，因而也都是个抽象概念；但鉴于任一概念都是有其内容的，且其在使用中必然以其规定的“普遍”偕同客体的“特殊”而统一于客体的“个别”中以显示出一个“具体共相”来，所以说一切概念又都是个具体概念。面对活生生的事物客体，概念是主观的抽象的思维形式，可它含带着事物客体的内容而与具体事物相贴合，于是我们说它决不是“空洞的外壳”。这就决定了必须针对具体对象使用相应概念。事实上人们也正是这样地使用概念去表述对象，以概念的流变去描绘对象的运动的。

以上我们就发生在诊断思维活动中的概念使用、概念流变现象作了规律性说明。可以这么认为，中、西医两者对之原则上是一致的。不过也有差别，比较以上两例证即可发现：①中医较西医缺使用实验室资料概念的环节；②西医所使用的概念如“金葡菌”、“白细胞”等，其在实践中往往能找到一个实体与之相对应，因而实体概念居多；而中医之概念像“湿热”、“气阴”等，它们源自于古代哲学或其他自然科学，移植来仅作说理，尽管也立足于临床表现，但很难找出一个单独的实体与之相应，以致于说属性概念应用得

相对地是偏多的。

### 2.3 疾病认断于判断的辨证发展中确定

判断是人脑对思维对象情况有所断定的思维形式。其语言外化为句子。逻辑学认为，陈述句是表达判断的，而疑问句、祈使句、感叹句并不表示或不能直接表示判断。以此我们即可看出，在上述两例证中，除了"为什么金葡菌引起的败血症有这些特点呢？"是一个疑问句因而没有能直接表示判断之外[1]，其他的都是陈述句，都在判断；并且它们排列有序，判断沿着浅层次向深层次推进，正是判断的这一辨证性发展使医生的疾病论断最后得以敲定。

应该理解到像例证中的"体温40.3℃"、"热势鸱张"；"有鼻翼扇动"、"两侧扁桃体无肿大"、"脉微滑而数"；"中性粒细胞90%"、"潜血试验(－)"等，它们有的是主谓词组，有的虽是个动宾结构，但由于在它们的前面有一个主词"患者"的存在或是其本身就受着"患者"这一概念限定的缘故，因而都是对患者情况的断定，都是判断。而且在这些对患者表在现象的断定中都存在个"有"或"无"或是隐存着个"有"与"无"，以致我们可以把表在的断定区分为"有什么"与"无什么"两类。

医生对患者的疾病论断是从患者表在的"有"与"无"开始的。我们说它是医生诸多判断中的最浅层次判断，其原因不仅在于有的判断如"体温40.3℃"、"热势鸱张"等就连没有医学知识的人也能作出，而且在于这些都是"感性的质"，是对现象的判断，并最先出现于医生的思维中而引导出其他一系列的判断来。

医生判断的第二层次是病位、病因、病机判断。例如例证二中的病位判断"三焦"就是架筑在"凌晨发热，热势鸱张，汗水如珠，口渴少饮，倦怠无力，少气懒言，面色少华，舌质淡胖，苔薄腻，脉微滑而数，重按无力"等表在的"有"之上的；而病因判断"湿热"又是以

---

[1] "为什么金葡菌引起的败血症有这些特点呢？"和一般的疑问句有区别，它隐含着一个预断：金葡菌引起的败血症是有这些特点的。所以说它间接地表达了判断。

此为根据并结合对发病背景的断定“时值初夏，阴雨连绵”作出的，要是没有这些表在的“有”的存在，再“时值初夏，阴雨连绵”也是毫无意义的。再说病机判断“湿热交阻，气阴两伤，邪气留恋”则是一个融汇了患者病位判断、病因判断在内的对患者表在的所有的“有”的总的解释，百无一漏，正是如此，医生正式进入了对患者所患疾病的论断。

医生论断的第三层次是疾病判断。例证二中的疾病判断“湿温病”（隐存在案中），由于通过病机判断对病位、病因和所有的“有”实行反思并得到了支持，于是是一必然诊断。

思维判断的第四层次应是排他性判断。这在医学上叫做鉴别诊断。排他性判断在案例二中是缺如的，但在例证一中是表述出的。并且从中可以看到排他性判断的作出是以患者表在的一系列“无”为根据的，其意义就在于通过对相似疾病的排斥，从而使必然诊断进一步确立。

思维判断的第五层次是对疾病的在证、在型、在期判断。例证二中的在证判断是“湿热交阻证”（隐存在案中），这是一种对患者在疾病“普遍”意义上进行“特殊”规定的判断。

思维判断的最后一个层次是作出融合患病个体心理因素、社会因素在内的个体性判断。这一判断的作出，实现了患病个体在医生思维上的以疾病为中心内容的所有质的整体精神再现，因而是一个符合患者总貌的具体性判断，是诊断思维活动中的最高层次的判断。

如果再分析一下案例一，还会发现“本病例急性肺脓肿可能性大”是一可能性判断，但也是一个错误性诊断；“为金葡菌引起的败血症可能性很大”同样为一可能性判断，但在病机判断的支持下，它同“可用金葡菌肺炎来解释”无疑已成为一个必然性判断，并且因得到了实验室资料“入院后血培养、痰培养、前额疖肿脓液培养均有金葡菌生长”的证实而成为一证然性判断，同时也是该案中唯一正确的西医疾病论断。从“金葡菌败血症合并金葡菌肺炎”的确

立过程来看，疾病论断有一个由“可能”到“必然”到“证然”的过渡，而且在这一过渡中，可能性的疾病判断完全有可能被摒弃，如案中的“急性肺脓肿”即如此。

综上，我们之所以强调疾病认断是一诸多判断的不同层次的辨证发展就是因为，它存在着一个由现象到本质，由可能到必然，由抽象到具体，在“普遍”意义的指导下实现了“个别”的运动、变易。

比较以上两例证，有些判断层次没有出现，这可能是没有用文字表述出来，也可能是在该具体思维活动中确实未进行过此判断，但我们决不能以此就认为中、西医的思维判断有什么不同。一般地说，西医有什么判断层次，中医也有，只是中医对疾病论断未能进行实验室资料证实以致证然性的判断相对地少些而已。

## 2.4 疾病论断在推理的绵延演进中告立

推理是人类的一种由已知判断推出新判断的思维形式。其语言外化为语丛。自然我们并不能因见有几个句子在一起就说其中必有一推理存在。但是，就“真理只有在推论的形式中才被理解，因为一切认识都是中介的、有理由的、推论得来的，并且只在推论的形态中得到完成。因此黑格尔说：‘推论是合理的，而且……一切事物都是一推论’。”① 即可断言，只要我们是在探索未知事物，那么就得使用推理；只要我们是在表述认识，于中就不无会蕴带推理。如果是对诊断疾病的思维活动稍加分析，那么还会发现，其总是包蕴着好多个推理，并且前一推理的结论往往是后一推理的前提，诸推理在继彼续此地绵延着，直到推论出一个个体性诊断为止。

以上述例证一中的进修医生所述为例，依其顺序看，“患者突然起病寒战、发烧、全身疼痛，5天后病情加重；高热，呼吸困难，咳嗽，咳脓血性痰，右胸部疼痛，临床表现以呼吸系统症状为主。”就

① 见库诺·费舍《近代哲学史》。转引自张世英：《黑格尔〈小逻辑〉绎注》，吉林人民出版社1982年版，第457页。

是一个从已有判断“患者有寒战等症状”和“有些症状如……是呼吸系统症状,有的症状如……不是呼吸系统症状”(此判断在文中被省略)为前提进而推出新判断“患者以呼吸系统症状为主”的推理。继此,“在诊断上,①支气管肺炎:本例发烧、咳嗽、咳脓血性痰,呼吸困难,右肺可听到湿性罗音,应考虑支气管肺炎”也是一推理,只不过其中的一个已知判断“支气管肺炎的主症是……”同样地被略去。再说,倘若我们把“但支气管肺炎多发生于老年人,或伴发于其他疾病的严重阶段,常在两肺底听到细湿罗音,本例右下肺及左肺第三肋间浸润性病灶亦不能用支气管肺炎来解释”完整地表述成“支气管肺炎多发生于……且表现为……而不表现有……;然而患者却反而表现有……与不表现有……,同时又不是个老年人;所以其所患疾病不是支气管肺炎。”就会明显地被看出是个推理。接着下去的“②……”、“③……”、“④……”亦类此。由此可见,进修医生的疾病论断表述全部由推理所构成。

再看例证二,“证见凌晨发热,热势鸱张,汗出如珠,口渴少饮,倦怠无力,少气懒言,面色少华,舌质淡胖、苔薄腻,脉微滑而数,重按无力”为一已知判断,而省略了的“湿热为病就会……”则为另一已知判断,医生的病因判断“感受湿邪,郁久化热”就是以此两判断为根据并结合发病背景“时值初夏、阴雨连绵”推出的。此外,医生还以此为基础并采用相同的方式相继地推论了病位“三焦”、病机“湿热交阻,气阴两伤,邪气留恋”和所患疾病“湿温病”。同样可以得出,中医师的疾病论断为一系列的推论所充塞。

切不可以为医生诊断疾病中的诸推论作出是随意的,总体地看,它们是开始于直接推论,向着反思的推论演进,并终止于具体推论。这是由认识的必须从现象到本质、于抽象上升到具体的这一行径所决定的。同时,不同层次的思维推论是否能够作出,也反映了实践者的认识能力。

所谓直接推论是指医生对患者外在表现就疾病意义是否能称之为症状、体征所进行的推论。如“该人有凌晨发热;而正常人并不

发热；所以凌晨发热是病态。”又如“脉微而数，重按无力；可健康者是脉缓而有力；因此，脉微而数，重按无力系疾病表现。”等诸如此类的推理皆属直接推论。直接推论常因医生长期的职业训练以致对好多症状、体征十分敏感而显得好像并不存在；然而，一旦医生碰到了眼生的表现而费神思考，这种直接推论就突现出来。事实上任一疾病论断都是要进行直接推论的。直接推论的简单之处在于有时并不需要专业知识的参与也能作出。但其意义却是重大的：它奠定并构成了医生后来之各推论的最基本前提，医生后来之各推论的作出是以此为出发点的，如有遗漏，就会形成偏颇，甚或铸成大错。

继直接推论之后是反思的推论，反思的推论指的是对一些非直观所能得到的质而作的推论，像推论病位、病因、病机、所患疾病及排他性论断都得使用这类推论。它必须有医学知识参与，即就是说它必须以患者的疾病表现和医学知识（包括临床经验在内）作为自身推理的前提要素。常常使用到的有假言推理、选言推理、联言推理和直言推理等形式。

如病位：呼吸系统，

　　患者发病后迅速出现咳嗽，胸痛，呼吸困难，咯脓血性痰，两肺可闻及干性罗音……；

　　咳嗽，胸痛，呼吸困难，两肺闻及干性罗音……均是呼吸系统症状或体征；

---

　　所以，患者的呼吸系统症状及体征很突出。

即为一直言推理。

又如病因：金葡菌感染，

　　皮肤的疖肿以金葡菌感染为最常见；

　　患者在前额部有一 2×2 厘米疖肿；

---

　　故本病例考虑为金葡菌感染所引起可能性大。

同样是一直言推理。

再如病机：急性感染伴多系统、多器官损害，

（本病例有以下临床特点：）

①挤压疖肿后急骤发病，寒战、发热、全身疼痛，为急性感染所致；

②呼吸系统症状及体征突出，为肺损害；

③皮肤和粘膜可见较多的出血点，因感染所引起；

④肝肿大，有触痛，显示为肝损害，属消化系统；

⑤血白细胞计数增高，中性粒细胞增高，表示为急性感染；

⑥尿常规检查有蛋白、白细胞、红细胞，为肾损害，属泌尿系统；

⑦X线胸片示双肺有片絮状、团块状模糊阴影，显示为肺损害，属呼吸系统；

⑧前额疖肿脓液涂片染色检查，革兰染色阳性球状，呈葡萄状排列，显示为细菌性感染；

---

因此，是急性感染伴多系统、多器官损害。

就是一个联言推理。

再如疾病论断：金葡菌败血症合并金葡菌肺炎，

（作疖肿脓液、血液及痰的细菌学检查，）若有金葡菌生长，则本病例金葡菌败血症合并金葡菌肺炎的诊断即可成立；

入院后血培养、痰培养、前额疖肿脓液培养均有金葡菌生长；

---

故而本病例金葡菌败血症合并金葡菌肺炎的诊断成立。

就是一个假言推理。

另如排他性诊断，

患者可能是支气管肺炎，可能是浸润型肺结核，可能是大叶性肺炎，可能是急性肺脓肿；

不可能是支气管肺炎，不可能是浸润型肺结核，不可能是大叶性肺炎；

---

所以，可能是急性肺脓肿。

就是一个选言推理。

以上推理演绎自例证一中的各医生讨论，并且均忠实于原内容。从中我们不难看出，一个系统的思想，其推论，总是后者萌生于前者，前者蕴育着后者，它们是绵序的。这里有必要强调的是以上仅为例举，并不意味着探求某一未知如病位就只能像例举中那样仅会使用某一种推理如直言推理。而事实上是由于医生推论的具体条件不同所致，其使用推理的种类是相当丰富的。而且就医生的以医学知识分析患者病情，由个别经验最后上升到理论的这一实践总体而论，就是一个从一般到个别，从个别至一般，于中还搀杂了从个别到个别的过渡。而从一般到个别就是个演绎推理，由个别到个别就是个类比推理，从个别到一般就是个归纳推理。可见不同类型的推理又是互为前提，可以转化的。正是不同推理的这一互为转化，促进了医生的思维发展。

疾病推论的最后一阶段是具体推论。具体推论指的是在前提中包含有患病个体特征而在结论中实现了患体"特殊"或"个别"的推论。像对疾病的在证、在型、在期推论以及个体性诊断都是具体推论或是通过具体推论而得出的。一般地说，对疾病的在证、在型、在期推论，其使用的推理方法有同于疾病推论，即疾病推论使用到的那些推理类型，疾病的在证、在型、在期推论也使用到，只不过在推理的内容上，前者以疾病诊断标准为推论根据，而后者则是以疾病的分证、分型、分期诊断标准为依据。至于说个体性诊断则通常是通过联言推理而获得的。

综上，我们分析了诊断的推论逻辑历程，并且从两例证的比较中可以看出，中、西医两者是相同的。

## 3 诊断思维属性阐说

诊断实践本质地反映为医生在运用既有医学知识解说患者病情，因而诊断思维是一种习常性思维，同时出于没有两个完全相同的病人的缘故，所以又决定了诊断思维兼有创造性性质。

### 3.1 分析型思维

分析就是把对象整体分解成各组成要素来认识。分析作为一种思想方法，它为一切理性活动所共有。我们其所以强调诊断思维是一种分析型思维，并非说诊断除了分析之外就不再使用其他思维方法，而是因为诊断的一开始医生就得分析，他们分析患者表象，接着又分析其病位、病因、病机、所患疾病；还要分析出疾病的在证、在期、在型，就连最后的确立个体性诊断也少不了分析。分析一直持续着，分析出现于每一疾病的诊断中，充分地显示了诊断中医生的思维分析意识十分强烈。

一般地说，人类认识总是起始于对事物表象的分解。人的所有感觉器官都是分析器。它们通过神经通道而与大脑皮层的感觉分析器中枢相联系。面对客体，由于各种感觉器官因其结构与功能的不同，因此在接受外物能量刺激时各自具有特殊性，以致它们只能接受各自所能接受的物质能量并内向传导，这就为人们分解事物表象提供了生物手段。事实上，事物现象总是总体地表现的，而在感官的分析下就呈现为色泽、声响、形状、动止、软硬等各个方面。而医学上所总结出来的如中医的望、闻、问、切，西医的叩、触、视、听，虽则在动员自己的感官力求全面收集患者表象，但其本质上则反映为要求自己的感官对患者表象整体实行分解。甚至为了突破生物手段的局限与不足，现代医学还利用了物理、化学、光学、电子

等手段来收集病情，其实这也是分解，是在生物条件基础上的分解，是生物手段分解的发展与继续。

对患者表象总体实行分解是医生分析患病个体的第一步，然而这却是最基本的一步。要是没有这一步，患者的表象整体最多是个斜落在地面上的投影，无声、无臭，没有色泽的区别，医生在它的上面是无论如何也追究不出什么名堂来的。

疾病发生的原因，机体因之病变的部位和异常表现，以及其过程演化的机理，本来就是一个互为一气，相因而序的整体，但其在诊断中就是被分解。诚然，现象是事物本质的反映，因而不同的疾病，其表现总会有所不同，于是医生也就应该能从患者表现的不同——哪怕是细微的差别上区别开不同的疾病并确定出患者的所患疾病来。然而错综复杂的临床现实则是不同的疾病常有相似的表现，相同的疾病其表现又常有不同，以致医生常不能如此而必须求借于对病位、病因、病机的分析。何况在其意义上，就疾病作临床现象的鉴别仅是种现象上的区别，以之判断疾病只是种现象上的断定，常有可能受到疾病假象的干扰而确定错；而对疾病作病位、病因、病机的区别则是种质的区别，它能实现医生对疾病质的把握，因此是一种质的确定，仅不过此三者的分析又是架构在患者的临床表现之上的。这就是医生在其疾病论断中总是分解疾病总体，而且又是从分析患者的表象入手，然后才作出其病位、病因、病机分析的原因所在。

"一切规定都是否定。"① 既然确定了患者的所患疾病为某病，于是也就相应地排斥了某些疾病的存在。从以上所述可以看出，医生的疾病分析并非是局限于患病个体进行的，而是在思维的始初就已是自然地把患病个体放置到一个大的环境中——至少说是超越于患者的所患疾病之外来考虑的。只不过其范围在医生对患者表现、病位、病因、病机的相继分析下愈来愈小，最后被局定在某一

① 见斯宾诺莎：《通信集》第 50 封信。转引自黑格尔《小逻辑》，商务印书馆 1987 年版，第 203 页。

或某几个疾病上，就是说这里隐存了一个把好多疾病，甚至从一定意义上说是在把整个疾病作为一个群体以从中分析出是何疾病的分解。至于说在此之后医生所进行的鉴别诊断则是这种分解的表面化、自觉化与明确化。鉴别诊断起着对已确定的疾病进一步审定的作用。医生有意识地进行相关、相似疾病的分析比较，从而使疾病论断臻至于“必然”。

疾病的在证、在期、在型诊断是在疾病论断的基础上进而分析作出的。医生必须先从患者的一系列疾病表现中分离出某些症状与体征并确认它们“特殊”，然后方得以与疾病的在证、在期、在型诊断标准相模拟以推出疾病的在证、在期、在型来。

个体性诊断的确立同样需要有医生的思维分析。如果不对患病个体的诸因素实行分解以分析出其社会因素、心理因素，是根本不可能实现患病个体的整体精神再现的。

至此即可看出，医生在其疾病论断过程中，是一步一个分析，其所有结论的作出均来自于分析的末尾。

### 3.2 知识应用型思维

翻开中医的古代诊籍，即可发现，中医的分析常常是引证经典的。就是在今天，这种分析，这种书写病案的风格在一些老中医那里依然可以看到。总概临床，医生的所有分析都是有其医学理论与自身经验的参与的。事实表明，诊断思维是一种知识应用型思维。

医生在其独立工作之先，先是学习书本知识，继而随师见习、实习，所有这些都是在为自己日后实践时理论运用作准备。

医生在其思维分析的感性具体阶段就得使用医学知识与自身的经验。常说，标志着患者疾病存在的表象在医生眼里总要比他人敏感些。什么敏感，还不就是因为医生掌握有相应的知识、实践多了，积累了丰富的经验。《史记》载有“扁鹊过齐，齐桓侯客之。入朝见曰：‘君有疾在腠里，不治将深。’桓侯曰：‘寡人无疾。’扁鹊出，桓侯谓左右曰：‘医之好利也，欲以不疾者为功。’后五日，扁鹊复见，

曰:'君有疾在血脉,不治恐深。'桓侯曰:'寡人无疾。'扁鹊出,桓侯不悦。……后五日,扁鹊复见,望见桓侯而退走。桓侯使人问其故,扁鹊曰:'……今在骨髓,臣是以无请也。'后五日,桓侯体病……遂死。"扁鹊是我国古代的一代名医,有着丰富的实践经验与理论建树。可以想见,要是扁鹊对桓侯的某些表象缺乏认识,是不可能认断桓侯有疾的;如果没有相应的理论介入,同样,扁鹊是作不出诸如"在腠里"、"在血脉"、"今在骨髓"的判断的。一定内容的感官分析总是与一定的实践目的相联系;而不同意义的表象又常常是"光顾"于具有不同实践能力的人的感官,并因之而打开他们的思维大门,应该说,人的感官分析是一种生物本能,是自然的,——你进入了我的域区,我就分解;但又是有其思想指导的,甚至有时是受着一定的理论支配的。

总观诊断思维的抽象阶段,面对患者,医生总是在脑中既有知识的范围内兜圈子,这表明医生的知识应用有其局限性;同时,医生又是针对患者病情思考的,如,面对一个上腹部疼痛,反酸,便似柏油状的患者,医生总是敏感地考虑到是否有消化道溃疡的可能;而倘若患者的主诉为尿急,尿频,尿痛,尿血,则医生又首先是企图从泌尿系统的有关疾病中有所突破,可见,在医生的思维抽象阶段,其分析,其知识的释放,又具有对应性。

医生在其分析中,脑中对应知识的存在是个先决条件。其决定着医生能否分析与分析能否正确,但还有个被激惹,能释放的问题存在。李时珍是我国明代伟大的药物学家,著有《本草纲目》。他说:"我20岁那年,感冒咳嗽日久,骨蒸发热,有如火燎,每日吐上一碗左右的痰;暑天里烦燥口渴,睡寐与饮食几乎无法进行,服遍了柴胡、麦冬、竹沥各种药物,一个多月来,更为严重,合家人全以为我的病好不了。先父偶然想起李东垣治疗发热似火燎,烦燥引饮,白天里严重的肺热证,是属于气分有热邪,适合用一味黄芩汤来清泄肺经气分之火。于是按方用黄芩一两,水两钟,煎成一钟,一次服下。到了第二天,身上的热全部退尽,咳嗽吐痰也好了。"(见《本草

纲目·卷十三〈黄芩·发明〉》)于中可以看出,李东垣的肺热证理论李时珍的父亲是掌握的,可就是没有能正常发挥,以致于不是分析有误,就是束手无策;直到灵感偶至,释放了这一理论,方得以正确诊断。可以这么认为,即使掌握了相应理论,只要没有被发挥,被利用,于诊断依旧是无补的。

总之,尽管医生有时也会因用错理论而误诊,但坚持有理论依据的分析,这在诊断中是十分突出的。以医生所作的诊断假说为例,由于带有很大程度的不确定性,似乎可以随意一点,其实不然,依然是要有理论根据的。像生活中那种性情趋使,兴味所至的分析,以及表现在科学研究领域中科学假说的那种大胆设想事实,突破现有理论的做法,医生是不取的,和其他的实践活动相比,既显得严肃,也多少有点拘谨。

### 3.3 习常性思维兼带有创造性性质

讲诊断思维是一种习常 性思维且兼有创造性性质,是就诊断实际的基本情况,诊断思维活动个体的绝大多数而言的。习常性思维与创造性思维的区别在于"凡是没有有效方法可供直接利用,不存在确定规则可以遵循的思维都属于创造性思维,除此而外,统称为习常性思维。"① 这是一种对创造性思维活动的广义划分。

诊断实际的基本情况是,诊断需要分析,分析需要有相应疾病认识的指导,而由于人类在其与疾病斗争的 2000 多年中不断地有所总结的缘故,以致这些相应疾病认识的绝大部分均可以在前人的论著里、今天的教本中找到,并且,一系列疾病诊断标准的确立和大量的类同病例的载录,还为医生的临证分析、论断疾病提供了楷模和根据。因此,医生的诊断是有其理论基础的,在其实践中,见什么表现,论什么病,断什么证,对于就诊者中的绝大多数来说,是有法可依、有例可循的,问题仅在于对这些相应的理论知识有否把

① 袁兴绪,创造性思维与演绎逻辑,哲学研究,1985 年第 2 期。

握，能否运用与使用得可否恰当。此外，在中医的理论中还有着各种辨证方法，这包括八纲辨证、六经辨证、三焦辨证、营卫气血辨证、脏腑经络辨证等，它们既可以单独使用，又交横错落得象一个网络，几乎可以囊括对所有临床表现的分析。于是每当中医师们面临生疏病证的思考时，用之，虽不能断定是个什么病，但往往可以确定出是个什么证。这是一方面。

另一方面则是，疾病诊断标准对疾病表现的抽象性概括远远不能满足于临床现象的丰富性，而患病个体又是个异的，从来没有两个表现完全相同的病人，乃致于病案载录中的对患病个体表现的具体性描述不可能与临床中的相同疾病患者的表现全同。这就需要医生本质地把握患者，确定所患疾病，依样画葫芦是不行的。

临床中的无数事实表明，医生之诊断不遵法就会误诊，泥于法又难断疾病，其分析总是在前人、在他人、在自己昨日所得的基础上进行且有所发挥。自然，医生的诊断思维就是一种习常性思维且得部分地具有创造性。

这一结论还可以从另一侧面得出，医生在其实践中有时也会碰到些为自己所不能理解的病情，这可能是一种新的疾病，为新的致病因子所引起，人类对之缺乏认识，还未有总结。但更多的则是自己不理解而别人理解，原因在于自己对该类疾病未掌握。其时，医生总是在发挥创造性思维，从理论上说必须突破；然而从实践上看往往很难如此，这因为脑中并无先例，所确立的又仅能是个假说，因此，不仅会踟蹰再三，而且还会感到欠有把握。细味临床，就会发现，一个医生对某疾病的认识愈是深刻，其对该类疾病患者的认断就愈果决，反映在其思维上分析也愈简达；知识愈是丰富就愈是能触类旁通；对之熟悉的或是有法可依的病证，其诊断准确率总要高于生疏的病证。

再说，对于疾病新病种的确定，如确定爱滋病，和对旧病种属性的更易，如过去说“重症肌无力”是一种神经系统疾病，而今天则称其为自身免疫性疾病，一般地说，已不再是单纯地依靠医生的思

辨，如过去传统中医曾根据临床发现通过思辨区分出春温、暑温、湿温、秋燥、冬温等，从而使伤寒有广义、狭义之分；而是借助于医生的临床发现，更多地采用现代实验科学检证以命名。不过，要发现新的疾病和疾病的新的表现也诚非易事，还得靠医生发挥创造性思维。

充分地理解诊断思维是一种习常性思维兼带有创造性性质是有意义的。医生一方面要广泛地摄取医学知识，高度地发挥理论对实践的指导作用，从而使诊断有法可依；另一方面又要灵活地对待已有的医学知识与诊断标准，做到遵法而不泥于法，只有这样，才能使诊断正确且顺利进行。同时，还应开发创造性思维的利用，及时地总结临床发现，以利于医学的发展。

## 4 诊断思维特点

诊断思维活动的特点有四个，这就是：多种思维形态共震、综合地分析的方法纵贯思维活动全过程、从可能判断向证然判断或必然判断过渡、由思维抽象必然地上升到思维具体。

### 4.1 多种思维形态共震

事实上，我们从以上的有关论述中已可看出，任何一个诊断都不可能单纯地由逻辑思维去完成，而必须有着其他形态的思维参与。例如，在诊断的感性具体阶段，接纳患者表象就必须动用形象思维；即使是在诊断的思维抽象与思维具体两阶段，其患者表现概念群与脑中范式的模拟，也决非是两者的纯概念比较，而往往是观念地把握了的两“个体”相比照，因而是立体的，而不是平面的，是多少总有些形象思维的配合的。再说，我们有时还会因思路闭塞一下子想不通患者的表现是回什么事而心烦意躁，然而，意躁之余突然想到了某理论，于是理解了，则也是常有的事。这实际上是灵感思维在起作用。可见，尽管灵感思维不像形象思维那样频繁地出现

于每一疾病的思考过程中，且形象思维的利用也显得比逻辑思维的利用要少，但无疑它们都在起作用。应该意识到所有诊断都是多种思维形态共同作用的结果，而把诊断思维仅理解成是一种逻辑思维的活动，则显然是错误的。

有必要说清楚的是，我们讲诊断思维是一种以逻辑思维为主体思维的思维活动，并非着眼于逻辑思维、形象思维、灵感思维在诊断过程中被运用得有多有少，而是根据于诊断中的表象自然地"蒸发"为概念、论断油然地要通过概念、判断、推理的有序运动来实现的这一事实。例如，以上在"疾病认断行程为一思维逻辑历程"中所提及的中、西医诊断两例证即如此。它们表明逻辑思维的运用对于疾病论断的形成有决定意义。不过，这也仅能就一般的情况而言，个别情况则例外，有时诊断的确立是形象思维、灵感思维起了主决作用。

请看下例：

陈自明，南宋人。三代行医，传至自明更为精妙。自明 14 岁时，正习儒学，乡人郑虎卿内人黄氏，妊娠四五个月，每当白昼就悲切泪下，医治无效。陈见郑终日惶惶无计，就对管伯周说："先人曾治此证，名曰脏躁悲伤，非甘麦大枣汤不愈。"郑借方看了很高兴，结果服药痊愈。（引自陈梦赉《中国历代名医传·陈自明》）

陈自明是我国宋代著名的妇产科医生，著有《妇人大全良方》等。但其在年仅 14，且正习儒学时，对医学的了解应该说是不多的，而且只会来自于见其父辈临证时的耳濡目染。再者，像例中所描绘的"孕妇，每当日昼就悲切泪下"之类的病证，表现得既简单又特别，病名"脏躁"很有形感，处理上甘麦大枣汤仅由甘草、小麦、大枣三味药组成，并不复杂，是很容易激惹人的感官并留下深刻印象的。而这一印象也就成了后来陈自明认断黄氏"脏躁悲伤"的范式。可以理解，这一范式是个疾病诊断模型，而非源自于哪本书上的诊断标准。用陈自明的话说就是见于"先人曾治此证。"看得出是个直感判断。即从直观上感到是某病，于中没有一个严格的逻辑推导的

过程，在疾病的认断上起了主决作用的是形象思维，而不是逻辑思维。

至于说在灵感思维方面，则可以用见于本书第855页的李时珍患肺热证为其父治愈一案来说明。李时珍患病，先是服遍了柴胡、麦冬、竹沥等各种药物，病越来越严重，合家人全以为他的病好不了；后来他的父亲“偶然想起李东垣治疗发热似火燎，烦躁引饮，白天里严重的肺热证是属于气分有热邪，适合用一味黄芩汤来清泄肺经气分之火”并依法施之才治好了他的病。“**偶然想起**……”是一潜伏于思维深处的范式为灵感的到来所激发而作出的认断，这在思维学上叫做潜意识判断，个中并无严格明确的逻辑推导，同样可以看出，在其形成上起主决作用的是灵感思维而不是逻辑思维。

但也不要以为直感判断与潜意识判断的作出就绝对地与逻辑思维无关。首先，就其使用到的范式看，就是概念的或是有过逻辑思维的抽取而为观念所把握了的理性个体；再则，直感判断与潜意识判断有其或然性，不可能全真，有必要对之进行科学的验证与逻辑反思，而这本身就是一个逻辑的或有着逻辑思维参与的过程。

总之，逻辑思维、形象思维、灵感思维对医生的诊断都很重要，医生应该重视对之开发与利用。

### 4.2 综合地分析的方法纵贯思维活动全过程

分析是把事物整体分解成各组成要素，综合是把各组成要素部分或全体地再组构在一起，在思路的走向上正好相反。然而，正是两者的密切配合，相互渗透，促成了医生的各有关判断。

可以理解，医生的表象总体摄入不是一次性完成的，在患者的陈诉中，在医生的观察与检查下，感性表象一个个地进入并被“蒸发”成概念，甚至，当医生已作出了抽象性的疾病论断和具有“特殊”意义的疾病在证、在型、在期认断时还在努力摄取表象，这固属是与诊断各阶段诸多判断作出的不同层次需要有关，同时也为临床的医生在其诊断之先并不清楚患者病情，但又必须立即拿出一

系列的准确结论来的这一特定实践条件与要求所决定。然则从中已可看出，医生的感性具体、思维抽象与思维具体并非是截然分开的，而是有如犬齿状交错在一起；医生思维一直是在边输入，边综合，边分析，边断定。

医生的表象输入是一种有选择的输入，而这一选择恰恰又是在综合的分析下实现的。先是表象如“咳嗽”进入感官并被“蒸发”成概念，继而这一表象概念“咳嗽”能否作为病态被存留就得结合患者的其他情况以排除非疾病因素才能决定。而表现在其中的“结合”就是综合，“排除非疾病因素”就是个分析。只不过，表象输入是感性的，而概念的综合分析则是抽象的，乃至于说表象的真正输入并被概念存留是在诊断的思维抽象阶段完成的。而且，说“综合地分析的方法纵贯思维活动全过程”与前面曾讲到的“认识起始于对事物表象的分解”并不矛盾，它们是从思维现象的不同侧面来论说的。

事实上，医生思维对患者表现所作的一切重构都是综合下分析的结果。没有综合，无所谓重构；未予分析，即使重构了，也会因杂乱无序，无法与相关范式模拟而失去临床意义。细味临床，还可发现，不同层次的重构，其综合地分析的方式还会有所不同。最初，重构是在综合、分析的交替中建立的。这主要突现在诊断的思维抽象阶段，医生从需要出发，重构患者表现为各有关属性概念群上。例如，我们把例证一（见 839 页）中的患者表现“咳嗽”、“寒战”、“发热”、“咯脓血性痰”等组构到一道以分析出病位可能在肺；接着体检并把所获得的表象概念“两肺有干湿性罗音”综合上去以分析出病位果然在肺，继而又特殊检查如胸透并发现“絮状、团块状模糊阴影”，即以之与前各概念相综合以分析出病位确凿在肺。而这一过程就典型地表现为综合与分析在交替进行。此外，我们还会把例证一中的患者表现分别组构成“呼吸系统症状、体征”、“皮肤感染体征”、“肝损害体征”、“非结核症状”、“败血症症状体征”等，而所有这些概念群的先后建立就更能说明医生在此阶段是综合，分析；

再综合，再分析，综合与分析是相辅相成地进行的。

而当我们把上述之各概念群进而组构成不同的概念群团以确定可能是什么病、不可能是什么病时，综合与分析就表现得相互渗透，即分析中有综合，综合中有分析。如例证一中住院医生再构"本病例有以下临床特点（计八项）"以分析"对急性感染伴有多系统、多器官损害，首先要考虑到败血症引起"即如此。这是一个系统的综合工程，又是一个系统的分析工程，在这个重构中我们已看不到单纯的综合与单纯的分析。至于说在此基础上所建构起来的更大概念群团以分析所患疾病的在型、在期、在证，就更是如此。可以这么认为，分析与综合的相互渗透主要出现于诊断的思维具体阶段，其与综合、分析交替进行的交叉处是在确立所患疾病假说这一思维层次的前夕。

最后，综合地分析表现为多线路汇总分析，即能表明患者疾病因素、心理因素、社会因素的各概念群团被麋集在一起以作出能反映患者全貌的个体性诊断的分析。

至此我们已可小结为，综合地分析的方法纵贯思维活动全过程具体表现为从综合与分析的交替进行开始，渐变为分析与综合相互渗透，再变为多线路汇总分析。

## 4.3 从可能判断向证然判断或必然判断过渡

一般看来，医生的疾病推论是迅捷的，差不多的疾病，只要不需要特殊检查，都能在几分钟之内完成。即使需要特殊检查的病人，在其检查之先，医生对之所患疾病也基本上是已经有所了然。然则，反映在医生思维上的对患者病情的把握是逐步的，对其病位、病因、病机、所患疾病，乃至于疾病的在证、在型、在期的认识是渐趋深化的，有一个由模糊到清晰、由或然到肯定的过程。因此说，从可能判断向证然判断或必然判断的过渡是普遍存在的。这个普遍存在，并不仅是因为医生必须对患者负责，所下结论必须慎重，必须得到检证，而几乎出现于每一疾病的论断中；而是由于它表现

在对患者有关方面的所有认断上。可以理解，这里的判断过渡泛指着对患者一切情况的推断。

按理说，症状是患者自身的异常感受，患者是可以表述的，而且也应当全部表述出来。但是诸多因素常常导致患者不能或不便表述，这就需要医生认真推断。医生或是在患者已有表述的基础上断定出患者患某病，然而这一断定的作出，就意味着患者还应具备某些症状，否则，该疾病推论就不足以成立；或是凭借某一体征以断定患者还会患有某疾病，只是这一疾病的表现甚微，患者未重视，以致未表述；或是从患者的神情及发病背景上意识到患者还有意地保留了些什么。而所有这些对患者"遗漏"症状的推测，必须是严肃的，有根据的；但又仅仅是种可能，决不可强加给病人。不过，我们从中已能看出，有一个从"可能"到"必然"到"证然"的过渡存在。所谓"可能"，是指医生的最初意识，认为患者会有某些证状；"必然"，是说医生经过推敲，认为患者定然具有这些症状，于是向患者发问；而"证然"则是说已得到了患者的首肯，事实存在这些症状。

关于病位，则可以用医生获取体征、实验室资料的过程来说明。这因为确定病位常与获取体征、实验室资料有关。体征是通过体检获得的，而实验室资料的获得则只有在特殊检查之后。但在这些检查之前，医生必然已有过检查内容、部位、范围与项目选择的思考。即是说医生认为通过这些检查是会发现些什么的；如果没有这些思考，就会盲目开写检查申请单或是使检查流于程式。而这一思考及其检查后的证实，其意义就使一个可能判断过渡到必然判断过渡到证然判断。

再说病因，以本书例证一"金葡菌感染"的确立为例，就存在着一个由可能判断向必然判断向证然判断的过渡。如主治医师说："皮肤的化脓性炎症常见于金葡菌感染"，其意思是"本病例因于金葡菌感染是完全有可能的。"就分明是一个可能性判断，而当进行血培养、痰培养、前额疖肿脓液培养并得到"均有金葡菌生长"的资

证时，该推论在医生的思维上就已是从“可能”趋于“必然”进而臻至到“证然”。

再如疾病推论则更是如此。一般地说，医生对自己最初所作的拟断并不那么放心，然而一旦经过鉴别诊断，就会发现原先的判断错了或是感到更有把握。至于嗣后的相应检查就往往能使这一断定成为证然判断。

此外还有病机推论，疾病的在型、在期推论也大抵如此，就不再赘述了。

需要说明的是，医生推断疾病，有时只能实现必然判断，这在中医那里显得尤为突出，所以我们把这一思维特点归结为“从可能判断向证然判断或必然判断过渡”，而像以上的分析则是就西医推论疾病时的一般情况而言的。这是其一。其二，我们在强调从可能判断向证然判断或必然判断过渡的同时，并不否认医生对某些疾病，特别是对那些比较简单，比较典型以及为之所熟悉的疾病的诊断是可以一下子就敲定的。只是，以对之再度审视与验证的为好，这样可以避免犯经验主义错误。其三，我们这里说的是过渡，医生根据病情先拟出一个可能性的判断来，继而反思使这一判断得以修订或臻至到“必然”，再经过一定的检查以求证其是否与客观实在相符合，这既显示了医生求取判断为真，高度负责的严谨作风，而且与逻辑所总结的有关思维规则也是不相悖的。

### 4.4 由思维抽象必然地上升到思维具体

表面上看，医生好像是在把握患体抽象，似乎只要从患者众多的表现中抽取出一个疾病论断就行了。事实上不然。医生在接纳患者疾病表象的同时，也就接纳了患者个人的生活起居、习惯嗜好、禀性气质、身体素质、文化素养、荣辱贵贱、形志苦乐。《内经》有“饮食自倍，肠胃乃伤。”①“入房太甚，宗筋弛纵……。居处相湿，肌

① 南京中医学院医经教研组：黄帝内经素问译释，285 页原文。

肉濡渍。"[1]"怒则气上,喜则气缓,悲则气消,恐则气下,寒则气收,炅则气泄,惊则气乱,劳则气耗,思则气结。"[2] "尝贵后贱,虽不中邪,病从内生;……尝富后贫……五气留连,病有所并。"[3]"形乐志苦,病生于脉;……形乐志乐,病生于肉,……形苦志乐,病生于筋;……形苦志苦,病生于咽嗌;……形数惊恐,经络不通,病生于不仁。"[4] "勇者气行则已,怯者则着而为病也。故曰:诊病之道,观人勇怯、骨肉、皮肤,能知其情,以为诊法也。"[5]等等。固然是说,由于这些常为生病之由,因而与疾病有关,医生接纳之也就是为了分析病情;然而,医生对疾病表现连同相关表象的总体摄入,反映在大脑屏幕上的已决不是一个抽象的疾病的质,而是一个包括年龄、风貌、神情在内的患病个体形象,是一个具体的,以疾病因素为中心内容的所有质的整体精神或接近于此的再现。总之,任何一个医生对于任一患者的精神把握总是超逸于抽象之外的,这是客观的,并不以人们的意志所转移,这就是我们所强调的诊断思维特点之一"由思维抽象必然地上升到思维具体"的根据所在。

而且这个超越于患者疾病的质的总体再现,不仅顺导了医生的思维诊断,同时也决定着医生对患者治疗乃至于护理、预后等措施的制定与落实。这可以从下列例证中看出。

案例三:

东垣[6] 云:"中年以后,已行降令,清阳易陷,升举为宜。"赵菊斋年逾花甲,偶因奔走之劳,肛翻患痔,小溲不行,医者拟用补中益气及肾气丸等法。孟英[6]按其脉,更滑而数,苔色腻滞,此平昔善饮,湿热内蕴,奔走过劳,邪乃下注。想由强忍其肛坠之势,以致膀胱气阻,溲涩不通,既非真火无权,亦拒清阳下陷。方以车前、通草、

① 南京中医学医经教研组,黄帝内经素问译释,290页原文。
② 同上,265页原文。
③ 同上,631页原文。
④ 同上,181页原文。
⑤ 同上,162页原文。
⑥ 东垣,即李东垣,金元时期四大家之一,著有脾胃论等。孟英,即王孟英,清代著名温病学家,著有温热经纬等。

乌药、延胡、栀子、橘核、金铃子、泽泻、海金砂,调膀胱之气化而渗水,服之溲即渐行。改用防风、地榆、丹皮、银花、荆芥、槐蕊、石斛、黄连、当归,清血分之热而导湿,肛痔亦平。设不辨证而服升提温补之方,则气愈窒塞,浊水上行,况在高年,告危极易。(引自王孟英撰,石念祖注《王氏医案绎注》。商务印书馆1957年版第172页。)

观案中医生是在辨证,而我们则感到好像是在辨人。这因为表述患者总况的淡淡几笔,犹如幅素描,着意出一个带有酒意,忍受着肛坠痛楚,满脸风尘、刚毅的商贾老人行进在旅途中,很富有个性。这里诚然多少发挥了些想象,而医生又不是诗人,只不过我们想以此说明为医生思维所把握了的患病个体不是纯疾病的,医生的对之分析是突破疾病表现的,只是这种突破,这个把握,今天是散见于病历中的"年龄"、"籍贯"、"住址"、"职业"、"现病史"、"既往史",隐现在"治疗"、"预后"、"医嘱"诸项下,而作为结论聚现在"诊断"项下的则是一个抽象的疾病论断或最多是体现了"特殊"的疾病在证、在型、在期判断而已。

我们讲诊断的从思维抽象上升到思维具体是必然的还有一层意思,这就是就多数医生而言其不是自觉的。他们从疾病表现出发,所作出的疾病推论尽管有时也正确,但由于未能抽取出相关的所有的质,以致在对患病个体的精神把握上残缺不全,见病不见人,常常影响到治疗的效果。现代医学模式是"生物—心理—社会"模式。其意义就在于强调心理因素、社会因素对患者所患疾病的发生与影响,于是也就强化了医生全面接纳患者表象的意识,有助于医生在其由思维抽象上升到思维具体的进程中变自发为自觉,有利于患病个体总体精神再现的形成。可以想见,只要坚持这一模式,即能完善我们的思维,就能作出符合患者总貌,即就是具体的个体性诊断来。

# 5 诊断思维原则

诊断思维的感性具体阶段，理应遵循整体性原则；思维抽象阶段必须遵守确定性原则；思维具体阶段有必要坚持个体性原则；在整个诊断思维活动中必须贯彻辩证发展原则。合在一起，这就是诊断思维活动四原则。这四个原则，也就是形式逻辑的同一律、矛盾律、排中律、充足理由律以及辩证逻辑的逻辑的与历史的一致、分析与综合的统一、从抽象上升到具体等辩证思维规律的具体贯彻和运用。

## 5.1 整体性原则

整体性原则又称全面性原则。它是诊断思维活动处于感性具体阶段时所必须遵循的思维准则。诊断思维的感性具体阶段是对病情的听取、采纳、收集阶段，它要求思维必须主动地收罗病情，不折不扣地对病情作出完整的反映，以为蜕变表象为概念、组合概念链条、科学分析概念链条打下基础。与此同时，医生思维还必须对患者个体特征完整地作出反映，以为认识患者个人，确立个体性诊断创造条件。

由于诊断思维的感性具体与思维抽象与思维具体三阶段不是呈水平地截然分开的，比方说组合主诉概念群之后的查体，确立可能诊断后的实验室检查与特殊检查，都还会有感性表象的摄入；在疾病诊断或在证、在型、在期诊断的确立之后，还可以因有重点的考察个体究竟有何因素与疾病的发生、治疗、预防有关，以便确立个体性诊断，于是乎有目的地摄入患病个体特征表象，因此，我们无须企望感性具体阶段的诊断思维活动一次性地达到整体性，这一原则的实现应该是逐步地完成的。

列宁指出，“要真正地认识事物，就必须把握研究它的一切方面、一切联系与中介，我们决不会完全地做到这一点，但是全面性

的要求可以使我们防止错误和防止僵化。"[①] 反映问题从来就是分析问题、认识问题的前提，反映问题支破离碎，分析问题就会挂一漏万，认识问题也就难免于以偏概全。诊断思维的整体性要求正是这一全面性要求在感性具体阶段的体现。《伤寒论》中的桂枝汤证与麻黄汤证，前者为发热，恶风，自汗，脉浮缓；后者为发热，恶寒，无汗，脉浮紧，仅从症状上作比较，其明显不过的区别只在于"有汗"与"无汗"之间。倘若病人有汗，而医生的思维又正好没有介入这一点，客观存在的桂枝汤证就会被误断成麻黄汤证。

整体性原则要求医生把患病个体特征与疾病表现全部摄入，体现了联系的观点。患病个体的诸多表现不是彼此孤立的，它是患体诸多因素与致病因素共同作用的统一。如果说有两种或两种以上的疾病作用于人体，尽管它们有着先后、主次的不同，但由于作用于同一机体，相互间就不可避免地存在着制约与共激。

坚持整体性原则，就必须克服局部观点。形成于18世纪并一直影响到今天的局部定位思想，能使疾病诊断具体化、确定化、微观化。但是，像魏尔啸所断言的"除局部病变外，没有任何其他疾病。"就把许多找不到明显病灶的疾病如功能性疾病与代谢性疾病格拒在外而难予诊断。这一思想的问题还在于它孤立了局部，切断了患体局部与整体的联系。局部认识是认识全局的基础，没有局部认识的综合，就不可能有全局的认识，关键是认识不能滞留在局部上。应该认识到人体是一个有机的统一整体，任一局部病变所带来的影响都是全身性的。只有立足局部把握全局，在全局的观念下把握局部，才能把握个体疾病的本质。

医生思维的对患病个体情况的整体摄入是为了能对患病个体作出客观性反映。疾病表现之过程与阶段性决定了患者陈诉之系统与层次性。因此，我们医生的思维摄入不能仅是某阶段，而应当是整个过程；不应是某个层次，而必须是全系统。疾病的发生、发展

① 《列宁选集》第四卷，第435页。

与变化，决定了医生只有动态地摄入整个过程，才能最终地对患病个体作出客观性反映。例如，变异性心绞痛病人，发作时其心电图常呈“改善”，而缓解时倒反而不正常，这就需要把握先后情况并进行比照，才能作出正确的断定。

### 5.2 确定性原则

确定性原则是诊断思维处于思维抽象阶段时所必须遵循的思维准则。其时，医生思维已从感性个别流向抽象一般，所抽取出的必须上升到一个“普遍共相”，因而又叫一般性原则。即就是医生在此阶段的分析感性表象，制作抽象概念，从所收集之事实或资料之间的先后、主次、因果、制约、共激等关系出发组合概念链条，继而从这些概念链条中所分析出的病位、病因、病机和所患疾病，都是确定的。不可以是这样，又不是这样；既不是这样，又不是非这样。必须与客观事实相一致，又须与人类对疾病的有关认识相符合，突出地需要遵守同一律等普通思维规律。

坚持思维抽象阶段的一般性原则是必要的。首先，医生思维的概念制作应该是确定的。谁都清楚右下腹块质对阑尾炎患者的判断价值。要是概念“包块”是不确定的，既认为有，又认为无，那么医生的思维就会游移于阑尾炎已化脓急待手术与阑尾炎未化脓可行保守治疗之间而不能快然决择。

不仅概念要明确，而且还要明确概念的有关特征。比如，当确定疼痛仅出现于肋间并沿肋下缘闪电样走窜刺痛时，医生才有理由考虑患者所患疾病是肋间神经痛。

概念与概念之间的关系也必须予以明确。一个咳嗽而又发热，恶寒的病人，被确定了的寒热与咳嗽之间的先后关系常常是中医诊断患者为外感咳嗽，抑或外感引发宿饮，抑或宿饮举发继加新感的依据。

有关症状、体征等的致成因素也应当明确。一个有着心脏病病史的浮肿病人，其周身浮肿是否因心脏病的严重所致就必须确定。

这因为它涉及到是改善心力衰竭以消肿，还是消除浮肿以免心脏负荷过重的治策的实施。

论断疾病必须谋求与患体实情相同一，不矛盾，这是诊断思维确定性原则的对之要求。《临床误治》一书介绍有这一情况：一女性患者，经治医生为其未婚所蒙蔽，未详细询问月经史，将急性腹痛伴便意感的宫外孕疑诊为菌痢误治，险些危及生命。① 由此可见，如果一个医生对患者所患疾病的论断确实是有违于该患者的客观实际，那么，他的论断就将是苍白的，其对患者的治疗也必定是无力的。

坚持同一律、矛盾律、排中律、充足理由律是一般性原则在思维抽象阶段对诊断思维活动的总要求。其基本实质就是分析要与事实同一，结论要有充分的根据。这是任一诊断思维活动也不能违背的。

这里有必要对诊断假说作出说明。诊断假说即可能诊断的确立，虽然不是每一诊断中的必有过程，然而，对于许多疑难杂症，许多初次碰到的疾病表现的正确诊断的确立来说，无疑是个过渡，因此，它是思维抽象阶段不可忽视的一环。诊断假说是医生对患者所患疾病的推测与假定，明显地带有不确定性，但是，任何诊断假说的确立都必须是以客观存在的疾病表现为依据，以医学知识与相关的诊断标准为准绳，决不是，也不允许医生胡猜乱测。何况，它从已确定了症状、体征、实验室资料、病位、病因、病机出发，所提出的可能是某个病，一定程度上，从一定意义上说，其本身还是有所确定的；而且它仅是个"中介"，是以实现诊断的确定为目的，因此，确定诊断假说不仅没有违背抽象思维阶段的一般性原则，同时，还成了实现诊断思维确定性原则的辅助手段。

我们不应以医生诊断有时会或限于某些条件仅能提出一个可能性的疾病论断就认为医生的思维总是概然的。应该意识到"概

① 见包文俊、金文雯：《临床误治》。山西科学教育出版社，1976 年版第 20 页。

然"仅存在于疾病诊断过程中的前阶段，而医生对患者所患疾病的认识最终应该是必须清晰的，明确的。如果一个医生对患者所患疾病的把握老是游移不定，可以想象，其对患者的治疗就会朝三暮四，缺乏系统，是很难治愈患者的疾病的。

## 5.3 个体性原则

个体性原则又叫具体性原则。它是诊断思维处于思维具体阶段时所必须遵循的思维准则。这时，医生的思维从思想抽象流向思维具体，是医生思维在分析与综合相互渗透的前提下，以综合为主的阶段。分析的渗透是为了有机地综合。因此，这一阶段，思维要综合思维抽象阶段对患病个体各有关规定性的认识，确立出个体性诊断。个体性原则要求医生思维从"生物—心理—社会"医学模式出发，历史地逻辑地对待患病个体所表现之一切，从而把患病个体作为"一个精神上的整体"再现出来，不得违背由思维抽象上升到思维具体等辩证思维规律。

医生的诊断思维个体性原则，其思想指导是"生物—心理—社会"现代医学模式，其客观基础是"没有两个完全相同的病人"，而实现个体性诊断则是坚持个体性原则的结果。

"人的机体与动物机体既有相同之处，又有不同的本质。二者之间的主要差别在于中枢神经系统的大脑皮质的功能……，人的大脑除了具备动物的条件反射和第一信号系统之外，还有以语言、文字为媒介的第二信号系统，并具备由社会生活决定的意识、心理、思想、感情等等。人体是精神与机体的统一体，是受社会、心理因素制约的生命过程。"[1] 社会因素与心理因素不仅是常见的致病因素，而且更多地表现为对已成之疾病，对患体的康复与恶化的影响。应当重视社会、心理因素对正常生命活动与机体疾病过程的作用。确立个体性诊断就是对患者实行有关疾病、心理、社会因素的

[1] 彭瑞骢主编，医学辩证法试用教材，医学与哲学杂志社 1983 年版，第 56 页。

综合论断，它从根本上突破了那种单纯地考察与论断患者异感、异态、异值的局限，因而也就不再是抽象的、一般的论断，而是从总体上更接近于患病个体的本质，是具体的、个别的、更本质的论断。

“抽象的规定在思维的行程中导致具体的再现。”① 医生精神上的对患病个体的“具体再现”，是医生思维在思维抽象基础上的一次飞跃。这个“具体”是“理性具体”，它和“感性具体”有着本质的不同。在思维的感性具体阶段，人们以感觉、知觉、表象来把握事物具体。正因为如此，感性具体只是现象的、外部联系的，因而也是简单的、表面的、朦胧的，即使是形成了一个“整体”，也仅仅是一个浑沌的整体印象。而在思维的理性具体阶段，人们把握对象整体的方式是观念，即总是观念地把握事物具体。正是这个缘故，理性具体才是本质的、内部联系的，因而也是逻辑的、系统的、深刻的，是事物的固有辩证本性的整体再现。关于这一差别，毛泽东曾作过极为生动的比譬：“当我们观察一件事物时，第一步的观察只能看到这件事物的大体轮廓，形成一般概念。好比一个初来延安的人，开始他对延安的认识只是一般的、笼统的。可是当他参观了抗大、女大以及延安的各机关学校之后，他采取了第二个步骤，用分析方法把延安的各部分有秩序地加以细细的研究和分析。然后第三步再用综合法把各部分的分析加以综合，得出整体的延安。这时认识的延安就与初来时认识的延安不同，他开始看到的是整个的延安，现在看到的也是整个的延安，但与开始的了解不同了，现在他对延安就有了科学的认识和具体的了解。”② 医生的坚持诊断思维的个体性原则，就是为了对患病个体及其所患疾病能有个具体的了解和科学的认识。

坚持逻辑的与历史的一致、分析与综合的统一、从抽象上升到具体等辩证思维规律是个体性原则在思维具体阶段对诊断思维活动的总要求。其基本实质就是观念必须符合患病个体的历史面貌。

① 马克思恩格斯选集第2卷，第103页。
② 毛泽东农村调查文集，第4页。

个体性诊断是医生对具体患者所作的具体性诊断。由于它观念地反映出患病个体的所有质，这其中，既有疾病的，也有社会的、心理的；有过去的、现在的，还有对未来的预测，它们从患者的总体情况出发被逻辑在一起，既区别了患有不同疾病的人，又把患有相同疾病的人区别了开来，因而成了具体病人的本质的全面论断，高度地体现了"具体情况，具体分析"的马克思主义思想原则。个体性诊断的确立，为"区别对待"提供了可靠的前提。

### 5.4 辩证性原则

辩证性原则要求医生思维必须用矛盾分析的方法以及发展变化的观点对待患者表现，对待理论知识和自己的经验，乃至于对待自身的思维。这是辩证法、辩证逻辑的根本要求，是诊断思维必须注重的方法原则。

辩证性原则和其他的思维原则的不同之处在，整体性原则要求医生思维摄取患者表象时必须全面，而辩证性原则则要求有所测重，抓住主要矛盾和矛盾的主导方面，而且，这一侧重并不限于突出疾病表现。《名医类案》有载：一人在姻家饮酒，宿于花轩，半夜口渴难忍，遂饮石槽中水碗许。天明，见槽中满是小红虫，内心怍然，即感胃脘阻塞，遍医无效，渐成痿膈。吴球往诊，以其因疑致病，于是背地里剪红色绒线若蛆状，用两粒巴豆同饭一起捣烂，放入绒线，做成丸药，嘱病人于暗室中服用，如欲大便就解在暗室中的盆内。患者服后大便，见盆内粪水荡漾，杂有"红蛆"如前物，心中释然，病也霍然而愈。对以上之所有表象，整体性原则是要求全面摄入的，而辩证性原则则认为"槽中小红虫"最为关键，尽管它不是个疾病表现，但却是"因疑致病"的根由，必须突出。例中吴球也正是突出了这一点并针对性地进行了处理，才治好了患者的病。诚然，全面是突出的基础，没有表象的全面摄入与比较，是突出不了什么的。

又如，一般性原则要求医生对患者表现的分析必须是确定的，

而辩证性原则则强调可变，事物发展了，变化了，人们的对之认识也要变。《程杏轩医案初集》有这样一个例证：曹翁患暑热，自用白虎汤治愈，继因饮食不节，复发热腹胀，服消导药不效，再服白虎汤又不效。程杏轩说："这是食复。"改用枳实栀豉汤加大黄，竟一剂知，二剂已。由此可见，僵化了的思维分析是不行的。其实，分析的确定性是说分析必须同一于内容，内容不同，分析也不同；而分析的可变性是说分析必须因内容而异，内容变了，分析也得变。一切以条件、时间、地点为转移，两者是辩证的统一。

再如，个体性原则要求对患病个体各有关质综合，以确定出一个以疾病为中心内容的个体性诊断来，这个个体性诊断就是患病个体在医生思维上的整体精神再现；而辩证性原则则坚持存在于事物对象本身的各有关质，其意义本来就是有差别的，医生还必须突现出其意义的最主要方面，这个意义的最主要方面有时并不在于疾病患者和所患疾病本身。譬如说，当我们发现某患者腹泻因某工厂排泄污水污染水源所引起，那么"腹泻"就是个体性原则所强调的中心内容，而"水源为某工厂污染"就是辩证性原则所认为的意义最主要方面。这因为"水源被污染"固属是该患者的生病之由，而且预示着将有好多腹泻病人会发生，以致于有必要提请环保部门关注，防患于未然。

可以看出，辩证性原则总是以突现临床所见的主要矛盾和矛盾的主要方面而有区别于其他思维原则。

在医学知识方面，辩证性原则认为，一个医生如果要准确地论断疾病，就离不开医学理论的指导；但另一方面又认为，医学理论在疾病诊断过程中的意义是相对的。医学知识的局限不仅在于它们只是就疾病发生规律作一般性概括，因而与疾病的复杂多变的生动临床表现相比，总保持着一定的距离；而且，在于人类对疾病的认识总是基于临床发现，而临床发现较疾病的实际形成时间又不知要晚上多少年，这就导致了理论的指导存在着不及时性。对此，辩证性原则要求医生思维既要应用医学知识，又要发展医学理

论，切不可视医学理论为"雷池"而不敢逾越一步，否则，同样会发生误诊。

在临床经验上，辩证性原则认为，医生的实践经验对其思维诊断具有疏导作用；但运用不当，就会牵制思维，造成误诊。一个16岁男性患儿因长期高血压住院，医生均因病人的血压升高为阵发性，受情绪的影响波动很大，且伴有持续低热及出汗，基础代谢也增高等特点，初步诊断为"嗜铬细胞瘤"。但在一次专家会查房时，专家听完病情报告后，仅扪了扪病人的脉搏，便声色俱厉地质问："是谁作的诊断？为什么下此诊断？我从没有见过这样小的年龄会患此病。血管这样硬，我认为是血管性高血压。"在进一步的检查中，作了苄胺唑啉试验，结果是强阳性，后又经过一系列的特殊检查，仍确诊为"嗜铬细胞瘤"，进行手术切除，取出瘤肿实体。[1] 可见，对于自身经验必须辩证地对待，固执于自身经验，就会导致思维惯性。

至于说医生的诊断思维活动，辩证性原则认为必须是清晰的、明确的、全面的、具体的，不然就会误诊、漏诊。但出于疾病表现的复杂与不典型、疾病初期其表现的不完整、诊断时间的受限与救治病人的紧迫、诊疗过程中突然因素对病情演化的干扰、人类疾病认识的缺如与偏颇、医学知识、诊断标准的把握不够与老化、临床经验的错误性诱导等等的对之影响，辩证性原则又认为这就是医生的思维活动之所以常会带有程度不等的模糊、不确定与片面的原因。辩证性原则要求医生对自身思维要有客观的估价，要力求正确，不可过于自信，应该是密切观察病情的变化，随时修正自己的思维，谦虚谨慎，克服主观武断与思维惯性，以保证正确诊断的成功确立。

[1] 见李式昌，影响诊断思维的原因及表现，医学与哲学1983年第1期。

# 6 诊断思维模式与疾病推导方式

诊断思维模式是对复杂的诊断思维现象的进一步抽象与概括，而对疾病表现作诊断学意义的划分并据之以不同的组合，就可以实行不同层次的疾病推导。事实表明，患者众多表现的诊断价值并不相同；能否作出准确的诊断，既与患体表现的典型、特异有关，也与医生的思维摄取有关。

## 6.1 七种诊断思维模式

根据诊断过程中的思维输入性状（全部输入、部分输入，还是隐性输入）与思维输出基点（是输出知识、经验分析还是输出疾病模型印证）的不同，以及“实践效果反馈贮存”部分的有无，可以概括出七种基本思维模式（图略）。

诊断思维模式 1 与诊断思维模式 2 的思维输入性状是患者病情的输入是全部的，输出基点是输出医学知识以分析。两者的区别仅在于：诊断思维模式 2 没有“实践效果反馈”这一环节而诊断思维模式 1 有。事实上，并不一定在每一诊断结论的作出之后都有一个“实践效果反馈修订贮存”尾随着，两者是并存的。

像本书中例证一（见 839 页）的思维过程，就典型地表现为这类诊断思维模式。

诊断思维模式 3 与模式 1、模式 2 的不同之处是，模式 3 的病情输入是不完整的，医生运用知识分析病情，认为如果是某病，那么，就必然还会存在某些症征，于是向患者询问，或是通过相应的检查以明确这些症征是否真的存在。模式 3 所要表示的就是医生在运用此方法或重复地使用此方法以确定诊断，而模式 1 与模式 2 的病情输入是全面的，完整的，医生运用知识对之作综合、分析，尽可作出诊断来。至于“实践效果反馈”这一过程，模式 3 有时有，有时也可以无，故而未模拟出。

诊断思维模式4与诊断思维模式5的思维输出是输出疾病诊断模型,以与患者病情相印证,从而作出疾病论断。我们说过,任一医生头脑里都有些疾病诊断模型存在着。而实践多了,疾病诊断模型就会愈来愈成熟,也愈来愈多;并且相类的疾病诊断模型还有可能会形成一个个的疾病诊断模型系列,甚至交叉形成与临床实践需求相适应的疾病诊断模型网络。

诊断思维模式4与诊断思维模式5的不同之处是:模式4中,患病个体表象的输入是不全面的,但是,由于疾病模型网络系统的作用,医生已形感地意识到患者疾病处于某一定范围:不是这个病,就是那个病,反正不外乎这几种病,于是相关疾病模型个体的性征扫描向患病个体,直到某一疾病模型与患体表现切合为止。而模式5所表示的是,患病个体表象的输入是全面的,鉴于它和某几个病都有所相似,以致医生在思想中正以疾病模型个体与之相模拟比较,并最终作出有把握的诊断来。当然也可以从诊断标准出发,进行患者疾病表现概念群与某几个诊断标准模拟比较,从而作出诊断。然而,这和模式1相同,都是从知识分析出发,或仅是模式1思维历程的一个部分,因而未作单一的思维模式列出。

模式4中有个连续询问病者或/和要求患者接受必要的检查以明确诊断的过程;而在模式5中,这一过程是不存在的,说得更清楚一点,就是,两者都有个鉴别诊断,它们的不同是,在后者中,鉴别诊断没有被明显地表现出来,它是在医生的思想内完成的。而前者则显露在思想外,鉴别诊断是通过客体的反应来实现的。

模式4、模式5与模式1、2、3有所不同。模式1、2、3,是以脑中既有知识(包括经验在内)分析病情给出诊断的,而模式4与模式5中的诊断是通过脑中疾病模型网络系统及其模型个体的作用发挥而获得的。

诊断思维模式6中的思维输入也是部分的,但它的输入已使医生敏感到可能与某疾病模型个体的理性形象特征相符,于是该模型个体弹跳而出,主导着医生思维迅速作出诊断。

诊断思维模式7除具有模式6的特点外，很突出的一点就是患者表象的输入是隐性的。隐性输入的多为体征，且量少，有时仅为一二个，但对患者的疾病诊断来说具有特异性，它们的输入常足以使医生认断出患者的疾病所在，并进而推断出病人的一系列病史来。在别人眼里，由于未见病人开口，甚至医生也未检查，而医生却说得头头是道，纤毫不差，乃至感到高深莫测。不过，也有不相信医生认断的个例存在。像我们在以上提到过的扁鹊认断齐桓侯"疾在腠理，不治将深"遭拒一案就是如此。

模式6、模式7与模式4、模式5的区别之处在于：前两者中的疾病认断，纯粹出于疾病模型个体的模拟作用，而后两者中的诊断给出，则是与疾病模型网络的扫描有关。

需要说明的是，以上七种基本模式是对诊断思维活动的总体划分，为中、西医诊断所共有。相比较而言，七种模式中以模式3与模式4最为常见，原因是两者的"患者病情(表象)输入"是部分的，这很符合临床病人就诊时的绝大多数情况，医生据之尚难以作出疾病诊断；因此，只得从某一模型群或从相关的医学知识出发，要求患者进一步提供资料或/和接受某些必要的，有时甚至是重复的检查以便于分析或模拟，这是必然的。

## 6.2　四类症征

从以上的七种诊断思维模式的分析中已能透视出发生在同一患者身上的诸多表现，有的能激惹医生思维迅速作出疾病认断，有的并不能，它们在诊断学意义上是有区别的。对任一疾病的表现作诊断学意义区分，都可以将之区分为必见征、常见征、偶见征三者；如果以某疾病与其他疾病或表现相似的疾病作比较，还可以抽取出彼此的不见征来。必见征、常见征、偶见征、不见征的临床意义不同，现以肠伤寒为例，列表说明：

**疾病表现的诊断学分类说明**

| 疾病表现分类 | 定　义 | 诊断学意义 | 例举：伤寒 |
|---|---|---|---|
| 必见征 | 必须出现的症征 | 它的出现，能给疾病的存在作出最充分的说明 | 肥达氏反应阳性、细菌培养阳性 |
| 常见征 | 在任何情况下都可能出现的症征 | 据常见征群，可以确定出可能诊断 | 持续性高热、相对缓脉、白细胞减少 |
| 偶见征 | 在一定条件下才有可能出现的症征 | 偶见征群起着分证、分型、分期和认定并发症的作用 | 血便、面色苍白、呼吸迫促、脉搏增快、血压下降、高热骤退回升等；…… |
| 不见征 | 在任何情况下都不可能出现的症征 | 否定该疾病的存在 | 脉搏与高热平行、外-斐氏反应阳性；…… |

(1)必见征

我们这里所说的必见征是指疾病诸表现中诊断学意义最高的一些症征。以伤寒为例，其肥达氏反应阳性、细菌培养阳性就是些必见征。所谓必见，并不是说这些症征一定会出现，而是说，它们必须出现，只有当它们出现了，某疾病的存在才能得到最充分的说明。此外，还有种仅见征。它是众多疾病一切表现中特异性最强的症征，它们仅为某疾病所拥有。例如麦氏(Mcburney's)点疼痛为阑尾炎疾患所仅有；口吐涎沫，并发出羊叫声为痫症所独有，它们的出现常标志着是某病或有某疾病存在之可能。因而，当我们讲必见征时，原则上仅见症也包含在其中。

(2)常见征

常见征是指具体疾病诸表现中诊断学意义仅次于必见征的一些症征。如伤寒的持续性高热、相对缓脉、白细胞减少，由于它们出现得最早，持续时间又长，我们几乎可以在伤寒的每一临床阶段，每一伤寒患者的身上都能发现到，所以称它们为常见征。

常见征与必见征都是具体疾病诸表现中出现率最高的症征。相比之下，由于必见征不如常见征能出现于疾病的每一阶段和同一疾病的任一患体上，因而，其临床显示率常低于常见征。但是，常见征与必见征都是疾病的主要表现，形成于医生思维中的主诉概念群也主要地是从这两者中选择组成的，它们是医生确立疾病诊断时的主要临床依据。

(3)偶见征

偶见征指的是疾病因处于某病理阶段，或患病个体因存在着某些个异的发病背景方得以出现的一些症征。一般地说，患者的除去必见征、常见征之外的其他表现都是偶见征。偶见征在疾病的诊断上起有分证、分期、分型以及认断并发症的作用。如肠伤寒诸表现中的头痛、全身不适、乏力、食欲不振等；皮肤灼热干燥、两颊潮红、表情淡漠、舌有厚苔、腹部气胀、便秘等；玫瑰疹、腹部膨胀、大便水样或稀便、便秘与腹泻交替出现、脾肿大等，则由于分别见于肠伤寒的初期、增剧期与极期，因而是些偶见征。还有，像大便黑色或血便、高热骤退又回升、面色苍白、呼吸迫促、脉搏增快、血压下降等；右下腹骤起剧痛、恶心、呕吐、脉搏细速、出冷汗、腹壁紧张、肝浊音消失、X 线检查腹腔内有游离气体；白细胞增高等，也都是些偶见征。因为它们只有在并发肠出血或肠穿孔时才会出现，所以它们的出现对于肠伤寒并发症的认断具有意义。

(4)不见征

某疾病在任何情况下都不可能出现的症征是不见征。

不见征是通过疾病与疾病的比较而发现的。以伤寒与斑疹伤寒比较，则脉搏与高热平行、外—斐氏反应阳性为伤寒之不见征；而脉搏相对迟缓，与高热不相称，肥达氏反应阳性则为斑疹伤寒之不见征。如以伤寒与粟粒性结核相比较，则呼吸系统症状与体征、肺部摄片有粟粒性病灶是伤寒之不见征；而相对缓脉、肥达氏反应阳性则为粟粒性肺结核之不见征。不见征在医生的疾病论断中起着鉴别诊断作用。

## 6.3 疾病推导五式

(1)常见征1+常见征2+……常见征N→可能性诊断。

这一公式表示为,当综合患者疾病表现中的一个、两个,乃至于N个症征,其符合于某一疾病的常见征群时,那么,即可断定该患者有患此疾病之可能。这里的"N"和其他四式里的"N"一样,是个不定数,但就具体疾病的常见征数而言,(主要是常见征数),则又是确定的。例如,肠伤寒的常见征是持续性高热、相对缓脉、白细胞减少三个。只有当此三者同时出现于某一患体身上,"患者可能患有肠伤寒"的这一论断方可推出。若小于N,比如小于肠伤寒的常见征数"3",一般说来,比较具体的可能性诊断,比方说"肠伤寒可能"即推不出或难以推出。

(2)常见征…N+必见征1…→确定性诊断。

此式可理解成,当患者诸表现中存在着某一疾病常见征…N,必见征1…时,即可确定性地断定该患者患有该疾病。例如,当某一患者的表现中既有持续性高热、相对缓脉、白细胞减少,又有肥达氏反应阳性或细菌培养阳性或两者俱有,那么,就可以肯定该患者患有伤寒病。所谓常见征…N,是说患者表现中的常见征数愈接近具体疾病常见征的确定数则对该疾病的确定性诊断的作出愈有意义;而必见征1…个,是说必见征必须有一个以上,但有时仅出现一个必见征,也已足以使医生能据之综合以作出肯定性判断,像细菌培养阳性对肠伤寒的肯定性诊断的作出即是如此。

(3)常见征N(+必见征1…)+偶见征…N→分证、分期、分型诊断、并发症诊断。

此式是疾病分证、分期、分型诊断抑或并发症诊断的推导式。它表示当某患病个体表现中有某疾病表现的常见征N个和偶见征…N个时,对其所患疾病的分证(分期、分型)诊断抑或并发症诊断即可推出。

式中"偶见征…N"是说在患者身上所表现出的某疾病偶见征

数愈接近某疾病分证、分期、分型或并发症诊断的需要数愈有意义。至于“（＋必见征 1…）”所表示的是有时该疾病的必见征出现了，于是参与了综合，但有时也可能还没有为我们所发现，在这种情况下，只要患者已具有该疾病的常见征 N 个，偶见征…N 个，那么，此推导式依然可进行。例如，当某患者既表现有持续性高热，相对缓脉，白细胞减少，又表现有玫瑰疹，腹部膨胀，大便水样或稀便，便秘与腹泻交替出现，脾肿大等，而无论是肥达氏反应是阳性还是阴性，都可以推论为肠伤寒极期。一般地说，其推论是不会错的。

(4)常见征…N＋不见征 1…→否定性诊断。

否定性诊断的意义是“不是这个病”。它是一种排外性诊断，其推导式仅表示，当一个病人表现有某疾病的常见征直至 N 个，但只要它又表现有该疾病在任何情况下都不可能出现的某些症征，那怕只有一个，那么，就不能毅然断定是该病，所推导出的结果只能是“不是这个病”。如某人身上既表现有持续性高热，相对缓脉，白细胞减少，又表现有全血减少、白蛋白与球蛋白倒置，且病人来自黑热病疫区，前者虽可看做伤寒病的常见征群，但后者却是伤寒病的不见征，两者同现于同一患体，据之就不能断定是肠伤寒，相反地倒可以断定患者所患疾病是黑热病。不过这里的持续性高热、相对缓脉、白细胞减少已不是常见征，而是黑热病表现为伤寒型时才有可能出现的症征，是黑热病的偶见征。所以顺之推导而出的是“所患疾病是黑热病伤寒型”这一分型诊断结论。

由此可以看出，否定性诊断推导式可用于对疾病的鉴别诊断，它和第一式——可能性诊断推导式配合使用，既可使所患疾病的可能性诊断得到确立，又能一个个地排除相似疾病存在之可能，从而使原可能诊断有可能成为必然诊断，即确定性诊断。中医的必然性诊断就常常是通过这一方法来实现的。

(5)常见征 N＋必见征＋不见征→有两种以上之疾病共存之可能或推不出。

式中的“常见征 N”，表示着患者诸表现中存有某疾病常见征 N 个，于是可说明该患者患有该疾病之可能。这实际上就是以上已讨论过的第一式。本式可理解成，如果某患者存在着患有某疾病之可能，但只要其表现中既有该病之必见征，又有该病之不见征，那么，就既不能肯定是该病，又不能断然否定：不是该病，它所表示的是推不出。

不见征与必见征是在某单一疾病作用下所不可能同时出现的两类症征。这因为必见征的出现必将肯定该疾病绝对存在，而不见征的出现又只会表示该疾病的存在是绝对地不可能。如发现两者同时出现于某一患体，应该考虑患者是否有可能患有两种或两种以上的疾病；如果没有此可能，那么，就必须对必见征与不见征进行甄别，原因是必见征与不见征两者中，必有一者是虚假的。

以上五式是在疾病表现诊断学意义分类的基础上衍生出来的，对于那些因多种疾病作用于机体所带来的多元诊断也适用。只是当疾病在某些因素的作用下致使其临床表现极不典型、极其复杂，以及至今尚未能规律地把握的某些疾病，是难以使用此五式来推导其结论的。可以看出，其适用性还是很强的。

（作者：钟东屏）

## 参考文献

[1] 黑格尔，小逻辑，商务印书馆，1980。

[2] 李志才，论辩证逻辑所特有的思维形式，南京大学学报 1984。

[3] 李志才，论辩证逻辑所特有的逻辑规律，南京大学学报 1988 年第 4 期。

[4] 王树人，思辨哲学新探，人民出版社，1985。

[5] 彭瑞骢主编，医学辩证法试用教材，医学与哲学杂志社，1983。

[6] 彭瑞骢主编，临床思维及例证，广东科技出版社，1988。

# [二十二] 决策逻辑

## 1 决策、思维、逻辑

决策(*Decision*)以思维为中介而和逻辑发生了不可分割的联系。

### 1.1 决策的基本特征

所谓决策，就是人们针对特定问题，从若干种可供选择的有关未来事件的决策设想(解决方案)中所作出的一种抉择或决定。简言之，决策就是人们对未来情况所作出的一种决定。从这一简短的定义中，我们看到决策有如下四个基本特征：

任何一项决策都是针对着某一个需要解决的问题而进行的；

任何一项决策都是从若干种可供选择的解决问题的方案(设想)中所作出的一种选择；

任何一项决策都意味着对某种情况作出了最终的决定；

任何一项决策都是和未来事件有关的，是针对未来事件而作出的一种决定。

有人把决策仅仅理解为作出选择或决定的最后片刻。这种理解是不全面的。正如H・西蒙(H. A. Simon)在《管理决策新科学》(*The New Science of Management Decision*)一书第二章中所指出的："他们忽略了完整的全过程，忽略了最后时刻之前的复杂的了解、调查、分析的过程以及在此后的评价过程。"我们关于决策基本

特征的描述，正是为了克服上述不全面性，而把决策表现为一个从发现问题到解决问题的全过程。

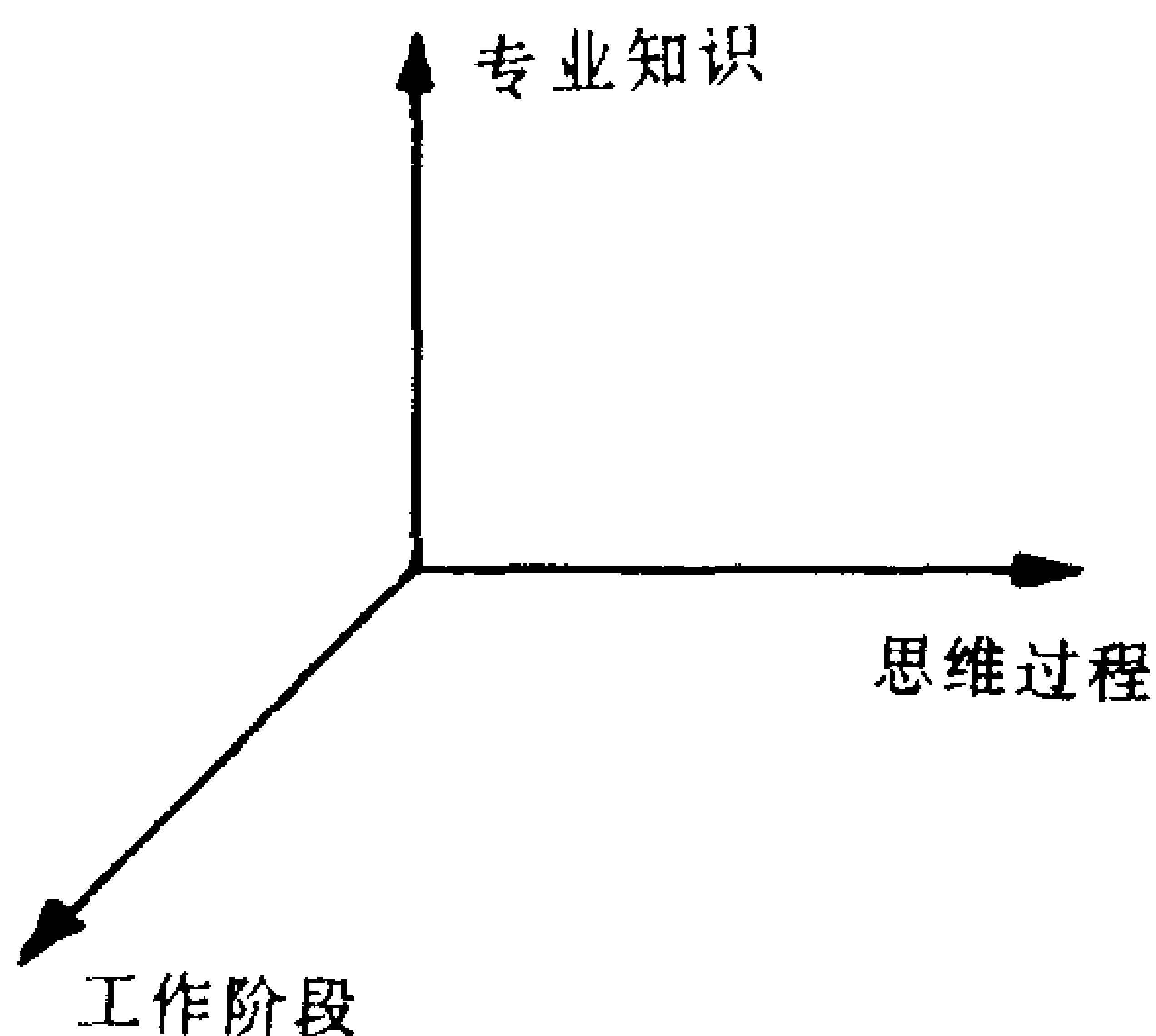
### 1.2 制订决策的过程是思维活动的过程

有人常常把决策问题统统归入实践活动的范围，这样，就容易掩盖决策活动与思维活动之间的联系。这就是有些人研究决策问题，然而却不去研究与决策有关的思维活动的根本原因。其实，制订决策的过程和实施决策的过程是有区别的。实施决策的过程是人们按照决策去行动的过程。至于制订决策的过程，则是人们在大脑中设想解决问题的办法的过程。在决策正式制订出来之前，人们还谈不上按决策去采取实际行动。因此，制订决策的过程，在总体上还属于思维活动的范围。

我们知道，制订决策的过程，是一个涉及很多方面的复杂系统工程。因此，如果我们运用霍尔(A. D. Hall)提出的三维结构系统工程方法(如图)，我们就可以清楚地看到决策和思维的关系。霍尔的三维结构系统工程方法是1969年提出的，他认为，第一，人们在从事任何一项系统工程时，都要经历一个时间的流程，在一定的时间顺序中展开工作中的各阶段。第二，人们实际从事的系统工程，总是涉及到某一具体方面的系统工程，因而一个具体的系统工程总要涉及到有关方面的专业知识。第三，人们从事任何一项系统工程时，都要在思维中对该工程进行思考，揭示出该工程所应包含的主要环节或项目。由此可见，从思维方面分析一项系统工程，就成为人们解决该项系统工程时不可缺少的重要方面。制订决策的过程既然也是一项系统工程，自然也应该从思维方面进行分析。

为什么制订决策的过程是人们进行思维活动的过程？我们至少可以提出如下四点理由：

从总体上看，决策就是对未来事件所作的一种决定。所谓未来事件，就是指目前在现实中并不存在，然而将来却有可能存在的事件。人们如何才能形成对未来事件的认识？由于通过感觉器官去




感知一个对象的先决条件，是被感知的对象已经现实地存在着，而未来事件则是在目前的现实中还不存在的，所以，人们不可能通过感官直接形成对未来事件的认识。未来事件是涉及未来的，但未来是现在的进一步发展；未来事件最初还是属于人们未知的领域，但未知和人们已有的知识并不是割裂的。因此，人们完全可以运用推理的形式，以现在为前提，去推知未来；以已知为前提，去推出未知。这种从现在推出未来，从已知推出未知的推理形式，正是人们进行思维活动的一种形式。如果没有思维活动，人们就不能形成对未来事件的认识；如果没有对未来事件的认识，自然也就不可能作出有关未来事件的决策。所以，如果没有思维活动，有关未来事件的决策是根本不可能形成的。

人们作出决策时，总是要提出几种可供选择的方案（设想）。决策就是作出从几种方案（设想）中选择一种的决定。供人们在决策时加以选择的方案（设想）是如何产生的？如果没有对感性阶段认识的思维加工，如果没有运用假说的形式，也就没有方案（设想）的产生。方案（设想）完全是人的思维活动的产物。在方案（设想）通过实践转化为事实之前，它们也只能在人们的思维中存在。它们还不是一个可以由感官去感知的客观外界的实在事物。由此看来，决策既然不能没有可供选择的方案（设想），决策也就不能不依赖于思维。

决策的关键之点，在于从若干种可供选择的方案（设想）中作出一种选择或决定。为了能对不同方案（设想）作出选择，就需要人们对不同方案（设想）进行比较，分析；需要人们对不同方案（设想）所可能产生的后果作出预测；需要对准备选择的方案（设想）和不准备选择的方案（设想）进行初步的检验评价。这一切当然都属于思维的活动。决策不过是人们在思维过程中运用比较、分析、预测等方法，在用心地想一想之后所作出的一种打算。由此可见，在决策的关键点上，就不能脱离思维活动。

决策的提出和决策的论证，都需要人们去收集大量的信息。收集信息的具体方法可以是进行社会调查，也可以是进行观察实验。可是，如果在进行社会调查或观察实验时，人们不运用思维去进行深入研究，人们就不能真正获得大量的信息。如果人们善于运用思维器官，那末就可以从某些看起来极平常的事件中，提炼出极重要的信息。这就告诉我们，为了在决策时获得大量信息，人们也必须积极地去进行思维。

综上所述，人们制订决策的过程，实际就是人们在思维中对自己未来应如何行动作出的一种思考过程。

### 1.3 逻辑是进行合理思维的工具

人们所实际进行的思维活动，有些是合理的，有些是不合理的。例如，如果某项思维活动中出现了前后不一贯的混乱现象，这种思维就是不合理的。我们应该善于进行合理的思维而尽可能避免不合理的思维。

既然人的思维有一定规律，既然人的思维有合理和不合理的区别，人们就在研究和揭示人的思维活动规律，认识和总结合理思维和不合理思维的区分标准的基础上，建立了逻辑学这门科学。逻辑学对人们进行合理的有效的思维，提供了理论上的和方法上的指导。它使人们在进行思维活动时，大大减少了不必要的曲折情况，有效地保证了思维的合理性。

### 1.4 决策的科学化需要逻辑

制订决策的过程是人们进行思维活动的过程。这样，人们思维究竟是合理还是不合理，就直接关系到制订决策过程的科学性。科学地制订决策的过程，需要人们进行合理的思维。既然逻辑学是指导人们进行合理思维的有效工具，制订决策过程的科学化就不能不依赖于逻辑。逻辑和制订决策的过程不可分割地联系在一起了。决策逻辑的产生也就因此而成为必然。

## 2 决策的基本逻辑模式

决策的基本逻辑模式，就是指决策中的逻辑基本构成因素及其联结方式。它是任何人在进行各种不同内容的决策时，都要普遍运用的一种思维形式。在此，我们首先分析其基本构成因素，然后再说明其联结方式。

### 2.1 决策的基本构成因素

2.1.1 行为集(*action space*)

制订决策的过程，就是对若干种可供选择的解决问题的方案(设想)作出最后决定的过程。每一种可供选择的方案(设想)，都标志着人们在未来所可能要采取的某种行为。若干种可供选择的方案(设想)，就意味着人们对未来有可能采取若干种不同的行为。这样，人们在制订决策的过程中所提出的各种可能采取的行为，就构成了一个行为的集合。任何一项决策中，都存在一个行为集。

2.1.2 状态集(*state space*)

当人们在制订决策过程中设想某种可能的行为时，总会遇到某些可能会出现的自然环境状态。例如，当某位高中毕业班学生准备采取报考某一名牌大学的某一专业这一行为时，他至少就会遇到报考该专业的学生可能很多或较少这样两种自然环境状态。任

何一种可能的行为，都不可能脱离了自然环境状态而发生。这样，人们在制订决策过程中所可能遇到的自然环境状态，就构成了一个状态的集合。任何一项决策中都存在一个状态集。

2.1.3 结果(*outcomes*)

在实际的决策过程中，人们既不是单纯地考虑可能行为，也不是单纯地考虑可能状态。人们总是结合着某种可能状态去考虑某种可能行为，或者说，人们在设想某种可能行为时，总是考虑了它可能遇到的自然环境状态。所以，在决策中所得到的一个结果，就是某一可能行为和某一可能状态的结合，亦即结果是一种行为状态对(*action—state pairs*)。由于人们在某一制订决策的过程中可能采取的行为不止一种，而且可能遇到的状态也不止一种，因而就导致了许多不同的结果。假定当时有三种可能行为和二种可能状态，那么就会产生6(3×2)种结果。假定当时有三种可能行为和三种可能状态，那么就会产生9(3×3)种结果。结果永远是可能行为数与可能状态数的乘积。在实际决策过程中，只产生一种结果的情况是不存在的。任何一项决策中都存在一个结果集。

2.1.4 效用(*vtility*)

效用可以作多种解释。在分析决策的基本构成因素时，我们把效用解释为分配给结果的数值。不同的结果可以具有不同的数值，因而表现为不同的效用。效用可以采用货币的形式表示，也可以采用等级或名次的形式表示，或采用其他形式表示。不管采用何种形式表示，人们都可以根据效用，排列出结果的优先次序。效用实际上成为人们评价决策设想的根据。

不管是在什么范围内制订决策，不管是由什么人制订决策，也不管所制订的决策的具体内容是什么，人们在进行制订决策的思维活动时，都要运用到行为，状态、结果、效用这些基本逻辑范畴，它们成为决策逻辑模式中的四项基本构成因素。缺少了其中任何一项，都不可能构成决策。

## 2.2 决策模型

这里所说的决策模型(*decision model*),就是指决策基本构成因素的联结方式。如果我们用 $A_i(i=1,2,\cdots\cdots n)$表示任一决策中准备采取的可能行为;用 $S_j(j=1,2,\cdots\cdots n)$表示任一决策中会遇到的可能状态;用 $R_{ij}$表示任一决策中可能出现的结果;用 $U(R_{ij})$表示任一决策中可能出现的结果的效用,则决策中行为、状态、结果和效用这四种基本因素之间的联结方式,可以用下表简要表示之:

| 可能行为 \ 可能结果及其效用 \ 可能状态 | $S_1$ | $S_2$ | … | $S_n$ |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| $A_1$ | $U(R_{11})$ | $U(R_{12})$ | … | $U(R_{1n})$ |
| $A_2$ | $U(R_{21})$ | $U(R_{22})$ | … | $U(R_{2n})$ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| $A_n$ | $U(R_{n1})$ | $U(R_{n2})$ | … | $U(R_{nn})$ |

由于该模型最集中地反映了人们在制订决策中所涉及到的各方面情况及其相互关系,从而为人们进行制订决策的思维活动提供了最重要的逻辑范畴,因此,有些人也就把决策模型直接地称之为决策逻辑(*decision logic*)。为了不至于发生混淆,我们仍采用决策模型这一用语,而不主张将其直接称之为决策逻辑。

我们所以把决策的基本构成因素及其联结方式(决策模型)称之为决策的基本逻辑模式,这一方面是因为人们可以从这一基本逻辑模式中推演出人们在制订决策过程中所应进行的工作,另方面是因为人们关于最终决策的决定实际上不过是依据这一基本逻辑模式而推出的逻辑结果。

# 3 制订决策的逻辑程序

我们不把制订决策看作是决定的最后片刻，而是看作由若干阶段组成的长过程。这样，当我们对各种各样的实际的制订决策过程进行研究并加以抽象，我们就可以看到在制订不同的决策的过程中，实际上存在着若干相同的工作阶段。这些相同的工作阶段就成为所有制订决策过程都要体现出的程序。

H. A·西蒙(H. A. Simon)认为，决策制订包括四个主要阶段。第一阶段是，探查环境，寻求要求决策的条件。这是属于情报(*intelligence*)活动阶段或智力活动阶段；第二阶段是，创造、制定和分析可能采用的行动方案。这是属于设计(*design*)活动阶段；第三阶段是，从可资利用的方案中选出一条特别行动方案。这是属于抉择(*choice*)活动阶段；第四阶段是，对过去的抉择进行评价。这是属于检查(*review*)活动阶段。依次展开的这四个阶段，就是西蒙所描绘的决策程序。

我们参照西蒙所描绘的决策程序，特别着眼于人们在制订决策过程中进行思考活动的思维历程，经过抽象，就获得了表征制定决策过程中思维运动的逻辑程序。研究制订决策过程的逻辑程序，应该成为决策逻辑中的重要组成部分。根据我们的研究，制订决策的逻辑程序可以用图 22.3.1 简要表示之：

这个程序，是按照由抽象上升到具体的逻辑原则逐步展开的。

## 3.1 发现和研究问题是制订决策的逻辑起点

发现和研究问题这一环节，相对于制订决策过程中的其他环节，具有最抽象的性质。因为在这一环节上，有关决策的内容是最贫乏的，它仅仅标志着人们需要开始一个新的制订决策的过程。至于说，为了制订新的决策需要运用哪些材料；人们如何去提出若干不同的设想方案；人们如何去验证各个不同的设想方案等等内容，

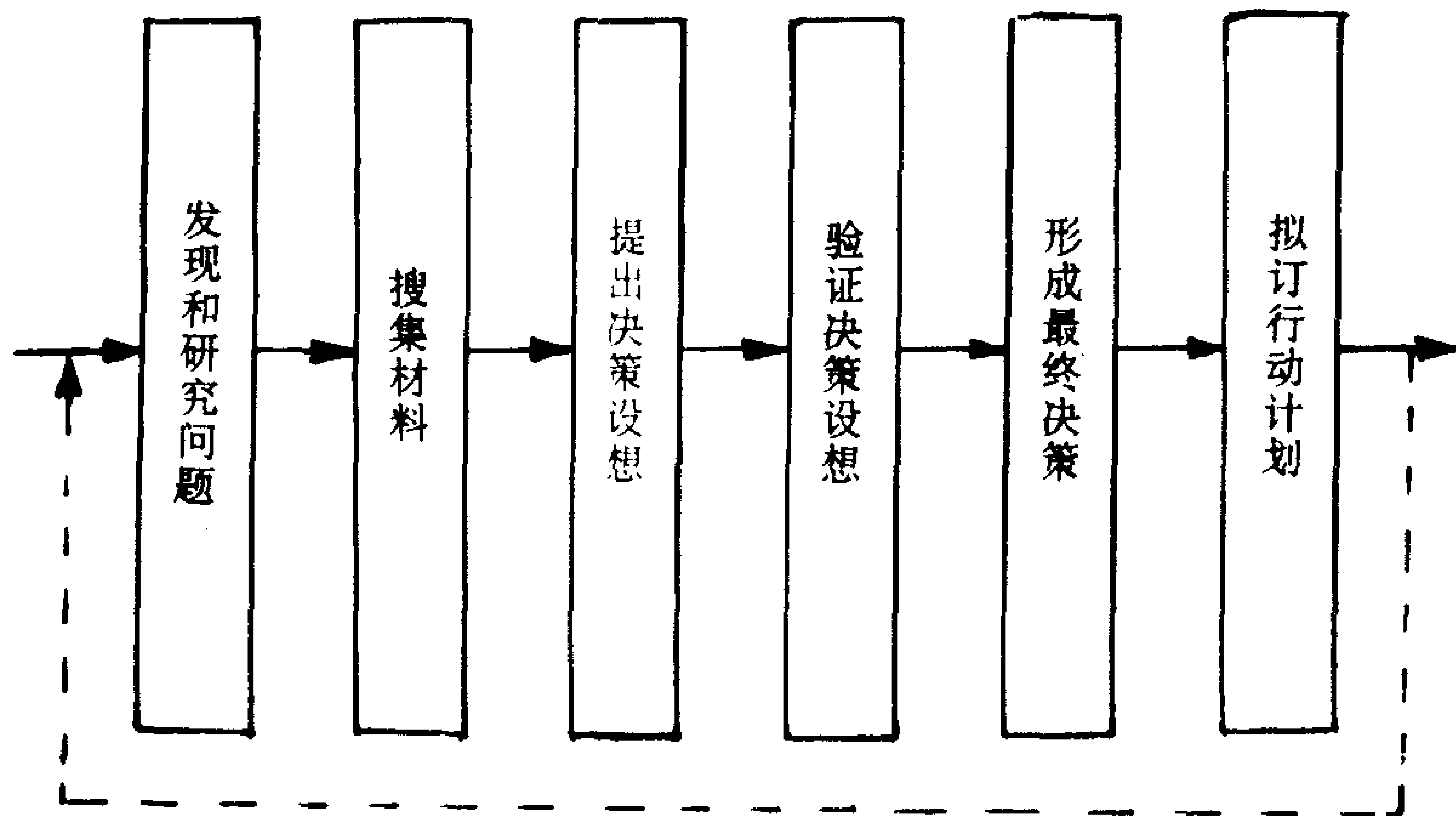



图 22.3.1

人们在发现和研究问题这一环节上都尚未去涉及。在发现和研究问题这一环节之后的其他环节，都是以承认问题的存在为前提的，都是在问题基础上的进一步展开。所以，它们都比发现和研究问题这一环节包含的内容要丰富，因而也要具体些。

发现和研究问题这一环节，相对于制订决策过程中的其他环节，具有最普遍的性质。这就是说，发现和研究问题这一环节的结果，渗透到其他各个环节之中，对其他各个环节都起着制约作用。问题决定了人们对材料的搜集，因为人们搜集什么材料，向什么方向搜集材料，搜集多少材料，如何搜集材料等等，都是由一定目的决定的，而目的则又是由所要解决的问题决定的。在制订决策过程中，人们需要提出若干种决策设想或方案。设想或方案的作用是什么？它的作用在于给人们提供某些解决问题的可能途径和方法措施。可见，设想或方案总是针对问题而来。不同的问题要求有不同的设想或方案。如果不是事先有了问题，不是针对问题去提出设想

或方案，那么所提的设想或方案就完全成为无的放矢了。人们在提出了若干不同设想或方案之后，总是要对之进行论证和比较，以便从中选出最终的设想或方案。寻求最终设想或方案以什么为标准？当然是以能够最好地解决问题为标准。人们所选择的最终设想或方案，无非是意味着运用该设想或方案去解决问题，能达到最好效果。由此可见，发现和研究问题所产生的影响，普遍地贯穿于制订决策过程的其他各个环节。

发现和研究问题这一环节，相对于制订决策过程的其他各环节，具有最直接的性质，这就是说，在制订决策过程中，人们完全可以在不涉及其他环节的情况下，独立地研究问题；但是，人们如果没有发现和研究问题，则不能开展其他环节的活动。

此外，我们还必须看到，问题是使制订决策的过程能够产生的原因，问题决定了制订决策过程所涉及的范围和基本性质。总之，人们在制订决策时，首先要从发现和研究问题开始。在问题中，已经蕴含着制订决策过程中各环节的萌芽。没有问题，就没有制订决策的过程。有什么样的问题，就会有什么样的制订决策的过程。问题成为人们制订决策的逻辑起点。

### 3.2 搜集材料为形成决策设想提供丰富根据

首先必须看到，问题只是制订决策的逻辑起点。没有问题，当然也就不能出现制订决策的过程。然而有了问题，并不意味着决策设想就自然而然地制订出来了。一个明确而又有效的决策设想的提出，必然是以人们对社会需求状况和自然状况的了解为依据；而要了解社会需求状况和自然状况，就需要搜集材料。管理的实践效果证明，搜集事实材料为决策者提出决策设想提供了宝贵的资源。决策者掌握的事实材料越丰富，提出的决策设想的准确率也就会越高。

其次还必须看到，决策设想是人们为解决问题而提出来的一种猜测性方案。这种设想是否真实可靠？它在实际工作中是否行

得通？是否能带来必要的效益？在提出决策设想时，是还不能确定的。此外，针对同一个需要解决的问题，人们提出来的决策设想往往有很多个，需要作出一种选择。所以，为了对决策设想是否真实可靠和是否行得通等作出断定，为了能对所选择的决策设想作出断定，人们都必须对决策设想进行论证；而为了能进行论证，就需要事先掌握一定的事实材料。这些材料当然只能靠搜集得来。

正是由于上述两方面理由，人们在发现和研究问题之后，然而又是在提出决策设想之前，必然要进行搜集材料的工作。搜集材料成为发现和研究问题与提出决策设想两者之间的中介。

### 3.3 提出决策设想的过程是建立假说的过程

所谓决策设想，又称参考性决策或选择方案，是指依据客观事实材料及一定的科学理论，针对所发现的问题，大胆猜想出来的一种最初的解决方案。它与最终决策不同。所谓最终决策，则是指在提出若干决策设想的基础上，经过多方面的严格论证和相互比较，终于从中选择出一种准备付诸实施的决策。由此看来，提出决策设想是发现和研究问题以及搜集事实材料这两个环节进一步展开的必然逻辑结果，但是，它又成为论证决策设想以及选择最终决策这些环节的逻辑先导。

从逻辑上看，提出决策设想的过程实际上就是建立假说的过程。这是因为，提出决策设想的过程，具有建立假说过程的一切基本特点。建立假说从发现问题开始，提出决策设想也是从发现问题开始；建立假说要依靠猜测，提出决策设想也要依靠猜测；建立假说要依据一定科学理论和事实材料，提出决策设想也要依据一定科学理论和事实材料；科学的假说是可以检验的，科学的决策设想也是可以检验的。

认识到提出决策设想的过程就是建立假说的过程，主要具有两方面的意义。

首先，它可以使决策者和其他参与决策过程的人们懂得，应该

从哪些方面培养和训练自己的决策思维活动能力。我们认为，以下三方面能力的培养和训练是极其重要的。第一方面，要培养和训练善于观察善于搜集材料的能力，第二方面，要培养和训练积极猜想，大胆创新的能力。第三，要培养和训练严密的逻辑思维能力。有了以上能力的培养和训练，就为人们迅速、及时、果断、合理地提出决策设想创造了条件。

其次，它可以使决策者和参与决策过程的人们懂得，任何人最初所提出的决策设想，都是带有假定性质的，都必须经过检验论证。因此，在实践检验、逻辑论证面前，任何人提出的决策设想都处平等地位。

### 3.4 验证决策设想为得出最终决策准备了前提

由于决策设想具有假说的性质，因此，决策设想是否切实可行，在提出决策设想的时候同样是还没有确定的。如果人们尚不清楚最初提出的决策设想是否切实可行，当然就无法去作出最终决策。为了使人们有条件作出最终决策，就必须使人们能清楚地了解到决策设想是否切实可行；而为了清楚地了解决策设想是否切实可行，就必须对决策设想进行验证。

此外，正如人们在建立假说时要提出若干初始假说一样，人们在制订决策时也要提出若干决策设想以供选择。既然决策设想有若干个，人们就需要鉴别出其中哪个决策设想是最佳的或最满意的。最终决策就是由人们所挑选出来的最佳或最满意的决策设想发展而来的。为了能够对不同决策设想作出鉴别，就需要首先对它们分别进行验证。

从逻辑程序上看，对决策设想进行验证，当然应该是已经提出了决策设想，否则就失去了验证的对象。所以，验证决策设想这一环节只能排在提出决策设想这一环节之后。如上所说，人们作出最终决策，是以人们对决策设想的切实可行性的认识为前提，而对决策设想的切实可行性的认识是通过验证决策设想而获得的。所以，

验证决策设想这一环节又必须排在最终决策这一环节之前。

验证决策设想包括两方面内容。其一，是验证决策设想的真实可靠性，即验证决策设想是否与客观实际情况相符合。其二，是验证决策设想的价值程度，即验证决策设想是否符合人们的需要，愿望，利益等。这两方面是缺一不可的。进行前一方面验证时，验证的标准是人们的实践。进行后一方面验证时，验证的标准是人们的价值尺度或价值取向。但是，无论是进行哪一方面的验证，都需要通过一个逻辑的过程。

### 3.5 通过多个决策设想的竞争作出最终决策

在验证不同决策设想的基础上，人们就可以展开不同决策设想之间的比较和竞争。通过比较和竞争，就可以显示出不同决策设想的优或劣，从而人们就可以有条件去作出最终决策，亦即作出最后的决定。

不管是何种具体的制订决策的过程，要在竞争中使某一决策设想转化为最终决策，都必须具备两方面的条件。一方面，是价值方面的条件。一个能够在竞争中转化为最终决策的决策设想，总是在竞争中显示出具有较高价值程度的决策设想，而那些价值程度较低的决策设想，将可能陆续被淘汰。另方面，是真实可靠性方面的条件。相互竞争的多个决策设想要以实践为标准，通过证明和反驳的具体途径，判明其与客观实际情况相符合的程度从而决定其取舍。

### 3.6 拟订计划是制订决策过程的逻辑终点

我们这里说的“计划”，是狭义上的计划。它是指人们为了实施最终决策而对未来行动过程所做的一种安排部署，它是在人们作出了最终决策之后才出现的。

从整个制订决策过程的逻辑程序来看，拟订行动计划这一环节不仅是排在作出最终决策这一环节之后，而且是整个制订决策

过程的逻辑终点。这是为什么?

这一方面是因为,拟出行动计划是制订决策过程的合理延续。人们作出了最终决策,并不标志着制订决策过程的结束。在作出最终决策时,人们只从总体上规定了有关未来事件的若干原则,但对更多的细节部分,却是不能也不应该过多地考虑。可是,这并不等于这些细节问题不需要考虑。如果不对这些细节作出考虑,最终决策将是抽象的不完整的。人们在作出最终决策之后,所以还要有一个拟出行动计划的阶段,正是为了使最终决策具体化、完整化。既然拟订行动计划起着使最终决策具体化、完整化的作用,它就是制订决策过程的合理延续,它就理所当然地仍应包括在制订决策过程的逻辑程序之中。

另一方面是因为,拟出行动计划的直接目的,是为了安排部署人们未来的实际行动。所以,在拟出行动计划之后,紧接着的就是人们按照计划去实际地行动了。实际行动问题,已不是思维领域的问题。然而人们制订决策的过程,却是思维活动的过程。这样,拟出行动计划就成为人们制订决策过程中最后一个环节。

既然我们从一方面看到,拟出行动计划,是制订决策过程的合理延续,是包括在制订决策过程的逻辑程序之中的,从另一方面又看到,拟出行动计划,是制订决策过程的最后一个环节,它使制订决策过程达到了最具体的程度。在它之后的执行决策的实际行动过程,已经越出了思维活动的领域,因此,我们就把拟出行动计划这一环节看作是制订决策过程的逻辑终点。一个相对完整的制订决策过程到此告一段落。如果在执行决策过程中发现了新的问题,那么就将开始下一个制订决策的过程。

至此,我们看到制订决策的过程是按“发现和研究问题”→“搜集材料”→“提出决策设想”→“验证决策设想”→“作出最终决策”→“拟出行动计划”这一逻辑程序展开的。每后一环节,都是前一环节发展的必然结果,都是在前一环节的基础上展开了新的内容,因此比前一环节具体,从而整个逻辑程序呈现为一个由抽象上升到

具体的过程。

# 4 制订决策的逻辑方法

决策逻辑中的又一重要方面，是研究制订决策过程的每一环节中所运用的逻辑方法。这方面的内容是很丰富的。我们仅选择其中的几个方面略加介绍。

## 4.1 发现和研究问题的逻辑方法

### 4.1.1 采用分析法发现和研究问题

所谓分析法，就是将某一被考察的对象分解为各个不同因素，分别对不同因素进行研究，以便从中找出起主导作用的或具有本质意义的因素的一种逻辑方法。这种方法是按如下四个步骤实施的：首先将被考察对象分解为不同因素，其次是分别考察了解不同因素，再次是将不同因素加以比较确定它们在被考察对象整体中的地位，最后是撇开一些无关的或次重的因素，而把起主导作用的或本质意义的因素抽取出来。

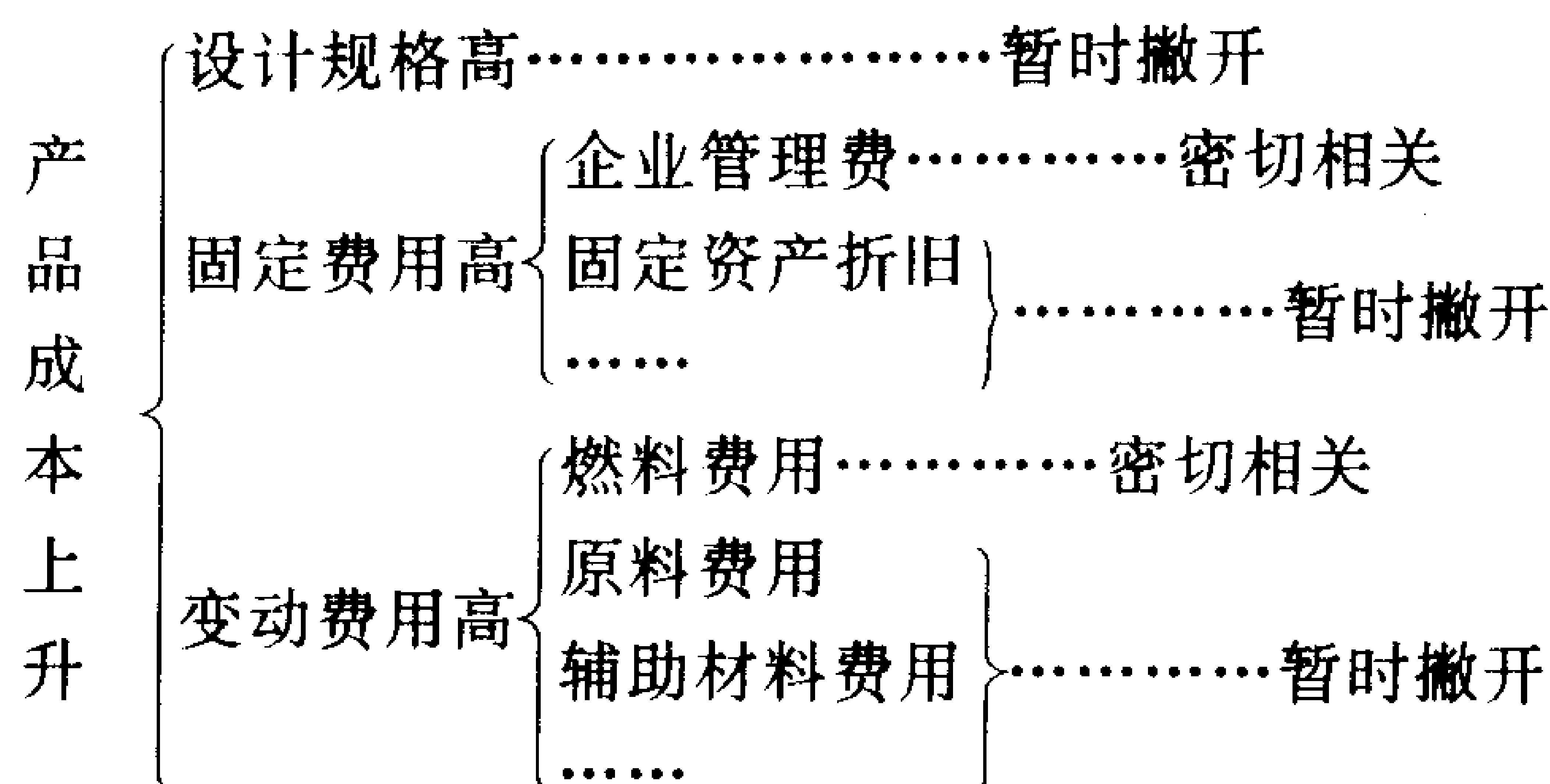
我们运用分析法去发现和研究问题，要分两个层次进行。

第一层次，是要从呈现在我们面前的复杂对象中，分解出应该做的事(应该出现的现象)和实际做到的事(实际出现的现象)两部分，并且分别对其进行考察。在考察的基础上将这两部分加以比较，于是人们就可以看到，有些应该做的事，实际上也已经做到，或者说，有些应该出现的现象实际上已经出现；另一些应该做的事，实际上却没有做到，或者说，另一些应该出现的现象实际上却没有出现。人们就把前一种情况撇开，而把后一种情况抽取出来。这样被抽取出来的情况就构成一个问题。

第二层次，是要对上述抽取出来的情况再作进一步分析，以便发现造成某一问题的实质所在。假定某公司管理者从整个生产经营状况中看到，产品 $A$ 本来应该具有较强的市场竞争力，现在却

由于生产成本的上升而导致竞争力下降，这就是发现了一个问题。为何会造成这一问题？由于竞争力下降是由生产成本上升造成的，因此，我们就需要集中对生产成本上升进行分析。这就是进行第二层次的分析。此时，人们首先从成本上升中分解出三个侧面的因素：第一设计规格高了；第二固定费用高了；第三变动费用高了。这三个侧面因素都可能造成成本上升这个总体现象。但是，三个侧面因素都可能造成成本上升，并不等于它们都和构成当前的问题有关。为了确定这些因素和构成某个问题是否有关，就需要分别对三个侧面因素作进一步考察认识。

设计规格高了，当然会导致成本上升，但却并不见得就会造成竞争力下降这一现象。假定说，就当前的情况说，无论是顾客的经济力量还是顾客的心理状态，都倾向于高质量的产品，那么设计质量高这一因素就是和造成问题暂时无关的，或是和造成问题暂时无太大关系的，我们就可以暂时将其撇开。固定费用高了，也会造成成本上升，并且形成了顾客难以接受的高价格，从而使 $A$ 产品的市场竞争力下降。这说明固定费用高确实和造成某个问题有关，但固定费用高本身也是一个复杂整体，还可以进一步分解出不同侧面，例如，固定资产折旧，企业管理费等。假定在当前的情况下，企业管理费明显增加是固定费用上升的主要原因，因而也是成本上升的原因，这样，人们就可以把固定资产折旧当做和问题无关的因素而暂时撇开，同时，把企业管理费明显增加当做和造成问题有密切关系的因素而单独抽取出来。依照同样方法，我们对变动费用高进行分析。整个分析结果可用下表表示：




经过上述两个层次的分析，我们就可以看到，真正和 *A* 产品竞争能力下降这个问题有关的，主要是固定费用中的企业管理费用明显增加以及由于工人技术不熟炼而导致燃料费用增加。我们运用分析法不仅找到了问题，而且找到了问题的实质所在。

4.1.2 采用比较法发现和研究问题

所谓比较法，就是认识不同对象之间相同点或相异点的一种逻辑方法。在制订决策的过程中，人们为了发现问题，主要是采取了以下几种具体表现形式去进行比较。

第一，将本单位原有目标（标准）与国家的总体要求相比较。为了适应国家的总体要求，而去修改或提高本单位原有目标，从而暴露了现状和新目标之间的差距，由此就可以发现一个问题。

第二，将本单位原有目标与预测到的未来发展趋势相比较。为了适应未来趋势而去调整或提高本单位所确定的目标，从而暴露了现状和新目标之间的差距，由此就可以发现一个问题。

第三，将本单位原有目标和生产同类产品且物质条件大体相同的先进单位的目标相比较。看到本单位尚有不少潜力可挖，因而去修改或调整本单位所确定的目标，由此暴露了现状和新目标之间的差距，使人们可以发现一个问题。

第四，将本单位现状和另一采取类似目标的单位的现状进行

比较。由于看到另一个单位在类似目标的现状方面要比本单位好，从而使本单位现状和目标之间本来不明显的差距进一步明显起来，由此可以发现一个问题。

### 4.2 提出决策设想的逻辑方法

H·西蒙(H. Simon)在研究人们如何形成决策时曾谈到，当我们问组织的经理是如何制定非程序化决策的，我们通常被告知，他们是在行使"判断"，而这种判断是通过某种不确定的方式由经验、洞察力和直觉来决定的。如果我们所探问的决策是一个极大的难题，或是一种将产生极为深远影响的决定性决策，我们则被告知这种决策是需要创造性的。但是，这并不能给那种想制定决策又缺少"判断力"的人以任何帮助。制订非程序化决策所依靠的是到目前为止人们尚不了解的心理过程。正由于我们还不了解这种心理过程，所以有关非程序化决策的理论就显得极为空泛无物。不过最近10年来，情况已有所变化，这主要是人们对人类思维解决问题过程的了解，已有重大进展，这些进展对制订非程序化决策的方法产生日益增大的影响。

H. 西蒙在吸收人类已有成果基础上，形成了自己在提出决策设想问题上的基本构想。他的基本构想主要包括以下几点：

第一，他认为制订决策(主要制订非程序化决策)的过程，就是一个解决问题的过程。

第二，问题解决过程的复杂性，是由大量极为简单的基本元素间的相对简单的相互作用集聚而成的。

第三，他提出了一种通用解题装置 *GPS*(*General Problem Solver*)。它实际上是一种解决问题的程序，其核心内容是：问题解决开始于首先确定目标，探查当前情况与将来目标间的差距，根据记忆或是通过寻找，找出某种工具或与消除这种差别有关的过程，并且利用这种工具和过程。每个问题都不停地派生出次要问题，次要问题还可以再派生出更次要问题，这个过程要持续到我们找到

一个我们能够解决的次要问题——对于该次要问题，我们已在储存器中存有程序时为止。我们这样不停地解决这些次要问题直到最后达到我们的总目标——否则就只有半途而废。

第四，在 *GPS* 中要使用手段——目的分析法。这种分析法首先要描述表达三种目标：

①转变目标：变 $a$ 为 $b$。

②缩小差异目标：消除或减少 $a$ 与 $b$ 间的差异。

③应用 0 程序目标：将程序 0(或程序或方法)应用于情况 $a$。

其次是寻找达到不同目标的方法。每种目标都具有一种或多种达到目标的方法。比如，一种将 $a$ 变成 $b$ 的方法，就是在其间求差 $d$，并用公式表达出消除该差的降差目标。一种降低 $a$ 与 $b$ 间差异的方法，就是求出一个与消除这种差异有关的程序并使用该程序。一种应用程序的方法，就是将实际情况与能使用该程序的情况作比较，并能表达出变实际情况为所需情况的目标。

第五，根据对上述解决问题的考虑，制订非程序化决策的方法，就是将非程序化决策简化为一系列程序化决策而最后完成非程序化决策。

从逻辑方法论角度看，H·西蒙的这一构想实际上是以笛卡尔的分析方法思想为基础的。笛卡尔在谈到方法论的四条规则时指出：把我所考察的每一个难题，都尽可能地分成细小的部分，直到可以而且适于加以圆满解决的程度为止。然后，按照次序引导我们的思想，以便从最简单、最容易认识的对象开始，一点一点逐步上升到对复杂对象的认识。西蒙也正是要求把复杂问题分解为次要问题，一直分解到最简单的问题，然后由最简单问题的解决导致整个问题的解决；要求把非程序化决策分解为一系列程序化决策，并由程序化决策的逐步解决而导致非程序化决策的建立。他们遵循了共同的逻辑方法论原则。

但是，西蒙以及笛卡尔的逻辑方法论有一个重大缺陷，这就是他们把客观对象看成是由它的各部分简单相加的总和。然而在实

际上，客观对象并不能简单地被看成是它的各部分相加的总和。客观对象作为一个整体，具有一种作为整体才具备的总体性质。这种总体性质是客观对象的各部分分别所不具有的，也是各部分简单相加所不具有的。所以，一个复杂问题尽管可以分解为若干次要简单的问题，但这些次要的简单的问题得到解决，逻辑上不能得出整个复杂问题就必然得到了解决。同样，一个非程序化决策尽管可以分解为一系列程序化决策，但这些程序化决策的解决，逻辑上不能得出整个非程序化决策就必然得到了解决。由此看来，按照西蒙所提出的逻辑方法论原则及其具体方法，并不能真正解决决策设想所提出的问题。

我们也同样把提出决策设想的过程看成就是解决问题的过程。但是我们认为，这是需要运用假说方法来解决的问题。这就是说，一个决策设想就是一种假说。为了提出决策设想，人们既需要运用比较、分析、综合、抽象、概括等逻辑方法，进行逻辑思维的活动，又需要运用想象、联想、幻想等形式，进行非逻辑思维的活动。决策设想是人们统一地进行逻辑思维和非逻辑思维的产物①

### 4.3 验证决策设想的逻辑方法

对决策设想进行验证的标准是实践以及人们的价值尺度。然而对决策设想进行验证的过程，则是一个逻辑过程。在这个过程中，我们既要运用各种证明的逻辑方法，也要运用各种反驳的逻辑方法。在此，我们仅重点介绍对具有一般性的决策设想作出证实或证伪的问题。

对具有一般性的决策设想进行证实的逻辑方法，通常是这样展开的：我们先假定决策设想是可以成立的，那么，完全可以预见到，一旦实施该决策设想，就必然可以得到一个或一系列结果。我们接着就进行实验（或试验）。实验将产生一个或一系列结果。我

① 参见科学发现中的逻辑思维和非逻辑思维，北京师范大学学报1986年第2期。

们再把预见到的结果和实验提供的结果加以对照，如果两者符合，即预见到的结果被实验结果所肯定，我们就可以认为该决策设想得到了证实。假定用 $H$ 代表具有一般性的决策设想，用 $E$ 代表预见到会出现的结果，用 $C$ 代表在作出预见时考虑到的背景条件，那么整个证实过程就可以用下列公式表示之：

$$\frac{\begin{array}{c} H \land C \to E \\ E \end{array}}{H \land C}$$

这个公式我们称之为决策设想的证实模式。

对具有一般性的决策设想进行证伪（否证）的逻辑方法，通常是这样展开的：我们先假定该决策设想是可以成立的，那么完全可以预见到一旦实施该决策设想，就必然可以得到一个或一系列结果。我们接着进行实验（或试验）。实验将产生一个或一系列结果。我们再把预见到的结果和实验提供的结果加以对照。如果两者不符合，即预见到的结果未被实验结果所肯定，实验中没有出现预见到的结果，我们就可以认为该决策设想得到了证伪（否证）。假定用 $H$ 代表具有一般性的决策设想，用 $E$ 代表预见到会出现的结果。用 $C$ 代表在作出预见时考虑到的背景条件，那么整个证伪过程就可以用下列公式表示之：

$$\frac{\begin{array}{c} H \land C \to E \\ \overline{E} \end{array}}{\overline{H \land C}}$$

这个公式我们称之为决策设想证伪模式。

必须指出，在验证决策设想时，无论运用证实模式，还是运用证伪模式，都是极其复杂的，绝不能简单从事。

### 4.4 作出最终决策的逻辑方法

针对某一需要解决的问题，人们提出了若干个有待选择的决策设想。经过对决策设想分别验证，就为人们挑选出最优决策设想，从而作出最终决策提供了前提条件。

目前,人们已经创造出许多种挑选最优决策设想的方法,我们仅简要介绍如下几种:

4.4.1 穆迪简单优先图表法

从逻辑上看,在运用该图表法时,有三方面情况必须注意。首先,人们假定对于每一决策设想,只能在“优”和“非优”两个值之间选取,“优”以“1”表示之,“非优”以“0”表示之。非“1”则为“0”,非“0”则为“1”,两者必居其一。其次,比较法是最基本的方法。每一决策设想是否为优,只有通过与另一决策设想的比较,才能相对地确定。第三,这是某一个决策者在面对若干决策设想时的选优方法。

运用该图表法的主要步骤是:第一步,明确需要解决的问题是什么,第二步,列出可以用来解决问题的各种决策设想。第三步,制成一个决策设想的矩阵表。如果人们提出了三个设想,就制成 3×3 矩阵表;如果人们提出四个设想,就制成 4×4 矩阵表。第四步,人们把每一决策设想逐个地与其它决策设想进行比较,并确定所取的值。如下表所示,人们先把设想 $A_1$ 和设想 $A_2$ 比较,假定人们认为 $A_1$ 优于 $A_2$,则 $A_1$ 取值为“1”,$A_2$ 取值为“0”。人们再把 $A_1$ 和 $A_3$ 比较,假定人们认为 $A_3$ 优于 $A_1$,则 $A_1$ 取值“0”,$A_3$ 取值“1”。以此类推。第五步,把所取的值写在矩阵表中,最后将每一决策设想所获的值相加,第六步,以相加和数最高者为最优决策设想。在下图中,$A_4$ 的相加和数为最高,故 $A_4$ 为最优决策设想。

$x$ 问题

| 列<br>行 | 设想 $A_1$ | 设想 $A_2$ | 设想 $A_3$ | 设想 $A_4$ | 总和 |
|---|---|---|---|---|---|
| 设想 $A_1$ | | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 设想 $A_2$ | 0 | | 1 | 0 | 1 |
| 设想 $A_3$ | 1 | 0 | | 0 | 1 |
| 设想 $A_4$ | 1 | 1 | 1 | | 3 |

4.4.2 穆迪多个目标输入优先图表法

从逻辑上看，在运用该图表法时，有四方面情况必须注意。

首先，这是在存在几个拥有同等权力的决策者的条件下，从若干决策设想中选优的方法。其次，比较法是最基本的方法，每一决策设想是否为优，只有通过与另一决策设想比较才能相对地确定。第三，人们假定对于每一决策设想，只能在“优”与“不优”两个值之间选取，非“优”则为“不优”，非“不优”则为“优”，两者必居其一。第四，如果每一决策者拥有一份权力，则某一决策过程中涉及的决策者所拥有权力份额总和，就是该项选优中衡量的总标准。设总和为$x$，如某一设想取2，即有2人认为某一决策设想为优，则相比较的另一设想取$x-2$，即有“$x-2$”人认为另一设想为优。

运用该图表法的主要步骤是：前三步与简单优先图表法相同，第四步，人们把每一决策设想，逐步地与其他设想进行比较，并确定其所取的值。如下表所示，该项选优中，有5位拥有同等权力的决策者参与，因此，选优中衡量的总标准为5。人们先把设想$A_1$和设想$A_2$比较，假定有2人认为$A_1$优于$A_2$，则$A_1$得2，$A_2$得3。以此类推。第五步，把所取的份额填在矩阵表中，最后将每一设想所获得的份额相加，第六步，以相加和数最高者为最优决策设想。在下表中，$A_1$的相加和数为最高，故$A_1$为最优决策设想。

$x$问题

| 列／行 | 设想$A_1$ | 设想$A_2$ | 设想$A_3$ | 设想$A_4$ | 总和 |
|---|---|---|---|---|---|
| 设想$A_1$ | | 2 | 4 | 3 | 9 |
| 设想$A_2$ | 3 | | 2 | 1 | 6 |
| 设想$A_3$ | 1 | 3 | | 3 | 7 |
| 设想$A_4$ | 2 | 4 | 2 | | 8 |

4.4.3 穆迪多个目标输入加权优先图表法

该方法的其他情况，与多个目标输入优先图表法相同，所不同的仅在于每个决策者拥有的权力不等。假定在某个由5人组成的委员会中，一般委员每人拥一份决定权，而委员会主任则可能拥3份决定权。这样，在比较不同决策设想时，就需要考虑到每一决策者拥有权力的情况。例如，假定5位决策者对设想 $A_1$ 和设想 $A_2$ 进行比较，虽然仅有2人认为 $A_1$ 优于 $A_2$，但此2人中，有一人却拥有3份权力，而其他人均只有1份权力，则 $A_1$ 可以得4，而 $A_2$ 仅得3。假定他们又把设想 $A_1$ 和设想 $A_3$ 进行比较，仅有一人认为 $A_1$ 优于 $A_3$，但此人正是拥有3份权力的，这样，$A_1$ 就可以得3，而 $A_3$ 则得4。依此类推，便可形成如下图表所示。

$x$ 问题

| 列<br>行 | 设想 $A_1$ | 设想 $A_2$ | 设想 $A_3$ | 设想 $A_4$ | 总和 |
|---|---|---|---|---|---|
| 设想 $A_1$ | | 4 | 3 | 5 | 12 |
| 设想 $A_2$ | 3 | | 4 | 2 | 9 |
| 设想 $A_3$ | 4 | 3 | | 4 | 11 |
| 设想 $A_4$ | 2 | 5 | 3 | | 10 |

在该表中，$A_1$ 的相加和数为最高，故 $A_1$ 为最优决策设想。

4.4.4　运用小中取大法选取最优决策设想

所谓小中取大法，也就是最大最小收益值分析法，或称极大极小收益原则。在我国古代著名的逻辑学著作《墨辩》的《大取》篇中，在谈到通过权衡轻重而作出选择时，就指出了“利之中取大”这一原则。运用小中取大法选取最优决策设想，实际正是“利之中取大”这一古老逻辑原则的延续和发展。

当人们去选择决策设想时，最理想的做法，当然是根据每一决策设想在不同状态下所能提供的最大收益，选取能带来最大收益中的最大收益的决策设想为最优决策设想。但是，这种理想状况是

很难出现的或很难实现的。因此，人们为了稳妥起见，退而求其次。人们仅从每一决策设想在不同状态下所能提供的最低限度收益（最小收益）中，选取其中能带来最大收益的决策设想为最优决策设想。这仍然是“利之中取大”，但这是更为稳妥可靠的“利之中取大”。

这一方法的步骤是：第一步，求出每一决策设想在每一状态下所产生结果的数值，即求出效用。第二步，把每一决策在不同状态下的数值加以比较，选出其中数值最小者，这就是每一决策设想所能提供的最小收益值。第三步，把各个决策设想的最小收益值加以比较，取其中相对说来数值最大者，则能带来最小收益值中最大收益值的决策设想，可被选取为最优决策设想。例如，某企业编制明年的生产经营计划时，提出了 $A_1$、$A_2$、$A_3$、$A_4$ 四种决策设想，并且估计到可能会遇到 $S_1$、$S_2$、$S_3$、$S_4$ 四种状态。这四种状态都是不确定的。于是人们根据以往经验及有关理论，分别计算出 $A_1$ 在 $S_1$、$S_2$、$S_3$、$S_4$ 等状态下的结果的数值，$A_2$ 在 $S_1$、$S_2$、$S_3$、$S_4$ 等状态下的结果的数值，如此等等。然后，人们运用前面已经指出的决策模型，把所有这些情况反映出来，我们现在假定，它呈现为如下情况：

| 状态 / 结果及其效用 / 行为 | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | $S_4$ | 各方案中最小收益数值 |
|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 700 | 650 | 350 | 200 | 200 |
| $A_2$ | 800 | 500 | 420 | 400 | 400 |
| $A_3$ | 900 | 600 | 400 | 300 | 300 |
| $A_4$ | 500 | 400 | 430 | 250 | 250 |

人们把 $A_1$ 在四种状态下的数值加以比较，发现其中最小的数值为 200，这就是 $A_1$ 所能提供的最小收益值。同理，人们发现 $A_2$

的最小的数值为 400，$A_3$ 为 300，$A_4$ 为 250。人们再把四种决策设想的最小数值加以比较，发现最小中的最大数值为 400。这就是各种最小收益值中的最大收益值。这是由 $A_2$ 所提供的，因此，人们就选取 $A_2$ 为最优决策设想。

4.4.5 运用大中取小法选取最优决策设想

大中取小法，也就是最小最大后悔值分析法，或称为极小极大后悔原则。我国古代著名的逻辑学著作《墨辩》的《大取》篇中，在谈到通过权衡轻重而作出选择时，就指出了"害之中取小也，非取害也，取利也"这一原则。运用大中取小法选取最优决策设想，实际正是"害之中取小"这一古老逻辑原则的延续和发展。

如果考察和比较在某一状况下各个不同决策设想的效用，那么，人们一定可以发现其中有一个效用最高者。现在，假定人们为稳妥起见，在某一状态下并没有选取产生最高效用的决策设想，而是采取其他决策设想，这样人们就可以预计到由于未采用最理想的决策设想而导致的可能损失。这个损失的数值就标志着人们后悔的程度。人们分别计算出在每一种状态下各种决策设想的后悔值，然后挑选出每一种状态下最大后悔值。比较不同状态下的最大后悔值，选出其中相对说来是最小的后悔值。能产生出最小后悔值的决策设想，就是可以选取的最优决策设想。这就是从后悔的角度去作出选择。正如《墨辩》中所说，"害之中取小也，非取害也，取利也"。这里的后悔就是指与最理想情况相比而可能会受到的损失。损失当然是一种"害"。但是人们从最大后悔值中选取最小后悔值，然后作出决策，这并不为了"取害"，亦即不是为了选取损失，而仍然是为了选取"利"。这是在既估计到最好的可能，也估计到最不好的可能的情况下，选取一种最有利的决策设想。

这一方法的步骤是：第一步求出每一决策设想在每一状态下所产生出结果的数值，即求出其效用。第二步，把每一状态下不同决策设想的效用加以比较，首先确定其中效用最高者，然后求最高效用与其他效用之差，得出每一状态下各决策设想的后悔值。第三

步，选出每一状态下的最大后悔值，第四步，从每一状态的最大后悔值中选取最小后悔值。第五步，把能产生最大后悔值中的最小后悔值的决策设想，选为最优决策设想。仍以上例来说明。人们运用决策模型可得如下情况：

| 结果及其效用 状态 / 行为 | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ | $S_4$ | 最大后悔值 |
|---|---|---|---|---|---|
| $A_1$ | 700 (900－700＝200) | 650 (650－650＝0) | 350 (430－350＝80) | 200 (400－200＝200) | 200 |
| $A_2$ | 800 (900－800＝100) | 500 (650－500＝150) | 420 (430－420＝10) | 400 (400－400＝0) | 150 |
| $A_3$ | 900 (900－900＝0) | 600 (650－600＝50) | 420 (430－420＝10) | 300 (400－300＝100) | 100 |
| $A_4$ | 500 (900－500＝400) | 400 (650－400＝250) | 430 (430－430＝0) | 250 (400－250＝150) | 400 |

这就是说，在 $S_1$ 状态下，最理想的是选取 $A_3$，因为 $A_3$ 的效用为 900，属于最高者。如果不选 $A_3$ 而选 $A_1$，则其后悔值为 900－700＝200；如选 $A_2$，则后悔值为 900－800＝100，以此类推。把每一决策在不同状态下后悔值计算出来后，找出其中最大后悔值。对于 $A_1$ 来说，在 $S_1S_2S_3S_4$ 四种状态下的后悔值分别是 200，0，80，200。其中最大的后悔值为 200。同理，对于 $A_2$ 来说，最大后悔值为 150；对于 $A_3$ 来说，最大后悔值为 100；对于 $A_4$ 来说，最大后悔值为 400。比较每一决策设想的最大后悔值，发现其中最小的后悔值为 100。这是由 $A_3$ 所造成的。因此，人们将选取 $A_3$ 作为最优决策设想。

决策逻辑是一门属于正在发展中的学科。它对人们制订决策过程所起的指导作用，充分显示了它的生命力。它将随着人们对决策科学化的认识的提高，而日益趋向完善。

（作者：汪馥郁）

# 参考文献

[1] H. A Simon ,the New Science of Managimet Decision.
[2] W. Kintsch,Method and taectics in Cognitive Science.
[3] 李志才等,逻辑学辞典,吉林人民出版社,1983。
[4] 汪馥郁、张勤,科学决策的逻辑程序和方法,北京大学出版社,1987。

# [二十三] 谈判逻辑

## 1 谈判和逻辑

### 1.1 谈判是人们交往中的重要形式

一部人类文明的发展史也是一部人们之间谈判的历史，不论在七雄争霸、三国鼎立的古代，还是在卫星上天、和平共处的现代，谈判总是人们相互交往的重要形式，是人们政治、经济、军事、文化等生活中不可缺少的部分。“渑池之会”、“完璧归赵”、“重庆谈判”、“中美会谈”……以及一系列的经济契约、贸易协定、文化协议的产生，无不说明伴随刀光剑影、钢花麦浪的，还有智慧的较量、思维的冲突。大事要谈判，小事也要协商。特别是当历史进入了信息时代，人们之间的交往日益频繁和广泛，如何更多地掌握信息，加速信息的传递、扩大信息的传播，已成为人们普遍关心的问题。于是“为了改变相互关系而交换意见，为了取得一致而相互磋商”的谈判行为，越来越受到人们的注视，因为谈判就是信息交流。

目前尽管有些谈判的理论如谈判双方都是赢家的观点，未必都被各方学者、谈判家们所接受，但谈判这种古老的交往形式，作为人们生活中不可缺少的组成部分，已是大家无法忽视的事实。所以，我国台湾的《经济日报》就不时地发表题为“国际谈判”的专门文章；日本的有识之士还在 1988 年 6 月成立了“交涉谈判学会”。这个学会的宗旨是将有关谈判的一系列问题理论化，设法为日本

"培养同经济大国相称的有谈判能力的人才",以及"寻找谈判意识方面的改革"。

鉴于形势的要求,如何形成一套适用于我国谈判家所需要的谈判理论和谈判方法,是我国许多理论工作者和谈判实践家正在思考的课题。

谈判是一门涉及学科多、波及知识面广的科学,它决不限于现有的某一种或一组行为科学的框框,而涉及了传统的和当代的行为科学,包括哲学、历史学、法学、经济学、心理学、逻辑学、管理学、普通语义学及控制论、对策与决策论以及一般系统论等,于是便产生了"谈判与心理"、"谈判与语言"、"谈判与文化"、"谈判与思维"、"谈判与逻辑"、"谈判与技巧"……诸方面的问题值得人们去探讨和研究。可见不同的研究者在对谈判这一现象的研究方面是有一定自由度的。

### 1.2 逻辑学是谈判思维的科学基础

在一切的谈判中,自始至终是人的思维在起作用。有人说,"思维是谈判的原动力。"可见谈判者的成功与正确的思维有很大的关系,而逻辑正是人类思维方法的科学总结,是人们思维的工具。由于谈判不仅是对谈判者技能的考验,而且是一场双方智力的拼搏和较量,所以在整个的谈判过程中,逻辑始终是谈判者的得力助手,是谈判思维的科学基础,其具体的表现是:

(1)在大多数情况下,谈判双方对理性的和合乎逻辑的观点都会表示接受,如果发现自己的观点错误时,也愿意加以改正,因为观点总是逻辑推理和思想加工的产物,即便是逻辑使用得不是最好,但它所含有的也是感性态度中所不存在的理智成分,是具说服力的。

(2)当谈判遇到"劲敌",更需要有逻辑的推理能力来帮助自己摆脱困境。因为对公关能力特强的对手,如果你顺从他($P$),那么一定被剥夺了"自由"让人牵着鼻子走($Q$);如果你对抗他($R$),那

么就会使谈判陷于僵局甚至干脆中止，让谈判的目标落空($S$)；或者你顺从他($P$)，或者你反抗他($R$)，其结果或者自己被人牵着鼻子走($Q$)，或者让谈判陷入僵局($S$)。这是谈判者在面对强手情况下，头脑中进行的一个二难推理复杂构成式过程，其结构公式表示为：

$$\begin{array}{c} P \rightarrow Q \\ R \rightarrow S \\ \underline{P \vee R} \\ \therefore P \vee S \end{array}$$

面对这左右为难的处境，为了摆脱窘况，谈判者必须借助逻辑的力量，从对手的需求目标出发，利用对手的弱点，削弱对手的长处，使谈判获得成功，那么怎样才能利用对方的弱点呢？

根据上面的分析，谈判或被人牵着鼻子走($Q$)，或使谈判陷入僵局($S$)。使谈判陷入僵局是和对手的需求目标相悖的($\overline{S}$)，于是只能使弱者被强手牵着鼻子走($Q$)。这是相容选言推理的否定肯定式的具体运用，符号公式为：

$$\begin{array}{c} Q \vee S \\ \underline{\overline{S}} \\ \therefore Q \end{array}$$

由于谈判不是一场棋赛，也不是战争，谈判是双方各有所得从而达成协议，而不是一方独得胜利，而将对方置于被动、从属地位，所以，凡被人牵着鼻子走的谈判($M$)不是一场成功的谈判($P$)，这场谈判($S$)是被人牵着鼻子走的谈判($M$)，故这场谈判($S$)不是一场成功的谈判，这段话用逻辑公式表示就是：

$$\begin{array}{l} MEP \\ \underline{SAM} \\ \therefore SEP \end{array} \text{或写成}(MEP) \wedge (SAM) \rightarrow SEP$$

一场不成功的谈判正反映谈判强手的严重失误，是谈判者不愿看到的结局，所以强手必须在适当的时候，戛然止步，这正是强者的所弱之处。

国外，有一位著名的职业运动员，想得到更高的年度合同酬金，和老板几次谈判，都没能达成满意的协议，不仅如此，总经理的手中还有一张运动员不能跳槽的“保留条款”，迫使这位运动员不得不被人牵着鼻子走，一次次签订了低于应得报酬的合同。这种过分的专横和贪得无厌的作法引起了运动员很大的愤慨，于是，他决定退出体育界，去和影视界的制片商拟订为期5年的合同，因为“保留条款”只能限制运动员跳到别的球队去，却不能阻止他退出体育界。

这么一来，那个总经理突感压力很大，因为这位球星挂鞋而去，俱乐部便会失去许多球迷，总经理的生意也就此告吹了。在此情况下，总经理只能用大大增加报酬的方法来挽留这位球星。这个缺口一旦打开，球队的其他队员也都如法炮制，向总经理“漫天要价”，总经理大有招架不住的趋势。

这位总经理由于一味抵制正当的要求，没有朝着合作的目标努力，老想牵着对方的鼻子走，尽打自己的“如意算盘”，得寸进尺，欺人太甚，终于得到了毁灭性的结局。这个教训是值得谈判者，尤其是谈判强手记取的，而相对较弱的一方，正是运用了逻辑的力量，利用了对手的弱点，使谈判得以成功。

(3)正因为逻辑是谈判者不可缺少的思维工具，台湾学者在研究国际谈判技巧时，特别提出，要重视逻辑在谈判中的作用，主张建立价值逻辑，“以避免谈判时误入逻辑的陷井内”，其实质就是提倡谈判者要有较好的逻辑修养，以便在谈判中立于不败之地。

中国古代齐国的使臣晏子会见楚王，楚王说：“齐国太没有人了！”

晏子接着说：“我们齐国的都城临淄，居民就有七八千户。街上的行人摩肩接踵，怎么能说齐国没有人呢？”

楚王说：“既然有这么多的人，为什么要派你这样的人来当大使？”

晏子说：“我们齐国派大使，有一个原则，对方的国王是有才干

的人，就派有才干的大使去；对方的国王是没有才干的，就派没有才干的人去。我是最不中用的人了，所以只好派到楚国来。”

这个故事把齐国大使晏子运用逻辑才能立于不败之地的情景充分地显示出来了：开始时楚王想侮辱齐国的使臣晏子，采取了骄横的进攻态势。他以“齐国太没有人了”为论题，以“既然有这么多的人，为什么要派你这样的人来当大使”为论据，直接了当地讥讽对方是没有才干的人。而晏子是位古代出色的外交家，有着惊人的智慧和一定的逻辑修养，在这种场合他既不能发火，也不能表示软弱，既要维护齐国使臣的尊严，又要顺利完成使楚的任务。于是采取了不卑不亢的态度，运用充分条件假言推理否定后件式，把话讲得含蓄而有力，表面上自称是最不中用的人，实际上是针锋相对地讥讽楚王是没有才干的国王。晏子具体的推理过程是这样的：

如果对方的国王是个有才干的人($P$)那么就派有才干的大使去($Q$)；我是最不中用的人($\overline{Q}$)，所以，对方的国王是没有才干的($\overline{P}$)。当然，晏子在这里省略了推理的结论，没有把话说明，而把隐含判断留给了楚王。

由此可见，逻辑修养对谈判人员来说，是不可缺少的素质。而分析、研究谈判中的逻辑问题；了解、掌握逻辑在谈判断中的具体运用，更是一项十分有意义的工作。

由于谈判是人类的一种行为，是每个人都可以参与的活动，它又是与人类的其他形式的活动密切相关的，这就决定了谈判自身的内容繁多(有国际军备限制的会谈；有发展中国家进行的全球性谈判；有企业兼并、房地产买卖的经济谈判；有不同地域、国家、民族的文化科技谈判；还有家庭纠纷、离婚调解的婚姻谈判……)局面复杂，过程曲折。正如美国著名谈判理论家杰勒德·I·尼尔伦伯格所描述的：“成功的谈判者，必须把剑术大师的机警、速度和艺术家的敏感能力融合于一体。他必须像一个剑术大师一样，以锐利的目光，机警地注视谈判桌那一边的对手，随时准备抓住对方防线中的每一个破绽，随时洞悉对方策略上的每一个变化，随时利用每

一个微小的进攻机会。同时，他又必须是一个细腻敏感的艺术大师，善于体会辨察对方情绪或动机上的最细微的色彩变化。他必须能抓住灵感产生的一刹那，从色彩缤纷的调色板上选出最合适的颜色，画出构图与色调完善和谐的佳作。”① 可见在谈判中不仅需要谈判者思维的确定性，而且要求其思维具有灵活性。于是，作为逻辑学去探讨人们在谈判思维活动中的程序、模式和方法就应由“静态”的形式逻辑和“动态”的辩证逻辑去共同完成。大家知道，逻辑学在现代是一个包含众多类型，众多分支学科的科学领域，本篇只涉及形式逻辑和辩证逻辑在谈判活动中的应用，可见，谈判逻辑是一门应用性质的逻辑学科，它不是纯理论地研究思维形态的逻辑形式、逻辑规律和逻辑方法，而是研究在谈判思维过程中的逻辑规律、逻辑方法和逻辑形式。并且由于不可能把内容各异、过程错综的所有谈判活动中的逻辑程序一一陈述，所以，这里所谈及谈判中的逻辑应用，仅就一般的情况和谈判的共性而言，疏漏之处也就在所难免了。

## 2 形式逻辑在谈判中的运用

形式逻辑研究的思维形式结构及其规律是客观事物的简单的特性和最普遍关系的反映，是人们进行正确思维的必要条件，因此，它具有普遍意义。

形式逻辑，自从亚里士多德留下的最早的逻辑学巨著——《工具论》以来，经历了漫长的发展道路，也曾披上神学的外衣，但它的工具性质却一直未变。亚里士多德曾把形式逻辑看作是论证的科学工具。17世纪的弗兰西斯·培根把他创立的归纳逻辑称作是发明的工具。马克思主义产生后，形式逻辑虽然发生了巨大变化，但它仍然是一门独立的工具性科学，是人们在各个不同的领域中认

① [美]杰勒德·I·尼尔伦伯格，谈判的艺术，上海翻译公司，第195页。

识事物,表达思想不可缺少的逻辑工具,所以,在谈判的过程中,也毫无例外地必须应用和遵守形式逻辑规律、规则,否则,就不可能反映现实,表达思想和交流看法。

### 2.1 逻辑推理是了解谈判对象的有力工具

谈判无论采取何种风格,合作型的或是竞争型的,谈判的规模不论是大型还是中、小型的,在谈判进行之前,都有一个准备阶段,在这个阶段中,除了对自己要有一个真切的了解,对未来的谈判对手,更应尽一切可能占有各种有关的情报资料去预测他。因为"对人的行为的认识是任何谈判的基本因素。"[①] 所以,当年,肯尼迪总统为前往维也纳同赫鲁晓夫举行首次会谈作准备,曾研究了赫鲁晓夫的全部演说和公开声明。还研究了有关这位部长会议主席的其他资料,甚至包括他的早餐嗜好和音乐欣赏的趣味。所有这些,都能帮助谈判者洞察对手,使自己在谈判时能处于有利的地位。当然,在考察、了解对方的过程中,会运用比较、分析、综合、抽象、概括等理论思维的方法。而更多的则是采用由已知推出未知的推理形式,以加深自己对谈判对手的认识。

2.1.1 林青霞借用推理了解谢晋

最初,台湾著名影星林青霞同意与大陆著名导演谢晋合作拍摄影片《最后的贵族》,就是因为,当年林青霞通过接触对谢晋有了一定的认识,手中已掌握可以和谢晋进行片约谈判的"筹码"。

《最后的贵族》是根据台湾作家(美籍)白先勇的小说"谪仙记",由大陆作家白桦与台湾作家(美籍)孙正国联合改编而成的电影剧本。原作者白先勇认定林青霞就是影片中的第一主角"李彤"。该片导演谢晋看过林青霞的五六部影片,认为她戏路宽,表演富有个性,气质清纯、内向,是扮演李彤的理想人选,而且有点非她莫属之意。林青霞也曾表示很喜欢李彤这个角色。按理说三方面看法

① 《谈判的艺术》第8页。

一致，应该一拍即合，然而由于海峡两岸的隔阂，使彼此缺乏充分的了解，于是联系、洽谈拍摄影片的事，经历了一个较为复杂的过程。具体的情况是这样的：

1986 年 2 月，谢晋从法国参加凯撒国际电影节颁奖活动回国，途经香港时，经美籍华裔、著名演员卢燕的介绍和林青霞见了面。林青霞说，她看过谢导的《牧马人》，“真好，我很喜欢”。谢晋说，这并不是我的代表作，同时向她介绍了筹拍《最后的贵族》的情况，征询林青霞愿不愿来主演？林笑而未答。

1987 年 3 月，谢晋与林青霞在香港再度重逢，谢导陪同林观看了自己导演的四部影片，即：《舞台姐妹》、《天云山传奇》、《高山下的花环》、《芙蓉镇》。观后，林青霞十分钦佩谢导的才华。

1987 年 10 月，谢晋与制片主任，摄影师赴美选看外景，林青霞也接踵赶到洛杉矶与谢晋见面，并直率地说：“李彤的角色对我的吸引力太大了，我理解李彤的内心世界，我就是李彤。为了争取演这个角色，我推掉了四部片约。”至此，争取林青霞主演“李彤”的问题，水到渠成了。不久，林青霞只身单飞上海，和谢晋进行了秘密的拍片谈判。（后来由于台湾当局的干预，主角被迫易人，这是后话。）

从事情进展的整个过程来看，林青霞从笑而未答到只身单飞，和谢导在上海进行谈判，是做了多方面的充分准备，她的思想经历了三个阶段的变化，并借用了逻辑这个思维工具，进行了充分的推断和思考。

1986 年 2 月，当林与谢初次会面时，谢导询问林是否愿意主演《最后的贵族》，“她笑而未答”。这时，林青霞的思维过程是：

只有我所了解的导演($P$)，才能与他合作拍片($Q$)；谢导不是我所了解的导演($\overline{P}$)；所以，她“笑而未答”作了礼貌的回绝。

逻辑公式表示为：$(P \leftarrow Q) \wedge \overline{P} \rightarrow \overline{Q}$

这是运用了必要条件假言推理的否定前件式（现代逻辑称之为“否后律”）来进行推断的。

1987 年 3 月，谢晋与林青霞在香港再度重逢，是林青霞思想变化的关键阶段，期间她在谢导的陪同下看了四部影片，从而产生了“十分钦佩谢导的才华”的看法。

林青霞观看谢晋四部影片的过程，实际上就是了解谢导才能的过程，也是一个运用观察、分析、综合、抽象、概括等逻辑方法的过程，又是进行归纳推理的过程。林青霞的思维活动，用不完全归纳推理的结构公式可表述为：

从影片《舞台姐妹》的导演手法来看，谢晋是有才华的；

从影片《天云山传奇》的导演手法来看，谢晋是有才华的；

从影片《高山下的花环》的导演手法来看，谢晋是有才华的；

从影片《芙蓉镇》的导演手法来看，谢晋是有才华的；

《舞台姐妹》、《天云山传奇》、《高山下的花环》、《芙蓉镇》都是谢导的代表作。

所以，谢导是有才华的。(“我十分钦佩谢导的才华”。)

1987 年 10 月，林青霞跟踪谢晋到洛杉矶，此时林青霞的思维已定势，所以，她直率地表达了自己想演“李彤”的意见。她的逻辑推演过程是这样的：

如果导演是有才华的($P$)，并且角色对我又有吸引力($Q$)，那么我会推掉其他的片约($R$)；

现在谢导是有才华的($P$)，而“李彤”的角色对我又有太大的吸引力($Q$)，所以，为了争取演好这个角色，我推掉了四部影片的拍摄($R$)：

如用符号公式可表示成：

$((P \wedge Q) \rightarrow R) \wedge (P \wedge Q) \rightarrow R$

这就是运用演绎推理中的充分条件假言推理肯定前件式(现代逻辑称为分离律)所必然得出的结论。林青霞正是借用了逻辑了解了谢晋——这个精明能干的谈判对手，从而举行了后来的上海会谈。

2.1.2 运用推理预测对方的需要

逻辑不仅能帮助谈判者了解对手本身，而且是了解对方需要的重要手段，因为任何一次谈判，“谈判的每一方，都有其希望得到满足的各种直接的和间接的需要。考虑到对方的需要，谈判就可能取得成功。忽视这些需要，把谈判当作一场一方全赢，另一方全输的棋赛，结果双方都将遭到失败。”①

美国总统布什和苏联领导人戈尔巴乔夫 1989 年 12 月 3—4 日在马耳他附近的地中海面各自的军舰上会晤。就是一次相互满足需要的谈判。此次会晤是布什倡议的，戈尔巴乔夫立即予以响应。西方舆论称这是件圣诞礼物。当时对美国而言，旨在对戈氏的“新思维”提供新的明确支持，鼓励东欧的“和平演变”形势，同时对缺少活力的美国近期外交注射兴奋剂；而苏联方面，由于国内问题严重地缠绕着戈尔巴乔夫，为急欲取得外交成就以稳定国内局势，需要寻求西方的经济援助以缓解国内困难。所以，当美提出会晤时，苏立即同意。正如谢瓦尔德纳泽一语道破的“双方都认为在明春会晤之前举行一次中期会晤是必要的。我们愿意与西方合作，但必须是平等和互利的合作。”可见，预测需要和满足需要是谈判的宗旨和核心问题。

那么，如何预测谈判对手的需要？又如何满足需要呢？

尼尔伦伯格在《谈判的艺术》一书中，举了这样一个事例：

有一位当今商业界中声誉卓著的“投资家”叫约翰逊。他已拥有一批不同类型企业——旅馆、实验机构、自动洗衣店、电影院等。出于某种需要，他还想跻入杂志出版界。

一名“牵线人”替约翰逊同一位名叫罗宾逊的杂志发行人拉上了关系。罗宾逊发行和编辑的是一份“内容涉及某个日趋发展的专业领域”的杂志，很有前途。而且由于罗宾逊的能干，自己承担了编辑和发行的大部分工作，使杂志成本低廉。在出版界里罗宾逊称得上是一位出色的人物，优秀的发行人。不少大的出版商都主动争取

① 《谈判的艺术》第 9 页。

和罗宾逊合作，同他的那份杂志接近，但均一无收获。为什么呢？当约翰逊决意要获得那份杂志，并想以罗宾逊为核心发展起一套对己有利的专业丛刊时，便在别人失败的基础上，对谈判的对手——罗宾逊进行了调查和观察，把了解到的有关罗宾逊的一些材料，进行分析、综合，采取适当的推理形式做出决断，从而有效地指导自己的行动。

原来，罗宾逊持才孤傲，所以，他不相信“局外人”——那些与他的创造性领域不相干的人，尤其不信任那些“生意人”，特别是那些毫无创造性目的的出版商。

罗宾逊已经有了妻室，并开始添丁增口，所以，他已失去了做一个独立经营者所具有的那种高度冒险的乐趣。（其意是说，罗宾逊的经济已不如前宽裕。）

罗宾逊自己承担了出版的大部分工作，所以，使他对开夜车、把时间花在毫无创造性的簿记工作上，感到厌倦。

约翰逊通过上面三个省略三段论（省略了大前提），比较全面地了解了罗宾逊的情况和需要，于是他进一步进行推理，并作出了相应决策：

如果罗宾逊不相信那些“生意人”，特别是那些毫无创造性目的的出版商，那么应把杂志出版业务的全权交给他；罗宾逊是不相信“局外人”的，所以，谈判一开始，约翰逊就坦率承认，他对杂志出版业务一窃不通，对他来说，合伙的最大利益之一，就是他将有一个指挥全局的行家。

如果罗宾逊已有了经济上的顾虑，那么应让他有一定的资金保障；罗宾逊有了经济上的顾虑，所以约翰逊掏出一张 2.5 万美元的支票，并对罗宾逊说：“任何一项协议——就像我希望和你达成的这项协议，都应当有直接的、看得见的好处。”

如果罗宾逊已厌倦把时间花在毫无创造性的簿记工作上，那么应有一些人听从罗宾逊的差遣，并承担罗宾逊希望摆脱的一切琐碎杂务；罗宾逊已感厌倦，所以，“约翰逊向罗宾逊介绍了他的一

些同事，特别是他的业务经理，并明确表示，这些人将听从罗宾逊的差遣，也将承担罗宾逊希望摆脱的一切琐碎杂务。

约翰逊正是通过逻辑推理预测了罗宾逊的需要，所以谈判开始得非常顺利，经过两次午餐聚会，双方都认为可以进行认真的谈判。最后，通过谈判，罗宾逊同意把自己的杂志转让给约翰逊，为期五年，且在此期间为他做事，并得到了现款为4万美元的保障。由于双方都满足了自己的主要需要：罗宾逊既摆脱了那些较为"乏味"的工作，同时确保对创造性的工作保持完全的控制；有了资金的保障，就有了发展的后盾，也就摆脱了苦恼。约翰逊则得到了一宗值钱的资产（一份有发展前途的杂志）；一个难得的有用人才（罗宾逊）。

所以，尼尔伦伯格说："是什么因素使这场谈判得以成功？是对人的本性的认识、事先的准备工作和战略。所有这些，可以概括为一句话——**满足需要**。"[①] 但是，还有一个很重要的因素，尼尔伦伯格没有指点到，那就是约翰逊调动了智慧的"细胞"，进行了逻辑的分析，科学的推理，最后做出了满足罗宾逊需要的决策，这是他战胜其他出版商的内在原因，也显示了逻辑在谈判中的魅力。

## 2.2 谈判过程必须遵守同一律

2.2.1 谈判双方不同的文化习俗和思维方式是遵守同一律的重要原因

谈判开始，双方走到一起准备面对面地进行会谈，为了建立一种合作的气氛，使双方能融洽地"谋求一致"，须要有个良好的开端。怎样的开端才是良好的呢？谈判双方在"入题阶段"，对谈判中所涉及的重要概念，需要解决的命题，要有一个"同一"的认识和理解。这是因为谈判的双方人员总是或来自不同的国家，或代表不同的地区，或是不同的部门的人，所以，他们的价值观念、立场、经历

① 《谈判的艺术》第11页。

各不相同，他们各有不同的思维方式，不同的文化习惯。例如，"阿拉伯人和欧洲人就有不同的交流方式；美国人，由于其先民在历史上，曾冒着极大的风险，扩大边疆，开辟并建立了新的生活方式，又深受犹太种族的影响，使他们在谈判中的特点是：

——热情奔放。

——业务上兢兢业业。

——把实际物质利益上的成功作为获胜标志。

——对一揽子交易感兴趣。

德国人的谈判特点则是：考虑问题周到，有系统性，准备充分，但德国人性格倔犟，缺乏灵活性和妥协性。

法国人，由于法兰西民族在近代史中有其社会科学、文学、科学技术的卓越成就，民族自豪感很强，所以，其在谈判中的特点是：立场极为坚定，坚持在谈判中使用法语，偏爱横向式谈判，喜欢先为协议勾画出一个轮廓，尔后再达成原则性协议，最后确定协议上的各个方面。

英国人，由于民族工业的发展，航海技术发达，强权加外交形成了帝国联邦，所以，有着严格的等级观念及不同的礼仪。在谈判中，"外交色彩"较浓，谈判较灵活。……"[1]

总之，不同的文化背景，使每个谈判人员无意识地把许多根深蒂固的观念和对问题的认识习惯带到谈判桌上来。所以，当双方走到一起进行交流和会谈时，对于同样的事实，会得出不同的印象，产生不同的解释和感受。比如：一方把事情看成这样(图 23.2.1)，而另一方可能把同一件事看成那样(图 23.2.2)。

也可能双方的认识有相同的地方，但也有许多不同之处，如图 23.2.3 所示。

鉴于上述情况，为了避免谈判中出现"公说公有理，婆说婆有理"的局面，在整个的谈判过程中，必须遵守形式逻辑的同一律，或

---

[1] 引自[英]比尔·斯科特著，贸易洽谈技巧，中国对外经济贸易出版社，1987年版第157－160页。

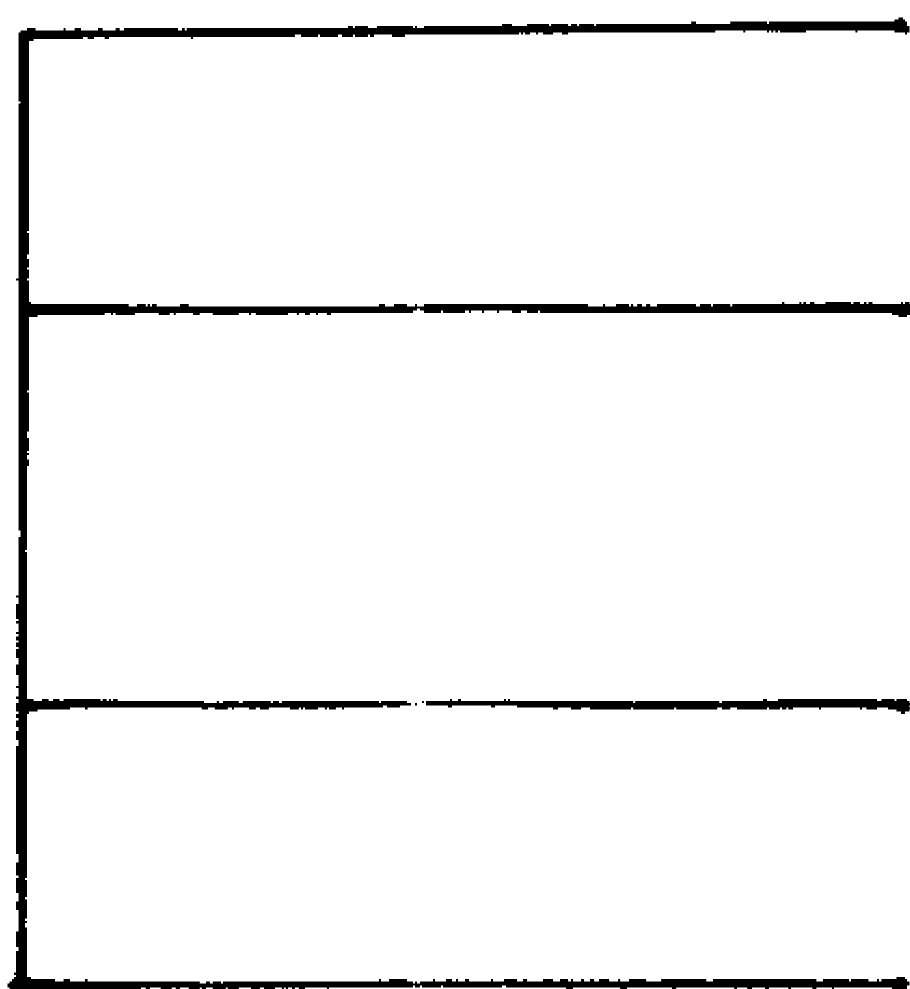


图 23.2.1

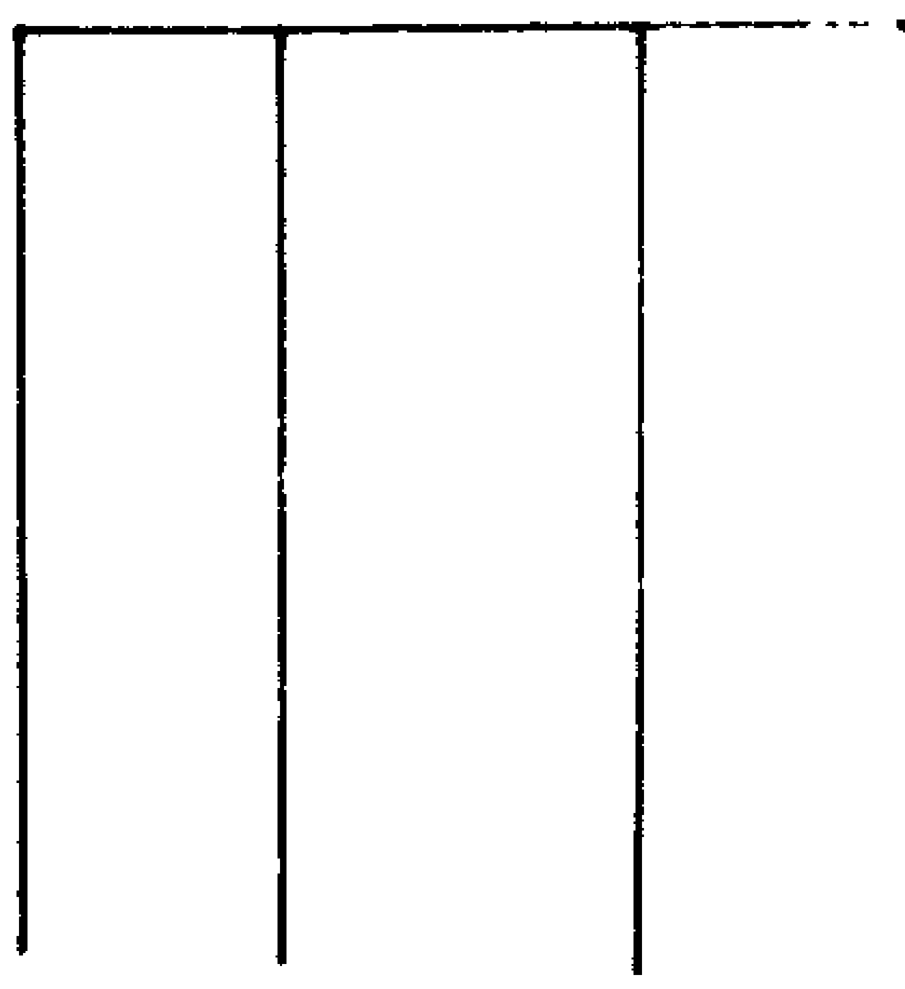


图 23.2.2

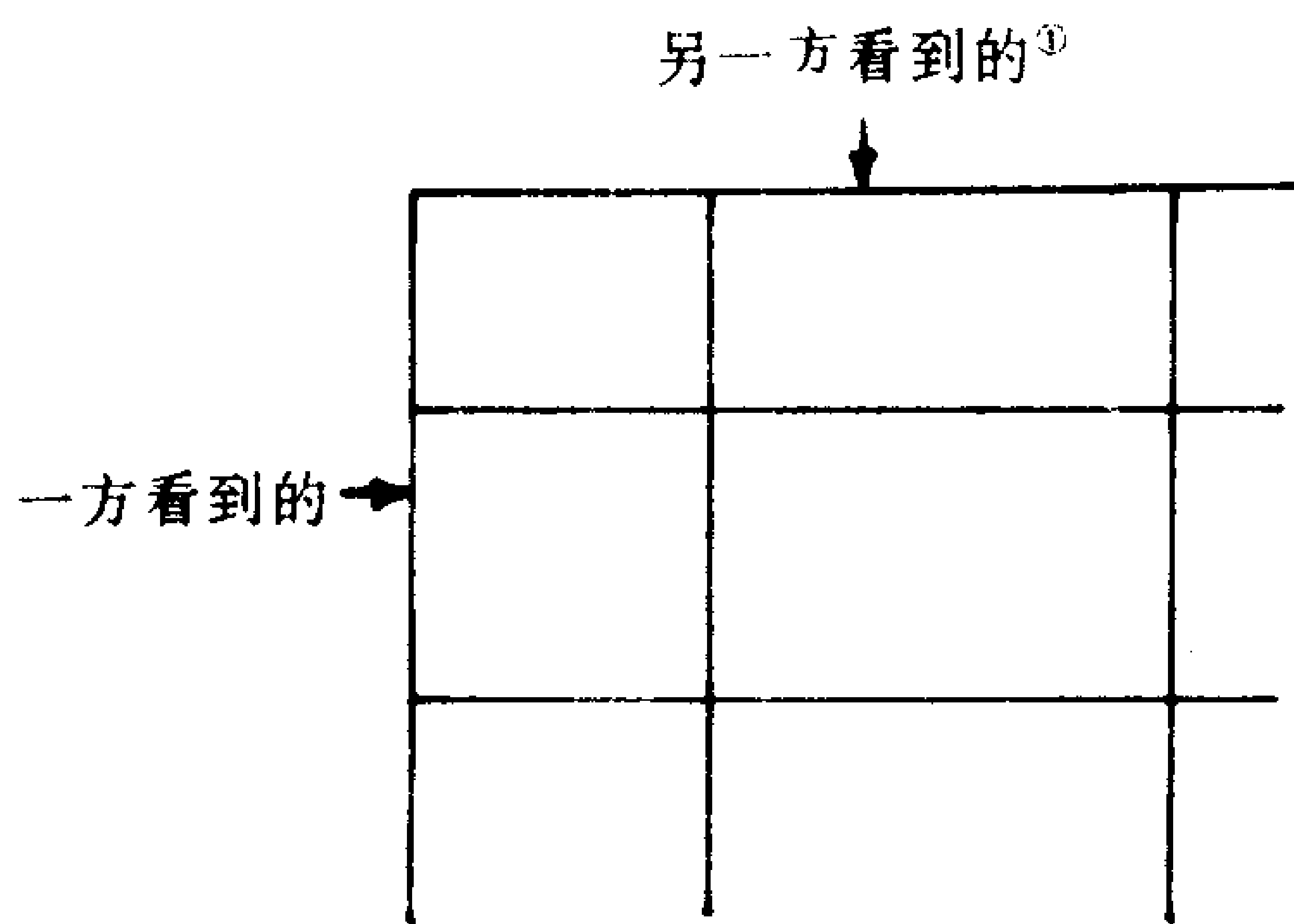



图 23.2.3

者说，同一律是谈判双方在谈判的整个过程自始自终要遵守的逻辑规律。根据“同一律”要求，①人们在同一思维过程中，概念必须

① 引自贸易洽谈技巧，第57—58页

保持同一,不能任意变换;判断也必须保持同一,不能随便转移。

2.2.2 概念必须同一

"所谓概念必须同一,是说在同一个思维过程中,必须保持概念内容不变,原来在某种意义上使用某个概念,就应该一直按照这个意义使用这一概念,决不能随便变换某一概念的含义,也不能把不同的概念加以混淆。违反这一要求所犯的逻辑错误叫'偷换概念'或'混淆概念'。"[1]

所以,在整个谈判过程中,谈判双方所使用的概念要有确定的内容,也就是有确定的内涵和外延。如果概念保持了确定性,那么运用概念进行判断和推理也就可以保持确定性了。反之,如果概念不确定,不能确有所指,既可以指这个又可以指那个,出现了同一个语词表达不同的概念,或不同的语词表达不同的概念,便会造成思想混乱,双方说不到一块去,影响谈判的成功。

1980 年 2 月 14 日,我国遣返入侵西沙海域被俘的越南军事人员,中越双方点交完毕后,我方代表宣布:"入侵我国西沙海域、被中国俘虏的 24 名越南军事人员已经全部交给越方,请越方代表在交接书上签字。"

这时,越方代表却另外拿出一份所谓的接收证明书,说:"还是请你们在这上头签字吧!"

我方代表见证明书上注有越方人员被中国"抓去"的字样,当即给予拒绝。

由于中越两方对 24 名越南被俘人员是"入侵我国西沙海域被俘的"还是"被中国武装人员无理抓去的",产生了分歧,使双方说不到一块去,谈判陷入了僵局,这完全是因越方人员用"无理抓去"概念偷换了"入侵被俘"概念造成的。而且此举也违背了中越双方遣返被俘人员谈判宗旨,是一次非常不高明的偷换概念行为。

所以,当我方出示和宣读了越南被俘军事人员写的侵犯中国

① 摘自普通逻辑,上海人民出版社出版,第 115—116 页。

领海的认罪书，把在场的记者和其他人员的注意力都引到事实上来，从而揭露越方代表故意偷换概念的可耻行径，同时粉碎越方代表的无理取闹。坚持了同一律，完成了遣返被俘人员的谈判任务。

谈判双方所用的概念不仅不能任意的偷换和混淆，而且对同一个概念的含义(内涵)要有统一的理解，否则也会影响谈判的进展。

1989年4月4日，台北奥运会秘书长李庆华赴港，在"富都饭店"及"凯悦酒店"与大陆代表作了三次谈判。

台湾李庆华一再强调："中华台北"中文名称，系台湾自1981年解决奥委会会籍以来一直采用的，较少"政治意味"，应予尊重。大陆代表何振梁则坦诚相告："中国"、"中华"虽一字之差，本来没有什么原则之分。只是因为有人制造事端、多次把"中华台北"说成是"中华民国台北"，这就会令人难以接受。更甚者，国际奥委会委员吴经国在会晤外的各种场合，多次表示：如不能使用"中华台北"，台湾决不考虑赴大陆参赛，希望大陆方面不要坚持台湾使用"中国台北"，而使这次活动受阻。这样，进一步加剧了双方的对峙，使谈判出现了僵局。

后来，双方经过多次唇枪舌战，最后李庆华终于承诺："中华台北"之含义，台湾当局并没有圈定是"中华民国台北"。吴经国也说："中华台北"之名，其意为中华民族之台北。至此，"中华台北"这一概念的含义得以明确，何振梁才亮出底牌：大陆方面尊重台湾方面习惯使用的中文名称——"中华台北"。正是双方统一了"中华台北"概念的含义，顿使会谈的气氛由阴转晴，出现了转机。

2.2.3 判断必须保持自身的同一

在谈判中不仅概念要保持确定性，命题也必须具有确定性，就是说，谈判双方所使用的判断，必须保持它自身的同一，不能用另外的判断代替它，否则便犯了"偷换论题"或"转移论点"的逻辑错误。

又有一次，中越双方的代表在零公里会晤。谈判的主题仍然是

遣返被俘人员。此时,越方节外生枝亮出一个新招,他们在交俘现场突然挂出了"欢呼抗击中国侵略者的伟大胜利"的巨幅横标,顿时,引起了在场近百名外国记者的极大兴趣,照相机、摄象机纷纷对准了横标。越方人员见此情景,自鸣得意,露出了幸灾乐祸的微笑。

但他们未曾料到,具有较高素质的我方武警指战员不为一时的聒噪所动,态度十分冷静,机智果断地,立即当众向越方代表声明:此横标与交俘主题毫不相干,是偷换论题的作法,纯属政治挑衅,无理取闹,必须立即将横标撤离现场!我方人员借用逻辑的同一律,义正辞严地迫使越方代表乖乖地把横幅拉了下来。

诡辩术中的"平行论证"(在西方有的谈判业务员把它称之为"双行道战术")也是谈判中"偷换论题"的一种表现。这种诡辩术的具体作法是:当你论证他的某个弱点时,他虚晃一枪另辟战场,抓住你另一个弱点论战。也可能故意提出新的论题,同时论证,使谈判失去统一方向。

例如,在一次贸易谈判中,买方请卖方介绍报价形成的基础。卖方怕过早泄露自己的情报,对买方的要求不作回答,而是大讲:我对贵方的供货范围的要求不了解,不好做"最终报价"、"目前报价"的可变因素很多,最好请贵方讲明供货范围。这样,卖方避开了买方的要求:"解释目前的报价",反而出了一个新的论题:买方的供货要求是我做"最终报价"的基础,企图把买方纠缠到供货范围中去讨论。把买方要求解释的"目前报价"偷换成"最终报价"。解除的方法是回到谈判的起点,坚持"目前报价"不讲清,买方就无法有"供货意见",所以,卖方应先解释"目前的报价",实质上,以遵守同一律,来使诡辩术失效。

由此可见,谈判是一个极富戏剧性的活动的过程。面谈的双方在伴随着和风细雨的语言交流,感情沟通的同时,还会有惊心动魄的智力拚搏和技巧的考验。美国谈判理论家曾说:"谈判是一种特殊的竞争,它不受任何清规戒律的限制,双方力量水平决定最终的

胜败。"所以,"谈判者的技能水平在决定谈判双方将在多大程度上获得成功问题上起着关键作用。"[1] 尽管如此,为使谈判能取得有效的成果,始终遵守形式逻辑的同一律,将使自己以不变应万变,而立于不败之地。

### 2.3 运用恰当的判断打破谈判的僵局

尼尔伦伯格说:"需要和对需要的满足是谈判的共同基础。要是不存在尚未满足的需要,人们就不会进行谈判。谈判的前提是,谈判双方都要求得到某些东西;否则,他们就会彼此对另一方的要求充耳不闻,双方也就不会有什么讨价还价发生了,即使是一个只求维持现状的需要,亦当如此。"[2] 出于这样的信念,当今的谈判家都笃信"双方都是赢家"的哲理。但是,这种理论并不排除一种可能性,即谈判的一方要比另一方得到更多的满足。所以,谈判的每一方都希望自已在谈判中分享到更多的结果。于是,谈判常常就出现了一些尴尬的局面,僵持的情景。有经验的谈判能手,此时虽然内心十分紧张,表面态度却轻松自如,用微笑进行心理攻势,用幽默的语言、恰当的判断,使谈判对手自觉不自觉地受其影响,达到既打破谈判的僵局,又接受条件的目的。

广东某蔬菜公司一位副科长到某镇调运鲜菜,卖方想趁机捞一把,索价很高,双方僵持不下。眼看城里市场蔬菜供应严重不足,快要脱销,科长心急如火,但他采取了"内紧外松"的策略,摆出了一副泰然自若的样子,用幽默的口吻对卖方说:"其实,你们把我看高了。我不过是个22级的小科长,还是副的,我手里能有多大决定权?再说,夏天这么热,我花大价钱买一堆烂菜帮子回去,能担当得起亏损的责任吗?"

这位副科长的一段话,实际上构成了两个充分条件假言判断,

---

[1] 摘自[美]C·威恩·巴罗,格莱恩·P·艾森合著,谈判技巧,煤炭出版社,第89页。

[2] 谈判的艺术,第18页。

即："如果卖方要价太高，那么22级小科长的我是无权购买的。"和"如果我不购买，那么天气热，蔬菜会腐烂卖主就会有较大亏损。"

这两个假言判断恰当地把卖方的需要巧妙地表达出来了。所以，卖主们听了他的这番话，望望酷暑的太阳，知道蔬菜多积压一天将腐烂不少，损失不小，不禁大为泄气，动摇了索要高价的决心。并且，卖主对科长的"苦衷"和"难处"也产生了某种同情心理，开始妥协。最后终于降低了菜价，达成了协议。而该科长也顺利地完成了蔬菜的调运任务。

科长所用的假言判断是形式逻辑中一种重要的复合判断，它是断定某一事物情况是另一事物情况存在的条件的判断。

从结构上来看，假言判断是由两个肢判断组成。其中一个是对条件的断定，通常称为假言判断的前件；另一个是对依赖该条件的事物情况的断定，通常称为假言判断的后件。

由于假言判断是断定一事物情况是另一事物情况的条件，因而，事物情况之间的条件关系不同，就形成了不同的假言判断。一般地说，就一事物情况作为另一事物情况的条件来看，主要有充分条件、必要条件和既充分又必要的条件之分。

广东某蔬菜公司的科长之所以用假言判断来表达自己的思想，因为买卖蔬菜的行为并未完全实现，价高对买方来说，是导致无权购买的条件；对卖方而言，则会引起亏损的结果，这是个具有"有之必然"的充分条件特点。确切地说，科长用充分条件假言判断来表达的，是很恰当的。因为，充分条件的假言判断是指前件是后件的充分条件的假言判断。所谓前件是后件的充分条件是指：只要存在前件所断定的事物情况，就一定会出现后件所断定的事物情况。在这里，科长把"索高价"作为买方"无权购买"和卖方"经济亏损"的充分条件，较有力地体现了"有之必然"的特点，所以，是很能说服人的。

恰当的充分条件假言判断，不仅能打破谈判的僵局，使谈判继续进行下去，而且可以用来中止谈判对手企图单方撕毁合同，或抛

弃前约的行为。

海南某县属公司与另一个县的工厂签订购物合同，定于一个月内交货，可两个星期后，该工厂见物价暴涨，就想撕毁合同，企图将货高价转卖，攫取更多的利润，某县公司的经销人员闻讯马上前往谈判，力争对方履行合同。

此时，县工厂也早作了舌战一场的准备。不料，县公司的代表并没有用“咄咄逼人”的态度来谴责对方的毁约，却借用逻辑的力量，以恰当的充分的条件假言判断来“敦促”对方改变想法，放弃不守信用的行径。

他的话是这样说的：“这次和贵工厂打交道，我们都感到你们做生意确是非常精明，特别是领导经营有术，令人钦佩，值得我们学习。这次我公司向贵工厂订购的货物，是同另一家大公司合作经营的，若我们不能按期交货给那公司，就可能闹出麻烦，也许到时还要请贵工厂出面解释一番。我们的困难，想必你们是可以理解的。另外，我们是老主顾了，此次虽出了些矛盾，但将来还要打交道的。若贵工厂无意间让我公司蒙受损失，不仅中断了我们的生意交往，也会使想同贵厂做生意的新客户退而三思。再说，目前贵厂客户众多，业务兴旺，倘若他们知道贵厂单方面撕毁这项合同，就会觉得你们不守信用，不可信赖，难以合作，极可能减少或中断业务。那样，贵工厂就得不偿失了……。”

在这一番话中，公司代表运用赞美的语句，隐含了“敦促”的话意，构成了一个很有威胁性的充分条件假言判断：“如果贵厂单方面撕毁合同，那么不仅中断了我们之间的生意交往，而且使贵厂的众多客户退而三思，极可能减少或中断业务。那样，贵工厂就得不偿失了”。这一判断，既恰当又自然，巧妙而不诡辩，充分显示了公司代表的逻辑的功力和公关的艺术。终于督促谈判对方改变初衷，愿意继续合作。这不能不说是一次谈判逻辑的胜利。

## 2.4 二难推理在谈判中的妙用

二难推理，就是由两个假言前提和一个选言前提构成的，并且根据假言、选言判断的逻辑性质进行推演的一种演绎推理。由于它的结论往往使人面临一种困难的境地，所以被常常用于辩论。也就必然成为谈判者的得力工具。谈判的一方运用它指出两种可能，又由这两种可能引伸出使对方难于接受的结果，从而迫使对方陷入进退两难的尬尴境地。这就是二难推理在谈判中所显示的力量。

著名古希腊的"半费之讼"就是在谈判中运用二难推理的典型例子：

古希腊有一个名字叫欧提勒斯的人，向智者普罗塔哥拉斯学法律。两人签订了合同：学生先付一半学费给老师，另一半待学生毕业后第一次出庭打赢官司时付清。但欧氏毕业后，由于某种原因，迟迟未出庭打官司，而老师则收费心切，于是向法院提出了诉讼，诉讼中应用了二难推理：

如果欧氏这次官司打赢，那么按照合同，他应付给我另一半的学费；

如果欧氏这次官司败诉，那么按照法庭的判决，他也应付给我另一半的学费；

这次官司欧氏或打赢或败诉

---

所以，他总应付给我另一半的学费。

老师本以为通过这个推理，可以收到学生的另一半费。未曾料到，良师出高徒，学生竟来了个"以其人之道还治其人之身"，针对老师的"二难推理"，欧提勒斯提出了一个相反的"二难推理"——

如果我这次官司打赢了，那么按照法庭的判决，我不应支付老师的另一半学费；

如果我的官司败诉，那么按照合同，我也不应支付老师的另一半学费；

所以，我都不应支付老师的另一半学费。

据说，这场官司难倒了法官，使其束手无策，作不出判决。

实际上，普罗塔哥拉斯所构造的“二难推理”是不合理的，在这里他采用了两个不同的，却是有利于自己的标准，即按照师生合同和按照法庭判决。因而是诡辩。

而学生欧提勒斯如法炮制。他制造的反二难推理也有一个前提是虚假的。所以，也是诡辩。

可见，如果二难推理的前提是虚假的（或假言判断的前件和后件没有正确地表现理由和推断的关系，或是选言前提没有穷尽所讨论问题的可能），或者没有遵守推理的规则，那么很容易成为谈判者手中的诡辩工具。这是参加谈判的人员应当警觉的事。

如果前提是真实的，而且又遵守了推理的规则，那么二难推理在谈判中常常被用来批驳荒谬的观点，使有荒谬观点的谈判对方陷于困境。

纪昀是清朝乾隆时期有名的学者和大臣。有一次，他和乾隆皇帝同游汨罗江。这儿是战国时期楚国三闾大夫屈原自尽殉国之地。乾隆借此给纪昀出了一个荒谬的难题：

乾隆问纪昀：“君要臣死，臣应如何？”“臣当万死不辞。”纪昀不假思索地回答。“卿是朕的忠臣，为表露你的一片衷肠，我命你立即投水而死。”

“臣领旨！”

纪昀奔向船头，却并不跳下江去，站在船头呆呆地自言自语一番，又回身跑到乾隆面前。

乾隆责问道：“如何不遵朕的旨意？”

纪昀不慌不忙地回答说：“臣正要投水，三闾大夫屈原从江中跳起来骂我道：‘纪昀小子，你要做千古罪人吗？当年我投水，是因为楚王昏庸，楚国即将灭亡。现在皇上英明，国家昌盛，你却要投汨

罗，你要将当今英主比作何人？'陛下称臣为忠臣，臣岂能罔上诬主？所以不敢投水。"

乾隆一听，畅怀大笑，不得不将他亲手扶起。

这里聪明的纪昀，运用自己的智慧，巧借二难推理的形式，置乾隆皇帝于"进退两难"之中，既解了乾隆的荒谬难题，又把乾隆"将住"了。他的具体思维过程是这样的：

如果我投江($P$)，那么说明乾隆昏庸($Q$)并且大清即将灭亡($R$)；

如果乾隆英明($S$)并且大清昌盛($F$)，那么我不能做千古罪人去投江(即不应效屈原投汨罗)($\overline{P}$)

或者我投江($P$)，或者乾隆英明，并且大清昌盛($S \wedge T$)

---

所以，或乾隆昏庸并大清即将沦亡($Q \wedge T$)，或者我不投江($\overline{P}$)

同符号表示为：

$(P \to (Q \wedge T)) \wedge ((S \wedge T) \to \overline{P}) \wedge P \vee (S \wedge T) \to (Q \wedge T) \vee \overline{P}$

这是一个复杂二难推理的构成式。这样的论式可以使对方无论怎样选择，都是无法接受的。纪昀迫得乾隆不得不自嘲地畅怀大笑，把他亲手扶起。

二难推理由于它极有力量，又无可辩驳，所以，有时可用来促使谈判的进行。1986年5月27日《报刊文摘》登载了这样一条消息：

1797年，拿破仑将军偕同夫人一起去参观卢森堡大公国第一国立小学。在辞别的时候，拿破仑慷慨、潇洒地向该校长送上一束价值三个金路易的玫瑰花时说："为了答谢贵校的盛情款待，我不仅今天呈上一束玫瑰花，并且在未来的日子里只要我们伟大的法兰西国家存在一天，每年的今天，我将亲自派人给贵校一束价值相等的玫瑰花，作为法兰西与卢森堡友谊的象征。"然而，时过境迁，疲于连绵不断的战争，与此起彼伏的政治事件，最终因滑铁卢惨

败，深陷囹圄——被放逐到大西洋圣赫勒拿岛上的拿破仑，早已把青年时代踌躇满志时的那个"卢森堡"许诺忘得一干二净。可是，卢森堡这个友邦小国却把这段"欧洲人与卢森堡孩子亲切、和谐相处的一刻"载入他们的史册。

1984年底，这件相隔近200年的轶事竟给法国惹出了个大麻烦来——卢森堡通知法国政府，提出了"玫瑰花悬案"之索赔要求。要求中说，如果法国政府全部清偿这笔"玫瑰花悬案"的外债，则说明拿破仑是一诺千金的伟人。如果政府不清偿这笔外债，则就应承认你们的一代伟人拿破仑是个言而无信的小人。政府接到通知，真是"左右为难"、"进退维谷"。虽说是一束价值三个金路易的玫瑰花，但200多年来利加利、利滚利，是一笔数额不少的款项，就因为拿破仑一句不负责任的话语，支付给卢森堡如此巨款实在心不甘，但也不能接受"拿破仑是个言而无信的小人"的事实。在此情况下，法国政府被迫与卢森堡公国进行了会谈，谈判结果，以法国在任何情况下，都在道义上支持卢森堡为条件，结束了这个"玫瑰花悬案"。

可见，正是卢森堡的通知中蕴含了一个二难推理，才迫使法国与其进行谈判的。这个二难推理的具体过程是这样的：

如果政府认为拿破仑是一个一诺千金的伟人($P$)，那么应全数清偿这笔"玫瑰花悬案"的外债($Q$)；

如果法国政府不清偿这笔外债($\overline{Q}$，那么法国就应承认你们的一代伟人拿破仑是个言而无信的小人($R$)；

或者法国政府认为拿破仑是一个一诺千金的伟人($P$)，或者法国政府不清偿这笔外债($\overline{Q}$)

所以，或法国政府全数清偿这行"玫瑰花悬案"的外债($Q$)，或承认一代伟人拿破仑是个言而无信的小人($R$)。

符号公式表示为：

$$(P\rightarrow Q)\vee(\overline{Q}\rightarrow R)\wedge(P\vee\overline{Q})\rightarrow Q\vee R$$

而这个结果，无论法国政府如何选择，都是无法接受的。

在谈判中，二难推理的语言表达形式并不机械地按照前提和结论那样的顺序来呈现的，而是多种多样的。一般有如下几种情况：

2.4.1 用句群的语言形式

毛泽东同志在《湖南农民运动考察报告》中的一段话，就是用句群的语言形式表达的二难推理：

“一切革命的党派，革命的同志都将在他们面前受他们的检验而决定弃取，站在他们的前头领导他们？还是站在他们的后头指手划脚地批评他们呢？还是站在他们的对面反对他们呢？每个中国人对这种三项都有选择的自由，不过时间将强迫你迅速地选择罢了。”

这段话，把它规范化一下就是：

如果站在农民运动的前头领导农民($P$)，那他就是革命的($Q$)；

如果站在农民运动的后头指手划脚地批评他们($R$)，那么就是怀疑革命($S$)；

如果站在他们的对面反对他们($T$)，那他就是反革命($U$)；

革命学派、革命同志或站在他们的前头领导他们($P$)，或站在他们的后头指手划脚地批评他们($R$)，或站在他们的对面反对他们($T$)：

所以，革命党派、革命同志或者是革命的($Q$)，或者是怀疑革命的($S$)，或者是反革命的($U$)。

公式表示为：

$$(P \to Q) \wedge (R \to S) \wedge (T \to U) \wedge (P \vee R \vee T) \to Q \vee S \vee U$$

2.4.2 用无条件复句的语言表达形式

鲁迅在《杂语》中说的一段话，就是用无条件复句来表达的二难推理：“称为神的和称为魔的战斗了，并非争夺天国，而是要得到

地狱的统治权，所以无论谁胜，地狱至今也还是照样的地狱。”①

将其规范化便是：

如果神战胜了($P$)，那么地狱照样是地狱($Q$)；

如果魔战胜了($R$)，那么地狱仍照样是地狱($Q$)；

或者神战胜了($P$)，或者魔战胜了($R$)。所以，地狱总照样是地狱($Q$)。

这是一个简单二难推理的构成式，通过这个推理，从复杂的问题中得出结论，更有力地揭示了事物的本质。

2.4.3 用反诘句来表达二难推理

周恩来同志当年批评勃列日涅夫等人，用的就是反诘句。周恩来同志说：“你那么想缓和世界局势，为什么不做一两件事情，比如从捷克斯洛伐克或者蒙古撤退军队，归还日本北方四岛，来证明你的诚意呢?”其推理形式是：

如果你想缓和世界局势($P$)，那你就应该从捷克斯洛伐克或蒙古撤退军队($Q$)；

如果你真想缓和世界局势($P$)，那你就应该归还日本北方四岛($R$)；

你或不肯从捷克斯洛伐克或蒙古撤退军队($\overline{Q}$)，或者也不愿归还日本北方四岛($\overline{R}$)

所以，你就不是真想缓和世界局势($\overline{P}$)

符号公式为：

$(P\rightarrow Q)\wedge(P\rightarrow R)\wedge(\overline{Q}\vee\overline{R})\rightarrow\overline{P}$

这是简单二难推理的破坏式。

2.4.4 用复杂问语表达二难推理

第二次世界大战结束后，美国合众社社长霍培利问话斯大林：“芬兰在赔偿清理后还可以成为一个独立国家吗?”这句话实际上隐含了一个简单二难推理的构成式：

① 鲁迅全集(十卷本)，第七卷 72 页。

如果现在芬兰赔偿清理后还可以成为一个独立国家($P$)，那么，芬兰过去就不是一个独立国家($Q$)；

如果现在芬兰赔偿清理后不能成为一个独立国家($\overline{P}$)，那么，芬兰过去也不是一个独立国家($Q$)；

或者说芬兰可以成为一个独立国家($P$)或者说芬兰不能成为一个独立国家($\overline{P}$)；

所以，芬兰过去不是一个独立国家($Q$)

符号公式表述成：

$(P\rightarrow Q)\wedge(\overline{P}\rightarrow Q)\wedge(P\vee\overline{P})\rightarrow Q$

斯大林对这个复杂问语未作简单的回答，因为不管是肯定回答，还是否定回答，都将承认霍培利暗含的一个假设，即"芬兰过去不是一个独立的国家"，所以，斯大林说："这个问题不合理，芬兰从前是，现在仍然是一个独立的国家。"这样就揭穿了霍培利别有用心的诡计。

## 2.5 在谈判中，调动多种逻辑形式进行证明和反驳

### 2.5.1 反证法的威力

证明是理性认识阶段的一种思维形式。在谈判过程中为了使自己提出来的看法、观点能"以理服人"、"令人信服"，必须进行口头论述形式的证明。

证明要做到"言之成理"、"持之有故"必须遵守充足理由律。

充足理由律用公式表示为：$B\wedge(B\rightarrow A)\rightarrow A$，就是说，$A$ 真，是因为 $B$ 真并且"如果 $B$，则 $A$"真，$A$ 表示需要证明的论题，$B$ 和 $B\rightarrow A$ 表示用来确定 $A$ 真的判断，称之为论据或理由。

证明时，所运用的论证方式，可以是演绎证明(即根据一般性原理来论证特殊性论题的证明)，也可以是归纳证明(即用特殊的事实判断来证明一般性原理的论题)，更可以是演绎，归纳并用的逻辑证明。

在证明的方法上，既可以采用直接证明的方法(就是从论据按

照推理规则直接得出论题为真的证明），也可以采用间接证明的方法（即论题不是直接从论据按照推理规则得出的，而是通过证明与论题有关，但与论题不能同假的另一个或几个判断的假来证明论题为真的证明）。间接证明或采用反证法（即通过证明与原论题相矛盾的判断为假，然后根据排中律，由假推真证明原论题为真的方法），或取选言证法（即把被证明的论题看作是有关该问题全部可能成立的几种假定中的一个，由证据证明，除论题这一假定外，其他几种可能情况均有假，于是通过选言推理的否定肯定式，确定论题真）。

在谈判过程中，间接证明往往是一种更为有力的思维工具。

有一次，日本新日铁公司给我国宝山钢铁公司寄来一箱资料，清单上写明资料有6份，但开箱清点后发现只有5份，于是宝钢的同志就向新日铁驻宝钢联络组交涉，双方进行了一次谈判。在谈判中，日方说："我方提供给贵方的资料，装箱时都要经过几次检查，不可能漏装。"宝钢的同志则说："我们开箱时有多人在场，开箱后又经过几次清点，是在确实判定材料缺少后才向你们交涉的。"双方各执己见，谈判陷于僵局，问题难以得到解决。后来，宝钢的同志重新作了准备，和日方再次进行谈判。在谈判中他们充分运用逻辑证明，论证了自己观点的正确。

首先，他们列举了资料缺少的三种可能情况：

或是日方漏装（$P$），或是运输途中散失（$Q$），或是我方开箱后丢失（$R$）。

接着，指出：

如果资料是运输途中散失的（$Q$），那么木箱肯定有破损（$S$），现在木箱完好无损（$\overline{S}$）；

所以，资料不是运输途中散失的（$\overline{Q}$）

公式表示为：

$(Q \to S) \land \overline{S} \to \overline{Q}$

接着，又指出：

如果资料是我方开箱后丢失的($R$),那么木箱上所印的净重就会大于现有五份资料的重量($T$);

现在木箱上所印的净重正好等于现有的五份资料重($\overline{T}$)

所以,资料不是我方开箱后丢失的($\overline{R}$)

公式表示:

$(R \to T) \wedge \overline{T} \to \overline{R}$

在采用了两次反证法后,我方又运用选言证法提出:既然一共是三种可能,而现在两种可能已被否定,那么就可以肯定仅有一种可能情况的存在,即资料的缺少是由于日方漏装所致。

公式表示:

$(P \vee Q \vee R) \wedge \overline{Q} \wedge \overline{R} \to P$

这个论证逻辑严密且理由又非常充分,所以使日方无言以对,只得同意发电报回去查询,后来,事实证明,确系日方漏装,最后使问题得到了圆满的解决。①

2.5.2 归谬法的魅力

反驳在谈判过程中,是针对谈判对手在论述问题时出现了错误,常用的一种逻辑手段。

如果谈判对方在论述问题的过程中,或论题、或论据、或论证方式等方面存在错误,或几个方面的错误兼而有之。在这种情况下,不但要指出对方论述中存在的错误,而且要对其为什么是错误的进行论证,这就是反驳。

在反驳中,归谬法是一种很有力的反驳武器,所以,它经常被运用于谈判之中。

1936 年 4 月初(西安事变前夕),周恩来同志和当时的东北军司令张学良将军在延安城内的一个天主教堂内有一次秘密的会谈。在会谈中,张学良说,他从意大利回国,曾相信法西斯主义,总以为法西斯独裁是可以救中国的。周恩来听后,运用了归谬法巧妙

① 例子引自徐庆凯,孟自黄,生活中的逻辑,第 122 页。

地反驳了张学良的错误观点。周恩来同志语重心长地说,"在中国这样的环境里,搞法西斯独裁,不要民主,也不要人民大众,看不到人民抗日的伟大力量,就不可能树立真正的抗日信心。打内战、只能为亲者痛,仇者快,让人民遭殃,让日本帝国主义喜欢。因此,只有停止内战,一致对外,实行民主,给人民以自由,才能调动起千百万民众抗日的力量,把日寇赶出中国,把中国引向光明的前途。"①

周恩来同志的这段话,我们用归谬法的结构分析,就是:

[反驳论题]法西斯独裁可以救中国

[归谬过程]

如果法西斯独裁可以救中国,那么就看不到人民抗日的伟大力量;

如果看不到人民抗日的伟大力量,那么就不可能树立真正的抗日信心;

如果没有树立真正的抗日信心,那么就要打内战;

如果打内战,那么只能为亲者痛,仇者快,让人民遭殃,让日本帝国主义喜欢;

让日本帝国主义喜欢是荒谬的;

所以,打内战是错误的。

因为打内战是错误的,所以"法西斯独裁可以救中国"的论点也是站不住脚的。

正是当时周副主席一番析理入微的话,帮助了张学良,使他认识到:走法西斯独裁的道路是绝对行不通的。从而为不久的"西安事变"的发生,做了一定的思想准备。

2.5.3 类比反驳的幽默

类比反驳就是以类比推理形式为论证方式所进行的反驳。

这种方法的特点是把两种具有某些相同或相似属性的事物进行比较,用一个事物的属性来说明另一个事物也应具有该属性。在

① 摘自李云峰,西安事变史实,第109—110页。

谈判中运用这种方法往往会具有较强的幽默感，一般能起到既驳斥谬误又缓和谈判气氛的作用。

我国新疆阿勒泰地区，中方边防代表周玉堂大校，在一次恶性涉外事件会谈中，就是用类比反驳的方法，卫护了国威、妥善地解决了问题。事情是这样的：

1987年上半年，一名犯罪分子在我境内行凶杀死数人后，携枪逃往苏联并继续作案。对方的边境会晤机构照会周玉堂：速来商谈此事。苏驻华大使馆也就此通知了我国外交部。

会谈开始，周玉堂首先发言："中方一名罪犯，在行凶后持枪逃入苏境，请协助缉拿，并交还中方。若罪犯在苏境继续作案，我们表示歉意。"发言实事求是，态度诚恳。

苏方代表说："中方武装军人越界开枪在我境内打死我4名公民和1名军官，并纵火烧毁我房子，我们强烈要求中方承担一切后果。

"有证据吗？"周问。

对方掏出一叠现场照片，接着说："此次事件要写一个共同协议，在国际上公开，你们中方军队越境开枪打死我无辜的公民和军人，我们要求中方向死者家属赔偿一切经济损失。"

面对严峻的事实和局面。周玉堂冷静地回答："第一，过去我们曾共同努力，成功地处理过不少边境事务，相信这次也一定能处理好；第二，我再次声明，这一切是犯罪分子所为，他根本不是军人，不能说中国军官在苏境行凶。"

"他说他是军官。"

"他冒充。"

"他打枪打得很好，很准。"

"这也不能说明他是军人，我们很多人会打枪，特别是边民，枪打得很好，就像你边防代表同志，虽不是文艺工作者，但你的手风琴却拉得很好一样的道理。"

"那他也不应该跑到我们境内行凶。"

“他也不应该在中国境内行凶。罪犯在中国有，在苏联也有，我们都应该做好预防工作。”

“我同意你的观点。”

“请问罪犯现在在什么地方？”

“他放火烧房子，自己也烧死了。”

“罪有应得！他死了，也就是付出赔偿。至于另一个共同协议的问题，我认为这对解决问题丝毫没有帮助。难道我们今后不再继续合作了吗？”

“不！不能影响我们的合作。”

周玉堂正是把手风琴拉得很好的苏联边防代表同志不是文艺工作者这一事实，和枪打得很好的不能说明罪犯是军人加以类比，幽默而有力地反驳了苏方指控的“中方武装军人越界开枪，在苏境内打死苏4名公民和1名军官”关键论点，扭转了双方剑拔弩张的局面，缓和了双方紧张、对立的会谈气氛，化险为夷，既捍卫了祖国的尊严，又维系了双方的睦邻友好。确是一位出色的外交官。

## 2.6 谈判中的提问是一种逻辑的艺术

提问是获得信息的另一种手段，是交流思想的窗口，是一种有用的谈判工具。在谈判中，提问有时能决定谈话、辩论或论证的方向，因为恰当的提问往往会驾驭谈判的进展，就像水龙头控制着水的流量一样。恰当的提问还能使对方对你的主张、观点进行认真的思索。所以，在谈判中必须审慎地运用提问。

提问又称问题，是一种人们经常运用的思维形式，它的逻辑特征，可以从以下几个方面来进行分析：

### 2.6.1 提问的逻辑结构

任何提问都是由两部分组成的：一是已知成分；一是未知成分。

已知成分包括组成问题的有关概念和隐含在问题中的判断部分。例如，问“在电影《阿Q正传》里，阿Q的扮演者是谁？”其中已

知成分既包括有关的概念“电影《阿Q正传》、“阿Q的扮演者”还包括隐含判断“影片《阿Q正传》是存在的”,“主角阿Q是有人扮演的”。

未知成分就是问题所提出的疑问,通过疑问代词(如“谁”、“什么”、“怎样”、“为什么”等)和疑问语气词(如“吗”、“呢”,等)表示。

问题和判断虽是不同的思维方式,但两者却有着密切的联系,这种联系可以用“判断—问题—判断”这样的公式来表示。前半段“判断—问题”的意思是:任何问题是以一定的判断为基础的,这个判断就是问题已知成分中的隐含判断,它是一个问题成立的基础:后半段“问题—判断”的意思是:任何问题都希望得到回答,而这种回答一定是判断。对上面问题的回答:“阿Q的扮演者是严顺开同志”就是一个判断。

一般地说,问题的语言表达形式是疑问句,但并不是所有的疑问句都表达问题,如无疑而问的反问句,“这不是诡辩吗?”等于说,“这是诡辩”,它所表述的其实是个判断。而有时非疑问句也可以用来表达一个问题,如“分析一下,第一次谈判失败的原因!”等于在问,“第一次谈判失败的原因是什么?”这是用祈使句表述的问题。

2.6.2 提问的逻辑重点和类型

根据提问的未知成分规定了问题的逻辑重点。问题的逻辑重点可以落在主项上,如“谁是《阿Q正传》的作者?”逻辑重点也可以在谓项上,如“《阿Q正传》是哪一年发表的?”逻辑重点还可以落在联项上,如“《阿Q正传》是不是鲁迅写的?”

由于问题的逻辑重点(即疑问所在)不同,对回答的要求也不同,提问的形式归纳起来,大致有如下几种:

(1)判断型(是什么)提问

这类问题要求对“是什么”作出判断,如“小王是演员吗?”“什么书是世界上最早的一部天文学著作?”……

(2)说明型提问

这类提问要求对“怎么样”(包括“怎么”、“怎样”、“如何”等)作

出说明，或说明静态(如对性质、状态进行描述)，如问："在创作中你追求怎样的风格和方法?"或说明动态(即对发展变化的过程和某种程序进行叙述)，如：评论家陈中复和女作家彭名燕对话中，就用了这类的提问方式，"您以前是电影演员，曾经在许多影片中担任过角色，后来怎样从影坛走上文坛的?"或说明事理，如"通过影片所赋予的哲理色彩让人们去思考：真正的爱情应是怎样的?"

(3)论证型提问

这类问题是要求对"为什么"进行论证：或论证某事物的存在，出现的原因，如问："为什么不少演员向您预约，希望在您的新片中担任角色?您能告诉我其中的原因吗?"或论证某论题成立(或不成立)的根据，如"学习马克思主义理论为什么不能死记硬背，生搬硬套?"

2.6.3 提问的问域

既然提问是一种提出疑问要求回答的思维形式，所以，必须给定一个要求回答的范围。这个范围，就是问域。如果问域不明确，回答就不好控制。如问："鲁迅是什么人?"对这个问题可以有几种回答："鲁迅是现代人"；"鲁迅是中国人"；"鲁迅是浙江绍兴人"；"鲁迅是我国现代伟大的无产阶级文学家、思想家和革命家"；……

可见，问域对答话有制约作用。在问域之内作出的回答，叫可能回答；超出问域的回答，就是答非所问。在谈判中，有时答非所问也是一种智慧的表现。

一位发达国家的外交官问一位非洲国家的大使："贵国的死亡率想必不低吧?"那位大使答道："跟你们那儿一样，每人死一次。"对话中，大使的回答是明显的所答非所问，因为外交官的话是就整个国家的死亡情况而言，而大使的答话是就每个人的死亡情况来说的。这位大使运用此法的目的，是为了回敬那位外交官的傲慢、无礼和污蔑，显得得体而又艺术。

在答话中，还有一种回答叫做"超量回答"，这种回答，看来好像超出问域，似乎是答非所问，但实际上已隐含了所需要的内容。

如：

问："影片《红高粱》是不是谢晋导演的？"

答："《红高粱》是张艺谋导演的。"

这个答话，不仅隐含了否定的回答"不是谢晋导演的。"而且进一步"超量"告诉对方是"张艺谋导演的"。所以超量回答不是答非所问。

综上所述，表述得体的提问是一种有力的谈判手段。但是在谈判中提什么问题，如何表述问题，何时提出问题都是很值得研究的。审时度势的提问，能使谈判按照你的意愿去进行，得到理想的结局。

传说，文成公主既美丽又聪明，她选驸马的条件之一，就是：求婚者谁能提出问题难倒她，她就嫁给谁。当时许多求婚公子，提出了各种各样稀奇古怪的问题，来难文成公主，都被她对答如流的回答破析了，他们中的大部分人高兴而来，败兴而去。

唯有松赞干布用智慧，很坦诚恳切地向文成公主提了一个问题："请问公主，为了使您成为我的夫人，我应提什么问题才难倒您？"文成公主听了，进退维谷，只好实践诺言，应下了婚事。这是因为聪明的松赞干布的提问，隐含了一个二难推理的简单构成式，即：

如果你能告诉我一个可以难倒你的问题($P$)，那么我就可以用那个问题来难倒您，你就能成为我的夫人($Q$)；

如果你不能告诉我那个可以难倒您的问题，($\overline{P}$)，那么我这个提问本身就难倒了您，您也要成为我的夫人($Q$)；

或者你能告诉我($P$)，或者你不能告诉我($\overline{P}$)，

总之，您能成为我的夫人($Q$)。

符号公式表示为：

$P \rightarrow Q$

$\overline{P} \rightarrow Q$

$P \vee \overline{P}$

∴Q

美国的尼尔伦伯格说:“在谈判中适当地进行提问”,除能得到信息外,“我常常还能发现对方的需要,知道对方追求的是什么,我就能以此来指导以后的谈判。”“主导谈判的方向。”①

## 3 辩证逻辑对谈判的意义

辩证逻辑不同于形式逻辑,它不象形式逻辑那样,仅从既成的思维形式结构的稳定性关系方面来研究思维形式,而是更深入一步,结合思维的具体内容来研究思维形式的内在矛盾,它不象形式逻辑“满足于把各种思维活动形式,即各种不同的判断和推理的形式列举出来和毫无关系地排列起来。相反地,辩证逻辑都由此及彼地推出这些形式,不把它们互相平列起来,而使它们互相隶属,从低级形式发展出高级形式。”②

根据辩证逻辑思维要求,人们在谈判中必须树立全面的观点和发展变化的观点。

### 3.1 运用辩证逻辑的概念,制止对方的无理要求

一个美国卖主因买方要求交货期推迟三个月而提出涨价3%。理由是:三个月经济形势变了,以年通货膨胀率12%计,每季度平均3%。买主的回答是:如果经济形势确是变了。那么我希望以第三国家报纸为依据,若劳务和材料价上涨,则涨价3%;若下降,则降价3%。并要把此话写入合同。结果,美商放弃了涨价3%的要求。可见是辩证逻辑的按价格本身实际变化具体的“调价”概念保护了买方,说服了卖方,制止了他的不合理要求。

---

① 谈判的艺术,第94页。
② 马克思恩格斯选集,第3卷,第545—546页。

### 3.2 运用辩证思维的判断使谈判者认识问题更加全面

与形式逻辑的“是则是”、“否则否”的静态断定不同，辩证思维坚持“是中有否”、“否中有是”的动态断定。这种动态断定，一般说，有四个方面的对立统一，即“同一与差异”、“肯定与否定”、“个别与一般”、“现象与本质”。

“同一与差异”的对立统一。

如在“没有不赚钱的商人”论断下，谈判者还可以发现有“不尽是只讲钱不讲友谊”的商人，这些商人或持战略眼光，为长期合作而肯薄利多销；或为促进双边友谊、两国经济贸易关系者；或重在名垂千古而解囊相与者。这同一中的差异会使谈判人在感情上、策略上有更丰富的变化。

“肯定与否定”的对立统一。

如在讨价与还价的过程中，无论是买方还是卖方，在谈判中都十分注意，每次谈判得到什么，失去什么和对方肯定与否定的内容，并依次判断形势，判定新的办法和策略。

如在谈判中常见的形式：“是的，你的话有一定的道理或你讲的道理完全理解，但是，我认为还有××方面的因素，你没有考虑到，所以，我不能同意，或我不能完全同意××条件。”这种先肯定对方有理的部分，“但是”之后，又进行否定，实质是抹杀对方的“有理”价值。通过“量”的概念：“理解”并不等于“全部”同意对方的条件或要求，从而使自己变被动为主动。

“个别与一般”的对立统一。

如协议商品的回扣率，有人喜欢固定某个数(相当长的时间内)，例如确定为8%。第一次谈成后，第二、三次均照此办理，但若具体一分析，发现这里有不少值得研究的问题：这8%的回扣是“同一产品还是不同产品”、“同一时期还是不同时期，即畅销时期与滞销时期，于是8%的固定回扣率便会动摇。谈判的条件要变，有关一方的利益也会受到影响。

"现象与本质"的对立统一。

如在商品"供与求关系"中,当买主在寻找卖主时,可能会找到多个货主供货。这时货主从"被求"变成"被选择",买方则从"求"变成"被求",这是因为"货比三家不吃亏。"反过来,如果对急于推销的卖主来讲,最初他处于"求"的地位,但当买主一多,他的"求"就可以变成"被求"。所以,在谈判中,对"求"和"被求"等现象要一一仔细甄别其本质,方可正确处理这些现象。

### 3.3 "否定之否定思维律"在谈判过程中的体现——"注意力集散的规律"

谈判的过程,实际上是对话的过程。如谈判一开始,双方都要做"开场陈述",而任何一个"开场陈述"一般都有如下的内容:

——我方对内容的理解,即我们认为这次谈判应涉及的问题。比方,一个有关石油合同的谈判,它的内容主要有石油的质量、数量、交货时间、付款条件、折扣、等等;在一个银行业务的谈判中,其内容则涉及货币、利率、货款期限、保险及偿付等问题;一个有关工程技术的谈判,一般包括技术性能,专业化程度检验、管理、价格、交货、付款条件等等内容;在劳务谈判中,则应讨论招工条件,工资及其他奖励等问题。

——我方的利益,即我们希望通过谈判应取得的利益。

——我方的首要利益,阐明哪些方面对我们来讲是至关重要的。

——我方可向对方做出让步的事项。我方可以采取何种方式为双方共同获得利益做出贡献。

——我方的立场。

谈判人员要把内容如此繁多的思想、观点用讲话的方式表述出来,并想取得好的效果,除运用生动、丰富多采的语言和必要的手势外,还必须遵循听众注意力集散规律,简称"集散律"。这个规律告诉人们,讲话者在讲头几句话的时候,听众的注意力最集中,

然后，他们的注意力急剧分散。其间，除偶尔被有趣的话所吸引，注意力稍有集中外，直到讲话即将结束时，他们的注意力集中的程度都保持在相当低的水平。

英国谈判理论家比尔·斯科特认为，谈判期间，人们注意力变化的规律，可用图(23.3.1)表示为：

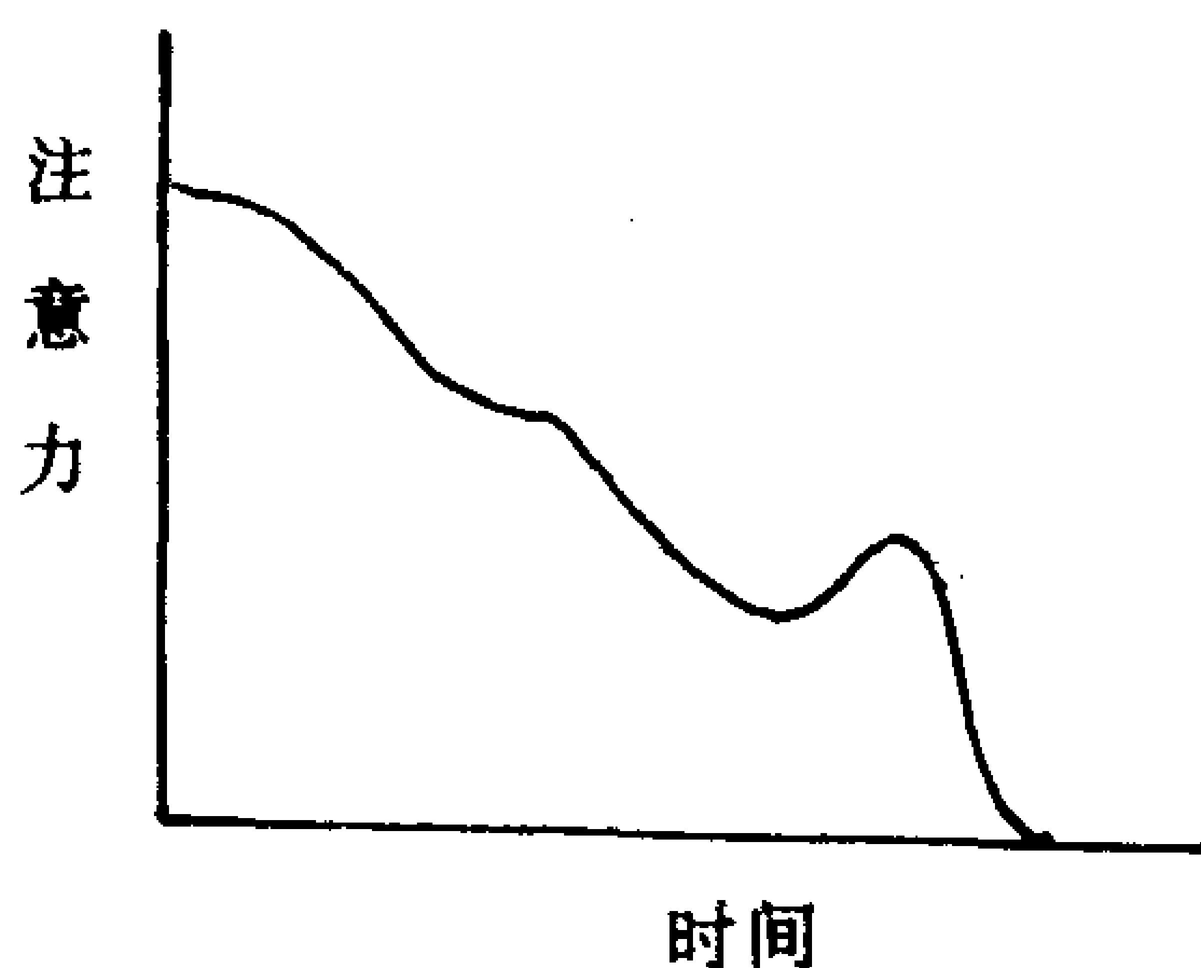



图 23.3.1

他说："这个图示适用于一个特定的谈判过程。如果某一项贸易洽谈持续一小时，那么开始的精力旺盛阶段只有 2—3 分钟，而最后情绪高涨阶段也只有 2—3 分钟。"如果"在一个超过六周的谈判中，只有前 3 天为精力旺盛期，以后的五周多时间里，精力趋于下降。在双方将要达成协议的最后一两天里，还会有一个精力充沛期出现。"① 因为听者担心失掉倾听讲话者最后概括的机会，但在这最后一刻，听众的注意力高度集中的时间比开始听讲时集中注意力的时间略短。

由此可见，"集散律"要求，讲话者的发言必须简明扼要，"以简为贵"，这样既可以使谈判双方较快"入题"，又不至于使对方因见

① [英]比尔·斯科特著《贸易洽谈技巧》第 28—29 页。

长而繁锁的发言而心烦意乱。

"集散律"反映了,在谈判中,听者的注意力是经历了一个"集中—分散—集中"否定之否定的过程。从某种意义上来说,是辩证逻辑"否定之否定思维律"在谈判活动中的具体表现。因为从前一个"集中"到后一个"集中"说明人的注意力及其有关的思维活动也是从片面到全面,从把握事物的部分到把握事物整体,螺旋式上升的进程。

### 3.4 思维的共振和思维确定性与灵活性的对立统一

谈判的结束,即协定的签订。这时在人们的思维活动中,出现了一个重要的现象——思维共振。

所谓思维共振,就是谈判双方智慧之间的相互感应,感应的结果激发出新的智慧光辉——协议的产生。因为人的思维如同无线电波一样有一定的频率。思维频率相同,就会产生共振,就能接受对方的信息,就能思路相通,就能会意知音,就能合作。当然,这并不排除双方在局部问题上有争论,只要双方都有签订协定的诚意,都有合作的愿望,就容易理解对方的观点和思路,存小异求大同,出现思维的共振。

从宏观看,人的思维是分等级的,分类型的,出现思维共振说明谈判双方在思维等级和类型上的相近。假如,一个善于阐发新思想、新观点的人与一个思维僵化的人显然不会共振。因为思维上的活跃与僵化,既反映了等级上的不同,又是类型的差异。所以,一个有经验的谈判者,当他以合作的方式去进行谈判时,就必须以机警和敏感去激起对方的思维共振,来促使谈判尽快地圆满结束。

但是,谈判的结束并不等于"万事大吉",由于谈判是谈判者的智力、知识、技能的考验,也是一场思维能力的拚搏,而参加人员又不可能事先拟就一切的规则和步骤,于是,这个意味无穷的谈判世界,它要求谈判者既要有信心、意志、又要有智慧、决断力;既要有思维的确定性,又要有思维的灵活性,来应付变幻万端的谈判局面

和情况的意外发展。

根据中国、南斯拉夫文化体育交流协议，中国足球协会指派中国足球队员贾秀全、柳海光于1988年3月初赴南斯拉夫，加盟该国“游击队”足球俱乐部。贾、柳二人抵南数周后，给中国足协办公室来函，表示要尽早回国。鉴于中国足协对贾、柳二人在南的情况，均是通过南斯拉夫驻华使馆及外事部门的电传、电话中得知，难以掌握准确情况，故足球办公室同意了贾、柳二人要求归国的建议。事隔不久，贾、柳二人又向中国足协提出继续在南“游击队”足球俱乐部踢球的请求。而此时，南斯拉夫“游击队”足球俱乐部也来电要求中国足协让贾、柳二人在南继续踢球。为此，中国足协主席年维泗在赴苏黎世参加了国际足联第46届代表大会后，专程前往南斯拉夫，就贾、柳二人之事与南斯拉夫有关人士进行了磋商。并了解了贾、柳二人动议变化的原因。原来，贾、柳二人刚到南斯拉夫时，由于“游击队”足球俱乐部参加全国甲级联赛的主力阵容已定，贾、柳在较长时间内无比赛任务，只是自行训练，他俩担心长此下去会影响自我技术水平，所以产生了尽早回国的念头。后来，情况发生变化，二人都有了上场的机会，并且在场上与南队员配合默契，在南已拥有了一定的球迷观众，在球艺上也有了提高，故又愿意继续留南踢球了。

客观情况的变化，思维情绪的起伏，年维泗本着我国国家体委的原则——“只要有利于中国足球事业的发展，就是可行的。”代表中国足球协会与南斯拉夫“游击队”足球俱乐部于1988年7月7日签订了包括七项内容的协议书。协议书的主要内容是：

中国足球运动员贾秀全、柳海光二人将在南斯拉夫进行为期2年的学习进修，但在中国足球队参加1988年奥运会决战及1989年世界杯预赛前，二人必须回国效力中国队；当贾、柳二人期满回国后，中国足球协会将另派两名优秀球员加盟“游击队”俱乐部；1989年中国与南“游击队”足球俱乐部将进行互访活动等。

可见，参加谈判的人员，应该具有坚持原则和根据情况变化，

改变策略的能力。从辩证逻辑的角度来说，就是思维确定性和灵活性的对立统一。

此外，谈判人员还需有由于谈判对方政策变化，而引起谈判中止，或谈判协议无法实施的思想准备。

大陆著名导演谢晋邀请台湾著名影星林青霞担任根据白先勇小说改编的影片《最后的贵族》中的第一女主角，林青霞不仅答应而且于 1988 年 7 月 7 日至 8 日专程悄悄赴沪与谢导演商谈拍摄计划，后来由于台湾当局政策的限制，使这一计划无法实施。这种节外生枝情况的出现，令谢导十分遗憾。1988 年 12 月，谢晋在上海"老半斋"便宴张宁时，曾感慨地说："当最后得到确切的消息，证实林青霞不能来担任主角时，我确实感到遗憾过，但生活中什么事情都会发生，都会引起瞬间的变化，如意时不要忘乎所以，遇到不称心的事时，也不要灰心丧气，……这样，才能很好的活下去。……"这位艺术大师深有体会的一段话，正说明，谈判参加者应该具有各种各样的应变能力来保证事业的成功。

（作者：崔文琴）

# 参考文献


[1] [美]杰勒德·I·尼尔伦伯格著，谈判的艺术，曹景行、陆延译，上海翻译出版公司，1987。

[2] [美]霍华德·雷法著，谈判的艺术与科学，宋欣、孙小霞译，北京航空学院出版社，1987。

[3] [美]C·威恩·巴罗、格莱恩·P·艾森著，谈判技巧——如何做一个精明的买主，柳晓华、刘鹤等译，煤炭工业出版社，1988。

[4] [法]路易·多洛著，国际文化关系，孙恒译，上海人民出版社，1987。

[5] [英]比尔·斯科特著，贸易洽谈技巧，叶志杰、卢娟译，中国对外经济贸易出版社，1987。

[6] [英]比尔·斯科特著，贸易交流技巧，卢娟译，中国对外经济贸易出版社，1988。

[7] 赵总宽，苏越等著，辩证逻辑原理，中国人民大学出版社，1986。

[8] 丁建忠著，贸易谈判基础知识，中国对外经济贸易出版社，1989。

# 《应用逻辑学方法》卷术语、人名索引[①]

# 第 一 部

## 方 法 论 原 理



① 全卷按学科顺序排列;各科术语、人名按正文中出现先后顺序排列;只注各科术语、人名第一次出现的页码。

# 第二部

## 〔一〕 应用逻辑学方法概论



## 〔二〕 存在逻辑

## 〔三〕 时态逻辑

## 〔四〕 认知逻辑

## 〔五〕 断定逻辑

# 〔六〕 条件句逻辑



# 〔七〕 命令句逻辑

## 〔八〕 问题逻辑

## 〔九〕 道义逻辑

## 〔十〕 评价逻辑



## 〔十一〕 优先逻辑

## 〔十二〕 量子逻辑

## 〔十三〕 计算机逻辑

## 〔十四〕 数字逻辑

## 〔十五〕 动态逻辑



## 〔十六〕 子句逻辑



## 〔十七〕 非单调逻辑

# 〔十八〕 程序逻辑

## 〔十九〕 侦查逻辑



## 〔二十〕 法律逻辑

## 〔二十一〕 诊断逻辑



## 〔二十二〕 决策逻辑

## 〔二十三〕 谈判逻辑